



## جابجایی طبیعی سیال فوق بحرانی بر روی یک صفحه عمودی گرم شده

علیرضا تیمورتاش

استادیار مکانیک

دانشگاه فردوسی مشهد

مجید ابراهیمی ورکیانی

دانشجوی کارشناسی ارشد تبدیل انرژی

دانشگاه فردوسی مشهد

**چکیده:** هدف اصلی از این تحقیق بررسی انتقال حرارت جابجایی طبیعی برای یک صفحه عمودی گرم در محیط یک سیال فوق بحرانی می‌باشد. بدین منظور، یک معادله مفید برای ضریب انبساط گرمایی ( $\beta$ ) به صورت تابعی از فشار، دما، ضرایب معادله حالت واندروالس و ضریب تراکم پذیری بدست آمده است. منحنی‌های بدست آمده توسط این رابطه همخوانی بسیار خوبی با نتایج تجربی دارد و انحراف زیادی در مقایسه با ضریب انبساط گرمایی ثابت ( $\beta = 1/T_f$ ) از خود نشان می‌دهد و در حوالی دمای بحرانی مقادیر ( $\beta$ ) واگرا می‌شوند. این مطلب ضمن مقایسه با اطلاعات تجربی صحت رابطه بدست آمده در این پروژه را تایید می‌کند. در ادامه معادلات دیفرانسیل حاکم به صورت عددی توسط روش تفاضل محدود حل و عدد ناسلت محلی به عنوان تابعی از عدد رایلی محلی رسم شده است. بدین ترتیب مشاهده می‌شود که در نقاط دور از حالت بحرانی منحنی‌های دما و فشار کاملاً منطبق بر منحنی‌های حاصل از نتایج آزمایشگاهی می‌باشند و نکته قابل توجه دیگر آن که منحنی‌های رسم شده در شرایط بحرانی به میزان قابل توجهی بالاتر از منحنی‌های رسم شده توسط نتایج آزمایشگاهی قرار می‌گیرند که بیانگر افزایش نرخ انتقال حرارت در منطقه بحرانی می‌باشد.

**واژه‌های کلیدی:** جابجایی طبیعی، سیال فوق بحرانی، عدد ناسلت، عدد رایلی، روش تفاضل محدود

## جابجایی طبیعی سیال فوق بحرانی بر روی یک صفحه عمودی گرم شده

مجید ابراهیمی وریانی

دانشجوی کارشناسی ارشد تبدیل انرژی  
دانشگاه فردوسی مشهد

علیرضا تیمورتاش

استادیار مکانیک  
دانشگاه فردوسی مشهد

**چکیده:** هدف اصلی از این تحقیق بررسی انتقال حرارت جابجایی طبیعی برای یک صفحه عمودی گرم در محیط یک سیال فوق بحرانی می باشد. بدین منظور، یک معادله مفید برای ضریب انبساط گرمایی ( $\beta$ ) به صورت تابعی از فشار، دما، ضرایب معادله حالت و اندروالس و ضریب تراکم پذیری بدست آمده است. منحنی های بدست آمده توسط این رابطه همخوانی بسیار خوبی با نتایج تجربی دارد و انحراف زیادی در مقایسه با ضریب انبساط گرمایی ثابت ( $\beta = 1/T_f$ ) از خود نشان می دهد و در حوالی دمایی بحرانی مقادیر ( $\beta$ ) واگرا می شوند؛ این مطلب ضمن مقایسه با اطلاعات تجربی صحت رابطه بدست آمده در این پروژه را تایید می کند. در ادامه معادلات دیفرانسیل حاکم به صورت عددی توسط روش تفاضل محدود حل و عدد ناسلت محلی به عنوان تابعی از عدد رایلی محلی رسم شده است؛ بدین ترتیب مشاهده می شود که در نقاط دور از حالت بحرانی منحنی های دما و فشار کاملا منطبق بر منحنی های حاصل از نتایج آزمایشگاهی می باشند و نکته قابل توجه دیگر آن که منحنی های رسم شده در شرایط بحرانی به میزان قابل توجهی بالاتر از منحنی های رسم شده توسط نتایج آزمایشگاهی قرار می گیرند که بیانگر افزایش نرخ انتقال حرارت در منطقه بحرانی می باشد.

**واژه های کلیدی:** جابجایی طبیعی، سیال فوق بحرانی، عدد ناسلت، عدد رایلی، روش تفاضل محدود

### ۱. مقدمه

بیش از بیست سال است که از سیالات فوق بحرانی برای پروسه های مختلفی استفاده می شود. یکی از آنها استخراج کافئین از دانه های قهوه توسط دی اکسید کربن فوق بحرانی است. از دیگر کاربردهای آنها می توان به استخراج عطر و اسانس از گیاهان اشاره کرد. سیالات فوق بحرانی خصوصیات منحصر به فردی دارند از جمله آنکه قابلیت نفوذ پذیری آنها از سیالات دیگر بسیار بیشتر است [۵-۱]. استخراج تنها کاربرد سیالات فوق بحرانی نیست، در صنایع نفتی از سیالات فوق بحرانی برای استخراج نفت توسط پاشش دی اکسید کربن با فشار بالا به دیواره های چاه استفاده می شود؛ سیالات فوق بحرانی همچنین به عنوان یک محیط عامل جهت شکستن ترکیبات سنگین نفتی به کار گرفته می شوند که برای این عمل از پنتان (pentane) فوق بحرانی استفاده می شود [۹-۶]. چند دهه است که مکانیزم انتقال حرارت توسط جابجایی طبیعی در خصوص هندسه های ساده مثل صفحه تخت، استوانه و کره مورد مطالعه قرار گرفته ولی مطالعات انجام شده در زمینه انتقال حرارت طبیعی در داخل سیالات فوق بحرانی کمتر به چشم می خورد. اوستراش اولین کسی است که معادلات لایه مرزی رادر جابجایی طبیعی بر روی یک صفحه تخت با استفاده از روش عددی حل کرده است [۱۰]. او معادلات پیوستگی، مومنتوم و انرژی را با توجه به شرایط مرزی به دو معادله کاهش داد. اوستراش نتیجه گرفت که این گونه جریان ها بستگی به عدد گراشف و عدد پراتل دارند. مک هاگ و کروکنیس یک سری اطلاعات جامع و کامل در زمینه خواص سیالات فوق بحرانی ارائه کرده اند [۱۱]. مولر و استوز بحث انتقال جرم به واسطه انتقال حرارت طبیعی در سیالات فوق بحرانی را دنبال کرده اند [۱۲]؛ آنها ضریب انبساط هم فشار و هم دما را با استفاده از معادلات رسته ۳ حالت برای اختلاط مدل کرده اند، (شبه ضریب انبساط حرارتی در انتقال حرارت) و دریافتند که پدیده انتقال حرارت و انتقال جرم در اکثر موارد مشابهند، زیرا وابستگی ضریب انبساط به اجزاء ترکیب قابل توجه بوده و نیز به حداکثر مقدار خود در شرایط نهایت رقیق شدگی می رسد. بنابراین، اگر ضریب انبساط بدست آمده

توسط مولر و استوز در حالت انتقال جرم زیاد باشد باید انتظار داشت که ضریب انبساط گرمایی تحت شرایط مشابه با توجه به شباهت انتقال حرارت و انتقال جرم نیز بالا خواهد بود. نیشیکاوا و ایتو، یک مدل برای جابجایی آزاد سیالات فوق بحرانی بر اساس معادلات لایه مرزی و تبدیل تشابهی با احتساب خصوصیات فیزیکی متغیر سیال ولی بدون توجه به اثر دما بر انبساط حرارتی ارائه نموده اند [۱۳]. آزمایشاتی نیز بر روی سیم های نازک توسط مکانیزم جابجایی آزاد انجام شده است [۱۴]. براساس اطلاعات موجود تحقیقات زیادی برای جابجایی آزاد در سیالات فوق بحرانی انجام پذیرفته است و تحقیق بیشتر در این مورد شایسته است.

## ۲. معادلات حاکم و روش حل عددی

با توجه به لایه مرزی آرام ایجاد شده در شکل (۱) که در آن حرکت سیال ناشی از نیروهای شناوری می باشد، نیروی جاذبه در خلاف جهت  $x$  منظور شده و جریان پایا و تراکم ناپذیر در نظر گرفته شده است؛ اگر اختلاف دما کم باشد خصوصیات سیال به غیر از چگالی سیال می تواند ثابت فرض شود (دانسیته سیال را نمی توان ثابت فرض کرد زیرا عامل حرکت تغییرات دانسیته است). در انتها می توان تقریب لایه مرزی را صحیح فرض نمود. در دستگاه مختصات انتخاب شده  $x$  بیانگر مختصات در جهت طول صفحه و  $y$  عمود بر صفحه را نشان می دهد. در نقاط دور از صفحه سرعت و دمای سیال یکنواخت و به ترتیب  $U_\infty$  و  $T_\infty$  می باشد، ضمناً تمام صفحه در دمای  $T_w$  قرار دارد. چنانچه فرض کنیم که تقریب بوزینسک صادق باشد، معادلات حاکم بر اساس تئوری لایه مرزی که توسط بالانس جرم، مومنتم و انرژی بدست می آیند به صورت زیر قابل ارائه هستند:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \beta g(T - T_\infty) + \gamma \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (2)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (3)$$

