



### مطالعه تحلیلی چروکیدگی پلاستیک لبه صفحات گرد با کمک ورق گیر و با استفاده از تئوری تغییر شکل بزرگ در فرآیند کشش عمیق

فرزاد مویدیان<sup>۱</sup>، مهرا ن کدخدایان<sup>۲</sup>  
گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد

#### چکیده

در این مطالعه بر اساس مدل دو بعدی تنش صفحه ای و فانکشنال دو شاخه ای بر مبنای تئوری عمومی یکتایی هیل در مختصات قطبی، شرایط بحرانی چروکیدگی پلاستیک ورق گرد (تعداد موج های تشکیل شده و همچنین محدوده چروکیدگی لبه ورق) به کمک ورق گیر، طی فرآیند کشش عمیق به طور تحلیلی و به منظور بهبود نتایج قبلی که اغلب به طور عددی یا عددی- تحلیلی بوده اند، به دست آورده شده است. برای این منظور از روش های تحلیلی الاستوپلاستیک به کمک روش انرژی، در تئوری پلاستیسیتیه استفاده شده است. در این تحلیل از تئوری تغییر شکل بزرگ با صرف نظر کردن از ترم های غیر خطی کرنش استفاده شده است و به منظور به دست آوردن حل تحلیلی در بررسی چروکیدگی پلاستیک از تئوری تغییر شکل در پلاستیسیتیه و همچنین معیار تسلیم ترسکا استفاده شده است. در مقایسه با نتایج سایر مولفین نتایج تحلیلی به دست آمده با این روش، محدوده دقیق تری را برای محدوده چروکیدگی تعیین می کند و همچنین اثبات می شود استفاده از تئوری های تغییر شکل کوچک و بزرگ نتایج یکسانی را در بررسی محدوده چروکیدگی در بر دارد.

واژه های کلیدی: چروکیدگی پلاستیک - فانکشنال دو شاخه ای - ورق گیر - تئوری تغییر شکل بزرگ - فرآیند کشش عمیق

تئوری تغییر شکل بزرگ ( $\epsilon_0 \neq 0$ ) و به کمک ورق گیر به دست آورده می شود.

$$F(u,v,w) = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_a^b [ \frac{1}{2} \rho_0^2 \epsilon_{ij}^2 + \rho_0^2 \epsilon_{ij}^2 + \rho_0^2 \epsilon_{ij}^2 + \rho_0^2 \epsilon_{ij}^2 ] r dr d\theta + \frac{1}{2} K (v_{max}^2 + u_{max}^2) \tag{1}$$

$l$ ، ضخامت ورق،  $w$ ، تغییر مکان چروکیدگی، عمود بر صفحه میانی و در جهت  $z$ ،  $u, v$ ، تغییر مکان های درون صفحه ای در جهت  $r$  و  $\theta$ ،  $K_{ij}$ ، تانسور کرنش خمشی (یا تانسور تغییر انحناء) و  $\epsilon_{ij}^0$ ، تانسور کرنش کشیدگی لایه میانی و  $K$ ، سفتی ورق گیر می باشند. این فانکشنال دو شاخه ای، انرژی کل برای وقوع چروکیدگی را نشان می دهد. شرط  $f_i = 0$ ، مطابق شرایط بحرانی برای بروز چروک ها برای برخی میدان های تغییر شکل غیر صفر می باشد [۲ و ۱]. با بسط معادله (۱) به ازای  $i, j = 1, 2$  فانکشنال به صورت زیر تبدیل می شود:

$$F = \int_0^{2\pi} \int_a^b [ \frac{1}{2} \rho_0^2 \epsilon_{ij}^2 + \rho_0^2 \epsilon_{ij}^2 + \rho_0^2 \epsilon_{ij}^2 + \rho_0^2 \epsilon_{ij}^2 ] r dr d\theta + \frac{1}{2} K (v_{max}^2 + u_{max}^2) \tag{2}$$

$S$ ، نیروی ورق گیر و  $m$  نسبت بی بعد  $\frac{a}{b}$  می باشد. رابطه مشخصه حالت الاستوپلاستیک با در نظر گرفتن تئوری تغییر شکل در پلاستیسیتیه و همچنین معیار تسلیم ترسکا برای حالت پلاستیک کامل و تنش صفحه ای به صورت زیر به دست آورده می شود.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & E & 0 \\ \frac{2(1-\nu)}{E} & \frac{2(1-\nu)}{E} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E}{2(1+\nu)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \tag{3}$$

به قسمی که  $E$ ، مدول یانگ و  $\nu$ ، نسبت پواسون می باشند. برای به دست آوردن فانکشنال  $F$  علاوه بر به دست آوردن  $L_{eff}^p$  به میدان تغییر مکان های  $u, v, w$ ، به قسمی که شرایط مرزی را ارضاء کند و همچنین توزیع تنش پلاستیک نیز نیاز داریم که به صورت زیر می باشند [۵-۳].

$$\begin{cases} w(r,\theta) = c(r-a)(1 + \cos n\theta), \\ u(r,\theta) = d \cos n\theta, \\ v(r,\theta) = er \sin n\theta, \\ \sigma_r = Y \ln(\frac{b}{r}) > 0, \\ \sigma_\theta = Y [\ln(\frac{b}{r}) - 1] < 0. \end{cases} \tag{4}$$

