

جابجایی طبیعی بر روی یک صفحه عمودی تخت غیر همدمای در سیال فوق بحرانی

علیرضا تیمورتاش

استادیار مکانیک - دانشگاه فردوسی مشهد

teymourtash@um.ac.ir

مجید ابراهیمی ورکیانی

دانشجو کارشناسی ارشد- دانشگاه فردوسی مشهد

m.ebrahimi.w@gmail.com

مهدی رافعی

دانشجو کارشناسی ارشد- دانشگاه فردوسی مشهد

mehdi.rafeie@gmail.com

چکیده

هدف اصلی از این مقاله تعیین ضریب انتقال حرارت جابجایی طبیعی برای یک صفحه عمودی تخت غیر همدمای در محیط یک سیال فوق بحرانی می باشد. بدین منظور، یک معادله مفید برای ضریب انبساط گرمایی (β) به صورت تابعی از فشار، دما، ضرایب معادله حالت واندروالس و ضریب تراکم پذیری بدست آمده است. در ادامه معادلات دیفرانسیل حاکم به صورت عددی توسط روش تفاضل محدود حل و عدد ناسلت محلی به عنوان تابعی از عدد رایلی محلی رسم شده است، بدین ترتیب مشاهده می شود که در مجاورت نقطه بحرانی منحنی های مربوطه نزدیک منحنی های حاصل از نتایج آزمایشگاهی می باشند و نکته قابل توجه دیگر آن که منحنی های رسم شده بیانگر این مطلب است که شیب مثبت منحنی توزیع دما باعث افزایش انتقال حرارت و شیب منفی باعث کاهش انتقال حرارت می گردد و افزایش شیب باعث افزایش نرخ انتقال حرارت می گردد.

کلمات کلیدی: جابجایی طبیعی- سیال فوق بحرانی- عدد ناسلت- عدد رایلی- روش تفاضل محدود

مقدمه

چند دهه است که مکانیزم انتقال حرارت توسط جابجایی طبیعی در خصوص هندسه های ساده مثل صفحه تخت، استوانه و کوره مورد مطالعه قرار گرفته ولی مطالعات انجام شده در زمینه انتقال حرارت طبیعی در داخل سیالات فوق بحرانی کمتر به چشم می خورد. اوستراش اولین کسی است که معادلات لایه مرزی رادر جابجایی طبیعی بر روی یک صفحه تخت با استفاده از روش عددی حل کرده است [۱]. یانگ و همکارانش به صورت تشابهی معادلات مربوط به لایه مرزی را برای حالت توزیع دمای غیر یکنواخت بر روی صفحه تخت حل نموده اند. آنها به این نتیجه رسیده اند که انتقال حرارت در این حالت بسیار متاثر از نحوه توزیع دمای سطح می باشد [۲].

معادلات حاکم و روش حل عددی

با فرض صادق بودن تقریب تقریب بویسنسک و بر اساس تئوری لایه مرزی معادلات حاکم یعنی پیوستگی، مومنوم و انرژی پس از استخراج و بی بعد سازی به ترتیب و به صورت یک سیستم غیر خطی کوپل در می آیند:

(۱)

(۲)

(۳)

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = \theta \beta^* + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}$$

ضریب انبساط گرمایی به کار گرفته شده در این پژوهش به صورت $\beta = \frac{1}{T} \left[1 - \left(\frac{Z^2 B - 2ZA + 3AB}{3Z^3 - 2Z^2(B+1) + ZA} \right) \right]$ بوده است که بر اساس یک معادله حالت رسته ۳ منسوب به ρ, T, P و $Z = \frac{P}{\rho R T}$ و $A = \frac{P_c}{P}$ و $B = \frac{T_c}{T}$ است. برای شرایط فوق بحرانی مطلوب تشخیص داده شده به صورت زیر استخراج شده است:

$$\beta = \frac{1}{T} \left[1 - \left(\frac{Z^2 B - 2ZA + 3AB}{3Z^3 - 2Z^2(B+1) + ZA} \right) \right] \quad (۴)$$

تخمین ویسکوزیته

رابطه به کار گرفته شده برای محاسبه ویسکوزیته در شرایط فوق بحرانی از مرجع [۴]، می باشد. این رابطه توسط پولینگ و همکارانش به صورت زیر بیان شده است:

$$\xi = 0.176 \left(\frac{T_c}{M^3 P_c^4} \right)^{1/6} \quad (۵)$$

ضریب هدایت گرمایی

روش به کار گرفته شده در این تحقیق دقیقاً همان روش استیل و نودوس می باشد [۵]. آنها روش تحلیلی زیر را برای محاسبه k ارائه کرده اند:

$$k = \begin{cases} k^0 + \frac{1.22 \times 10^{-2} [\exp(0.535 \rho_r) - 1]}{\Gamma_c^5} & \rho_r < 0.5 \\ k^0 + \frac{1.14 \times 10^{-2} [\exp(0.67 \rho_r) - 1.069]}{\Gamma_c^5} & 0.5 < \rho_r < 2.0 \end{cases} \quad (۶)$$

بحث بر روی نتایج
در این تحقیق یک مدل ترمودینامیکی بر اساس یک معادله حالت رسته ۳

جابجایی طبیعی بر روی یک صفحه عمودی تخت غیر همدمای در سیال فوق بحرانی

علیرضا تیمورتاش

استادیار مکانیک - دانشگاه فردوسی مشهد

teymourtash@um.ac.ir

مجید ابراهیمی ورکیانی

دانشجو کارشناسی ارشد - دانشگاه فردوسی مشهد

m.ebrahimi.w@gmail.com

مهدی رافعی

دانشجو کارشناسی ارشد - دانشگاه فردوسی مشهد

mehdi.rafeie@gmail.com

چکیده

در بسیاری از کاربردهای عملی انتقال حرارت توسط جابجایی طبیعی همراه با هدایت و تشعشع تولید گرادیان دما بر روی صفحه می کنند که ممکن است تاثیر زیادی بر انتقال حرارت جابجایی داشته باشد. هدف اصلی از این تحقیق بررسی انتقال حرارت جابجایی طبیعی بر روی یک صفحه عمودی تخت غیر همدمای در محیط یک سیال فوق بحرانی می باشد. بدین منظور، یک معادله مفید برای ضریب انبساط گرمایی (β) به صورت تابعی از فشار، دما، ضرایب معادله حالت واندروالس و ضریب تراکم پذیری بدست آمده است. منحنی های بدست آمده توسط این رابطه همخوانی بسیار خوبی با نتایج تجربی دارد و انحراف زیادی در مقایسه با ضریب انبساط گرمایی ثابت ($\beta = 1/T_f$) از خود نشان می دهد در حوالی دمای بحرانی مقادیر (β) واگرا می شوند؛ این مطلب ضمن مقایسه با اطلاعات تجربی صحت رابطه بدست آمده در این پروژه را تایید می کند. در ادامه معادلات دیفرانسیل حاکم به صورت عددی توسط روش تفاضل محدود حل و عدد ناسلت محلی به عنوان تابعی از عدد رایلی محلی رسم شده است؛ بدین ترتیب مشاهده می شود که در مجاورت نقطه بحرانی منحنی های مربوطه نزدیک منحنی های حاصل از نتایج آزمایشگاهی می شوند نکته قابل توجه دیگر آن که منحنی های رسم شده بیانگر این مطلب است که شیب مثبت منحنی توزیع دما باعث افزایش انتقال حرارت و شیب منفی باعث کاهش انتقال حرارت می گردد افزایش شیب باعث افزایش نرخ انتقال حرارت می شود.

