

# بررسی تأثیر گرانش ستاره مرکزی بر روی ساختار سحابیهای سیاره نما

دکتر حمیدقنبری، سمیه شیخ نظامی

دانشگاه فردوسی مشهد - دانشکده علوم

## چکیده

سحابیهای سیاره نما محیطهای گازی هستند که در نتیجه تأثیر پادهای ستاره ای بر روی محیط اطراف ستاره مرکزی ایجاد می شوند. ضخامت سحابیهای سیاره نما نسبت به سایر ابعاد آن بسیار کوچک میباشد؛ بنابراین می توان از تقریب لایه نازک برای بررسی دینامیک آنها استفاده نمود. تا کنون در کلیه کارهای انجام شده از اثر گرانش بر ساختار سحابی سیاره نما چشم پوشی شده است. در این مقاله سعی بر این است تا علاوه بر وجود آثاری چون میدان مغناطیسی، چگالی محیط و فشار حرارتی اثر گرانش ستاره مرکزی نیز بر ساختار سحابی سیاره نما مورد بررسی قرار گیرد.

## مقدمه

نظریه هیدرو دینامیکی تشکیل حبابهای باد ستاره ای کروی توسط باد سریع برای ستارگان بسیار بزرگ

(Weaver et al 1977) و برای سحابی سیاره نما (Fitzgerald et al 1978) نیز به کار رفته است. بر اثر اندرکنش دوباد ستاره های چهار ناحیه متفاوت تشکیل می شود: (۱) ناحیه اول شامل باد ستاره ای سریع که موج ضربه داخلی آنرا محدود می کند، (۲) ناحیه شامل باد ستاره ای ضربه دیده که وسعت زیادی دارد و حباب گاز را تشکیل می دهد، (۳) ناحیه ضربه دیده توسط موج ضربهای خارجی که سحابی سیاره نما می باشد که ضخامت نسبت به ابعاد حباب گازی بسیار نازک است، (۴) مواد باد ستاره های کند می باشد.

در مرحله نخست برای سا دگی لایه گازی سحابی را دارای تقارن کروی در نظر می گیریم. میدان مغناطیسی را نیز با استفاده از فرضهای ساده کننده (Chevalier 1994) در راستای سمتی در نظر می گیریم و از اث مولفه شعاعی میدان مغناطیسی صرف نظر می کنیم. لایه سحابی سیاره نما را به شکلی در نظر می گیریم که مرزها با زمان تغییر می کنند (Giuliani 1982).

## فرمولبندی مسأله

برای منظور نمودن اثر گرانش ستاره مرکزی در معادله بقاء تکانه از نمایش تانسوری استفاده می کنیم. (Marceel Goossense 2003):

$$\frac{\partial(\rho \vec{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v} + \vec{P}) - \rho \vec{g} - Q\vec{E} - \vec{J} \times \vec{B} = 0$$

$$Q\vec{E} + \vec{J} \times \vec{B} = \nabla \cdot \vec{M}$$

$$\rho g_i = \sum_{ik} \frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k}$$

$$\frac{\partial \rho \vec{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v} + \vec{P} - M - T) + \frac{\partial}{\partial T} (\epsilon_0 \vec{E} \times \vec{B}) = 0$$

در این روابط  $\mathbf{p}$  تانسور فشار،  $\mathbf{M}$  تانسور ماکسول،  $\mathbf{l}$  تانسور واحد و  $\mathbf{T}$  تانسور گرانش است. اگر از نمایش (Giuliani 1982) استفاده کنیم می توان نوشت:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho \vec{v} dv = \int \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) dv - \int \nabla \cdot \left[ \rho \vec{v} \vec{v} - \frac{\mathbf{B}\mathbf{B}}{4\pi} + I \left( \mathbf{P} + \frac{\mathbf{B}^2}{8\pi} \right) - T \right]$$

با استفاده از قضیه و اگریایی داریم:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho \vec{v} dv = \oint \vec{n} \cdot [\rho \vec{v} \vec{v}] ds - \oint \vec{n} \cdot \left[ \rho \vec{v} \vec{v} - \frac{\mathbf{B}\mathbf{B}}{4\pi} + I \left( \mathbf{P} + \frac{\mathbf{B}^2}{8\pi} \right) - T \right] ds$$

حال بایستی جملات معادله فوق را روی مرزهای المان انتخابی باز کنیم. که از روش (Giuliani 1982)

استفاده خواهیم کرد:

$$\mu = \langle \rho \rangle 2\Delta$$

$$A = R^2 \sin \theta / \xi$$

$$dv = R^2 \sin \theta / \cos \xi (2\Delta) d\theta d\varphi$$

$$e_{\perp} = \cos(\theta + \xi) i + \sin(\theta + \xi) j$$

$$e_{\parallel} = -\sin(\theta + \xi) i + \cos(\theta + \xi) j$$

که در روابط فوق  $\mu$  چگالی سطحی و  $\Delta$  ضخامت لایه و  $\xi$  زاویه بین راستای شعاعی و راستای عمود بر لایه است.