در اینجا  $u$  و  $v$  مولفه های سرعت در جهت موازی و عمود بر صفحه،  $T$  دما و  $\beta$  ضریب انبساط گرمایی،  $\gamma$  ویسکوزیته سینماتیکی،  $\rho$  چگالی سیال،  $g$  شتاب ناشی از جاذبه و  $\alpha$  ضریب نفوذ گرمایی می باشند. ضریب انبساط گرمایی به کار گرفته شده در این پروژه ثابت نبوده و رابطه ای برای آن به صورت زیر استخراج شده است؛ برای این منظور از معادله رسته سه حالت منسوب به اشمیت و ونسل که برای حالت دما و فشار بالا و نزدیک حالت بحرانی مناسب است استفاده شده است [۱۵]، به طوریکه:

$$P = \frac{RT}{V' - b} - \frac{a}{V'^2 + u'bV' + wb^2} \quad (4)$$

در جائیکه:

$$Z = \frac{PV'}{RT}, A = \frac{aP}{(RT)^2}, B = \frac{bP}{RT} \quad (5)$$

اگر معادله ۴ را برای گاز واندروالس ساده سازی کنیم داریم:

$$Z^3 - (B+1)Z^2 + AZ - AB = 0 \quad (6)$$

آنگاه رابطه مربوطه برای ضریب انبساط گرمایی متغیر ( $\beta$ ) بصورت تابعی از ضریب تراکم پذیری به صورت زیر قابل ارائه است:

$$\beta = \frac{1}{T} \left[ 1 - \left( \frac{Z^2 B - 2ZA + 3AB}{3Z^3 - 2Z^2(B+1) + ZA} \right) \right] \quad (7)$$

محاسبه  $\beta$  شامل دو مرحله است: نخست آنکه ضریب تراکم پذیری  $Z$ ، را با پیدا کردن یک ریشه مناسب برای معادله ۶ محاسبه کنیم. سپس،  $Z$  را در معادله ۷ قرار داده تا مقدار  $\beta$  محاسبه شود. شرایط مرزی مناسب برای دما و فشار به صورت زیر می باشند:

$$y=0, x>0; \quad u=0, v=0 \quad \text{و} \quad T=T_w$$

$$y=\infty, x>0; \quad u=0, \quad \text{و} \quad T=T_\infty \quad (8)$$

$$x=0, y>0; \quad u=0, \quad \text{و} \quad T=T_\infty$$

با تعریف متغیرهای بی بعد زیر :

$$\begin{aligned} X &= \frac{x}{LG^0} & Y &= \frac{y}{W} & \theta &= \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty} \\ U &= \left( \frac{uW}{\gamma} \right) \left( \frac{W}{LG^0} \right) & V &= \frac{vW}{\gamma} \\ G &= \frac{\beta_{ref} g (T_w - T_\infty) W^4}{\gamma^2 L} = Gr_w \frac{W}{L} \end{aligned} \quad (9)$$

معادلات حاکم ۱ تا ۳ به صورت بی بعد زیر در می آیند:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (10)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = \theta \beta^* + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \quad (11)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Pr} \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \quad (12)$$

در جائیکه:

$$Pr = \frac{\gamma}{\alpha} \quad \text{و} \quad \beta_{ref} = \frac{1}{T_f} \quad \text{و} \quad \beta^* = \frac{\beta}{\beta_{ref}} \quad \text{و} \quad T_f = \frac{1}{2}(T_w + T_\infty) \quad (13)$$

در حالت بی بعد، شرایط مرزی به صورت زیر بیان می شود:

$$Y=0 \quad ; \quad U=V=0 \quad \text{و} \quad \theta=1$$

$$Y \rightarrow \infty \quad ; \quad U \rightarrow 0 \quad \text{و} \quad \theta \rightarrow 0 \quad (14)$$

$$X=0 \quad ; \quad U=0 \quad \text{و} \quad \theta=0$$

معادلات ۱۰ تا ۱۲ یک سیستم معادلات دیفرانسیل غیر خطی کوپل را بوجود می آورند که توسط شرایط مرزی داده شده در معادله ۱۴ حل می شوند. چون حل دقیق یا تقریبی برای این دسته معادلات موجود نمی باشد در این تحقیق آنها را توسط روش عددی تفاضل محدود حل نموده ایم. روابط تفاضلی مربوط به معادلات ۱۰ تا ۱۲ به صورت زیر قابل عرضه می باشد:

$$\left( -\frac{V_{i-1,j}}{2\Delta Y} - \frac{1}{\Delta Y^2} \right) U_{i,j-1} + \left( \frac{U_{i-1,j}}{\Delta X} + \frac{2}{\Delta Y^2} \right) U_{i,j} + \left( \frac{V_{i-1,j}}{2\Delta Y} - \frac{1}{\Delta Y^2} \right) U_{i,j+1} = \theta_{i-1,j} \beta + \frac{U_{i-1,j}^2}{\Delta X} \quad (15)$$

$$\left( -\frac{V_{i-1,j}}{2\Delta Y} - \frac{1}{Pr \Delta Y^2} \right) \theta_{i,j-1} + \left( \frac{U_{i-1,j}}{\Delta X} + \frac{2}{Pr \Delta Y^2} \right) \theta_{i,j} + \left( \frac{V_{i-1,j}}{2\Delta Y} - \frac{1}{Pr \Delta Y^2} \right) \theta_{i,j+1} = \frac{U_{i-1,j} \theta_{i-1,j}}{\Delta X} \quad (16)$$

و در انتها  $V$  به صورت زیر از معادله پیوستگی بدست می آید:

$$V_{i,j} = V_{i,j-1} - \left( \frac{\Delta Y}{2\Delta X} \right) (U_{i,j} - U_{i-1,j} + U_{i,j-1} - U_{i-1,j-1}) \quad (17)$$

در اینجا ایندکس  $i$  مربوط به محور  $x$  و ایندکس  $j$  مربوط به محور  $y$  می باشد. معادلات بالا در جهت  $x$  صریح و در جهت  $y$  ضمنی می باشند. بعد از مشخص کردن شرایط اولیه در  $i=1$ ، مقدار  $U$  و در ادامه مقدار  $\theta$  در خط  $i=2$  بدست می آید. سپس مقدار  $V$  در  $i=2$  محاسبه می شود و پروسه مشابهی تا انتها ادامه پیدا می کند. سیستم شبکه بندی دارای  $120 \times 120$  گره می باشد. ضریب انتقال حرارت، پس از تعیین توزیع دما توسط رابطه ۱۸ محاسبه شده است.

$$h_x = -\frac{k}{(T_w - T_\infty)} \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (18)$$

پس از تعیین  $h_x$ ، اعداد بدون بعد زیر نیز محاسبه شده اند:

$$Ra_x = \frac{\beta_{ref} g (T_w - T_\infty) x^3}{\gamma \alpha} \quad \text{و} \quad Nu_x = \frac{h_x x}{k} \quad (19)$$

### ۳. تخمین خصوصیات سیال

#### ۳-۱ تکنیک زیر تخفیف

برای حل سه معادله کوپل از یک روش تکراری با ضریب زیر تخفیف ۰٫۲ برای همگرایی سریعتر دما و سرعت ها استفاده

شده است.

### ۳-۲ تخمین ویسکوزیته

رابطه به کار گرفته شده برای محاسبه ویسکوزیته در شرایط فوق بحرانی از مرجع [۱۶]، می باشد. این رابطه که توسط پولینگ و همکارانش بیان شده است برای سیالات چگال در نزدیک نقطه بحرانی مناسب می باشد:

$$\xi = 0.176 \left( \frac{T_c}{M^3 P_c^4} \right)^{1/6} \quad (20)$$

در جاییکه  $T_c$  بر حسب [k]،  $P_c$  بر حسب [bar] و  $M$  بر حسب [g/mol] می باشد.

### ۳-۳ ضریب هدایت گرمایی

روش به کار گرفته شده در این تحقیق دقیقا همان روش استیل و تودوس می باشد [۱۷]. آنها روش تحلیلی زیر را برای محاسبه ضریب هدایت گرمایی ( $k$ ) ارائه کرده اند:

$$k = \begin{cases} k^0 + \frac{1.22 \times 10^{-2} [\exp(0.535\rho_r) - 1]}{\Gamma Z_c^5} & \rho_r < 0.5 \\ k^0 + \frac{1.14 \times 10^{-2} [\exp(0.67\rho_r) - 1.069]}{\Gamma Z_c^5} & 0.5 < \rho_r < 2.0 \\ k^0 + \frac{2.6 \times 10^{-3} [\exp(1.155\rho_r) + 2.016]}{\Gamma Z_c^5} & 2.0 < \rho_r < 2.8 \end{cases} \quad (21)$$

در حالی که  $k^0$  ضریب هدایت گرمایی گاز کامل و  $\rho_r$  چگالی کاهش یافته است که به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\rho_r = \frac{3}{8} \frac{PT_c}{ZT_f P_c} \quad (22)$$

$\Gamma$  پارامتری است که به صورت زیر بیان شده است:

$$\Gamma = 210 \left( \frac{T_c M^3}{P_c} \right)^{1/6} \quad (23)$$

در جاییکه  $k^0$  بر حسب [W/m·K]،  $T$  بر حسب [k]،  $P_c$  بر حسب [bar] و  $M$  بر حسب [g/mol] می باشد.

