



# هشتمین کنفرانس سالانه بین المللی از جمیع هوا فضای ایران

۲۹ بهمن تا ۱ اسفند ماه ۱۳۸۷  
اصفهان - دانشگاه صنعتی مالک اشتر

مجموعه خلاصه مقالات - جلد اول :  
آرودینامیک  
پیشرانش



## نحوه تلفیق روش‌های حجم کنترل و تفاضل محدود جهت مدل کردن جریان بین پره‌های توربین

محمد رضا مه پیکر<sup>۱</sup>، ادریس یوسفی راد<sup>۲</sup>، اسماعیل لکزیان<sup>۳</sup>

دانشگاه فردوسی مشهد - دانشکده مهندسی - گروه مکانیک

$$E = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e_0 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + P \\ \rho uv \\ \rho uh_0 \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho vu \\ \rho v^2 + P \\ \rho vh_0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

که چهار معادله پیوستگی، مومنتوم در جهت X، مومنتوم در جهت Y و انرژی را نشان می‌دهد.

### روش حل

طی دو روش A و B، کد حجم کنترلی (FV) برای حل نقاط نزدیک دیواره و کد تفاضل محدود (FD) برای نقاط مرکزی میدان حل با هم ترکیب شده‌اند که نتایج حاصل با داده‌های تجربی مقایسه شده است.

### روش A:

مراحل حل به صورت زیر می‌باشد:

- ۱- میدان حل به صورت خطی مقدار دهی می‌شود.
- ۲- کد حجم کنترلی تمام میدان را حل می‌کند و داده‌های حاصل از حل نگهداری می‌شود.
- ۳- از ترکیب داده‌های مرحله دوم، برای نقاط کنار دیواره، با داده‌های مرحله اول برای مرکز میدان، به عنوان ورودی کد تفاضل محدود استفاده می‌گردد. با این ورودی کد تفاضل محدود میدان را حل می‌کند و داده‌ها ذخیره می‌گردد.
- ۴- از ترکیب داده‌های مرحله سوم، برای مرکز میدان با داده‌های مرحله دوم برای دیواره‌ها، به عنوان ورودی کد حجم کنترلی استفاده می‌گردد. با این ورودی کد حجم کنترلی میدان را حل می‌کند و داده‌ها ذخیره می‌گردد.
- ۵- مراحل سوم و چهارم تا رسیدن به همگرایی ادامه می‌یابد.

Start →

initial	$\frac{\partial}{\partial x}$	FV	$\frac{\partial}{\partial y}$	FV	$\frac{\partial}{\partial x}$	FD	$\frac{\partial}{\partial y}$	FD	$\frac{\partial}{\partial x}$	FV
initial	$\frac{\partial}{\partial x}$	FV	$\frac{\partial}{\partial y}$	initial	$\frac{\partial}{\partial x}$	FD	$\frac{\partial}{\partial y}$	FD	$\frac{\partial}{\partial x}$	FV
initial	$\frac{\partial}{\partial x}$	FV	$\frac{\partial}{\partial y}$	FV	$\frac{\partial}{\partial x}$	FD	$\frac{\partial}{\partial y}$	FD	$\frac{\partial}{\partial x}$	FV

لازم به ذکر است در هر مرحله روش A، فقط یک بار میدان جریان می‌شود.

### روش B:

مراحل حل به صورت زیر می‌باشد:

- ۱- کد حجم کنترلی با داده‌های خطی اولیه، طی تعداد مناسب تکرار (در این مقاله ۵۴۷) میدان را حل می‌کند و کلیه خواص جریان ذخیره می‌شود.

**چکیده:** جریان تراکم‌پذیر، دو بعدی و غیرلزج بین دو پره توربین پیشتر با استفاده از روش‌های حجم کنترل یا تفاضل محدود بررسی شده است. از آنجا که روش‌های حجم کنترلی در کناره‌های دیواره [5] و روش‌های تفاضل محدود [6] در نقاط مرکزی، دارای جواب‌های بهتری هستند، در این تحقیق جهت مدلسازی جریان بین پره‌ها از ترکیب روش حجم کنترل (مانند دنتون یا جیمسون) و روش تفاضل محدود (مانند مک‌کورمک یا لیپ-فرانگ) استفاده شده است. دو روش ترکیبی از دنتون و مک‌کورمک تحت عنوان روش‌های A و B توسط نویسندها مقاله ارائه شده است. با استفاده از این دو روش، انطباق بهتری با نتایج تجربی حاصل گردیده است.

