حل خود مشابهی قرصهای برافزایشی ضخیم چرخان در اطراف ستارگان مغناطیده

عباسی،شهرام[1] قنبری، جمشید [2] فاقعی، کاظم [2]

[1] *دانشگاه علوم پایه دامغان، دانشکده فیزیک*

[2] *دانشگاه فردوسی مشهد*، گروه فیزیک

چکیده

ما با در نظر گرفتن تمامی مولفه‌های سرعت و میدان مغناطیسی رفتار قرصهای ضخیم چرخان را در اطراف اجرام فشردهٔ مغناطیده مورد بررسی قرار دادیم. برهمکنش جریان سمتی قرص با میدان دوقطبی ستاره باعث ایجاد یک مولفه چنبره‌ای برای میدان مغناطیسی در سیستم می‌شود.در اینجا وجود حلهای خود مشابهی را برای این نوع از قرصهای ضخیم مورد بررسی قرار داده ایم. همچنین اثرات گرانش شیء مرکزی، مولفه چنبره‌ای میدان مغناطیسی ، سرعت سمتی و سرعت گرمایی را بر ساختار دینامیکی قرص ضخیم مورد بررسی قرار داده ایم.

مقدمه

قرصهای برافزایشی بدون شک یکی از مهمترین پدیده‌های اخترفیزیکی می باشند.در بیشتر پدیده های پرانرژی در اخترفیزیک فرایند بر افزایش نقش مهم و اساسی را داراست (مثل هسته‌های فعال کهکشانی و قرصهای اطراف سیاهچاله ها و ستارگان سنگین). فرایند برافزایش می تواند انرژی پتانسیل گرانشی را که می تواند ناشی از شیء بسیار پر جرم فشرده‌ای باشد که در مرکز کهکشانها متمرکز شده اند یا اجرام ستاره‌ای بسیار جوانی باشند که بوسیلهٔ گاز محدودی که از فرو ریزش ابر باقی مانده است، محاصره شده اند را آزاد نماید. در تمامی این موارد ، مواد بوسیلهٔ جرم فشردهٔ مرکزی در حال برافزایش می‌باشند و انرژی پتانسیل در شکل تابش و گرما آزاد می شود. به علت اینکه گاز در حال سقوط نسبت به شیء مرکزی دارای تکانهٔ زاویه ای می باشد و به علت امکان وجود مدارهای پایدار دایره‌ای، مواد شکلی شبیه به قرص را اطراف شیء مرکزی تشکیل می‌دهند.

قرصهای برافزایشی بر اساس شکل هندسیشان، معمولاً به دو دستهٔ قرصهای نازک و قرصهای ضخیم تقسیم می شوند. نظریه قرصهای نازک (Shakura & Sunyaev ,1973) به خوبی درک شده است و با مشاهدات مطابقت دارد. در قرصهای نازک، ضخامت قرص (H) در مقایسه با شعاع (R) آن بسیار کوچک است، در جهت عمودی قرص دارای تعادل هیدرواستاتیکی می باشد و در راستای شعاعی از شیب فشار چشمپوشی می شود. در قرصهای ضخیم، ضخامت قرص قابل مقایسه با شعاع $(H \sim R)$آن می باشد. فشار در جهت شعاع همانند فشار در جهت عمودی مؤثر است. در مورد قرصهای برافزایشی ضخیم، هنوز نظریهٔ کاملی که منطبق بر مشاهدات باشد، وجود ندارد. شواهد مشاهداتی از منبعهای قوی رادیوئی پیشنهاد می‌کند که انرژی آنها در مرکز کهکشان تولید می شود که توسط جتها در فاصله های زیاد تابش می شوند.گازهای اطراف هسته‌های فعال کهکشانی ممکن است یک قرص ضخیم را تشکیل می دهند که بر روی یک سیاهچالهٔ پر جرم در مرکز کهکشان برافزایش می کنند. تقریبهای بکار رفته در قرصهای نازک ممکن است در لبهٔ داخلی قرصهای برافزایشی اطراف سیاهچاله‌ها و ستاره های نوترونی با شکست روبرو شوند. همچنین مطالعهٔ قرصهای ضخیم درک بهتر نظری را در حالت حدی برای قرصهای نازک فراهم می آورند و ما را قادر می سازند که حالتهایی را که در بین این دو سیستم واقع می شوند، مورد بررسی قرار دهیم.