#### مقدمه

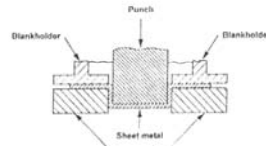
چروکیدگی از مهمترین معیارهای ساقط شدن در فرآیندهای شکل دهی ورق می باشد. تنش های مازاد فشاری سبب بروز پدیده چروکیدگی می شوند. در یک فرآیند کشش عمیق ورق گرد که به وسیله یک پانچ استوانه ای درون قالب کشیده می شود شکل (۱)، لبه داخلی ورق گرد سوراخ دار در معرض تنشهای کششی شعاعی و فشاری محیطی که در طول فرآیند ایجاد می شود، قرار می گیرد که جهت مطالعه تحلیلی، می تواند به صورت صفحه گرد با سوراخ مرکزی که لبه داخلی آن تحت تنش کششی قرار دارد مدل شود، شکل (۲). برای ابعاد مشخص ضخامت و ابزار کشش، یک نسبت بحرانی ضخامت  $t$  قطر موجود می باشد، که بالاتر از آن تنش فشاری محیطی سبب بروز چروکیدگی الاستیک یا پلاستیک لبه ورق می شود. بنابراین شاهد یک مد نامطلوب تغییر شکل می شویم که خودش را به صورت موج های تولیدی در لبه ورق نشان می دهد شکل (۳). در این بررسی فانکشنال معروف و کلی هاجینسون [۱ و ۲] را با استفاده از تئوری تغییر شکل بزرگ و به کمک ورق گیر به دست آورده و به بررسی شرایط بحرانی چروکیدگی می پردازیم.

بررسی تحلیلی چروکیدگی پلاستیک لبه صفحات گرد به کمک ورق گیر در این حالت فانکشنال پایداری دو شاخه ای هاجینسون با استفاده از

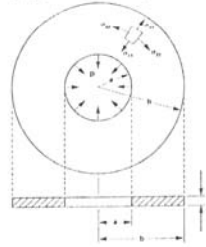
۱- دانشجوی دکتری مهندسی مکانیک - طراحی کاربردی - ۰۹۱۵۵۱۴۸۱۷۴ - farzad\_moayyedean@yahoo.com

۲- دانشیار مهندسی مکانیک - طراحی کاربردی

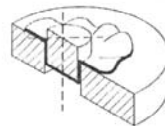
$H$ ، تعداد موج تشکیل شده،  $c, d, e$ ، مقادیری ثابت و  $Y$ ، تنش تسلیم است.



شکل ۱- فرایند کشش عمیق با استفاده از پانچ استوانه ای

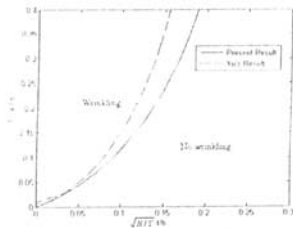


شکل ۲- لیه ورق گرد به صورت صفحه گرد با سوراخ مرکزی که در لیه داخلی آن تحت تنش کششی شعاعی قرار گرفته، مدل شده است.

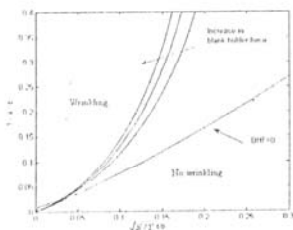


شکل ۳- چروک های ایجاد شده در لیه ورق

در نمودارهای زیر محدوده چروکیدگی به ازای  $\frac{S}{D} = 4000$  به قسمی که  $D$ ، صلابت خمشی ورق می باشد، مشخص و همچنین اثر تغییر نیروی ورق گیر روی محدوده چروکیدگی بررسی شده است.



شکل ۵- محدوده چروکیدگی پلاستیک لیه ورق به کمک ورق گیر



شکل ۶- اثر تغییر نیروی ورق گیر روی محدوده چروکیدگی

#### نتیجه گیری

در این بررسی به تحلیلی چروکیدگی پلاستیک به کمک ورق گیر پرداخته شد به قسمی که اثر ورق گیر با اضافه کردن ترم انرژی ورق گیر به فانکشنال به دست آورده شده برای حالت پلاستیک و با استفاده از تئوری تغییر شکل بزرگ ( $\epsilon_p^0 \neq 0$ ) به دست آورده شد. نکته قابل توجه در این تحلیل به دست آوردن  $I_{crit}^0$  با در نظر گرفتن تئوری تغییر شکل در پلاستیسیتیه و همچنین معیار تسلیم ترسکا برای حالت پلاستیک کامل بود که سبب به دست آورده شدن حل تحلیلی در مسئله مورد نظر شد. شرط بحرانی  $Det(M_0) = 0$  منجر به  $M_{11} = 0$  می شود که در حقیقت معادل استفاده از تئوری تغییر شکل کوچک ( $\epsilon_p^0 = 0$ ) می باشد.

#### مراجع

1. Hutchinson, J.W., Plastic buckling, Advances in Applied Mechanics, 1974, pp. 14-67.
2. Wang, C., Kinzel G., and Altan T., Wrinkling criterion for anisotropic shell with compound curvatures in sheet forming, International Journal of Mechanical Sciences, v. 36, 1994, pp. 945-960.
3. Yu, T. X. and Johnson, W., The buckling of annular plates in relation to deep-drawing process, International Journal of Mechanical Sciences, v. 24, 1982, pp. 175-88.
4. Chu, E., and Xu, Y., An elastoplastic analysis of flang wrinkling in deep drawing process, Journal of Mechanics and Physics of Solids, v. 43, 2001, pp. 1421-1440.
5. Tomita, Y. and Shindo, A., Fatnassi A. Bounding approach to the bifurcation point of annular plates with nonassociated flow rule subjected to uniform tension at their outer edges, International Journal of Plasticity, v.4, 1988, pp. 251-263.