**واژه‌های کلیدی:** حجم کنترل، تفاضل محدود، روش A، روش B، تراکم پذیر

### مقدمه

یکی از تجهیزات مهمی که در نیروگاه‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد، توربین‌ها هستند. استفاده از معادلات اویلر در جریان داخل پره‌های توربوماشین‌ها بسیار معمول است. مشکلی که بیشتر روش‌های زمان-پیمایشی با آن روبرو هستند، نشان دادن محل دقیق شوک در مسیر جریان می‌باشد. برای حل جریان بین پره‌های توربین روش‌های مختلفی توسط دانشمندان ارائه گشته است. [1,4] از جمله کاربردی‌ترین این طرح‌ها، روش حجم کنترلی دنتون و تفاضل محدود مک‌کورمک (Finite Volume) است. اساس روش زمان پیمایشی صریح و حجم کنترل (Finite Volume) است. ولی طرح مک‌کورمک زمان پیمایشی صریح و تفاضل محدود (Difference) می‌باشد. هر دو طرح از طریق حل معادلات اویلر، توانایی تعیین وجود و محل شوک، در مسیرهای جریان داخل پره‌های توربوماشین‌ها را دارا می‌باشد. [2]

بدیهی است با بهبود روش حل یا روش تلفیقی پیشنهادی می‌توان از دیگر روش‌های حجم محدود بمانند جیمسون و تفاضل محدود مانند لیپ-فرانگ نیز استفاده کرد.

معادلات بقا در روش حجم کنترل و تفاضل محدود به صورت زیر می‌باشند. [3]

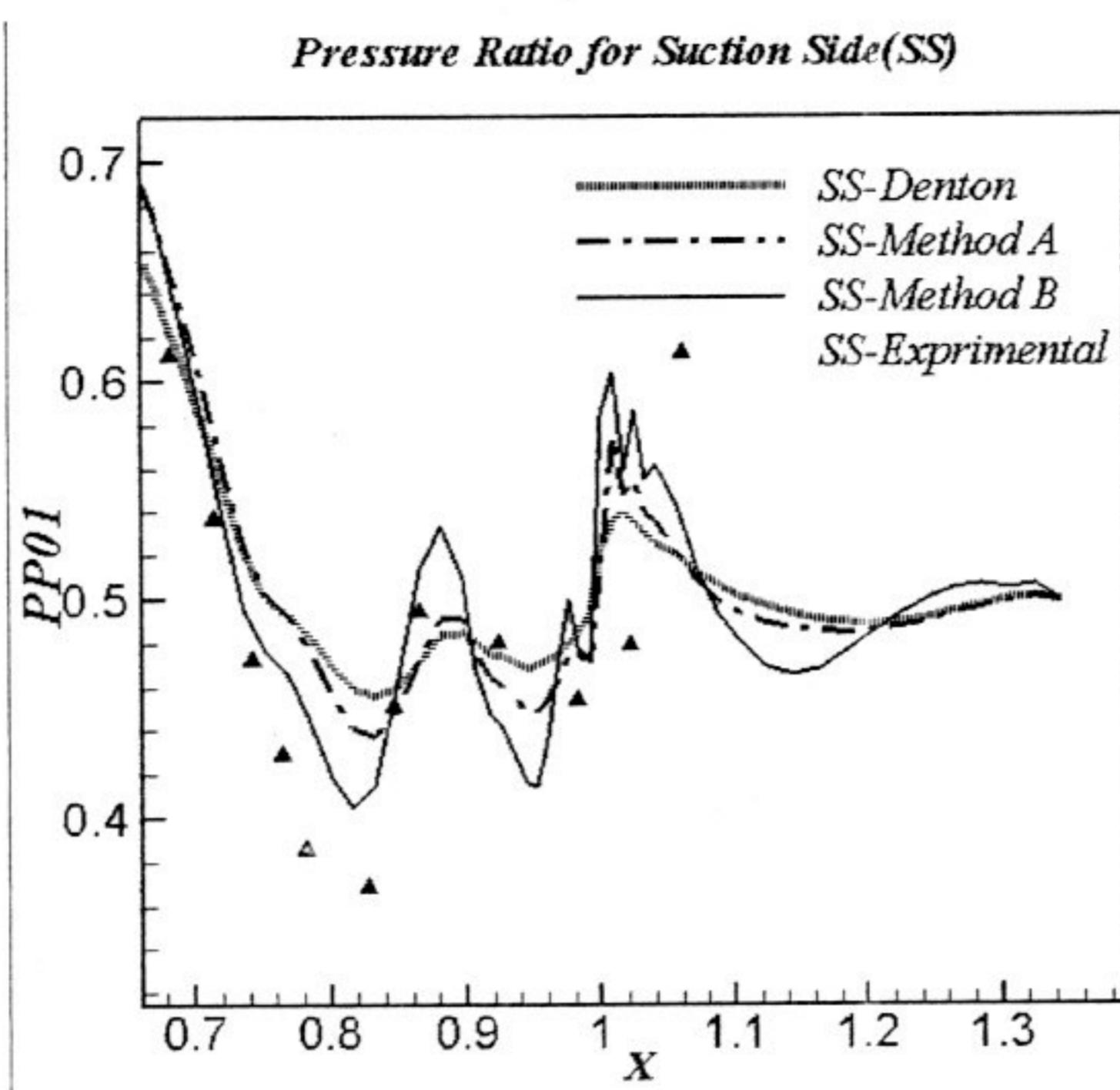
$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

