تحلیل خودمشابهی قرصهای خودگرانشی نازک با استفاده از الگو بتا برای وشکسانی

عباسی،شهرام[1] قنبری، جمشید [2] صالحی، فاطمه [2]

[1] *دانشگاه علوم پایه دامغان،دانشکده فیزیک*[2] *دانشگاه فردوسی مشهد* ، گروه فیزیک

چکیده

ما در این کار حلهای خودمشابهی قرصهای نازک با تقارن محوری- خودگرانشی و وشکسان را با استفاده از دستورالعمل بتا ارایه کرده ایم. وشکسانی مهمترین کمیت فیزیکی در قرصهاست که عامل توزیع اندازه حرکت زاویه ای و آزادشدن انرژی گرانشی قرصهاست. اخیرا ادعا شده که مدل پذیرفته شده آلفا در قرصهای خودگرانشی به تناقض می رسد و مدل جایگزین بتا ارایه شده است. ما مدل بتا را در قرص نازک خودگرانشی مورد بررسی قرارداده و با مدل آلفا مقایسه نمودهایم. نتایج ما به وضوح صحت این ادعا را تایید می نماید.

مقدمه

قرصهای برافزایشی از مهمترین فرایندهای اخترفیزیکی است که در بسیاری از اجرام سماوی مانند AGN و سیستنهای دوتایی و در اطراف ستارههای تازه متولدشده رخ می دهند. بدلیل اینکه در یک قرص برافزایشی مهمترین فرآیند دینامیکی فرآیند انتقال تکانه زاویه ای است، لذا باید ساز و کار مناسبی برای آن ارائه دهیم. چرا که وشکسانی عامل تحول دینامیکی قرص است. بیشتر اختر فیزیکدان ها طی سالیان اخیر از الگوی معروف α برای وشکسانی قرص استفاده می کردند که توانسته بود به خوبی با مشاهدات توافق داشته باشد. در قرص های برافزایشی عموما وشکسانی عامل توزیع تکانه زاویه ای می باشد، بنابراین شناخت و ارائه الگوهای وشکسانی در دهه های اخیر جزو مهمترین فعالیت های اختر فیزیکدانها در این محدوده از علم به شمار رفته است. در سال ۱۹۷۳ الگویی برای وشکسانی تلاطمی مطرح شد که بعدها بسیار مورد استفاده قرار گرفت و امروز به الگوی α برای وشکسانی معروف است و در موارد بسیاری با شواهد مشاهداتی همخوانی دارد (Shakura , Sanyev 1973). مدل αبراساس انتخابی مناسب برای مقیاسهای طول و سرعت بوده و مبنای فیزیکی قویی ندارد. . اما در سالهای اخیر Duschel et.al. (2000) نشان دادند که اگر در قرص های نازک اثر خود گرانشی را اعمال کنیم، الگوی استاندارد α به ناسازگاری و تناقض می رسد. همچنین Duschel الگوی دیگری برای وشکسانی قرص ارائه کرد که برای قرص های خودگرانشی نازک مناسب است که بعدها به الگوی β معروف شد که این مدل بر مبنای ایجاد تلاطم در قرص بر اساس عدد رینولدز بحرانی بنانهاده شده است که این تلاطم می تواند عامل انتقال اندازه حرکت زاویه ای در قرص است. با توجه به اینکه بنا به ادعا **Duschel** مدل آلفا در مواقعی که قرص خودگرانشی است به تناقض می رسد ما بر این شدیم تا ادعا را در مدل استاندارد قرصهای نازک بررسی کنیم . این الگو به خوبی با مشاهدات سازگاری دارد. اما مطالعه دینامیکی قرص های نازک به واسطه غیر خطی بودن معادلات حاکم بر سیستم چندان ساده نیست، به خصوص وقتی که اثر خود گرانش اعمال شود. برای مطالعه چنین سیستم هایی، عموما روش های خود مشابهی مناسب است. حل های خود مشابهی متفاوتی توسط Filipov (1984) و Pringle (1971) در قرص های نازک ارائه شده که در همه آنها از اثر خودگرانش قرص صرف نظر شده است.

اما در سالهای اخیر یک دسته جوابهای خود مشابهی برای قرص های خود گرانشی توسط Mineshige & Umemura (1997) ارائه شد. آنها جوابهای خود مشابهی برای تحول زمانی یک قرص ایزوترمال خود گرانشی با استفاده از الگوی استاندارد α برای وشکسانی پیدا کردند. اثر خودگرانشی در رمبش یک قرص نازک پالی تروپ با الگوی αوشکسانی توسط Mineshige, Nakayama & Umemura (1997) ارائه شد.

در این تحقیق بر آن شدیم که با اعمال الگوی β در قرص های خودگرانشی نازک، به روش خود مشابهی تحول زمانی آن را مورد مطالعه قرار دهیم. انتظار داریم الگوی βتغییراتی در شکل قرص و پارامترهای دینامیکی قرص داشته باشد.