### ۳-۴ ظرفیت گرمایی

با استفاده از رابطه ارائه شده توسط لی و کسلر، مقدار ظرفیت گرمایی گاز واقعی بر حسب گاز ایده آل (در یک شرایط دما و فشار) محاسبه می شود [۱۸]:

$$C_p = C_p^0 + \Delta C_p \quad (24)$$

که  $\Delta C_p$  باقیمانده ظرفیت گرمایی نامیده می شود و توسط رابطه زیر بدست می آید:

$$\Delta C_p = C_p - C_p^0 = (\Delta C_p)^0 + \omega(\Delta C_p)^1 \quad (25)$$

#### ۴. ارائه نتایج و بحث

در این قسمت نتایج مربوط به ضریب انبساط گرمایی ( $\beta$ ) بر اساس مدل ترمودینامیکی ذکر شده عرضه می شود. مقادیر بدست آمده توسط حل عددی با مقادیر تجربی و نیز آنچه که با فرض گاز کامل حاصل شده بر روی نمودار ترسیم و مقایسه شده است. محاسبات مربوط به سیال آب در سه فشار ۱۱،۰۴۵ و ۲۲،۰۹ و ۳۳،۱۳۵ مگا پاسکال (MPa) و برای دی اکسید کربن در فشار ۳،۶۹ و ۷،۳۸ و ۱۰ مگا پاسکال (MPa) انجام شده است. در شکل (۲) و (۳) و (۴) مقادیر  $\beta$  بر حسب  $T$  برای سه فشار مذکور برای دی اکسید کربن رسم شده و با مقادیر مبتنی بر فرض گاز ایده آل ( $\beta = 1/T_f$ ) که  $T_f$  دمای فیلم می باشد و نیز با مقادیر مرجع [۱۹] مقایسه شده است. همانطور که مشاهده می شود مقادیر  $\beta$  متغیر بر اساس معادله حالت واندروالس در مقایسه با مقادیر تجربی مرجع تطابق خوبی را نشان می دهد. نکته بسیار جالب دیگر آن است که در جوار دمای بحرانی ( $T_r = 1$ ) واگرایی رخ داده است. در شکل (۵) مقادیر مربوط به  $\beta$  برای سه فشار مختلف رسم شده است. مقادیر مربوط به فرض گاز ایده آل فقط برای مقایسه آورده شده اند.

همانطور که می دانیم مقدار  $\beta$  برای مایعات در فشار پایین با دما افزایش پیدا می کند، در حالی که عکس این مطلب برای گازهای فشار پایین صادق است. در روی نمودارهای ایزوبار، در حالت فشار بالا، رفتاری مشابه رفتار مایعات در حالت دما پایین مشاهده ولی در حالت دما بالا (فوق بحرانی) رفتاری مشابه رفتار گازها مشاهده می گردد. در حالتی که دما زیاد می شود تمام نمودارهای ایزوبار رفتار گاز ایده آل را از خود نشان می دهند. شکل های (۶) و (۷) و (۸) و (۹) برای آب نیز نتایج مشابهی را نشان می دهد.

مقادیر عدد ناسلت بر حسب عدد رایلی برای دی اکسید کربن فوق بحرانی محاسبه شده و در شکل (۱۰) ترسیم شده است. محاسبات برای  $P_r = 1,05$  و مقادیر  $1,10$  و  $1,05$  و  $1,00$  انجام شده است و نتایج شبیه سازی به صورت لگاریتمی ترسیم شده است تا منحنی ها به خط راست تبدیل شوند. خط مربوط به  $T_r = 1,00$  بالا تر از بقیه قرار می گیرد و این بدان علت است که در دمای بحرانی و فشاری نزدیک فشار بحرانی قرار دارد. این خط همچنین مقداری نوسان را هنگام عبور از منطقه زیر بحرانی به فوق بحرانی از خود نشان می دهد. دو خط بعدی زیر آن نتایج مربوطه را در همان فشار ولی دمای  $T_r = 1,05$  و  $T_r = 1,10$  را نشان می دهند. منحنی که بیانگر نتایج تجربی است از رابطه ارائه شده توسط چرچیل و چو [۲۰]، بدست آمده است که برای دامنه وسیعی از اعداد رایلی کاربرد دارد. این رابطه به صورت زیر است:

$$Nu_L = 0.68 + \frac{0.670 Ra_L^{1/4}}{[1 + (0.492/Pr)^{9/16}]^{4/9}} \quad (26)$$

$$\text{for } 0 < Ra_L < 10^9$$

در شکل (۱۱) تغییرات  $Nu_x$  بر حسب  $Ra_x$  را برای سیال آب در فشار ثابت و دمای متغیر نشان می دهد. رفتاری که در شکل (۱۰) مشاهده می شود در اینجا نیز دوباره تکرار شده است. در هر دو حالت نتایج عددی با مقادیر تجربی مقایسه شده است. همانگونه که ملاحظه می شود مشاهده می شود در دما های بالاتر از دمای بحرانی نتایج عددی به نتایج تجربی نزدیکتر می شوند، در اینجا تاثیر دما بر ضریب انتقال حرارت محلی مشاهده می شود.

در شکل های (۱۲) و (۱۳) تغییرات  $Nu_x$  بر حسب  $Ra_x$  را در فشار متغیر و دمای ثابت بررسی شده اند. در شکل (۱۲)، تغییرات عدد ناسلت بر حسب  $Ra_x$  برای دی اکسید کربن در  $T_r = 1,05$  و فشار کاهش یافته ۱,۰ و ۱,۰۵ رسم شده است. توجه کنید که دو خط بر روی هم قرار گرفته اند، بنابر این می توان نتیجه گرفت که تاثیر فشار زیاد مشهود نمی باشد. علاوه بر این خطی که در شرایط دور از نقطه بحرانی است نیز ترسیم شده است ( $T_r = 1,20$  و  $P_r = 0,20$ ). این خط از دو خط بالایی دور تر قرار می گیرد و بسیار نزدیک به خط بدست آمده توسط نتایج تجربی می باشد. نتایج مشابهی نیز برای آب در شکل (۱۳) مشاهده می شود.

در ادامه جهت بررسی بهتر نتایج، پروفیل سرعت و دمای آب برای حالت ضریب انبساط گرمایی ثابت که مبتنی بر فرض گاز ایده آل می باشد و ضریب انبساط گرمایی متغیر مبتنی بر تحقیق حاضر برای یک موقعیت  $x$  دلخواه رسم شده است. در شکل (۱۴) مقادیر  $u$  در  $x = 0,02176$  [m] برای  $T_r = 1,05$  و  $P_r = 1,05$  رسم شده است.

همانطور که در شکل (۱۴) دیده می شود پروفیل سرعت در حالتی که  $\beta$  متغیر است دارای سرعت ماکزیمم بیشتری نسبت به حالتی است که  $\beta$  ثابت می باشد. همچنین در آن نقطه ضخامت لایه مرزی برای حالت ضریب انبساط متغیر کمتر از حالت ضریب انبساط ثابت است. در شکل (۱۵) پروفیل دما با همان شرایط موجود در شکل (۱۴) برای آب ترسیم شده است. این شکل نیز تایید می کند که ضخامت لایه مرزی برای حالت  $\beta$  متغیر کمتر از حالت  $\beta$  ثابت می باشد. نکته دیگری که باید توجه کرد این است که نتایج عددی بدست آمده برای دما و سرعت چنانچه با نتایج موجود در کتابهای مرجع مقایسه شود از همخوانی خوبی برخوردار می باشد [۲۱].

در انتها نیز کانتور سرعت برای آب در  $T_r = 1,05$  و  $P_r = 1,05$  در شکل (۱۶) رسم شده است. این کانتور در امتداد کل صفحه و برای کل محدوده حل در جهت  $y$  ترسیم شده است. سرعت ماکزیمم در قلب این خطوط قرار دارد و به تدریج به سمت صفر میل می کند. شکل (۱۷) کانتورهای دما را در شرایط مشابه شکل (۱۶) نشان می دهد که در آن مشاهده می شود دما به تدریج از  $T_w = 724,80$  [K] تا  $T_\infty = 634,20$  [K] کاهش پیدا می کند.

## ۵. نتیجه گیری

در این تحقیق یک مدل ترمودینامیکی بر اساس یک معادله حالت رسته ۳ جهت محاسبه ضریب انبساط گرمایی سیالات فوق بحرانی ارائه گردید. این مطلب از چند جهت حائز اهمیت است. نخست آنکه، در تمام پدیده های کاربردی سیالات فوق بحرانی هنگامی که جابجایی آزاد قابل توجه می شود، تعیین وضعیت انتقال حرارت در ناحیه فوق بحرانی حلال لازم به نظر می رسد.

دوم آنکه، معمولا در اکثر فرآیندهایی که پدیده انتقال حرارت توسط جابجایی آزاد مورد بررسی قرار گرفته، ضریب انبساط گرمایی ( $\beta$ ) مقداری ثابت شده است ولی با نتایج ارائه شده در این تحقیق ملاحظه گردید که در نزدیکی نقطه بحرانی این فرض صحیح نمی باشد و جوابهای حاصل از فرض ضریب انبساط گرمایی ثابت یعنی همان  $\beta = 1/T_r$  با جواب های  $\beta$  متغیر، متفاوت می باشد و به نتایج تجربی موجود نزدیک گردیده است.

در ادامه یک مدل عددی برای بررسی پدیده جابجایی طبیعی بر روی یک صفحه تخت عمودی با ضریب انبساط گرمایی متغیر را ارائه و معادله بدست آمده برای  $\beta$  توسط مدل ترمودینامیکی را در معادله مومنتوم استفاده کردیم. از دو سیال آب و دی اکسید کربن برای بررسی نتایج و مقایسه با نتایج آزمایشگاهی استفاده نمودیم. پروفیل های دما و سرعت بدست آمده نتایج خیلی خوبی را نشان می دهند. پروفیل های دما و سرعت بدست آمده برای حالت  $\beta$  ثابت همخوانی خیلی خوبی با نتایج موجود در مراجع کلاسیک ترمودینامیک دارد.