۱- دانشیار دانشگاه فردوسی مشهد

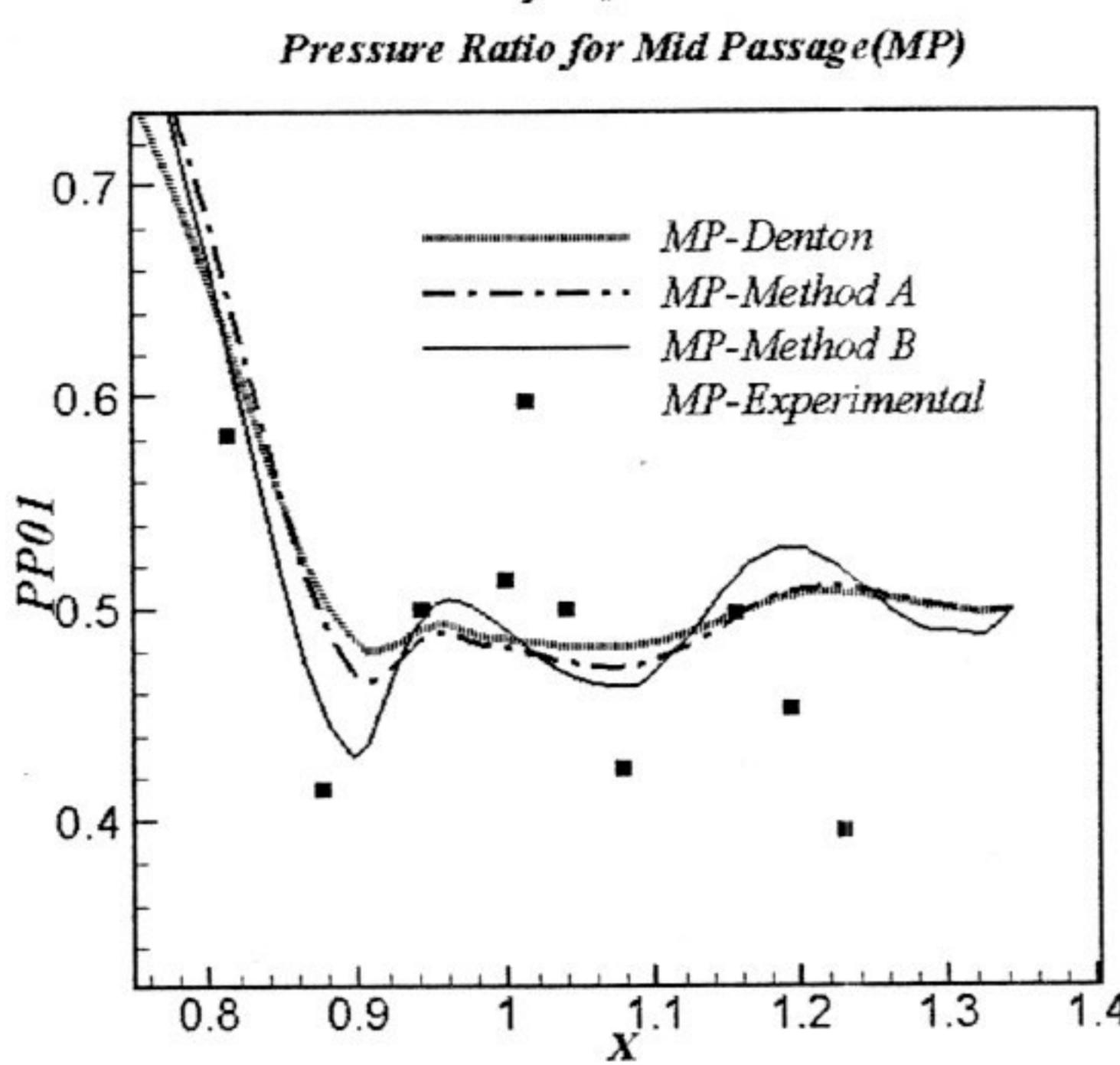
۲- دانشجوی کارشناسی ارشد تبدیل انرژی

(edris.yoosefifrad@gmail.com - ۰۹۱۵۳۰۳۳۳۲۰)

۳- دانشجوی دکترا تبدیل انرژی



شکل ۲- بزرگنمایی تغییرات نسبت فشار در طول پره در سطح مکش در ناحیه شوک



شکل ۳- تغییرات نسبت فشار در طول پره در خط مرکزی جریان

#### References

1. A.R.Appadu M.Z. Dauhoo, S.D.D.V.Rughooputh "Control of numerical effects of dispersion and dissipation in Numerical schemes for efficient shock-capturing through an optimal Courant number" *Computers & Fluids* 37 (2008) 767-783.
2. Rzałkowski, R., 2004. Flutter of Turbine Rotor Blades in Inviscid Flow, Wydawnictwo Akademii Marynarki Wojennej, Gdynia.
3. Valenti E, Halama J, D'enos R, Arts T. Investigation of the 3D unsteady rotor pressure field in a HP turbine stage. *ASME Paper GT-2002-30365*.
4. O.V.Vasilyev, High order finite difference schemes on non-uniform meshes with good conservation properties, *Journal of Computational Physics* 157 (2000) 746-761.
5. Denton J.D. "An Improved Time Marching Method for Turbomachinery Flow Calculations" *ASME paper 82-GT-239*, (1983)
6. MacCormack R.W "Numerical Solution Of The Equation of Compressible Viscous Flow" *Department of Aeronautics and Astronomy University of Washington*, (1982)

۲- کد تفاضل محدود با داده‌های خطی اولیه، طی تعداد مناسب تکرار (در این مقاله ۵۴۷) میدان را حل می‌کند و کلیه خواص جریان ذخیره می‌شود.

۱- ترکیب داده‌های مرحله اول، برای نقاط کنار دیواره و داده‌های مرحله دوم برای مرکز میدان استفاده می‌شود. همچنین فصل مشترک از متوسط‌گیری داده‌های حجم کنترلی و تفاضل محدود حاصل می‌گردد.

از داده‌های مرحله سوم به صورت جداگانه به عنوان ورودی دو کد حجم کنترلی و تفاضل محدود استفاده شده و نتایج حل هر کد جداگانه ذخیره می‌گردد.

۳- مانند مرحله اول و دوم هر کدام از کدهای حجم کنترلی و تفاضل محدود جداگانه حل شده و مراحل سوم و چهارم تا رسیدن به همگرایی ادامه می‌یابد.