رفتـار یـک قـرص مغناطیـده ضـخیم چرخـان در اطـراف یـک جسـم فشـردهٔ دارای میـدان مغناطیسـی دوقطبـی توسط Banerjee et al. (1995) مورد بررسی تحلیلی قرار گرفت. آنها تنها مولفه سمتی سرعت را در نظـر گرفتنـد و از دیگر مولفه‌هـای سـرعت صـرفنظر کردنـد. مـا در ایـن مقالـه، رفتـار سیسـتم مـور د مطالعـه توسـط Banerjee et al. (1995) را با وارد کردن دیگر مولفه‌های سرعت مورد بررسی قرار می‌دهیم.

فرمولبندی

سیستم مورد بررسی ما یک قرص ضخیم چرخان می باشد،که در اطراف یک شیء فشردهٔ مغناطیده قرار دارد. با توجـه به اینکه سیال یونیده و شیء مرکزی دارای یک میدان مغناطیسی قوی می باشند، معادلات حاکم بـر سیسـتم معـادلات MHD است. در اینجا ما از فرآیندهای اتلاف صـرفنظر مـی کنـیم، بنـابراین معـادلات مناسـب بـرای بررسـی چنـین سیستمی معادلات اولر می باشند. ما سیستم مختصاتی کروی (r,θ,φ) را مورد استفاده قرار می دهیم، به نحـوی کـه مرکز دستگاه مختصات بر مرکز شیء مرکزی قرار گرفته باشد. به علت اینکه سیستم را ایستا $(\frac{\partial}{\partial t}=0)$ و دارای تقـارن محوری $(\frac{\partial}{\partial \varphi}=0)$ فرض می‌کنیم، معادلات حاکم بر سیستم به صورت زیر در می‌آیند

$$\vec{\nabla}\cdot(\rho\vec{V})=0 \tag{۱}$$

$$\rho(\vec{V}\cdot\vec{\nabla})\vec{V}=-\rho\vec{g}-\vec{\nabla}P+\frac{1}{c}\vec{J}\times\vec{B} \tag{۲}$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{E}=0 \tag{۳}$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{B}=\frac{4\pi}{c}\vec{J} \tag{۴}$$

$$\vec{E}=-\frac{1}{c}(\vec{V}\times\vec{B}) \tag{۵}$$

که $\vec{V}$ سرعت سیال ، $\vec{g}$ میدان گرانشی ، P فشار سیال ، ρ چگالی جرمی سیال ، $\vec{E}$ میدان الکتریکی ، $\vec{B}$ میدان مغناطیسی و $\vec{J}$ چگالی جریان الکترمغناطیسی می باشند. با قرار دادن معادله (۵) در معادله (۳) داریم

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\{r\sin(\theta)[V_r\cdot B_\theta-V_\theta\cdot B_r]\}=0 \tag{۶}$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\{r\sin(\theta)[V_r\cdot B_\theta-V_\theta\cdot B_r]\}=0 \tag{۷}$$

$$\frac{\partial}{\partial r}[r\cdot(V_\varphi\cdot B_r-V_r\cdot B_\varphi)]-\frac{\partial}{\partial\theta}[V_\theta\cdot B_\varphi-V_\varphi\cdot B_\theta]=0 \tag{۸}$$

از معادلات (۶) و (۷) نتیجه می‌گیریم

$$V_r\cdot B_\theta-V_\theta\cdot B_r=\frac{A}{r\sin(\theta)} \tag{۹}$$

که مقدار ثابت A باید تعیین شود. بدین منظور فرم دو قطبی را برای میدان مغناطیسی ستارهٔ مرکزی در نظر مـی‌گیـریم (Ghanbari & Abbassi, 2004 ; Banerjee et al., 1995) که فرض خوبی برای شعاعهای مختلف در اجرام فشرده می‌باشد. بنابراین مؤلفهٔ قطبیوار میدان مغناطیسی ستارهٔ مرکزی به صورت زیر می‌باشد