قرص نازک خودگرانشی

برای بررسی قرص از معادلات وابسته به زمان قرص نازک که در راستای ضخامت قرص انتگرال گیری شده اند Honma, Matsumoto & Kato (1991) و Narayan & Li (1994) استفاده می کنیم

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\Sigma V_r)=0 \qquad (۱-٤)$$

$$\frac{\partial V_r}{\partial r}+V_r\frac{\partial V_r}{\partial r}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial r}-\frac{\partial \phi}{\partial r}+\frac{V_\varphi^2}{r} \qquad (۲-٤)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(rV_\varphi)+V_r\frac{\partial}{\partial r}(rV_\varphi)=\frac{1}{r\Sigma}\frac{\partial}{\partial r}(\nu\Sigma r^3\frac{\partial \Omega}{\partial r}) \qquad (۳-٤)$$

که در آن ν وشکسانی سینماتیکی قرص است. همچنین معادله حالت قرص را مدل پالی تروپ انتخاب می کنیم:

$$P=k\rho^\Gamma \qquad (٤-٤)$$

حل های خود مشابهی

حل های خود مشابهی یک دسته بسیار مهم از جوابهای یک دسته معادله خود گرانشی است. خیلی از مسائل فیزیکی به ازاء مقادیر متفاوتی از شرایط اولیه، رفتارهای خود مشابهی از خود نشان می دهند. روش های خود مشابهی این اجازه را به ما می دهد که بدون وارد شدن به مشکلات حل های عددی، اطلاعات خوبی از جوابهای معادلات بدست آوریم. چون به دنبال حل های خود مشابهی هستیم، کمیت های واقعی را به کمیت های خود مشابهی تبدیل می کنیم.

در تبدیل های خود مشابهی زمانی، دو تبدیل در زمانهای t+ و در زمانهای t− داریم که ابتدا هر دو این تبدیل ها را با هم اعمال می کنیم، اما چون می خواهیم تحول قرص بعد از شکل گیری هسته مرکزی را مورد مطالعه قرار دهیم، فقط تبدیل $+t$ را اعمال می کنیم. اول تبدیل $(t,r)\rightarrow(t'=t,x)$ را انجام می دهیم. برای این کار از بعدهای k و G برای بی دیمانسیون کردن این تبدیل ها هم استفاده می کنیم:

$$x=k^{-\frac{1}{2}}G^{\frac{\Gamma-1}{2}}r\ \ (+t)^{\Gamma-2}$$

. برای بدست آوردن جوابهای خود مشابه، باید همه جملات وابسته به زمان از معادلات حاکم بر سیستم حذف شوند. کمیت های فیزیکی دیگر که همگی تابعی از r و t بودند تحت این تبدیل فقط به توابعی بدون بعد از x تبدیل می شوند:

$$V_r(t,r) = k^{\frac{1}{2}} G^{\frac{1-\Gamma}{2}} (+t)^{1-\Gamma} V_r(x)$$

$$V_\varphi(t,r) = k^{\frac{1}{2}} G^{\frac{1-\Gamma}{2}} (+t)^{1-\Gamma} V_\varphi(x)$$

$$J(t,r) = kG^{1-\Gamma}(+t)^{3-2\Gamma} j(x), \qquad\qquad j(x) = xV_\varphi(x)$$

$$\Sigma(t,r) = (2\pi)^{-1} k^{\frac{1}{2}} G^{-\frac{1+\Gamma}{2}} (+t)^{-\Gamma} \sigma(x)$$

$$\rho(t,r) = (4\pi\Gamma)^{-\frac{1}{\Gamma}} k^{\frac{1}{2}} G^{-1} (+t)^{-2} \sigma^{\frac{2}{\Gamma}}(x)$$

$$P(t,r) = (4\pi\Gamma)^{-1} kG^{-\Gamma}(+t)^{-2\Gamma} \sigma^2(x)$$

$$C_S{}^2(t,r) = (4\pi)^{\frac{1-\Gamma}{\Gamma}} \Gamma^{\frac{1}{\Gamma}} kG^{1-\Gamma}(+t)^{2(1-\Gamma)} \sigma^{\frac{2\Gamma-2}{\Gamma}}(x)$$

$$H(t,r) = (4\pi)^{\frac{1-\Gamma}{\Gamma}} \Gamma^{\frac{1}{\Gamma}} k^{\frac{1}{2}} G^{\frac{1-\Gamma}{2}} (+t)^{2-\Gamma} \sigma^{\frac{2\Gamma-2}{\Gamma}}(x)$$

$$v(t,r) = kG^{1-\Gamma}(+t)^{3-2\Gamma} v'(x)$$

$$M_r(t,r) = k^{\frac{3}{2}} G^{\frac{1-3\Gamma}{2}} (+t)^{4-3\Gamma} m_x(x)$$

با اعمال این تبدیل ها و همچنین استفاده از الگوی β برای وشکسانی، $v' = \beta x V_\varphi$، معادلات سیستم به شکل زیر در می آیند.