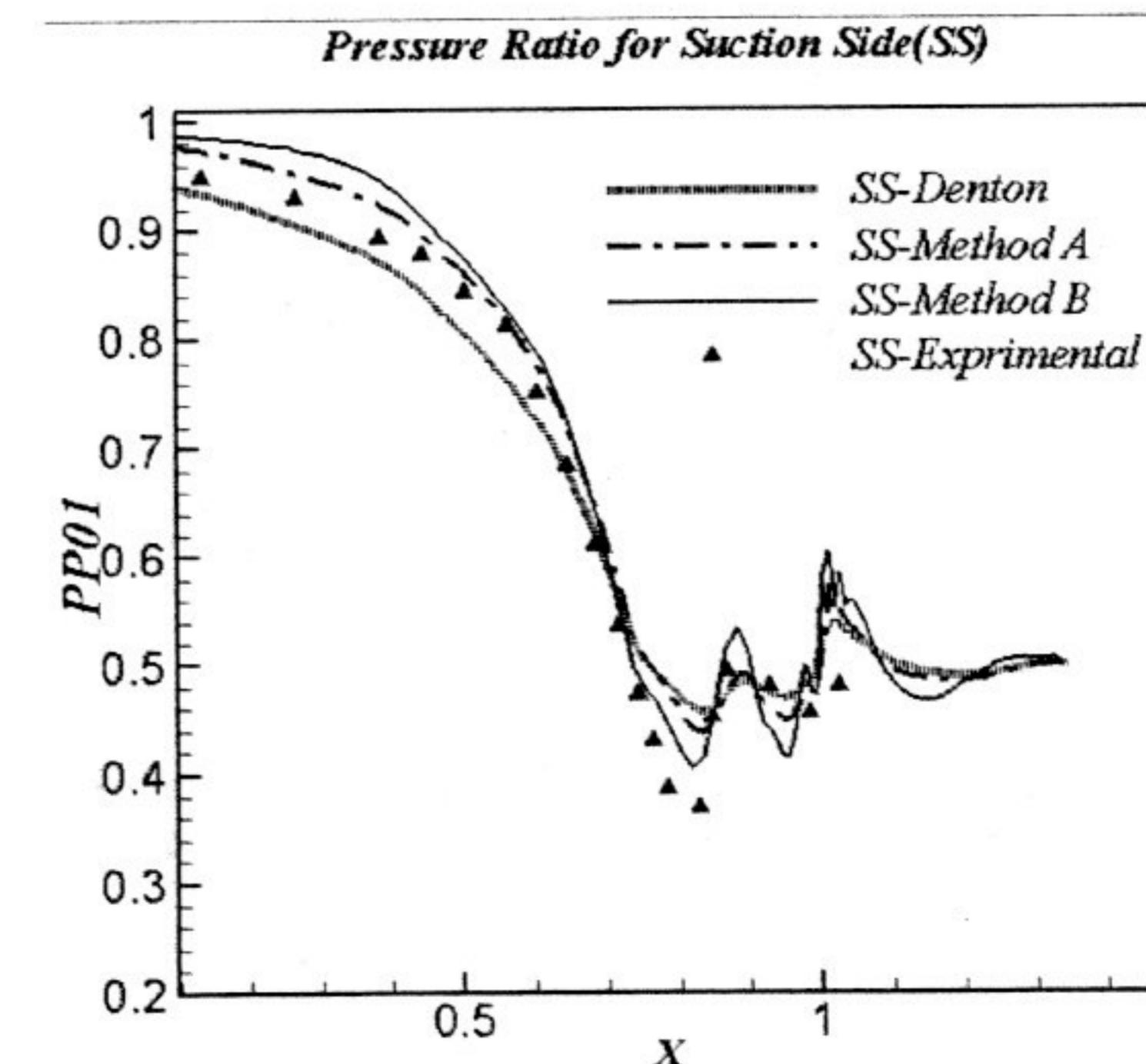
لازم به ذکر است هر مرحله روش B، در این مقاله شامل ۵۴۷ بار حل میدان جریان می‌شود.

#### جمع بندی :

در این مقاله جریان تراکم‌پذیر، دوبعدی و غیرلزج بین گذرگاه پره‌های توربین به کمک دو روش A, B که از تلفیق کدهای حجم کنترلی و تفاضل محدود می‌باشد، بررسی شده است. مجموع کل تکرار دو کد در روش‌های A, B یکسان می‌باشد. در روش A بلافاصله بعد از حل کد حجم کنترلی، کد تفاضل محدود حل می‌شود و این روند تا همگرایی کامل ادامه دارد. ولی در روش B، بعد از ۵۴۷ بار حل کد حجم کنترلی، کد تفاضل محدود حل می‌شود.

نتایج حاصل از حل روش‌های A, B با داده‌های تجربی مقایسه شده است. در نتیجه استفاده از روش‌های تلفیقی، خصوصاً در انتهای پره که محل وقوع شوک‌ها می‌باشد، جریان نزدیکتر به واقعیت را مدلسازی می‌نماید. همچنین استفاده از روش B جهت مدلسازی جریان‌های با تغییرات شدید (شوک) پیشنهاد می‌شود.

#### نمودارها:



شکل ۱- تغییرات نسبت فشار در طول پره در سطح مکش