$$B_r=2\cdot B_0\cdot(\frac{R_d}{r})^3\cdot\cos(\theta) \tag{۱۰}$$

$$B_\theta=B_0\cdot(\frac{R_d}{r})^3\cdot\sin(\theta) \tag{۱۱}$$

که R_d نیم ضخامت قرص و B_0 مقدار میدان مغناطیسی در نیم ضخامت قرص می باشد. با قرار دادن روابط (۱۰) و (۱۱) در معادله (۹) و با توجه به اینکه V_r و V_θ در بینهایت صفرمی شوند، داریم

$$V_r = 2\cdot V_\theta \cdot \cot(\theta) \qquad (۱۲)$$

با توجه به ارتباطی که بین V_r و V_θ بوجود آمد،می‌توان با استفاده از معادلهٔ پیوستگی (معادله (۱)) به معادله زیر رسید

$$\rho V_\theta = \rho_0 V_0 \left(\frac{r}{R_d}\right)^{n-\frac{5}{2}} \sin^{-2n}(\theta) \qquad (۱۳)$$

که V_0 و ρ_0 ، مقادیر V_θ و ρ در $r = R_d$ و $\theta = \frac{\pi}{2}$ می باشند و n ثابتی کوچکتر از $5/2$ است. با استفاده از معادلات (۱۲) و (۱۳) می‌توان معادله حرکت (معادله (۲))را به شکل زیر نوشت

$$\rho_0 V_0 \left(\frac{r}{R_d}\right)^{n-\frac{5}{2}} \sin^{-2n}\theta \left\{ 4\cot^2\theta \frac{\partial V_\theta}{\partial r} + \frac{2}{r}\frac{\partial (V_\theta \cot\theta)}{\partial \theta} + \frac{MG}{r^2 V_\theta} - \frac{V_\theta}{r} - \frac{V_\varphi^2}{r V_\theta} \right\} + \frac{\partial \hat{P}}{\partial r} = -\frac{B_\varphi^2}{4\pi r} \qquad (۱۴)$$

$$\rho_0 V_0 \left(\frac{r}{R_d}\right)^{n-\frac{5}{2}} \sin^{-2n}(\theta) \left\{ 2\cot\theta \frac{\partial V_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{\cot\theta}{r}\left[2V_\theta - \frac{V_\varphi^2}{V_\theta} \right] \right\} + \frac{1}{r}\frac{\partial \hat{P}}{\partial \theta} = -\frac{B_\varphi^2 \cot\theta}{4\pi r} \qquad (۱۵)$$

$$\rho_0 V_0 \left(\frac{r}{R_d}\right)^{n-\frac{5}{2}} \sin^{-2n}\theta \left\{ 2\cot\theta \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_\varphi}{\partial \theta} + \frac{3V_\varphi \cot\theta}{r} \right\} = \left(\frac{B_0 R_d^3}{4\pi r^4}\right) \left\{ \frac{\partial}{\partial \theta}\left[B_\varphi \sin\theta\right] + 2\cos\theta \frac{\partial}{\partial r}\left[r B_\varphi\right] \right\} \qquad (۱۶)$$

که در رابطه بالا $\hat{P}$ فشار موثر است که به صورت $\hat{P} = P + \frac{B_\varphi^2}{8\pi}$ تعریف می شود. با بسط معادله (۸) داریم

$$-\frac{3}{2}V_\varphi \cdot B_r - 2\cot(\theta) V_\theta \cdot B_\varphi + r\cdot\left[\frac{\partial V_\varphi}{\partial r} B_r - 2\cot(\theta) B_\varphi \frac{\partial V_\theta}{\partial r} - 2\cot(\theta) V_\theta \cdot \frac{\partial B_\varphi}{\partial r} \right] + \left[\frac{\partial V_\varphi}{\partial \theta} B_\theta - \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} B_\varphi - V_\theta \frac{\partial B_\varphi}{\partial \theta} \right] = 0 \qquad (۱۷)$$