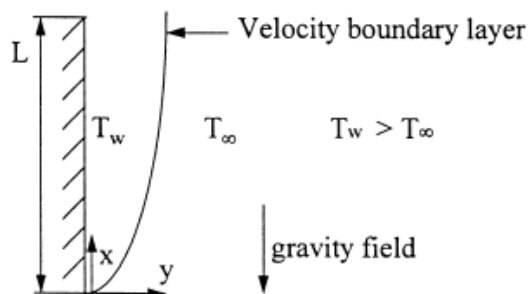
همچنین نتایج بر حسب اعداد بدون بعد رایلی و ناسلت ارائه شده اند. نتیجه ای که بدست آمده آن است که در وضعیت فشار ثابت خطوط بدست آمده توسط نتایج عددی با افزایش دما به نتایج تجربی نزدیکتر می شود. همچنین، در حالت دما ثابت و فشار متغیر خطوط بر روی هم قرار می گیرند که بیانگر تاثیرات کم فشار می باشد.



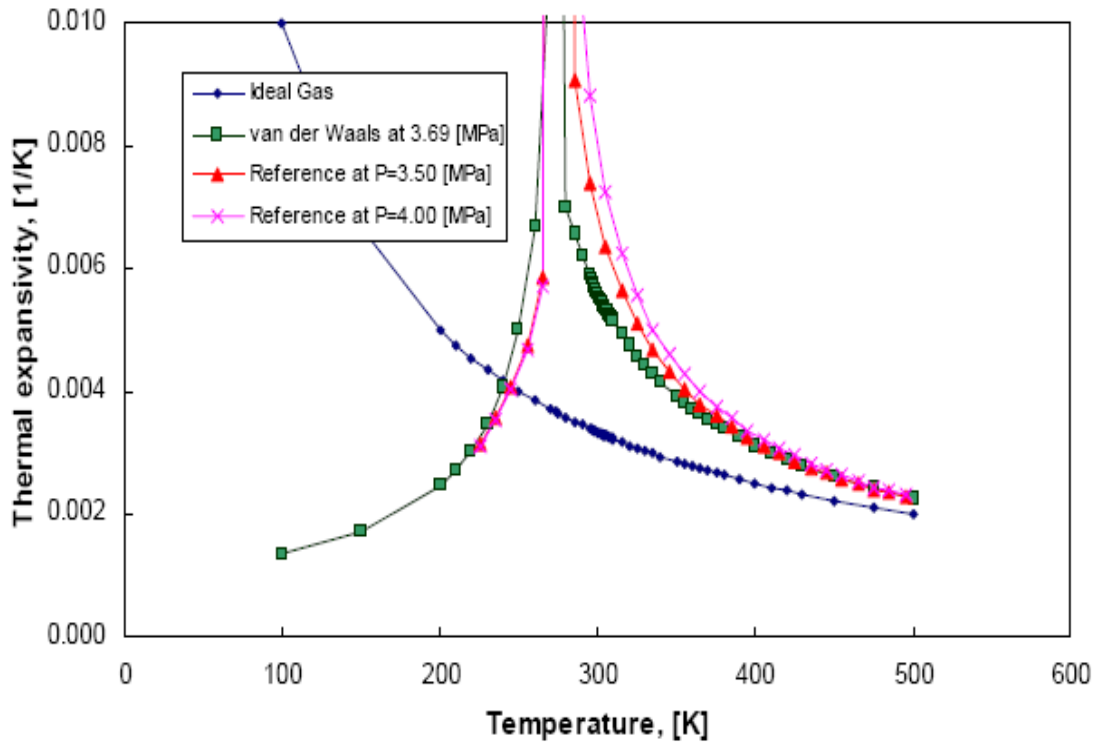
از دیگر نتایج مهم حاصله آنکه در جوار نقطه بحرانی با افزایش دما نتایج عددی به نتایج تجربی نزدیکتر می شوند که در این حالت تاثیر دما بر ضریب انتقال حرارت محلی نیز مشاهده می شد.

## مراجع

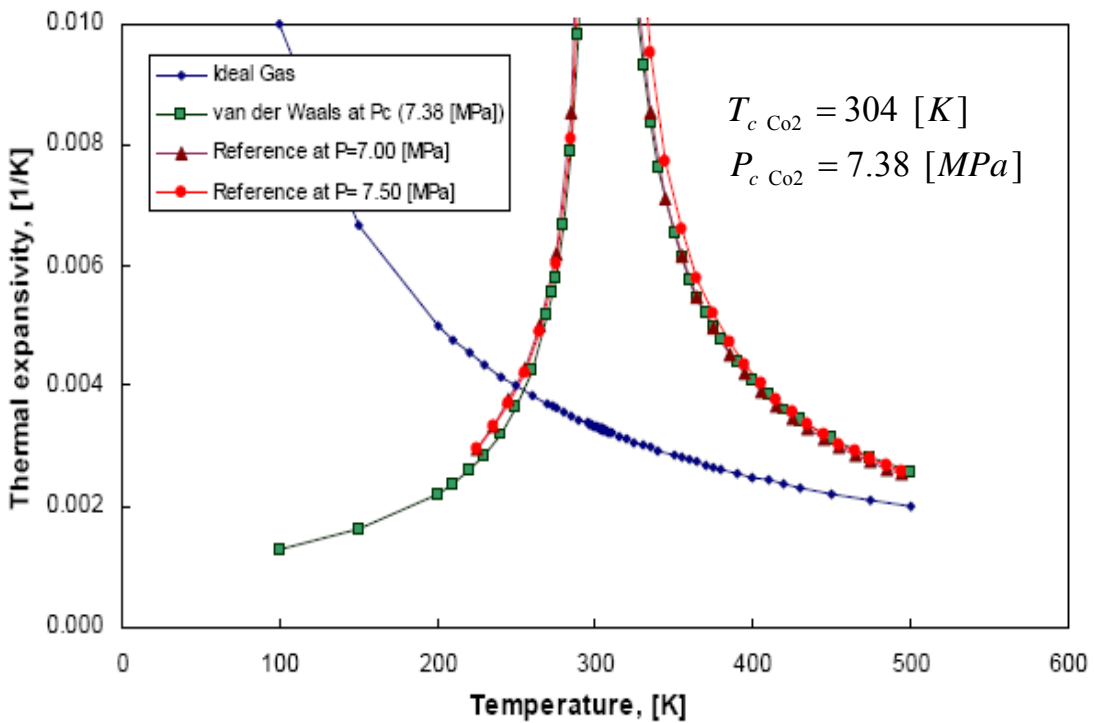
- [1] Tomioka, O., Enokida, Y., Yamamoto, I., Takahashi, T. Prog. Nucl. Energy, Vol.37, pp.417, 2000.
- [2] Curren, M. S. S., King, J. W., Anal. Chem., Vol.73, pp. 740, 2001.
- [3] Hong, G. T. J., Natural Products, Vol. 59, pp. 1215, 1996.
- [4] Wells, S. L., DeSimone, J., Angew. Chem., Int. Ed. Engl., Vol.40, pp.518, 2001.
- [5] Ke, J., Han, B. X., George, M. W., Yan, H. K., Poliakoff, M., J. Am. Chem. Soc., Vol.123, pp. 3661, 2001.
- [6] Reyes, M. B., Carpenter, B. K. J. Am. Chem. Soc. 2000, 122, 1908.
- [7] Salleh, S. H., Saito, Y., Kiso, Y., Jinno, K., Anal. Chim. Acta, Vol.433, pp. 207, 2001.
- [8] Krober, H., Teipel, U., Krause, H. Wiss. Ber. –Forschungszent. Karlsruhe, FZKA 6271, High Pressure Chemical Engineering, pp.247-250, 1999.
- [9] Arai, Y., Sako, T., Takebayashi, Y., “Supercritical Fluids-Molecular Interactions, Physical Properties and New Applications”, First Edition, Springer, Berlin, Germany, 2001.
- [10] Ostach, S., “An Analysis of Laminar Free-Convection Flow and Heat Transfer about a Flat Plate Parallel to the Direction of the Generating Body Force”, Report 1111- Supersedes NACA TN 2635, 1952.
- [11] McHugh, M. A., Krukoni, V. J., “Supercritical Fluid Extraction: Principles and Practice”, Butterworth-Heinemann, 1994.
- [12] Müller, E., A., Estévez, L. A., “Mixing Expansivities and Grashof Number in Supercritical Fluids Using Cubic Equations of State”, J. Supercrit. Fluids, Vol.3, pp.136-142, 1990.
- [13] Nishikawa, K., Ito, T., “An analysis of Free-Convective Heat Transfer from an Isothermal Vertical plate to Supercritical fluid”, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.12, pp.1449-1463, 1969.
- [14] Nishikawa, K., Ito, T., Yamashita, H., “Free-Convective Heat Transfer to a Supercritical fluid”, J. of Heat Transfer, 1973.
- [15] Schmidt, G., Wenzel, H., Chem. Eng. Sci. Vol.35, pp.1503, 1980.
- [16] Poling, B., Prausnitz, J., O’Connell, J., “The Properties of Gases and Liquids”, Fifth Edition, McGraw-Hill, New York, NY, 2001.
- [17] Stiel, L. I., and Thodos, G., AIChE J., Vo.10, pp.26, 1964.
- [18] Lee, B. I., and Kesler, M. G., AIChE J., Vol.21, pp.510, 1975.
- [19] Welty, J., Wicks, C., Wilson, R., “Fundamentals of Momentum, Heat, and Mass Transfer, Third Edition, Wiley”, New York, NY, 1984.
- [20] Churchill, S. W. and H. H. S. Chu., “Correlation Equations for Laminar and Turbulent Free Convection from a Vertical Plate”, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.18, pp.1323, 1975.
- [21] Bejan, A., “Convection Heat Transfer. First Edition”, Wiley, New York, NY, 1984.