اما جمله مربوط به گرانش:

$$(T.n) ds = (T.n) ds_{R0} + (T.n) ds_{Rl} + (T.n) ds_R + (T.n) ds_{R'}$$

از طرفی شکل تانسور گرانش به صورت زیر است:

$$T_{ik} = -\frac{1}{4\pi G} \left[ g_i g_k - g^2 \frac{\delta_{ik}}{2} \right] \rightarrow T_{11} = T_{xx}, \quad T_{12} = T_{xy}$$

در اینجا به علت وجود تقارن می توان  $\varphi = \pi/2$  گرفت.

$$T = T_{xx}ii + T_{yy}jj + T_{xy}ij + T_{yx}ji$$

$$g = \frac{GM}{R^2} \hat{e}_r$$

$$g_x = g \cos \theta$$

$$g_y = g \sin \theta$$

که زاویه قطبی می باشد.

باید به این نکته توجه نمود که در هر مرز  $\mathbf{T}$  فرق می کند. نهایتاً پس از محاسبات طولانی و نیز با تقریب مرتبه اول برای  $\frac{\Delta}{R}$  معادله بقاء تکانه به شکل زیر در می آید:

$$\mu \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\rho_a (u_{\perp} - v_{a\perp}) (\vec{v} - v_a) + \vec{e}_{\perp} \left( P_i + \frac{B_i}{8\pi} \right) - (v_{\parallel} - u_{\parallel}) \mu \frac{\cos \xi}{R} \left( \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) + \frac{g^2}{4\pi G} [(\cos 2\xi) e_{\perp} + (\sin 2\xi) e_{\parallel}]$$

که در این روابط  $\mathbf{u}$  سرعت حرکت مرز  $\rho_a$  و  $\mathbf{v}_a$  به ترتیب چگالی و سرعت باد ستاره ای کنده می باشد. علاوه بر معادله ( ) معادلات بقا جرم و حرکت لایه را به شکل زیر داریم:

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} = -\rho_a (u_{\perp} - v_{a\perp}) - 2\mu / R \left( \frac{\partial R}{\partial t} \right) - \mu \tan \xi \left( \frac{\partial \xi}{\partial t} \right) - \frac{\cos \xi}{R^2 \sin \theta} \left[ \frac{\partial}{\partial \theta} (R \sin \theta \mu (v_{\parallel} - u_{\parallel})) \right]$$

$$\tan \xi = -\frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial \theta}$$

از آنجا که انتظار داریم مرز با سرعت ثابت حرکت کند (Chevalier 1982)

می توان نوشت  $R(\theta, t) = W(\theta).t$  و نیز چگالی را با فرض تقارن کروی به صورت

$$\rho_a \propto \frac{1}{r^2} \longrightarrow \rho_a(R) = \rho_1 \left( \frac{W_0 t_1}{Wt} \right)^2$$

$$W_0 = W(\theta = 0)$$

$t_1$  زمان اولیه و  $\rho_1$  مقدار  $\rho$  روی محور تقارن می باشد.

فشار داخلی را نیز به شکل (chevalier 1982) :

$$P_i + \frac{B_i^2}{8\pi} = P_1 f(x) \left(\frac{t_1}{t}\right)^2$$

$$x = r/H = \frac{W}{W_0} (\alpha \sin \theta), f(0) = 1, \alpha = \frac{W_0 t'}{H}$$

$H$  در اینجا یک مقیاس طول است و  $f(x)$  وابستگی زاویه ای فشار داخلی را تعیین میکند. چگالی سطحی  $\mu$  را نیز به صورت  $\mu_s = \rho_1 t_1 W_0 \Omega(\theta)$  تعریف می کنیم. حال باید به حل معادلات پردازیم لذا کمیات بدون بعد زیر را در نظر می گیریم:

$$W = W_0 v(\theta)$$

$$V_{II} = W_0 U(\theta)$$

$$\lambda = V_a / W_0$$

$$u_{\perp} = v_{\perp}$$

نهایتاً معادلات به فرم زیر در می آیند:

$$\tan \xi = -\frac{1}{v} \frac{\partial v}{\partial \theta}$$

$$\Omega v^2 = (v - \lambda) \cos \xi - \frac{\cos \xi}{\sin \theta} \left[ \frac{\partial}{\partial \theta} (v \sin \Omega (u + v \sin \xi)) \right]$$

$$- \cos^2 \xi \left(1 - \frac{\lambda}{v}\right)^2 + (1 - \lambda)^2 f(x) + (u + v \sin \theta) \Omega \frac{\cos \xi}{v} \left[ \frac{\partial}{\partial \theta} (v \cos \xi) - u \left(1 + \frac{\partial \xi}{\partial \theta}\right) \right]$$

$$+ \frac{g^2}{4\pi G \rho_1 t_1 W_0^2} [\cos 2\xi - f(x)] = 0$$

$$(1 - \lambda)(u + \lambda \sin \xi) - (u + v \sin \xi) \Omega \left[ \frac{\partial v}{\partial \theta} + v \cos \xi \left(1 + \frac{\partial \xi}{\partial \theta}\right) \right] - \frac{g^2}{4\pi G \rho_1 t_1 W_0^2} (\sin 2\xi) = 0$$

درگام بعدی با بسط خطی توابع  $\xi, \Omega, V, U$  در حوالی قطب سحابیه حل عددی این معادلات به روش **odient** انجامی دهیم.

## مراجع

- (1) Weaver et.al 1977
- (2) Fitzgerald et.al 1978
- (3) Giuliani 1982
- (4) Chevalier & Iuo 1994
- (5) Marceel Goosseense 2003

