

## شبیه سازی عددی جریان کاویتاسیون گستردگی و جزئی دوبعدی با استفاده از روش المان مرزی

محمود پسندیده فرد<sup>۱</sup>، ایمان رشیدی طرقی<sup>۲</sup> و محمد تولمی<sup>۳</sup>

گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد

(تاریخ دریافت: ۱۳۸۶/۰۴/۰۷؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۸۷/۰۶/۰۵)

### چکیده

در این پژوهش، جریان پتانسیل، همراه با کاویتاسیون گستردگی و جزئی، با استفاده از روش المان مرزی بررسی شده است. برای این منظور، توزیع گردابه در مرز جریان مورد استفاده قرار گرفته است. روی سطح خیس شده هیدروفویل - کاویتی شرط نفوذ ناپذیری و روی سطح خیس شده کاویتی شرط سرعت مماسی ثابت و در لبه انتهایی هیدروفویل برای کاویتاسیون جزئی شرط کوتا و برای کاویتاسیون گستردگی، شرط پیوستگی سرعت مماسی اعمال شده است. در این روش، طول کاویتی معلوم فرض شده و یک شکل اولیه فرضی برای کاویتی در نظر گرفته شده است. نتایج حل عددی جریان کاویتاسیون جزئی حول هیدروفویل NACA0009 و کاویتاسیون گستردگی حول هیدروفویل صفحه تخت و گوه با نتایج تجربی مقایسه شده است. در کاویتاسیون جزئی، نتایج بیانگر صحت این روش عددی تا طول کاویتی کمتر از حدود ۷۵٪ وتر است که برای تطابق بهتر با نتایج تجربی از روش جدیدی استفاده شده است. در این روش که تأثیر یک گردابه مستقل در خلاف جهت عقربه ساعت که در کاویتاسیون جزئی و در پایین دست جریان شکل می‌گیرد، مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین، تأثیر تغییر نقطه شروع کاویتی بررسی شده که نشان می‌دهد اثر زیادی بر نمودار نسبت ضخامت به طول کاویتی ندارد.

**واژه‌های کلیدی:** کاویتاسیون گستردگی دوبعدی، کاویتاسیون جزئی دوبعدی، جریان پتانسیل، روش المان مرزی، گردابه

## Numerical Simulation of 2-D Supercavitation and Partial Cavitation, Using Boundary Element Method

M. Pasandideh Fard, I. Rashidi-Toroghi, and M. Tolami  
Mech. Eng. Group, Ferdowsi Univ. of Mashhad

### ABSTRACT

In this work, potential flow with supercavitation and partial cavitation has been studied, using boundary element method. For this purpose, vortex distribution is used in the boundary of the flow. The impermeable condition is used on the wetted surface of the hydrofoil-cavity (zero vertical velocity), while constant tangential velocity condition is used on the wetted surface of the cavity; the Kutta condition is also used at the trailing edge of the hydrofoil for partial cavitation and the continuity of tangential velocity condition is used for supercavitation. In this method, the length of the cavity is assumed to be known and an initial guess for the cavity shape is considered. The results of the numerical solution of partial cavitation flow around NACA0009 hydrofoil and supercavitation from over a flat surface and a wedge are compared with the experimental results. The results in partial cavitation show the accuracy of this numerical method for cavity length of less than 75% of the cord. Thus, for better accordance with the experimental results, a new method is used in which this method, the effect of a counter clockwise independent vortex, which is formed downstream of the flow in partial cavitation, has been studied. Furthermore, the effect of changing the cavity starting point has been studied, which shows that it does not have great influence on the ratio of thickness to length of the cavity.

**Key Words:** 2-D Supercavitation, 2-D Partial Cavitation, Potential Flow, Boundary Integral Method, Vortex

۱- استادیار (نویسنده پاسخگو): fardmp@yahoo.com

۲- دانشجوی دکترا

۳- کارشناس ارشد

ترکیدن آن، جریان در پایین دست کاویتی چرخشی خواهد بود ولی در نقاط دیگر، مرز کاویتی مقدار چرخش بسیار ناچیز است. بنابراین، می‌توان گفت جریان در اطراف کاویتی با تقریب خوبی پتانسیل می‌باشد.

به دلیل اهمیت و کاربرد فراوان پدیده کاویتاسیون، مطالعات فراوانی به صورت تحلیلی روی هندسه‌های دو و سه بعدی صورت گرفته است [۱]. هلمهولتز<sup>۳</sup> در سال ۱۸۶۸ و کیرشوف<sup>۴</sup> در سال ۱۸۶۹ با استفاده از تئوری توابع متغیر مختلط هدوگراف<sup>۵</sup> جریان کاویتاسیون گستردۀ حول صفحه تخت را در عدد کاویتاسیون صفر حل نمودند. گرست<sup>۶</sup> در سال ۱۹۵۹ یک تئوری خطی برای پیش‌بینی کاویتاسیون جزئی حول هیدروفویل در عدد کاویتاسیون محدود پایه‌گذاری کرده و در سال بعد آن را برای پیش‌بینی کاویتاسیون گستردۀ حول هیدروفویل تکمیل نمود [۷]. در سال ۱۹۷۷ جیانگ<sup>۷</sup> تئوری عددی ناپایدار همراه با در نظر گرفتن اثر نیروی برآ<sup>۸</sup> برای جریان‌های کاویتاسیون گستردۀ حول هیدروفویل‌های سه‌بعدی با استفاده از روش گردابه و چشمۀ پیشنهاد نمود. برای حل کاویتاسیون گستردۀ متقارن محوری نیز تاکنون دو مدل جسم نازک و مدل المان مرزی ارائه شده است [۱].