کلمات کلیدی: جابجایی طبیعی، سیال فوق بحرانی، عدد ناسلت، عدد رایلی، روش تفاضل محدود

مقدمه

بازیابی کامل حلال میسر نیست. در صنایع نفتی نیز از سیالات فوق بحرانی برای استخراج نفت توسط پاشش دی اکسید کربن با فشار بالا به دیواره های چاه استفاده می شود. سیالات فوق بحرانی همچنین به عنوان یک محیط عامل جهت شکستن ترکیبات سنگین نفتی به کار گرفته می شوند که برای این عمل از پنتان (pentane) فوق بحرانی استفاده می شود [۱]. اخیراً سیال های فوق بحرانی یا گازهای فشرده به عنوان یک محیط مناسب برای انجام فرایند تبلور و تولید نانوپودرها به کار گرفته می شوند. نانوپودرها از مهم ترین محصولات فناوری نانو با کاربردهای گسترده در صنایع مختلف هستند. از جمله این کاربردها می توان به تولید مواد منفجره با پتانسیل بالاتر، رنگ ها و روکش ها، پلیمرها و بیوپلیمرها، واسطه های شیمیایی، چسب ها، نانوکامپوزیت ها، ساینده ها، و غیره اشاره کرد. در بسیاری از کاربردهای عملی انتقال حرارت توسط جابجایی طبیعی همراه با هدایت و تشعشع تولید گرادیان دما بر روی صفحه می کنند که ممکن است تاثیر زیادی بر انتقال حرارت جابجایی داشته باشد. چند دهه است که مکانیزم انتقال حرارت توسط جابجایی طبیعی در خصوص هندسه های ساده مثل صفحه تخت، استوانه و کره مورد مطالعه قرار گرفته ولی مطالعات انجام شده در زمینه انتقال حرارت طبیعی در داخل سیالات فوق بحرانی کمتر به چشم می خورد. اوستراس اولین کسی است که معادلات لایه مرزی رادر جابجایی طبیعی بر روی یک صفحه تخت با استفاده از روش عددی حل کرده است [۲]. او معادلات پیوستگی، مومنتوم و انرژی را با توجه به شرایط مرزی به دو معادله کاهش داد. اوستراس نتیجه گرفت که این گونه جریان ها بستگی به عدد گراشوف و عدد پرانتل دارند. مک هاگ و کروکنیس یک سری اطلاعات جامع و کامل در زمینه خواص سیالات فوق بحرانی ارائه کرده اند [۳]. مولر و استوز بحث انتقال جرم به واسطه انتقال حرارت طبیعی در سیالات فوق بحرانی را دنبال کرده اند [۴]؛ آنها ضریب انبساط هم فشار و هم دما را با استفاده از معادلات رسته ۳ حالت برای اختلاط مدل کرده اند، (شبهه ضریب انبساط حرارتی در انتقال حرارت) و دریافتند که پدیده انتقال حرارت و انتقال جرم در اکثر موارد مشابهند، زیرا وابستگی ضریب انبساط به اجزاء ترکیب قابل توجه بوده و نیز به حداکثر مقدار خود در شرایط نهایت رقیق شدگی می رسد. هاوت و همکارش بالی بحث انتقال حرارت بر روی یک صفحه تخت غیر همدمای را برای جریان مغشوش به صورت عددی مدل

شکل (۲) توزیع خطی دما بر روی صفحه را نشان می دهد. در این شکل S بیانگر شیب پروفیل دمای خطی فرض شده می باشد. چنانچه فرض کنیم که تقریب بوزینسک صادق باشد، معادلات حاکم بر اساس تئوری لایه مرزی که توسط بالانس جرم، مومنتم و انرژی بدست می آیند به صورت زیر قابل ارائه هستند [۸]:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \beta g(T - T_\infty) + \gamma \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (2)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (3)$$

در اینجا u و v مولفه های سرعت در جهت موازی و عمود بر صفحه، T دما و β ضریب انبساط گرمایی، γ ویسکوزیته سینماتیکی، ρ چگالی سیال، g شتاب ناشی از جاذبه و α ضریب نفوذ گرمایی می باشند. ضریب انبساط گرمایی به کار گرفته شده در این پروژه ثابت نبوده و رابطه ای برای آن به صورت زیر استخراج شده است؛ برای این منظور از معادله رسته سه حالت منسوب به اشمیت و ونسل که برای حالت دما و فشار بالا و نزدیک حالت بحرانی مناسب است استفاده شده است [۹]، به طوریکه:

$$P = \frac{RT}{V' - b} - \frac{a}{V'^2 + u'bV' + wb^2} \quad (4)$$

در جائیکه:

$$Z = \frac{PV'}{RT}, A = \frac{aP}{(RT)^2}, B = \frac{bP}{RT} \quad (5)$$

اگر معادله ۴ را برای گاز واندروالس ساده سازی کنیم داریم:

$$Z^3 - (B+1)Z^2 + AZ - AB = 0 \quad (6)$$

آنگاه رابطه مربوطه برای ضریب انبساط گرمایی متغیر (β) بصورت تابعی از ضریب تراکم پذیری، دما و فشار به صورت زیر قابل ارائه است:

$$\beta = \frac{1}{T} \left[1 - \left(\frac{Z^2 B - 2ZA + 3AB}{3Z^3 - 2Z^2(B+1) + ZA} \right) \right] \quad (7)$$

محاسبه β شامل دو مرحله است: نخست آنکه ضریب تراکم پذیری Z ، را با پیدا کردن یک ریشه مناسب برای معادله ۶ محاسبه کنیم. سپس، Z را در معادله ۷ قرار داده تا مقدار β محاسبه شود. نکته قابل توجه این است که رابطه (۷) برای حد گاز کامل به $(1/T)$ همگرا می شود. چنانچه در T ثابت، فشار یعنی P به سمت صفر میل داده شود آنگاه:

$$P \rightarrow 0, PV' \rightarrow RT, \text{i.e., } Z \rightarrow 1 \text{ and } A \rightarrow 0, B \rightarrow 0 \quad (8)$$