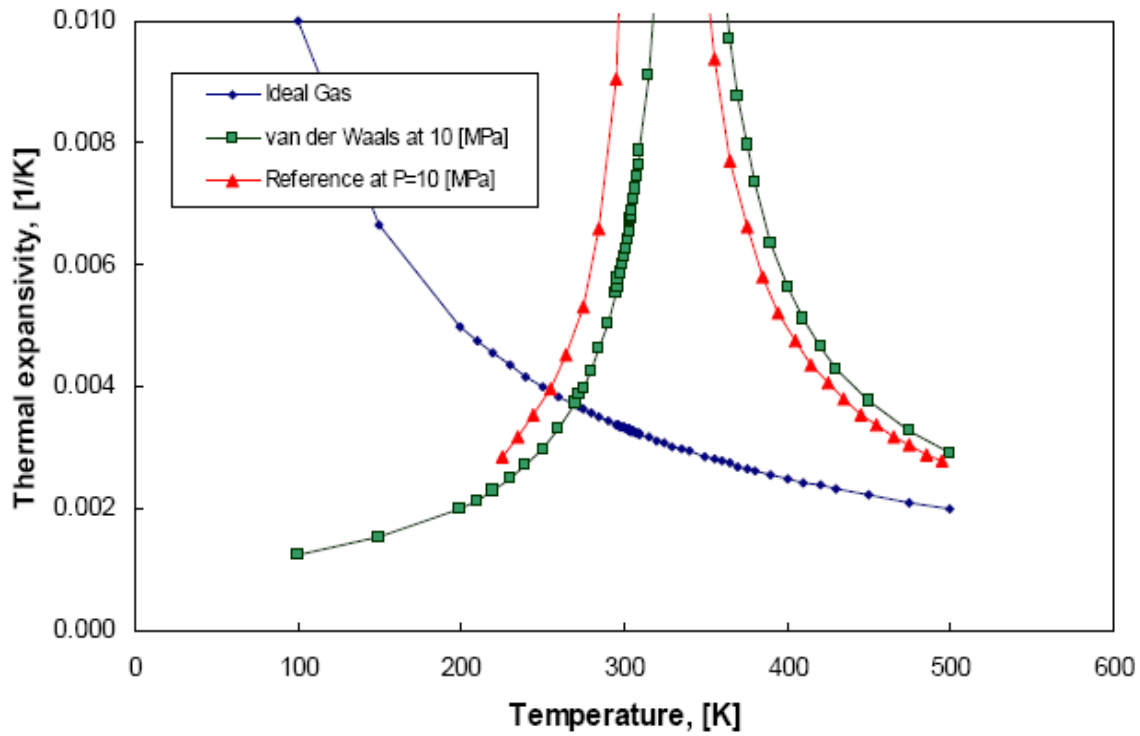
شکل ۱. هندسه و دستگاه مختصات مربوطه



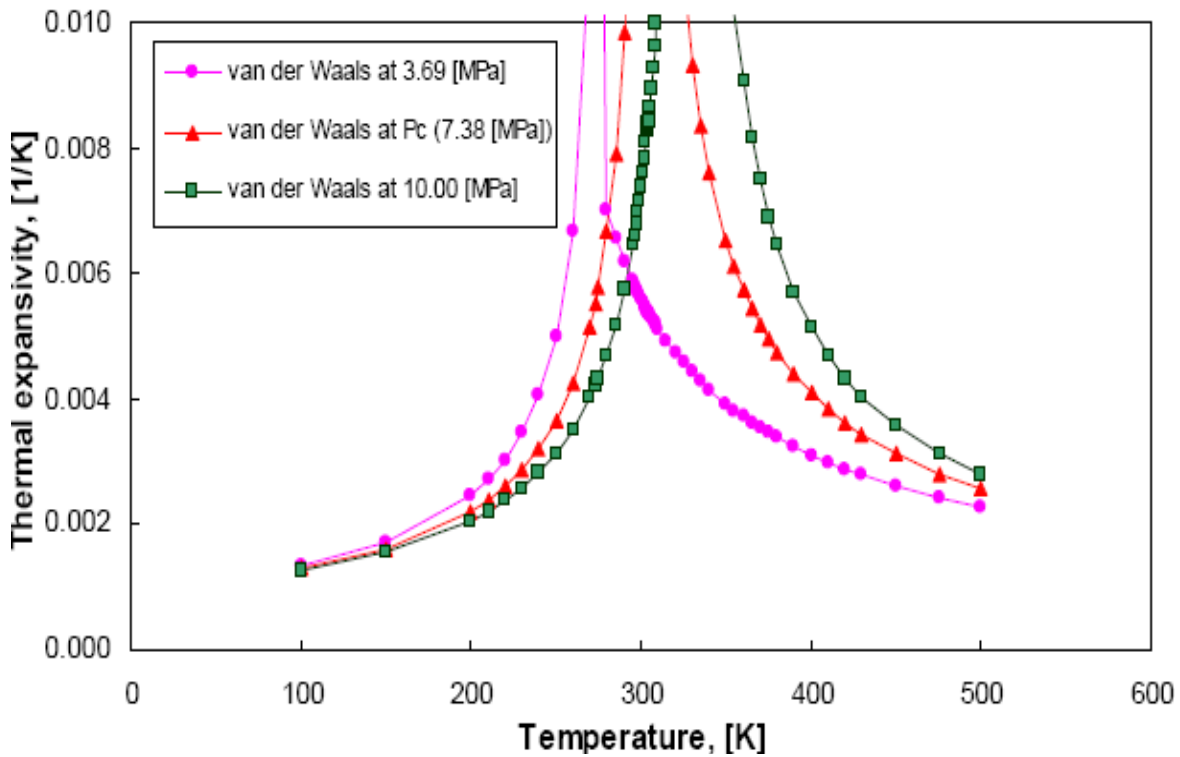
شکل ۲. ضریب انبساط گرمایی دی اکسید کربن برای حالت فرض گاز ایده آل، گاز واندروالس (تحقیق حاضر) و نتایج آزمایشگاهی در فشار ۳,۶۹ مگا پاسکال



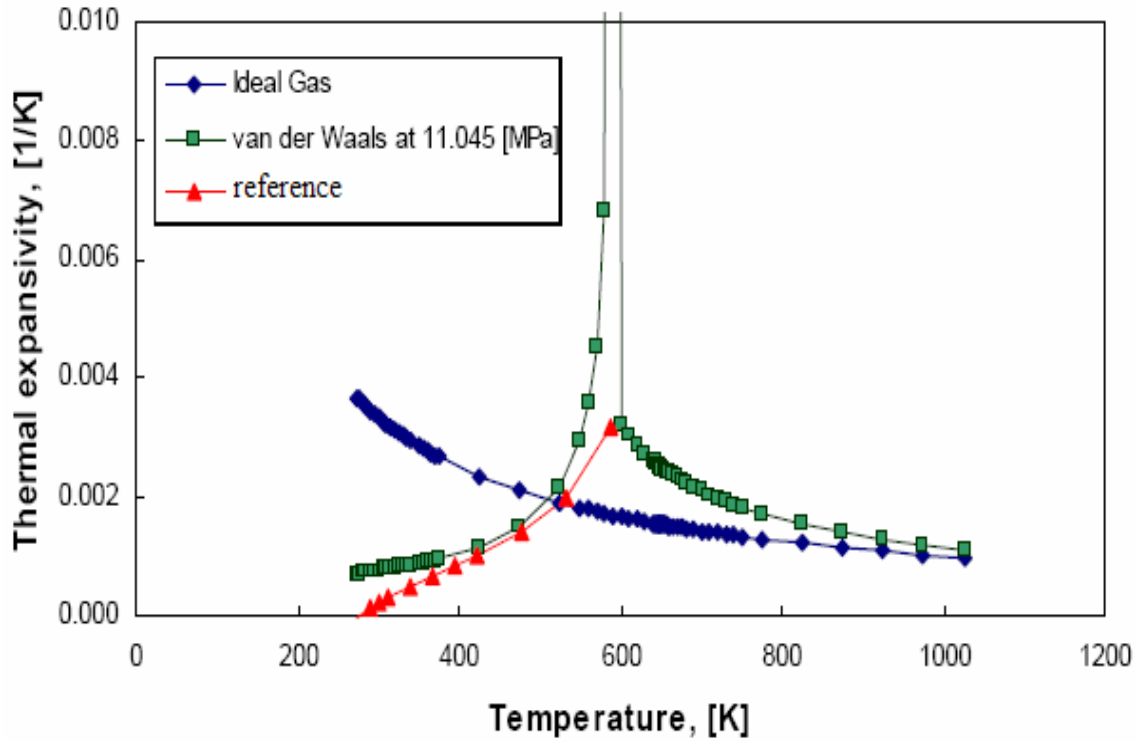
شکل ۳. ضریب انبساط گرمایی دی اکسید کربن برای حالت فرض گاز ایده آل، گاز واندروالس (تحقیق حاضر) و نتایج آزمایشگاهی در فشار ۷,۳۸ مگا پاسکال (فشار بحرانی)