در سال ۱۹۸۷ اهلمن<sup>۹</sup> از روش المان‌های مرزی غیرخطی بر مبنای سرعت (با استفاده از توزيع گردابه در مرز جریان) برای حل جریان کاویتاسیون جزئی روی هیدروفویل استفاده نمود [۸] و دو سال بعد از همان روش برای حل جریان کاویتاسیون گستردۀ استفاده کرد [۹]. چندی بعد فاین<sup>۱۰</sup> و کیناس<sup>۱۱</sup> از توزيع چشمۀ و دابلت با استفاده از انتگرال سوم (گرین) برای حل مسئله کاویتاسیون جزئی حول هیدروفویل دو بعدی استفاده نمودند [۱۰-۱۱].

در تحقیق حاضر، برای تحلیل کاویتاسیون جزئی و گستردۀ از توزيع گردابه در مرزهای هیدروفویل و کاویتی

## ۱- مقدمه

کاویتاسیون در بسیاری از پدیده‌های مهندسی و نظریمی که همراه حرکت مایعات با سرعت بالاست، اتفاق می‌افتد. این پدیده در بسیاری از موارد مخرب است. در مواردی نیز به علت کاهش نیروی پسا<sup>۱</sup> مغلوب می‌باشد. لذا بررسی این پدیده از دیرباز مورد توجه بوده است. بر طبق رابطه برنولی در جریان مایع روی یک جسم افزایش سرعت باعث کاهش فشار جریان می‌شود. اگر افزایش سرعت به حدی باشد که فشار به فشار بخار کاهش پیدا کند، سیال در آن منطقه به بخار تبدیل می‌شود و اصطلاحاً کاویتاسیون رخ می‌دهد. اگر طول کاویتی کمتر از طول جسم باشد یا اصطلاحاً کاویتی روی جسم بسته شود، کاویتاسیون جزئی نامیده می‌شود. با افزایش بیشتر سرعت جریان آزاد (کاهش عدد کاویتاسیون)، طول کاویتی می‌تواند از طول جسم نیز بیشتر شده و کاویتی خارج از جسم روی جریان مایع بسته می‌شود. به این حالت، کاویتاسیون گستردۀ یا سوبرکاویتاسیون<sup>۲</sup> گفته می‌شود [۱]. کاویتاسیون جزئی به علت این که مایع روی جسم بسته می‌شود، ناپایدار بوده که این ناپایداری همراه با شکل‌گیری و جداشدن حباب‌های بخار آب (ابر کاویتی) می‌باشد و با افزایش طول کاویتی این ناپایداری بیشتر می‌شود. کاویتاسیون گستردۀ به دلیل بسته شدن مایع در خارج جسم، نسبتاً پایدار می‌باشد [۲-۴].

کاویتی از جنبه دیگر، به دو دسته باز و بسته تقسیم می‌شود. کاویتی بسته، اغلب در سرعت جریان زیاد (اعداد کاویتاسیون کم) و یا زاویه حمله کوچک و یا روی هندسه‌های هموار شکل می‌گیرد و مرز کاویتی در آن واضح می‌باشد. این کاویتی تقریباً پایدار و جریان در انتهای آن آرام است. کاویتی باز اغلب در سرعت جریان کم (اعداد کاویتاسیون زیاد) و یا زاویه حمله بالا و یا روی هندسه‌های ناهموار (مثل گوشه‌ها) شکل می‌گیرد و مرز کاویتی مخصوصاً در انتهای آن واضح نیست. این کاویتی نزدیک نقطه بیشترین ضخامت کاویتی و درون مایع تمام می‌شود و انتهای آن باز است. کاویتی باز ناپایدار بوده و جریان در انتهای آن متلاطم می‌باشد [۵].