معادلات (۱۴)، (۱۵)، (۱۶) و (۱۷)معادلات حاکم بر سیستم می‌باشند که سعی در حل آنها داریم.با تعریف پارامترهای بدون بعد و تعریف ثوابت C_g ،C_V ،C_t ،C_m و C_B (که به ترتیب معرف گرانش شیء مرکزی، سرعت دورانی قرص، سرعت گرمایی قرص، شدت مؤلفهٔ چنبره‌ای میدان مغناطیسی و فشار مغناطیسی می‌باشند)به صورت زیر

$$\tilde{V}_\theta(r,\theta) = \frac{V_\theta(r,\theta)}{V_0}, \quad \tilde{P}(r,\theta) = \frac{\hat{P}(r,\theta)}{B_0^2/4\pi}, \quad \tilde{B}_\varphi(r,\theta) = \frac{B_\varphi(r,\theta)}{B_0}, \quad \tilde{\rho}(x,\theta) = \frac{\rho(x,\theta)}{\rho_0}$$

$$x = \frac{r}{R_d}, \quad \tilde{V}_\varphi(r,\theta) = \frac{V_\varphi(r,\theta)}{V_0}, \quad C_t = \frac{P_0/\rho_0}{V_0^2}$$

$$C_g = \frac{MG/R_d}{V_0^2}, \quad C_B = \frac{B_0^2/4\pi\rho_0}{V_0^2}, \quad C_m = \frac{B_\varphi(\theta)}{B_0}, \quad C_V = \frac{V_1}{V_0}$$

و با قرار دادن کمیت های خود مشابهی زیر در معادلات حاکم بر سیستم

$$\tilde{V}_\theta(x,\theta) = \frac{\tilde{V}_\theta(\theta)}{x^\alpha}, \quad \tilde{V}_\varphi(x,\theta) = \frac{\tilde{V}_\varphi(\theta)}{x^\beta}, \quad \tilde{P}(x,\theta) = \frac{\tilde{P}(\theta)}{x^\delta}, \quad \tilde{B}_\varphi(x,\theta) = \frac{\tilde{B}_\varphi(\theta)}{x^\gamma}$$

$\alpha = \frac{1}{2}$ ، $\beta = \frac{1}{2}$ ، $\delta = 6$ ، $\gamma = 3$ و $n = -3$ حاصل می شود که دلالت بر وجود جوابهای خود مشابهی دارد. با بدست آمدن پارامترهای خود مشابهی رفتار شعاعی سیستم بدست می آید و معادلات (۱۴) ، (۱۵) ، (۱۶) و (۱۷) به صورت زیر ساده می شوند

$$\sin^6(\theta)\left\{ -(4\cot^2\theta + 3)\tilde{V}_\theta(\theta) + 2\cot(\theta)\frac{d\tilde{V}_\theta(\theta)}{d\theta} + \frac{C_g - \tilde{V}_\varphi^2(\theta)}{\tilde{V}_\theta(\theta)} \right\} = 6\, C_B \tilde{P}(\theta) - C_B \tilde{B}_\varphi^2(\theta) \qquad (۱۸)$$

$$\sin^6(\theta)\left\{ \cot\theta\, \tilde{V}_\theta(\theta) + \frac{d\tilde{V}_\theta(\theta)}{d\theta} - \frac{\tilde{V}_\varphi^2(\theta)\cot\theta}{\tilde{V}_\theta(\theta)} \right\} + C_B \frac{d\tilde{P}(\theta)}{d\theta} = -C_B \tilde{B}_\varphi^2(\theta)\cot\theta \qquad (۱۹)$$

$$\sin^6(\theta)\left\{ \frac{d\tilde{V}_\varphi(\theta)}{d\theta} + 2\tilde{V}_\varphi(\theta)\cot\theta \right\} = C_B\left\{ \sin(\theta)\frac{d\tilde{B}_\varphi(\theta)}{d\theta} - 3\tilde{B}_\varphi(\theta)\cos(\theta) \right\} \qquad (۲۰)$$

$$-4\widetilde{V}_{\varphi}(\theta)\cos\theta + 5\cot\theta\widetilde{V}_{\theta}(\theta)\widetilde{B}_{\varphi}(\theta) + \sin\theta\frac{d\widetilde{V}_{\varphi}(\theta)}{d\theta} - \widetilde{B}_{\varphi}(\theta)\frac{d\widetilde{V}_{\theta}(\theta)}{d\theta} - \widetilde{V}_{\theta}(\theta)\frac{d\widetilde{B}_{\varphi}(\theta)}{d\theta} = 0 \quad (۲۱)$$

به علت پیچیدگی معادلات بدست آمده، آنها را همراه با شرایط مرزی مناسب به روش عددی حل می کنیم.