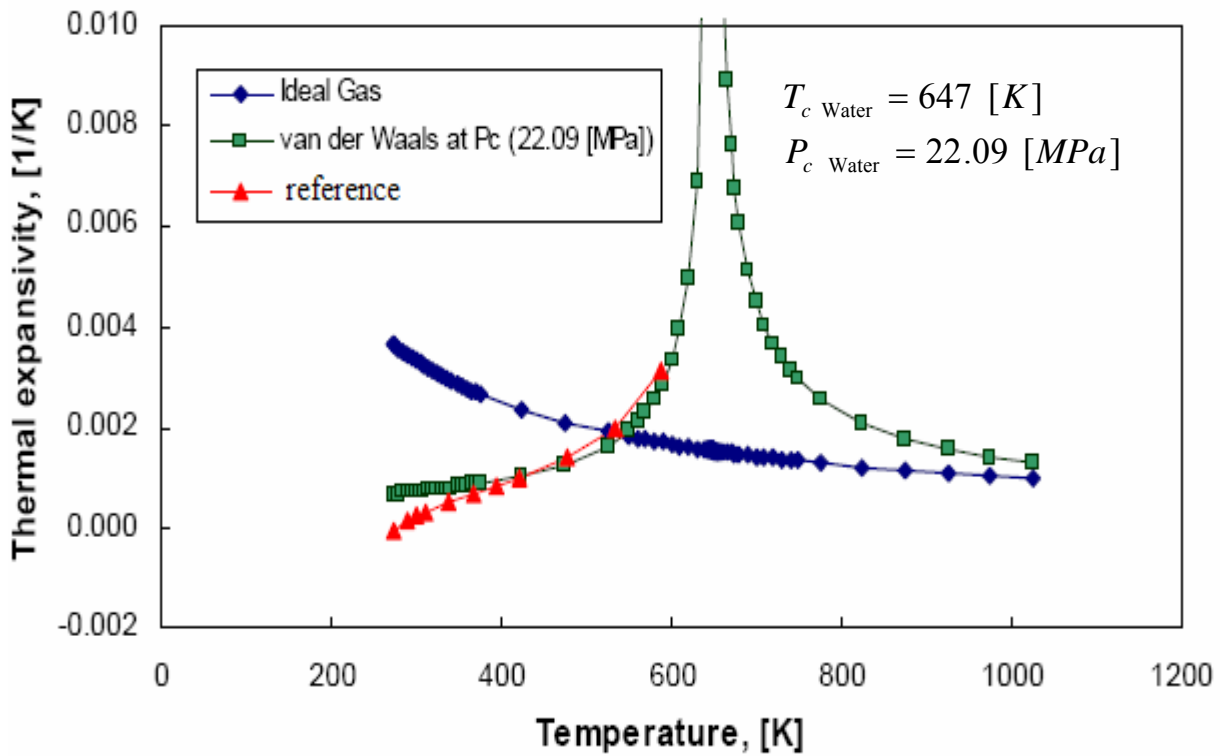
شکل ۴. ضریب انبساط گرمایی دی اکسید کربن برای حالت فرض گاز ایده آل، گاز واندروالس (تحقیق حاضر) و نتایج آزمایشگاهی در فشار ۱۰ مگا پاسکال



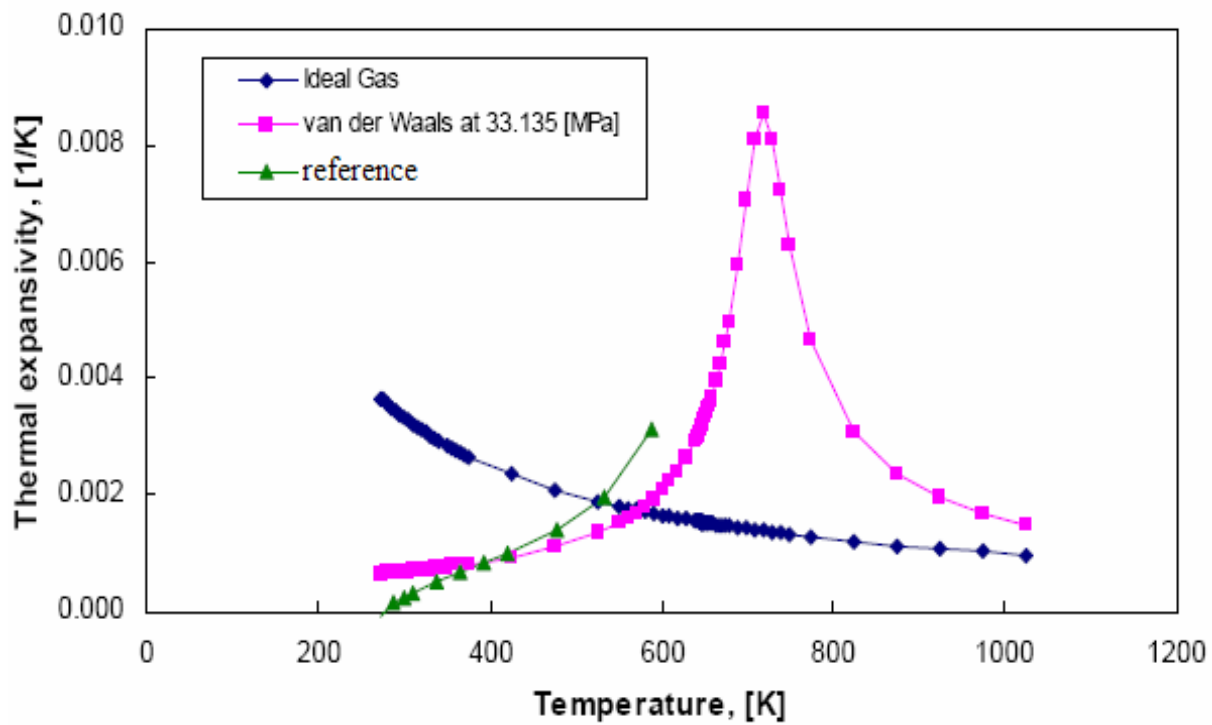
شکل ۵. ضریب انبساط گرمایی دی اکسید کربن برای گاز واندروالس (تحقیق حاضر) در فشار های مختلف



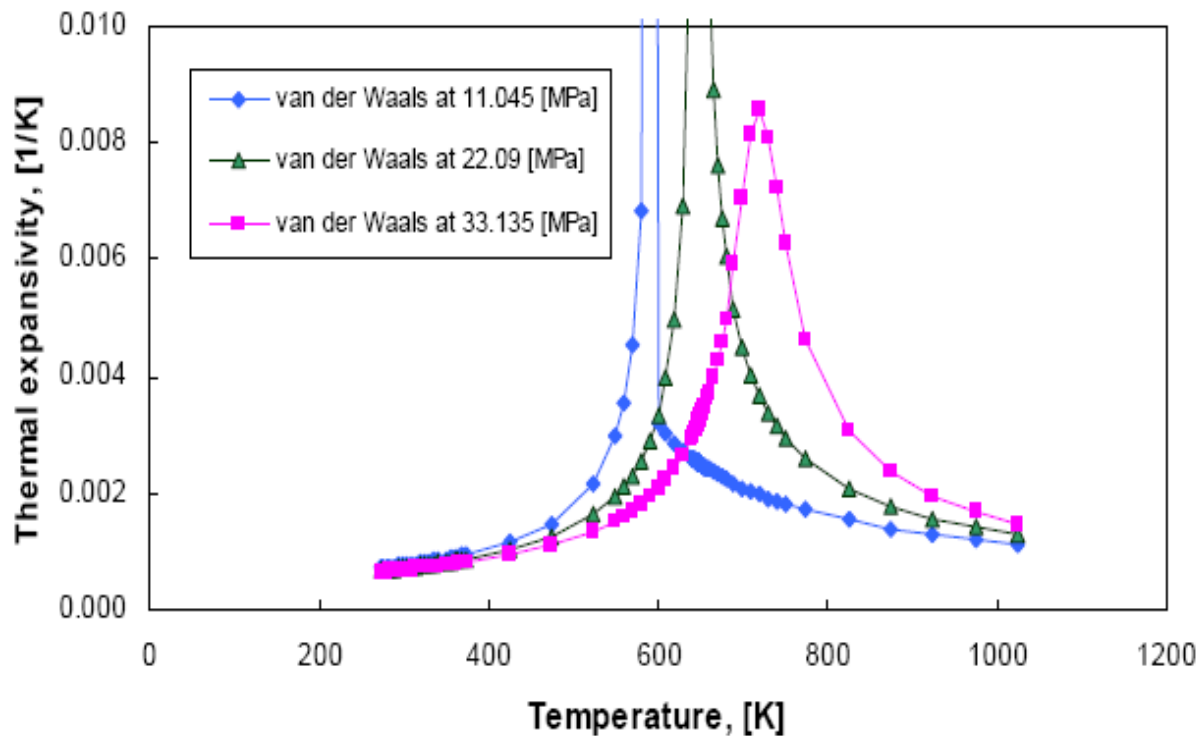
شکل ۶: ضریب انبساط گرمایی آب برای حالت فرض گاز ایده آل، گاز واندروالس (تحقیق حاضر) و نتایج آزمایشگاهی در فشار ۱۱,۰۴۵ مگا پاسکال