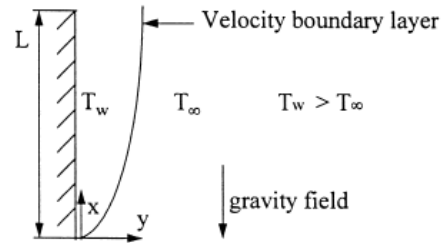
بنابر این:

$$\beta = 1/T$$

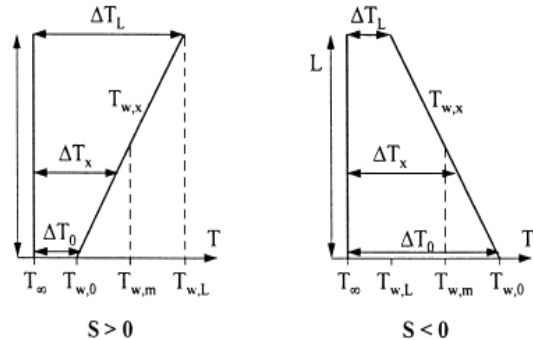
سازی کرده اند و تاثیر شرایط مربوطه بر انتقال حرارت را بررسی نموده اند و به این نتیجه رسیدند که توزیع غیر خطی دما تاثیر زیادی بر نرخ انتقال حرارت از سطح می گذارد [۵]. نیشیکاوا و ایتو، یک مدل برای جایجایی آزاد سیالات فوق بحرانی بر اساس معادلات لایه مرزی و تبدیل تشابهی با احتساب خصوصیات فیزیکی متغیر سیال ولی بدون توجه به اثر دما بر انبساط حرارتی ارائه نموده اند [۶]. یانگ و همکارانش به صورت تشابهی معادلات مربوطه به لایه مرزی را برای حالت توزیع دمای غیر یکنواخت بر روی صفحه تخت حل نموده اند. آنها به این نتیجه رسیده اند که انتقال حرارت در این حالت بسیار متاثر از نحوه توزیع دمای سطح می باشد [۷]. براساس اطلاعات موجود تحقیقات زیادی برای جایجایی آزاد در سیالات فوق بحرانی انجام پذیرفته است. هدف اصلی از این تحقیق بررسی انتقال حرارت جایجایی طبیعی در محیط یک سیال فوق بحرانی بر روی یک صفحه عمودی تخت غیر همدمای می باشد که در آن یک توزیع خطی دما بر روی سطح فرض شده است. نتایج مربوطه برای دو سیال دی اکسید کربن ($T_c = 304.20 [K]$ و $P_c = 7.38 [MPa]$) و بوتان ($T_c = 425.16 [K]$ و $P_c = 3.796 [MPa]$) ارائه شده اند، که این دو سیال علاوه بر ارزان بودن، اثر آلوده کنندگی نیز ندارند و شرایط بحرانی آنها در یک دستگاه صنعتی به سادگی قابل حصول است.

معادلات حاکم و روش حل عددی

با توجه به لایه مرزی آرام ایجاد شده در شکل (۱) که در آن حرکت سیال ناشی از نیروهای شناوری می باشد، نیروی جاذبه در خلاف جهت x منظور شده و جریان پایا و تراکم ناپذیر در نظر گرفته شده است؛ اگر اختلاف دما کم باشد خصوصیات سیال به غیر از چگالی سیال می تواند ثابت فرض شود (دانسیته سیال را نمی توان ثابت فرض کرد زیرا عامل حرکت تغییرات دانسیته است). در انتها می توان تقریب لایه مرزی را صحیح فرض نمود. در دستگاه مختصات انتخاب شده x بیانگر مختصات در جهت طول صفحه و y عمود بر صفحه را نشان می دهد. در نقاط دور از صفحه سرعت و دمای سیال یکنواخت و به ترتیب T_∞ و U_∞ می باشد.



شکل ۱. هندسه و دستگاه مختصات مربوطه



شکل ۲. پروفیل دمای دیوار و محیط بر اساس S

شرایط مرزی مناسب برای دما و فشار به صورت زیر می باشند:

$$\begin{aligned} y=0; \quad u=0, \quad v=0, \quad T=T_w(x) \\ y \rightarrow \infty; \quad u \rightarrow 0, \quad v \rightarrow 0, \quad T \rightarrow T_\infty \end{aligned} \quad (9)$$

$$x=0; \quad u=0, \quad v=0, \quad T=T_\infty$$

$$x=L; \quad \frac{\partial u}{\partial x}=0, \quad \frac{\partial v}{\partial x}=0, \quad \frac{\partial T}{\partial x}=0.$$

در اینجا ایندکس i مربوط به محور x و ایندکس j مربوط به محور y می باشد. معادلات بالا در جهت x صریح و در جهت y ضمنی می باشند. بعد از مشخص کردن شرایط اولیه در $i=1$ ، مقدار U و در ادامه مقدار θ در خط $i=2$ بدست می آید. سپس مقدار V در $i=2$ محاسبه می شود و پروسه مشابهی تا انتها ادامه پیدا می کند. سیستم شبکه بندی دارای 150×150 گره بوده است. ضریب انتقال حرارت، پس از تعیین توزیع دما توسط رابطه ۱۷ محاسبه می شود.

$$h_x = -\frac{k}{(T_w - T_\infty)} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (17)$$

پس از تعیین h_x ، اعداد بدون بعد زیر نیز محاسبه می شوند:

$$Ra_x = \frac{\beta_{ref} g (T_w - T_\infty) x^3}{\gamma \alpha} \quad \text{و} \quad Nu_x = \frac{h_x x}{k} \quad (18)$$

تخمین خصوصیات سیال

تخمین ویسکوزیته

رابطه به کار گرفته شده برای محاسبه ویسکوزیته در شرایط فوق بحرانی از مرجع [۱۰]، می باشد. این رابطه که توسط پولینگ و همکارانش بیان شده است برای سیالات چگال در نزدیک نقطه بحرانی مناسب می باشد:

$$\xi = 0.176 \left(\frac{T_c}{M^3 P_c^4} \right)^{1/6} \quad (19)$$

در جاییکه T_c بر حسب [k]، P_c بر حسب [bar] و M بر حسب [g/mol] می باشد.

ضریب هدایت گرمایی

روش به کار گرفته شده در این تحقیق دقیقاً همان روش استیل و تودوس می باشد [۱۱]. آنها روش تحلیلی زیر را برای محاسبه ضریب هدایت گرمایی (k) ارائه کرده اند:

$$k = \begin{cases} k^0 + \frac{1.22 \times 10^{-2} [\exp(0.535 \rho_r) - 1]}{\Gamma Z_c^5} & \rho_r < 0.5 \\ k^0 + \frac{1.14 \times 10^{-2} [\exp(0.67 \rho_r) - 1.069]}{\Gamma Z_c^5} & 0.5 < \rho_r < 2.0 \\ k^0 + \frac{2.6 \times 10^{-3} [\exp(1.155 \rho_r) + 2.016]}{\Gamma Z_c^5} & 2.0 < \rho_r < 2.8 \end{cases} \quad (20)$$

در حالی که k^0 ضریب هدایت گرمایی گاز کامل و ρ_r چگالی کاهش یافته است که به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\rho_r = \frac{3}{8} \frac{P T_c}{Z T_f P_c} \quad (21)$$

با انتخاب متغیرهای بی بعد مناسب معادلات حاکم به صورت بی بعد زیر در می آیند:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (10)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = \theta \beta^* + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \quad (11)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Pr} \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \quad (12)$$

در جاییکه:

$$\begin{aligned} Pr = \frac{\gamma}{\alpha}, \quad \beta_{ref} = \frac{1}{T_f} \\ \beta^* = \frac{\beta}{\beta_{ref}}, \quad T_f = \frac{1}{2}(T_w + T_\infty) \end{aligned} \quad (13)$$