نتیجه‌گیری

در این کار ما سعی کردیم، ساختارهای دینامیکی قرص برافزایشی ضخیم را در اطراف ستاره فشرده مغناطیده بررسی کنیم. از هرگونه ساز و کار اتلاف انرژی در این کار صرفنظر کردیم. برهمکنش مواد قرص با میدان دو قطبی ستاره مرکزی می تواند مولفه‌ای چنبره ای برای میدان مغناطیسی بوجود آورد که این میدان چنبره ای خود تاثیر مهمی در ساختار قرص دارد. با استفاده از روش خودمشابهی به دسته‌ای از جوابها رسیدیم که ساختار دینامیکی را برای ما معلوم می‌کند. طبیعی است که جوابهای خودمشابهی تنها دسته‌ای از جوابهای فیزیکی حاکم بر سیستم است که توسط معادلات MHD توصیف می‌شود. در اینجا به چهار پارامتر C_g، C_V، C_m، C_t (که معرف گرانش شیء مرکزی، سرعت دورانی قرص، مؤلفهٔ چنبره‌ای میدان مغناطیسی و سرعت گرمایی سیستم می‌باشند)دست یافتیم که رفتار سیستم وابسته به این پارامترها می‌باشد و C_B هم که معرف فشار مغناطیسی می‌باشد، به این چهار پارامتر وابسته است. نتایج عددی نشان می‌دهند، افزایش سرعت دورانی و سرعت گرمایی سیستم باعث کاهش ضخامت قرص می شوند و افزایش گرانش ستاره مرکزی باعث افزایش ضخامت قرص می شود، در حالیکه مؤلفه چنبره‌ای میدان مغناطیسی تاثیری بر ضخامت قرص ندارد. با بررسی تاثیر پارامترهای فیزیکی بر سرعت شعاعی در می یابیم که با افزایش گرانش ستاره مرکزی بیشینه سرعت شعاعی کاهش می یابد ولی با افزایش سرعت دورانی و سرعت گرمایی سیستم بیشینه سرعت شعاعی افزایش می یابد. نمایه‌های حاصل شده برای فشار نشان می دهند، رفتار فشار بسیار به پارامترهای فیزیکی وابسته می باشد.

در اینجا ما از تأثیرات خودگرانشی ، رفتار نسبیتی و فرآیندهای اتلاف انرژی سیستم صرفنظر کردیم. با توجه به ابعاد و جرم قرصهای ضخیم، در نظر گرفتن خود گرانشی قرص اهمیت دارد. این الگوی قرصهای برافزایشی، می تواند برای قرصهای اطراف هسته های فعال کهکشانی و همینطور در اطراف ستاره های نوترونی مورد استفاده قرار بگیرد. در این قرصها عموما جرم قرص در حدود جرم ستاره مرکزی است و پیش بینی می‌شود که خودگرانشی قرص نقش عمده ای در ساختار آن داشته باشد.در این الگو ما از پتانسیل گرانشی نیوتنی استفاده کرده‌ایم که با توجه به اینکه این قرصها در اطراف اجرام نسبیتی شکل می گیرند، در کارهای آینده باید از پتانسیلهای نسبیتی و یا شبه نسبیتی استفاده نمود. همچنین در مطالعه دقیقتر باید اثرات تبادل گرمایی قرص با محیط اطراف مورد بررسی قرار گیرد. چرا که عموما گرمای آزاد شده از فرایند برافزایش بصورت تابش از محیط خارج می‌شود. در کارهای آینده باید اثرات این اتلاف و تبادل انرژی را با وارد کردن معادله پایستگی انرژی به معادلات MHD مورد مطالعه قرار داد. با همه این اوصاف این کار می تواند به فهم بیشتر فیزیک قرصهای ضخیم منجر شود.

مرجع‌ها

1. Banerjee, D., Bhatt, J.R., Das, A.C., Prasanna, A.R., 1995, *ApJ*, **449**, 789
2. Frank, J., King, A. R., Raine, D. J., 1995, *Accretion Power in Astrophysics, Cambridge Univesity Press*
3. Ghanbari, J., Abbassi, S., 2004, *MNRAS*, **350**, 1437-1444
4. Narayan, R., Yi, I., 1994, *ApJ*, 444, 231
5. Shakura, N. I., Sunyaev R.A., 1973, *A&A*, **24**, 337
6. Tripathy, S. C., Prasanna, A. R., Das, A. C., 1990, *MNRAS*., 246, 384