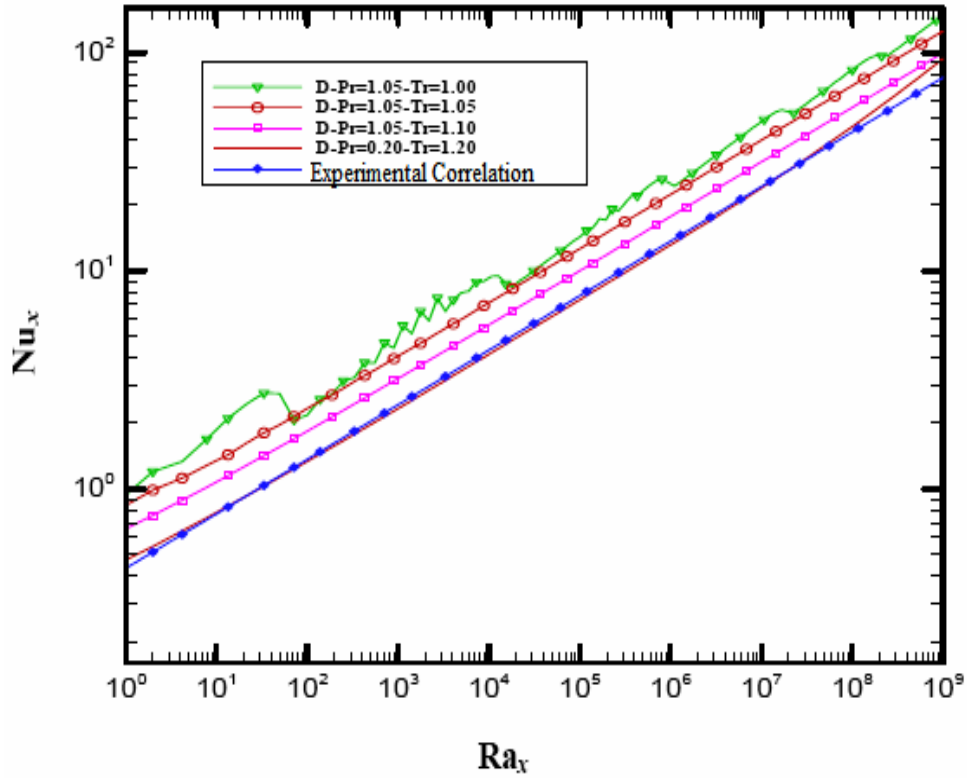
شکل ۷: ضریب انبساط گرمایی آب برای حالت فرض گاز ایده آل، گاز واندروالس (تحقیق حاضر) و نتایج آزمایشگاهی در فشار ۲۲,۰۹ مگا پاسکال (فشار بحرانی)



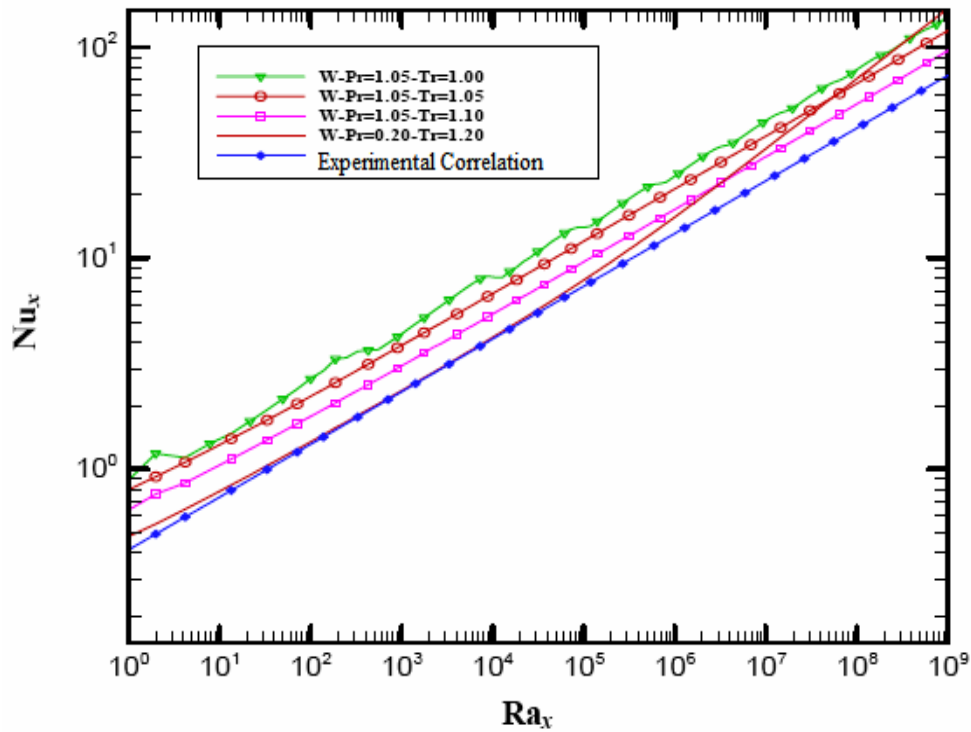
شکل ۸. ضریب انبساط گرمایی آب برای حالت فرض گاز ایده آل، گاز واندروالس (تحقیق حاضر) و نتایج آزمایشگاهی در فشار ۳۳،۱۳۵ مگا پاسکال



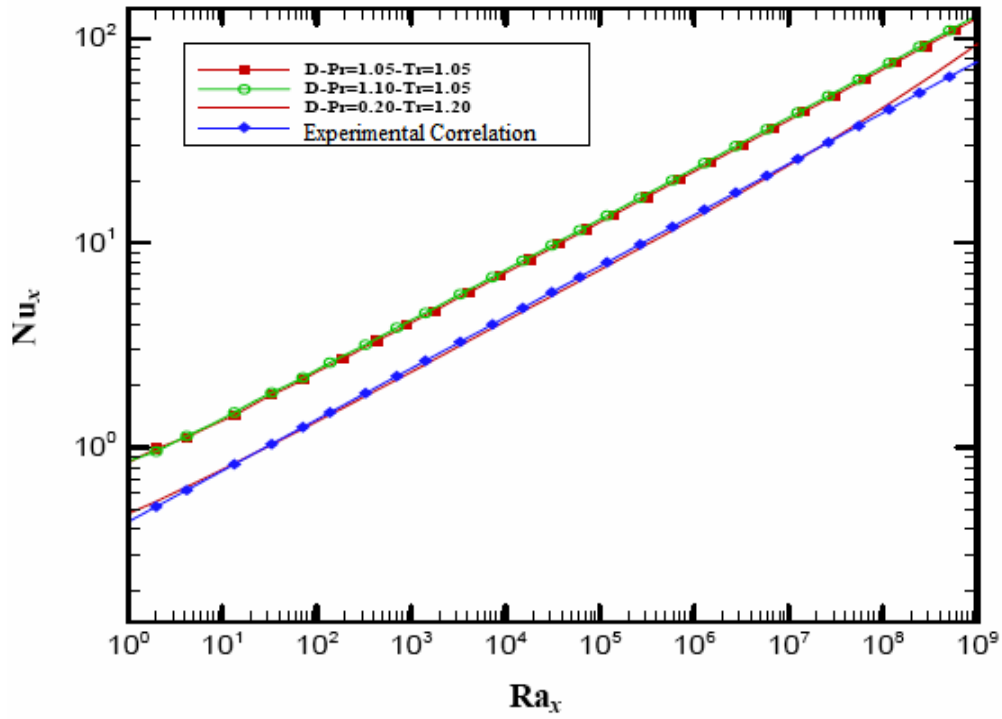
شکل ۹. ضریب انبساط گرمایی آب برای گاز واندروالس (تحقیق حاضر) در فشار های مختلف



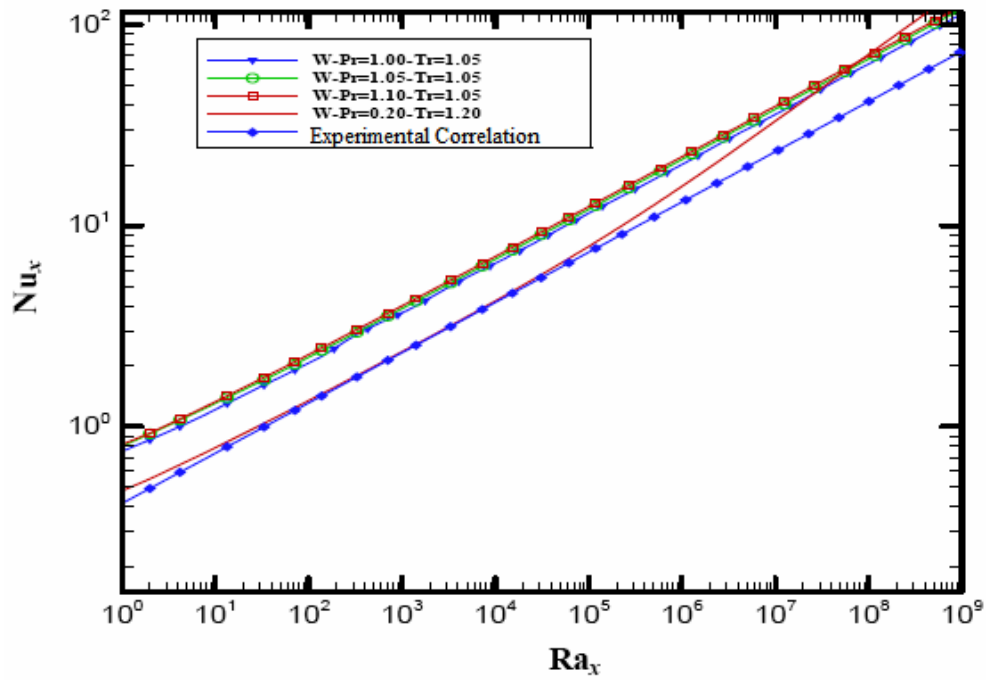
شکل ۱۰. نمودار  $Nu_x$  بر حسب  $Ra_x$  برای دی اکسید کربن حاصل از تحقیق حاضر و نتایج تجربی در فشار  $P_r = ۱,۰۵$  و دماهای مختلف