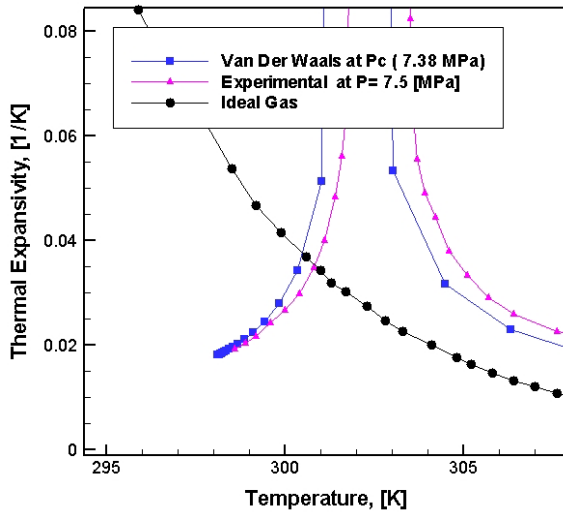
معادلات ۱۰ تا ۱۲ یک سیستم معادلات دیفرانسیل غیر خطی کوپل را بوجود می آورند. چون حل دقیق یا تقریبی برای این دسته معادلات موجود نمی باشد در این تحقیق آنها را توسط روش عددی تفاضل محدود حل نموده ایم. روابط تفاضلی مربوط به معادلات ۱۰ تا ۱۲ به صورت زیر قابل ارائه می باشند:

$$\begin{aligned} \left(-\frac{V_{i-1,j}}{2\Delta Y} - \frac{1}{\Delta Y^2} \right) U_{i,j-1} + \left(\frac{U_{i-1,j}}{\Delta X} + \frac{2}{\Delta Y^2} \right) U_{i,j} + \\ \left(\frac{V_{i-1,j}}{2\Delta Y} - \frac{1}{\Delta Y^2} \right) U_{i,j+1} = \theta_{i-1,j} \beta + \frac{U_{i-1,j}^2}{\Delta X} \end{aligned} \quad (14)$$

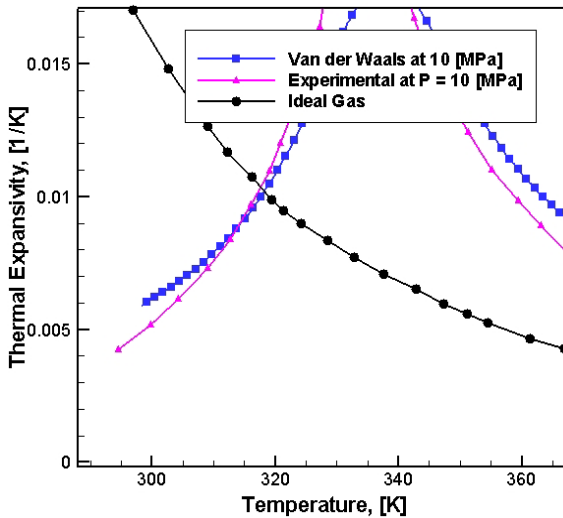
$$\begin{aligned} \left(-\frac{V_{i-1,j}}{2\Delta Y} - \frac{1}{Pr \Delta Y^2} \right) \theta_{i,j-1} + \left(\frac{U_{i-1,j}}{\Delta X} + \frac{2}{Pr \Delta Y^2} \right) \theta_{i,j} + \\ \left(\frac{V_{i-1,j}}{2\Delta Y} - \frac{1}{Pr \Delta Y^2} \right) \theta_{i,j+1} = \frac{U_{i-1,j} \theta_{i-1,j}}{\Delta X} \end{aligned} \quad (15)$$

و در انتها V به صورت زیر از معادله پیوستگی بدست می آید:

$$V_{i,j} = V_{i,j-1} - \left(\frac{\Delta Y}{2\Delta X} \right) (U_{i,j} - U_{i-1,j} + U_{i,j-1} - U_{i-1,j-1}) \quad (16)$$



شکل ۴. ضریب انبساط گرمایی دی اکسید کربن برای حالت فرض گاز ایده آل، گاز واندروالس (تحقیق حاضر) و نتایج آزمایشگاهی در فشار ۷,۳۸ مگا پاسکال



شکل ۵. ضریب انبساط گرمایی دی اکسید کربن برای حالت فرض گاز ایده آل، گاز واندروالس (تحقیق حاضر) و نتایج آزمایشگاهی در فشار ۱۰ مگا پاسکال

همانطور که مشاهده می شود مقادیر β متغیر بر اساس معادله حالت واندروالس در مقایسه با مقادیر تجربی مرجع تطابق خوبی را نشان می دهد. نکته بسیار جالب دیگر آن است که درجوار نقطه بحرانی ($T_r = 1$) و ($P_r = 1$) واگرایی رخ داده است. در شکل‌های (۶) و (۷) مقادیر مربوط به β برای حل دما متغیر (تحقیق حاضر) و دما ثابت (مرجع [۱۴]) برای دو فشار مختلف آورده شده است. همانطور که مشاهده می شود نتایج بدست آمده تقریباً مشابه هم می باشند و تغییر زیادی در مقدار β در دو حالت مشاهده نمی شود. لازم به ذکر است که مقادیر مربوط به فرض گاز ایده آل فقط برای مقایسه آورده شده اند.

همانطور که می دانیم مقدار β برای مایعات در فشار پایین با دما افزایش پیدا می کند، در حالی که عکس این مطلب برای گازهای فشار پایین صادق است. در روی نمودارهای ایزوبار، در حالت فشار بالا، رفتاری مشابه رفتار مایعات در حالت دما پایین مشاهده ولی در حالت دما بالا (فوق بحرانی) رفتاری مشابه رفتار گازها مشاهده می گردد. در حالتی که دما زیاد می شود

Γ پارامتری است که به صورت زیر بیان شده است:

$$\Gamma = 210 \left(\frac{T_c M^3}{P_c} \right)^{1/6} \quad (22)$$

در جاییکه k بر حسب $[W/m \cdot K]$ ، T بر حسب $[K]$ ، P_c بر حسب $[k]$ و M بر حسب $[g/mol]$ می باشد.

ظرفیت گرمایی

با استفاده از رابطه ارائه شده توسط لی و کسلر، مقدار ظرفیت گرمایی گاز واقعی بر حسب گاز ایده آل (در یک شرایط دما و فشار) محاسبه می شود [۱۲]:

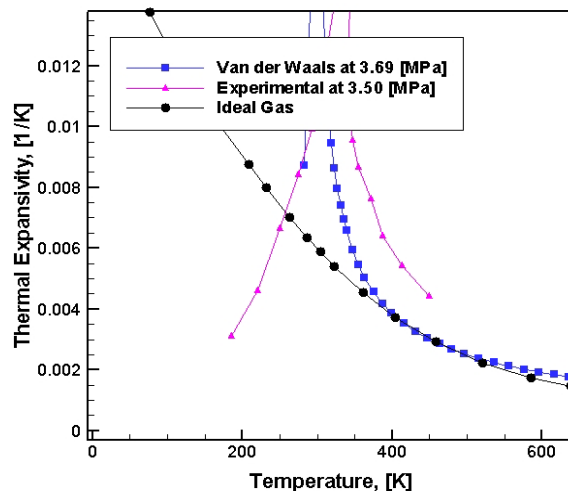
$$C_p = C_p^0 + \Delta C_p \quad (23)$$

که ΔC_p باقیمانده ظرفیت گرمایی نامیده می شود و توسط رابطه زیر بدست می آید:

$$\Delta C_p = C_p - C_p^0 = (\Delta C_p)^0 + \omega (\Delta C_p)^1 \quad (24)$$

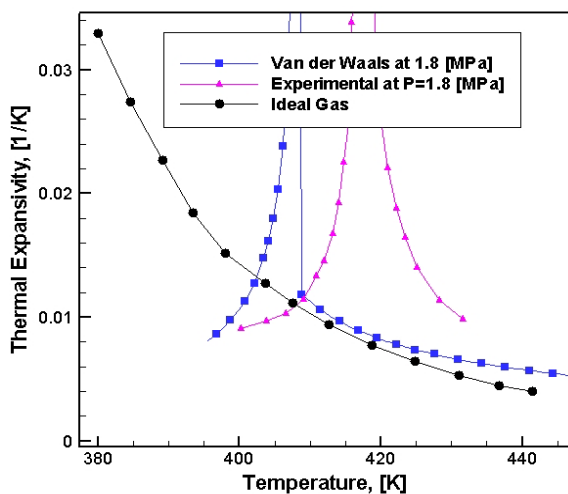
ارائه نتایج و بحث

در این قسمت نتایج مربوط به ضریب انبساط گرمایی (β) بر اساس مدل ترمودینامیکی ذکر شده ارائه می شود. مقادیر بدست آمده توسط حل عددی با مقادیر تجربی و نیز آنچه که با فرض گاز کامل حاصل شده بر روی نمودار ترسیم و مقایسه شده است. محاسبات مربوط به سیال بوتان در سه فشار ۱,۸۰ و ۳,۷۹۶ و ۵,۵۰۳ مگا پاسکال (MPa) و برای دی اکسید کربن در فشار ۳,۶۹ و ۷,۳۸ و ۱۰ مگا پاسکال (MPa) انجام شده است. در شکل های (۳) و (۴) و (۵) مقادیر β بر حسب T برای سه فشار مذکور برای دی اکسید کربن رسم شده و با مقادیر مبتنی بر فرض گاز ایده آل ($\beta = 1/T_r$) که T_r دمای فیلم می باشد و نیز با مقادیر مرجع [۱۳] مقایسه شده است.

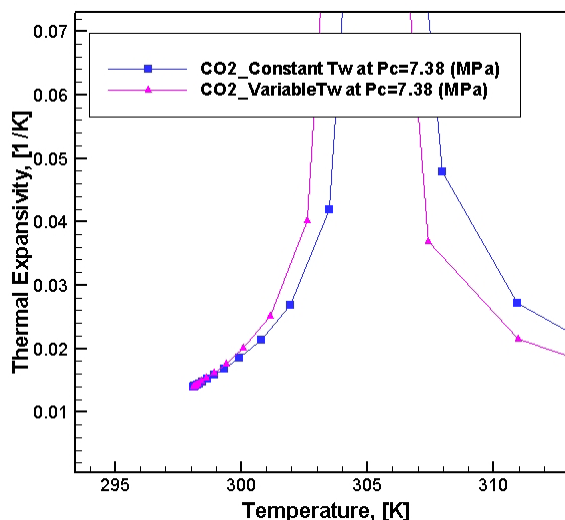


شکل ۳. ضریب انبساط گرمایی دی اکسید کربن برای حالت فرض گاز ایده آل، گاز واندروالس (تحقیق حاضر) و نتایج آزمایشگاهی در فشار ۳,۶۹ مگا پاسکال

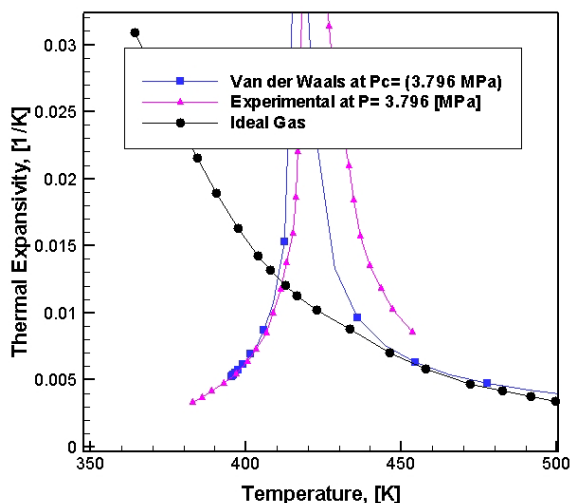
تمام نمودارهای ایزوبار رفتار گاز ایده آل را از خود نشان می دهند.



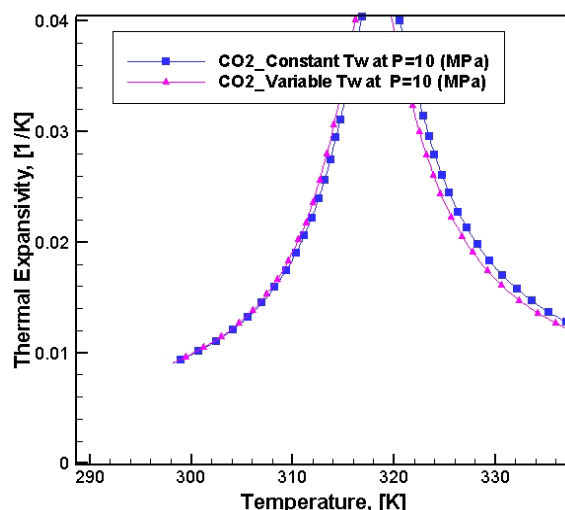
شکل ۸. ضریب انبساط گرمایی بوتان برای حالت فرض گاز ایده آل، گاز واندروالس (تحقیق حاضر) و نتایج آزمایشگاهی در فشار ۱٫۸ مگا پاسکال



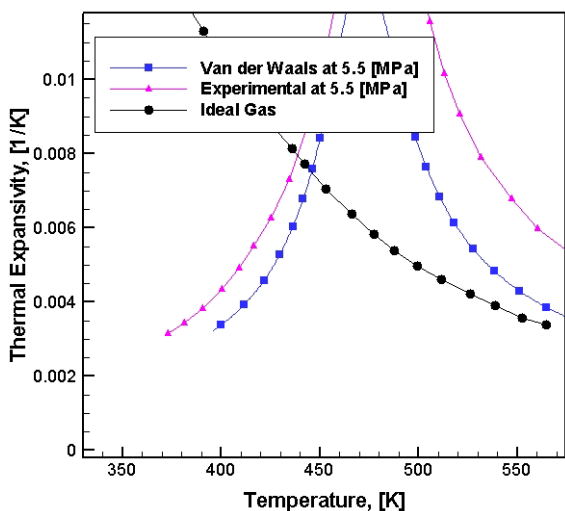
شکل ۶. ضریب انبساط گرمایی دی اکسید کربن برای دو حالت دمایی سطح ثابت و متغیر در فشار بحرانی



شکل ۹. ضریب انبساط گرمایی بوتان برای حالت فرض گاز ایده آل، گاز واندروالس (تحقیق حاضر) و نتایج آزمایشگاهی در فشار ۳٫۷۹۶ مگا پاسکال