$$\frac{1}{x}\frac{d}{dx}(x\sigma u) = +(3\Gamma-4)\sigma \qquad (۸-۴)$$

$$u\frac{du}{dx} = -\frac{c^2}{\sigma}\frac{d\sigma}{dx} - \frac{m_x}{x^2} + \frac{j^2}{x^3} + (2\Gamma-3)u + (2-\Gamma)(\Gamma-1)x \qquad (۹-۴)$$

$$u\frac{dj}{dx} = \frac{1}{\sigma x}\frac{d}{dx}(\beta x^3 \sigma j \frac{d}{dx}(\frac{j}{x^2})) + (2\Gamma-3)j \qquad (۱۰-۴)$$

که در معادلات بالا داریم:

$$\begin{cases} u = V_r - (2-\Gamma)x \\ c^2 = 2(4\pi\Gamma)^{\frac{1-\Gamma}{\Gamma}} \sigma^{\frac{2\Gamma-2}{\Gamma}} \\ m_m = +\dfrac{x\sigma u}{3\Gamma-4} \end{cases}$$

واضح است که معادلات تبدیل یافته وابستگی صریحی به t ندارند، بلکه بطور ضمنی توسط متغیر خود مشابهی x تابعی از زمان هستند. حل های این دسته معادله، $\sigma(x)$ و $u(x)$ و $j(x)$ هستند که با تبدیل معکوس خود مشابهی به متغیر های فیزیکی مساله منتهی می شوند. حل کلی معادله بالا کمی مشکل است، می توان در حدهای فیزیکی با اعمال محدودیت هایی حل های تقریبی برای معادلات بالا بدست آورد که بعدا از آنها به عنوان شرایط مرزی در حل کلی معادله می توان استفاده کرد.

تقریب برافزایش آهسته

در این حد جمله گرانش و نیروهای خروج از مرکزی دارای اهمیت بوده و از جمله گرادیان فشار صرف نظر می کنیم. این تقریب در لایه های خارجی قرص، جایی که سرعت شعاعی قرص کم است و یا در قرص های دورانی که مقیاس زمانی وشکسانی نسبتا بالایی دارند. (حداقل بزرگتر از مقیاس زمانی تحول دینامیکی قرص) تقریب مناسبی است. در این حد (σ و $V_\varphi >> 1 >> \left|V_r\right|$) معادلات اساسی بصورت زیر ساده می شود:

$$\frac{dV_r}{dx} = \frac{q}{\beta}\frac{V_r[V_r-(2-\Gamma)x]^2}{x[+3V_r-(3\Gamma-2)x]} + \frac{[3(2-\Gamma)+5(3\Gamma-4)]V_r}{[+3V_r-(3\Gamma-2)x]}$$

$$+\frac{[(2-\Gamma)(-18\Gamma+22)-2(3\Gamma-4)^2]x}{[+3V_r-(3\Gamma-2)x]} \quad (۱۶-۴)$$

با حل این معادله درجه یک می توانیم توزیع سرعت شعاعی خود مشابهی، V_r، را بر حسب متغییر خود مشابهی x بدست آوریم. با محاسبه $V_r(x)$ می توانیم $\sigma(x)$ و $j(x)$ و سایر کمیت ها را هم به سادگی بدست آوریم. این معادله را سعی کرده ایم برای مقادیر متفاوت فیزیکی حل نماییم که نتایج آن را در نمودارها می بینیم.

نتایج

حل هایی که در این بخش پیدا کرده ایم، در واقع همان حل های Menstel A63 است که در آن اثر وشکسانی اضافه شده است. با بدست آوردن توزیع V_r در قرص و توزیع چگالی سطحی را در قرص بر حسب متغییر خود مشابهی x بدست آوریم. در نمودارهای ارایه شده سعی کردهایم تا رفتارهای کمیتهای فیزیکی را در رو مدل آلفاوبتا مقایسه نماییم. به وضوح در نواحی خارجی قرص جایی که خودگرانشی اهمیت دارد تفاوت قابل ملاحظه ای بین مدل آلفا و بتا وجود دارد. همچنین با محاسبه کمیت Toomre در نواحی مختلف قرص مشاهده کردیم در همه نواحی مختلف قرصهای بتا این کمیت کوچکتر از ۱ است که بدین معناست که در همه نواحی احتمال فروریزش گرانشی وجوددارد . تحول قرصهای بتا می تواند مدل مناسبی برای سیستمهای سیاره ای باشد.

مرجع‌ها

1. Ghanbari, J., & Abbasi S. 2004, MNRAS, 350, 1437
2. Duschl, W., Strittmatter, P. A., & Biermann P. L. 2000, A&A, 357, 1123
3. Hure, J. M., Richard, D., & Zahn, J. P. 2001, A&A, 367, 1087
4. Mayer, M., \& Duschl, W. J. 2005, MNRAS, 358, 614
5. Shakura, N. I., \& Sunyaev, R. A. 1973, A\&A, 24, 337
6. Shlosman, I., \& Begelman, M. C. 1987, NATURE, 329, 29
7. Toomre, A. 1964, ApJ, 139, 1217