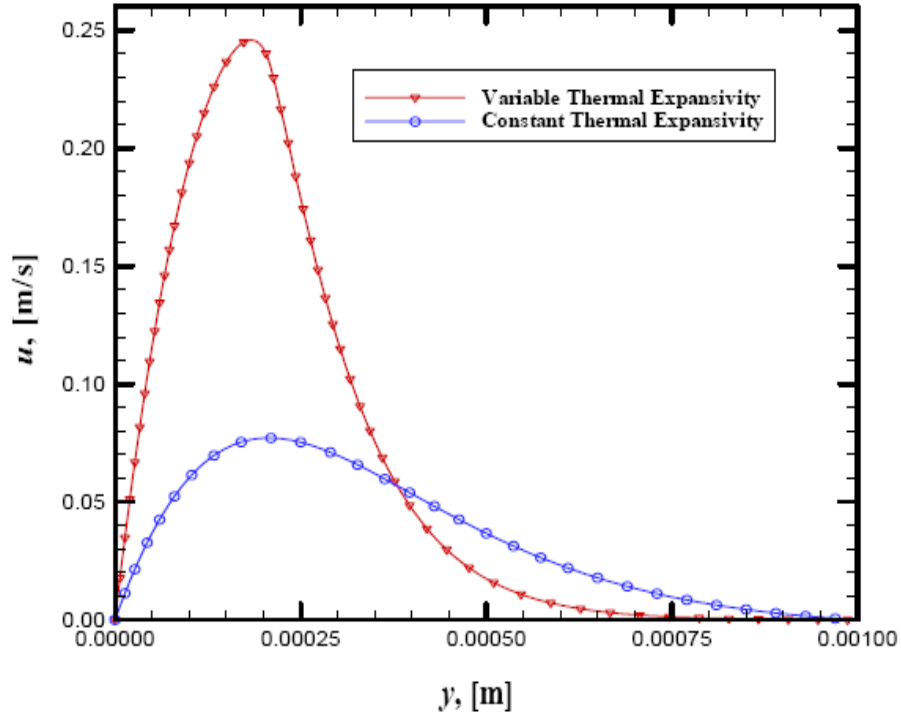
شکل ۱۱. نمودار  $Nu_x$  بر حسب  $Ra_x$  برای آب حاصل از تحقیق حاضر و نتایج تجربی در فشار  $P_r = ۱,۰۵$  و دماهای مختلف



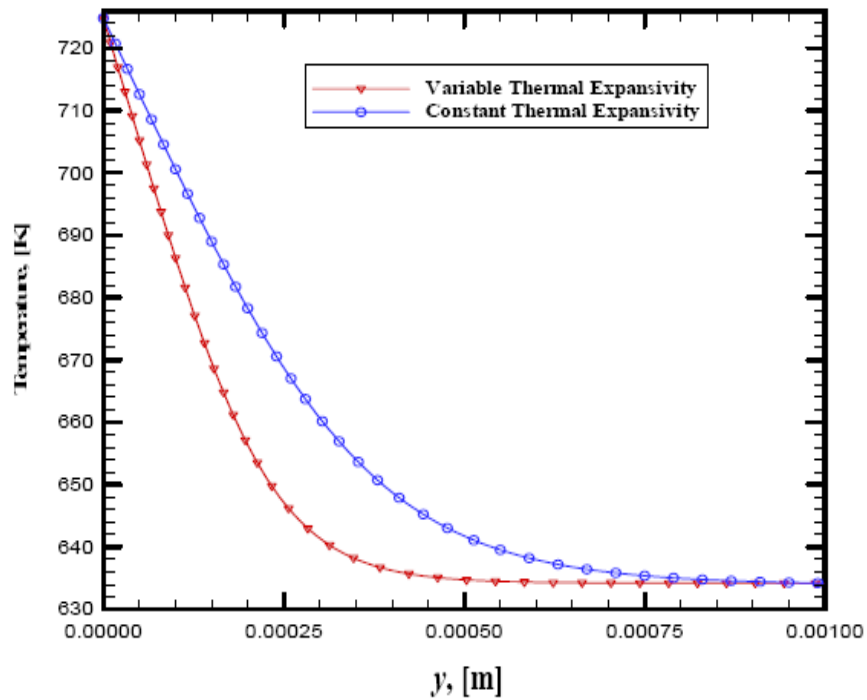
شکل ۱۲. نمودار  $Nu_x$  بر حسب  $Ra_x$  برای دی اکسید کربن حاصل از تحقیق حاضر و نتایج تجربی در دمای  $T_r = 1,05$  و فشارهای مختلف



شکل ۱۳. نمودار  $Nu_x$  بر حسب  $Ra_x$  برای آب حاصل از تحقیق حاضر و نتایج تجربی در دمای  $T_r = 1,05$  و فشارهای مختلف

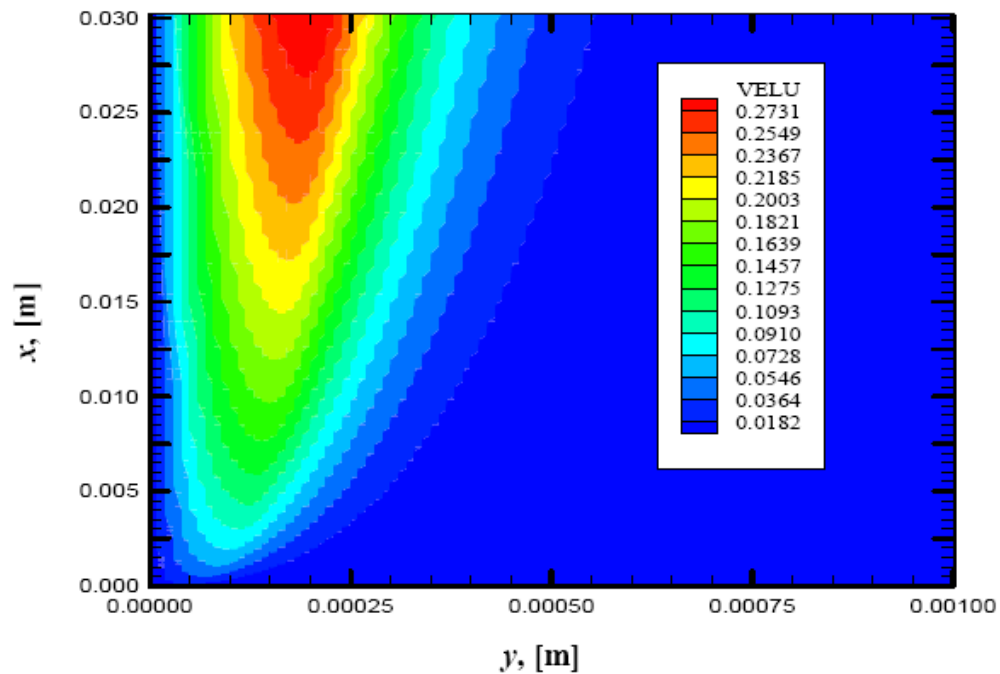


شکل ۱۴. پروفیل سرعت برای سیال آب در دو حالت ضریب انبساط گرمایی ( $\beta$ ) ثابت و ضریب انبساط گرمایی متغیر حاصل از تحقیق حاضر در  $P_r=1,05$ ,  $T_r=1,05$  و  $x=0,02176$  [m]

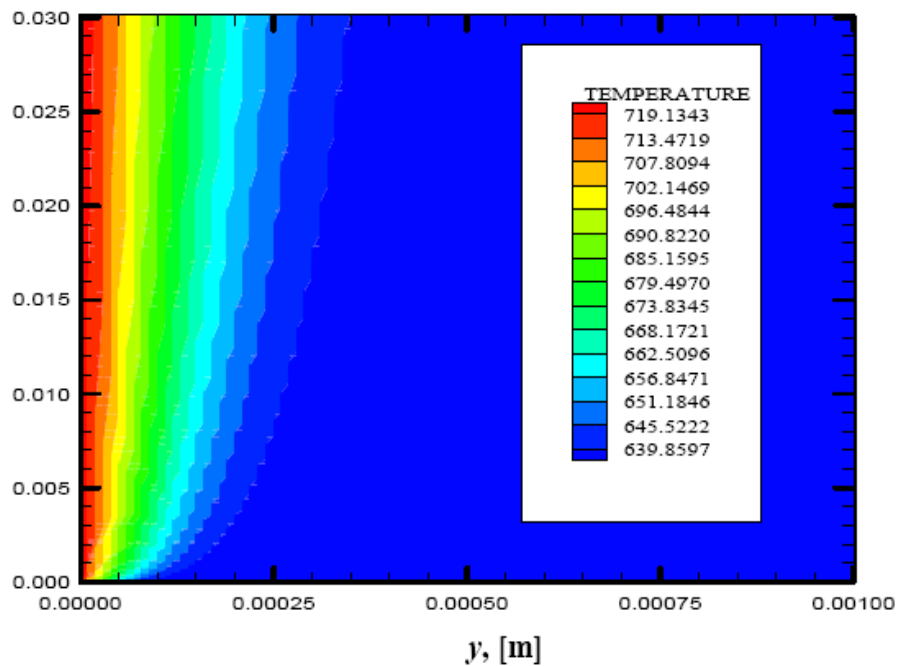


شکل ۱۵. پروفیل دما برای سیال آب در دو حالت ضریب انبساط گرمایی ( $\beta$ ) ثابت و ضریب انبساط گرمایی متغیر حاصل از تحقیق حاضر در  $P_r=1,05$ ,  $T_r=1,05$  و  $x=0,02176$  [m]





شکل ۱۶. کانتور سرعت ( بر روی صفحه عمودی گرم شده) برای سیال آب در حالت ضریب انبساط گرمایی ( $\beta$ ) متغیر حاصل از تحقیق حاضر در  $T_r = 1,05$ ,  $P_r = 1,05$  و  $x = 0,02176$  [m]



شکل ۱۷. کانتور دما ( بر روی صفحه عمودی گرم شده) برای سیال آب در حالت ضریب انبساط گرمایی ( $\beta$ ) متغیر حاصل از تحقیق حاضر در  $T_r = 1,05$ ,  $P_r = 1,05$  و  $x = 0,02176$  [m]