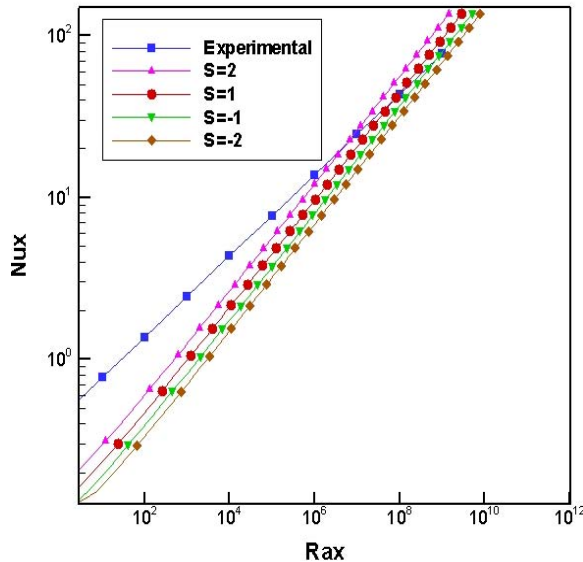
شکل ۷. ضریب انبساط گرمایی دی اکسید کربن برای دو حالت دمایی سطح ثابت و متغیر در فشار بحرانی



شکل ۱۰. ضریب انبساط گرمایی بوتان برای حالت فرض گاز ایده آل، گاز واندروالس (تحقیق حاضر) و نتایج آزمایشگاهی در فشار ۵٫۵ مگا پاسکال

شکل های (۸) و (۹) و (۱۰) برای بوتان نیز نتایج مشابهی را نشان می دهند و با مقادیر مرجع [۱۵] نیز مقایسه شده اند.

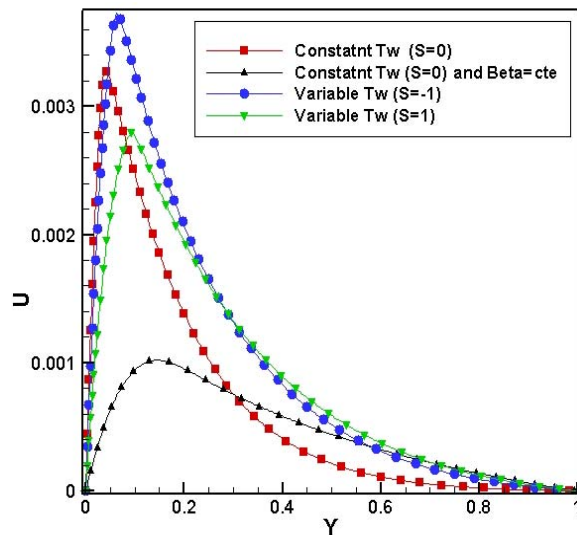
مقادیر عدد ناسلت بر حسب عدد رایلی برای دی اکسید کربن فوق بحرانی در $T = (T_{w,m} - T_{\infty})$ محاسبه شده و در شکل (۱۱) ترسیم شده است. محاسبات برای $P_r = 1,05$ و $T_r = 1,05$ انجام شده است و نتایج شبیه سازی به صورت لگاریتمی ترسیم شده است تا منحنی ها به خط راست تبدیل شوند. همانطور که مشاهده می شود شیب مثبت ($S > 0$) توزیع دما باعث افزایش انتقال حرارت و شیب منفی ($S < 0$) باعث کاهش انتقال حرارت رو صفحه می شود و همچنین افزایش شیب باعث افزایش انتقال حرارت می شود. جهت بررسی بهتر نتایج، در شکل (۱۲) نتایج مربوط به مرجع [۱۴] برای حل دما ثابت و حل دما متغیر (تحقیق حاضر) در $T_r = 1,2$ و $P_r = 1,05$ برای دی اکسید کربن آورده شده است. مشاهده می شود که در حل دما متغیر نرخ انتقال حرارت نسبت به حل دما ثابت در شرایط مشابه افزایش پیدا کرده است.



شکل ۱۳. نمودار Nu_x بر حسب Ra_x برای بوتان حاصل از تحقیق

حاضر و نتایج تجربی در فشار $P_r = 1,05$ و $T_r = 1,05$ و دمای سطح متغیر

در شکل (۱۴) مقادیر u در $x = 0,04185$ [m] برای $T_r = 1,05$ و $P_r = 1,05$ رسم شده است. همطور که مشاهده می شود در حالت دما متغیر ضخامت لایه مرزی بیشتر از حالت دما ثابت است که این ضخامت زمانی که شیب پروفیل دما مثبت است بیشتر می باشد. نکته قابل توجه دیگر آن است که پروفیل سرعت در حالتی که β متغیر است دارای سرعت ماکزیمم بیشتری نسبت به حالتی است که β ثابت می باشد.



شکل ۱۴. پروفیل سرعت برای سیال بوتان برای حالت دمای سطح ثابت و متغیر و ضریب انبساط گرمایی (β) ثابت و متغیر در

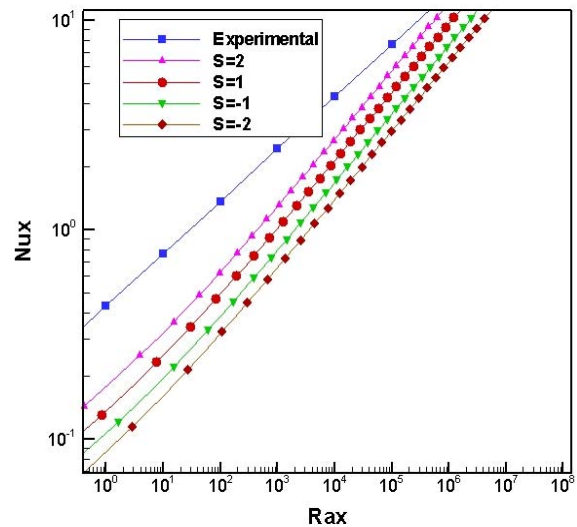
$x = 0,04185$ [m] و $P_r = 1,05$, $T_r = 1,05$

در شکل (۱۵) پروفیل دما با همان شرایط موجود در شکل (۱۴) برای بوتان ترسیم شده است. این شکل نیز تایید می کند که در حالت دما متغیر ضخامت لایه مرزی بیشتر از حالت دما ثابت است همچنین از هر دو شکل کاملاً مشهود است که ضخامت لایه مرزی برای حالت β متغیر کمتر از حالت

شکل (۱۳) برای بوتان نیز نتایج مشابه شکل (۱۱) را نشان می دهد. منحنی که بیانگر نتایج تجربی است از رابطه ارائه شده توسط چرچیل و چو [۱۶] ، بدست آمده است که برای دامنه وسیعی از اعداد رایلی کاربرد دارد. این رابطه به صورت زیر است:

$$\overline{Nu}_L = 0.68 + \frac{0.670 Ra_L^{1/4}}{[1 + (0.492 / Pr)^{9/16}]^{4/9}} \quad (25)$$

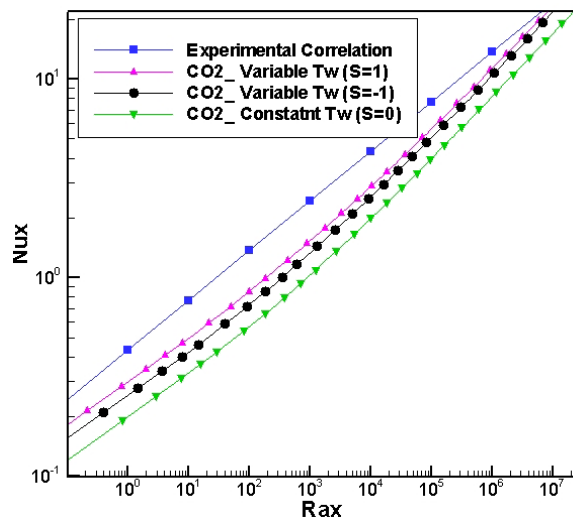
for $0 < Ra_L < 10^9$



شکل ۱۱. نمودار Nu_x بر حسب Ra_x برای دی اکسید کربن

حاصل از تحقیق حاضر و نتایج تجربی در فشار $P_r = 1,05$ و

$T_r = 1,05$ و دمای سطح متغیر

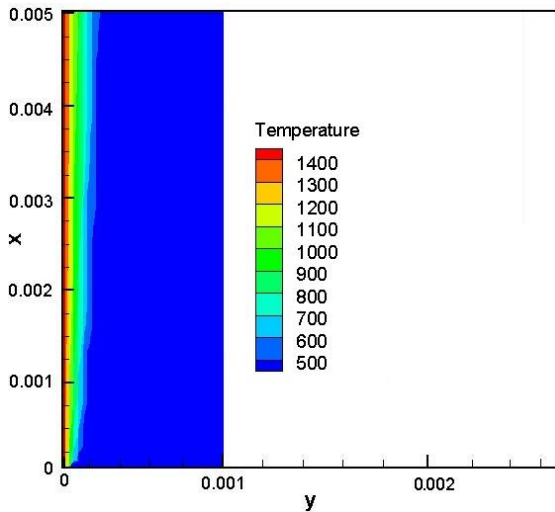


شکل ۱۲. نمودار Nu_x بر حسب Ra_x برای دی اکسید کربن

حاصل از تحقیق حاضر، مرجع [۱۴] و نتایج تجربی در فشار

$T_r = 1,2$ و $P_r = 1,05$ و دمای سطح متغیر

در ادامه جهت بررسی بهتر نتایج ، پروفیل بی بعد سرعت و دمای بوتان برای حالت توزیع دمای ثابت و توزیع دمای متغیر و همچنین ضریب انبساط گرمایی ثابت (فرض گاز ایده آل) و ضریب انبساط گرمایی متغیر (تحقیق حاضر) برای یک موقعیت x دلخواه ترسیم شده است.



شکل ۱۷. کانتور دما (بر روی صفحه عمودی با دمای متغیر) برای سیال بوتان با ضریب انبساط گرمایی (β) متغیر
 $x = 0.0004185$ [m] و $P_r = 1.05$, $T_r = 1.05$

نتیجه گیری

در این تحقیق یک مدل ترمودینامیکی بر اساس یک معادله حالت رسته ۳ جهت محاسبه ضریب انبساط گرمایی سیالات فوق بحرانی ارائه گردید. این مطلب از چند جهت حائز اهمیت است. نخست آنکه، در تمام پدیده های کاربردی سیالات فوق بحرانی هنگامی که جابجایی آزاد قابل توجه می شود، تعیین وضعیت انتقال حرارت در ناحیه فوق بحرانی حلال لازم به نظر می رسد. دوم آنکه، معمولا در اکثر فرآیندهایی که پدیده انتقال حرارت توسط جابجایی آزاد مورد بررسی قرار گرفته، ضریب انبساط گرمایی (β) مقداری ثابت فرض شده است ولی با نتایج ارائه شده در این تحقیق ملاحظه گردید که در نزدیکی نقطه بحرانی این فرض صحیح نمی باشد و جوابهای حاصل از فرض ضریب انبساط گرمایی ثابت یعنی همان $\beta = 1/T_r$ با جواب های β متغیر، متفاوت می باشد و به نتایج تجربی موجود نزدیک گردیده است.

در ادامه یک مدل عددی برای بررسی پدیده جابجایی طبیعی بر روی یک صفحه تخت عمودی غیر همدم با ضریب انبساط گرمایی متغیر را ارائه و معادله بدست آمده برای β توسط مدل ترمودینامیکی را در معادله مونتوم استفاده کردیم. از دو سیال بوتان و دی اکسید کربن برای بررسی نتایج و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی استفاده نمودیم.

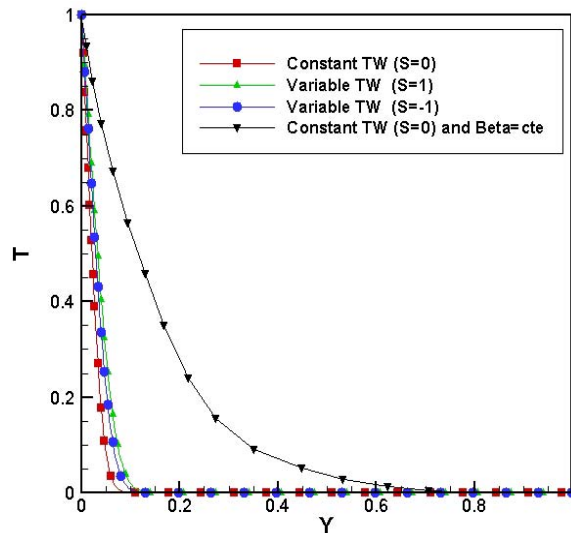
پروفیل های دما و سرعت بیانگر این مطلب هستند که در حالت دما متغیر ضخامت لایه مرزی بیشتر از حالت دما ثابت است که این ضخامت زمانی که شیب پروفیل دما مثبت است بیشتر می باشد. پروفیل های دما و سرعت بدست آمده برای حالت β ثابت همخوانی خیلی خوبی با نتایج موجود در مراجع کلاسیک ترمودینامیک دارد.

همچنین نتایج بر حسب اعداد بدون بعد رایلی و ناسلت ارائه شده اند. از نتایج مهم بدست آمده آن است که شیب مثبت توزیع دما باعث افزایش انتقال حرارت و شیب منفی باعث کاهش انتقال حرارت رو صفحه می شود و همچنین افزایش شیب (S) باعث افزایش انتقال حرارت می شود.

فهرست علائم

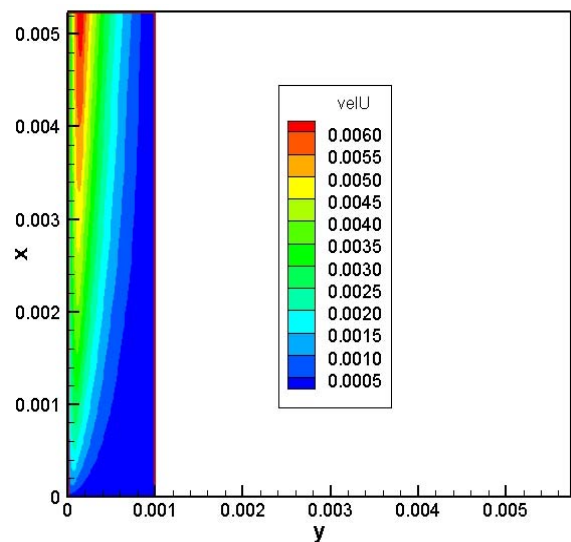
ثابت های معادله حالت برای تصحیح نیروهای جاذب بین a, b
مولکولی، $[N \cdot m / mol]$

β ثابت می باشد. نکته دیگری که باید توجه کرد این است که نتایج عددی بدست آمده برای دما و سرعت چنانچه با نتایج موجود در کتابهای مرجع [۸] مقایسه شود از همخوانی خوبی برخوردار می باشد.



شکل ۱۵. پروفیل دما برای سیال بوتان برای حالت دمای سطح ثابت و متغیر و ضریب انبساط گرمایی (β) ثابت و متغیر در
 $x = 0.0004185$ [m] و $P_r = 1.05$, $T_r = 1.05$

در انتها نیز کانتور سرعت برای بوتان در $T_r = 1.05$ و $P_r = 1.05$ در شکل (۱۶) رسم شده است. این کانتور در امتداد کل صفحه و برای کل محدوده حل در جهت y ترسیم شده است. سرعت ماگزیمم در قلب این خطوط قرار دارد و به تدریج به سمت صفر میل می کند. شکل (۱۷) کانتورهای دما را در شرایط مشابه شکل (۱۶) نشان می دهد که در آن مشاهده می شود دما به تدریج از $T_w = 1400$ [K] تا $T_\infty = 500$ [K] کاهش پیدا می کند.



شکل ۱۶. کانتور سرعت (بر روی صفحه عمودی با دمای متغیر) برای سیال بوتان با ضریب انبساط گرمایی (β) متغیر
 $x = 0.0004185$ [m] و $P_r = 1.05$, $T_r = 1.05$

زیر نویس

i, j	گره در جهت x و y به ترتیب
p	فشار ثابت
∞	خارج لایه مرزی

مراجع

- 1- Arai, Y., Sako, T., Takebayashi, Y., 2001, "Supercritical Fluids-Molecular Interactions, Physical Properties and New Applications", Berlin, Germany, First Edition, Springer.
- 2- Ostrach, S., 1952, "An Analysis of Laminar Free-Convection Flow and Heat Transfer about a Flat Plate Parallel to the Direction of the Generating Body Force", Report 1111- Supersedes NACA TN 2635.
- 3- McHugh, M. A., Krukoni, V. J., 1994, "Supercritical Fluid Extraction, Principles and Practice", Butterworth-Heinemann.
- 4- Müller, E., A., Estévez, L. A., 1990, "Mixing Expansivities and Grashof Number in Supercritical Fluids Using Cubic Equations of State", J. Supercritical Fluids, **3**, 136-142.
- 5- M. Havet, D. Blay, 1999, "Natural convection over a non-isothermal vertical plate", J. of Heat Transfer, **42**, 1410-1424.
- 6- Nishikawa, K., Ito, T., 1969, "An analysis of Free-Convective Heat Transfer from an Isothermal Vertical plate to Supercritical fluid", Int. J. Heat Mass Transfer, **12**, 1449-1463.
- 7- K.T. Yang, J.L. Novotny, Y.S. Cheng, 1972, "Laminar free convection from a nonisothermal vertical plate immersed in a temperature stratified medium", Transactions of the ASME 1097-1109.
- 8- Bejan, A., 1984, "Convection Heat Transfer", New York, First Edition, Wiley.
- 9- Schmidt, G., Wenzel, H., 1980, "Free Convection with Suction and Blowing", J. Chemical Eng. Sci. **35**, 1503.
- 10- Poling, B., Prausnitz, J., O'Connell, J., 2001, "The Properties of Gases and Liquids", New York, NY, Fifth Edition, McGraw-Hill.
- 11- Stiel, L. I., and Thodos, G., 1964, "Natural Convection in a Thermally Stratified Fluid", AIChE J., **10**, 26.
- 12- Lee, B. I., and Kesler, M. G., 1975, "A theoretical analysis of laminar natural convection heat transfer to non-Newtonian liquids", AIChE J., **21**, 510.
- 13- Angus, S., B. Armstrong, B., Reuck, K., 1976, "International Thermodynamic Tables of the Fluid State-Carbon Dioxide", Oxford OX3 0BW, England, First Edition, Pergamon Press, Headington Hill Hall.
- ۱۴- علیرضا تیمورتاش، مجید ابراهیمی ورکیانی، ۱۳۸۷، جابجایی طبیعی سیال فوق بحرانی بر روی یک صفحه عمودی گرم شده دما ثابت، یازدهمین کنفرانس دینامیک شاره ها، تهران، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی.
- 15- Haynes, W., M., Goodwin, R., D., 1982, "Thermophysical Properties of Normal Butane from 135 to 700 K at Pressures to 70 MPa", U.S. Department of Commerce, Washington DC, U.S. Government Printing Office.
- 16- Churchill, S. W. and H. H. S. Chu., 1975, "Correlation Equations for Laminar Convection from a Vertical Plate", Int. J. Heat Mass Transfer, **18**, 1323.

A, B	پارامتر های بی بعد معادله حالت، [-]
C_p	ظرفیت حرارتی سیال، [J/kg·K]
C_p^0	ظرفیت حرارتی در حد فشار پایین، [J/kg·K]
g	شتاب گرانش محلی، [m/s ²]
Gr_w	عدد گراشف، [-]
h_x	ضریب انتقال حرارت محلی، [W/m ² ·K]
k	ضریب هدایت حرارتی سیال، [W/m·K]
k^0	ضریب هدایت حرارتی در حد فشار پایین، [W/m·K]
L	طول صفحه عمودی، [m]
M	جرم مولکولی سیال، [kg/mol]
Nu	عدد ناسلت متوسط، [-]
Nu_x	عدد ناسلت متوسط محلی، [-]
P	فشار و فشار بحرانی سیال به ترتیب، [Pa]
P_c	
P_r	فشار کاهش یافته، [-]
Pr	عدد پرانتل، [-]
R	ثابت جهانی گازها، [J/mol·K]
Ra_L	عدد رایلی برای کل طول صفحه، [-]
T	دما، [K]
T_c	دمای بحرانی، [K]
T_f	دمای متوسط سیال، [K]
T_r	دمای کاهش یافته، [-]
T_w	دمای دیوار، [K]
T_∞	دمای سیال خارج لایه مرزی، [K]
u, v	بردارهای سرعت در جهت x, y به ترتیب، [m/s]
V'	حجم مولی، [m ³ /mol]
V_c	حجم مولی بحرانی، [m ³ /mol]
u'	پارامتر های معادله حالت، [-]
w	
U, V	بردارهای بی بعد سرعت در جهت x, y به ترتیب، [-]
x, y	دستگاه مختصات x, y موازی و در جهت عمود بر صفحه به ترتیب، [m]
Z	ضریب تراکم پذیری، [-]
	علائم یونانی
α	ضریب نفوذ حرارتی، [m ² /s]
β	ضریب انبساط گرمایی، [1/K]
β_{ref}	ضریب انبساط گرمایی مرجع و بی بعد به ترتیب، [1/K]
β^*	
γ	لزجت سینماتیکی، [m ² /s]
Γ	عکس ضریب انبساط گرمایی، [m·K/W]
$\Delta X, \Delta Y$	اندازه گام بی بعد در جهت x, y به ترتیب، [-]
θ	دمای بی بعد، [-]
ξ	لزجت معکوس، [m ² /N·s]
ρ	چگالی سیال، [kg/m ³]
ρ_r	چگالی کاهش یافته، [-]
ω	ضریب خروج از مرکز، [-]