با توجه به مشاهدات تجربی [۶] جریان تا قبل از ترکیدن ابر کاویتی اصولاً غیرچرخشی می‌باشد و پس از

3- Helmholtz

4- Kirchoff

5- Hodograph

6- Geurst

7- Jiang

8- Lift

9- Uhlman

10- Fine

11- Kinnas

1- Drag

2- Supercavitation

عناصر جریان پتانسیل شامل جریان یکنواخت، چشم، چاه، دابلت و گردابه در معادله (۲) صدق می‌کنند به دلیل خطی بودن معادله (۲) برهم نهی عناصر فوق نیز معادله (۲) را ارضاء خواهد نمود. برای حل جریان پتانسیل حول هیدروفویل از برهم نهی جریان یکنواخت و توزیع از گردابه‌ها روی مرز خیس شده کاویتی و هیدروفویل استفاده شده است. بنابراین داریم:

$$\Phi = \bar{U}_\infty \tilde{r} + \phi, \quad (3)$$

که در آن، جمله  $\bar{U}_\infty \tilde{r}$  پتانسیل ناشی از جریان یکنواخت و جمله  $\phi$  پتانسیل ناشی از توزیع گردابه‌ها است. اگر  $\bar{Q}$  سرعت در نقطه‌ای از میدان باشد آنگاه:

$$\bar{Q} = \nabla \Phi, \quad (4)$$

یا طبق رابطه (۳)

$$\bar{Q} = \bar{U}_\infty \tilde{r} + \tilde{V}, \quad (5)$$

و

$$\tilde{V} = \nabla \phi, \quad (6)$$

که در آنها،  $\tilde{V}$  سرعت ناشی از توزیع گردابه‌ها است. از آنجا که میدان حاصل از برهم نهی جریان یکنواخت و توزیع گردابه‌ها خود به خود معادله لاپلاس را ارضاء می‌نماید. بنابراین، برای حل مسئله فقط باید شرایط مرزی ارضاء شود.

#### ۱-۲- گردش منفی در پایین دست جریان

طبق قضیه کلوین [۱۲] در جریان غیر قابل تراکم و غیررویسکوز حول اجسام تغییر گردش برابر صفر است. به تعبیری، در جریان حول هیدروفویل‌ها علاوه بر گردش در جهت عقربه‌های ساعت که باعث ایجاد نیروی لیفت می‌شود گردش دیگری با همان اندازه و در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت در پایین دست هیدروفویل‌ها خواهیم داشت به نحوی که حاصل جمع دو گردش صفر شود. در پدیده‌هایی که کاویتاسیون نقشی ندارد مثل جریان هوا روی ایرفویل‌ها به دلیل این که این گردش منفی در فاصله نسبتاً دور از ایرفویل شکل می‌گیرد لذا از تأثیر آن روی ایرفویل می‌توان صرف نظر کرد [۱۲]. با توجه به مشاهدات تجربی [۱۳] هنگام شکل‌گیری کاویتاسیون جزئی روی هیدروفویل‌ها یک جریان رو به بالای قوی در پایین دست ناحیه کاویتی شکل می‌گیرد که

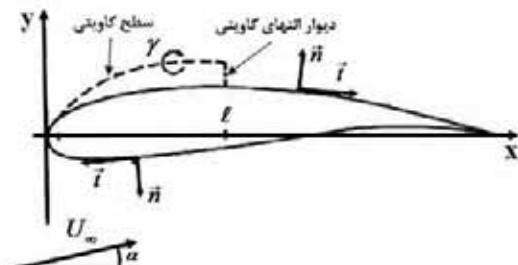
استفاده شده است. کاویتاسیون جزئی حول هیدروفویل NACA0009 و کاویتاسیون گسترده حول هیدروفویل صفحه تخت و گوه موردن بررسی قرار گرفته است. روش‌های معمول تحلیل جریان کاویتاسیون با استفاده از تئوری پتانسیل اثر گردش منفی در پایین دست جریان را در نظر نمی‌گیرد. در این مقاله براساس مشاهدات تجربی و همچنین قضیه کلوین، در کاویتاسیون جزئی با افزودن یک گردابه در پایین دست هیدروفویل و با شدتی تقریباً برابر با شدت گردش مثبت ایجاد شده حول هیدروفویل و در خلاف جهت آن به بررسی اثر گردابه منفی بر دقت نتایج پرداخته شده است.

#### ۲- معادلات حاکم

در این پژوهش همه متغیرها بی‌بعد فرض شده و در کاویتاسیون جزئی، زاویه حمله روی جریان سیال (شکل ۱) و در کاویتاسیون گسترده روی هیدروفویل اعمال شده (شکل ۲). بنابراین، داریم:

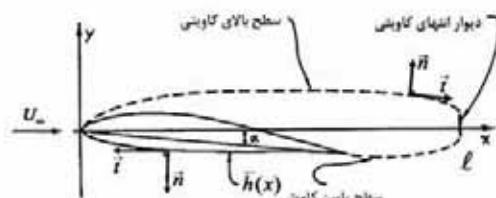
$$\bar{U}_\infty = I \hat{i}, \quad (1)$$

که در آن،  $\bar{U}_\infty$  سرعت جریان یکنواخت است.



شکل (۱): جریان کاویتاسیون جزئی حول یک هیدروفویل فرض می‌شود جریان پتانسیل باشد. بنابراین تابع پتانسیل  $\Phi$  در معادله لاپلاس صدق می‌کند:

$$\nabla^2 \Phi = 0. \quad (2)$$



شکل (۲): جریان کاویتاسیون گسترده حول یک هیدروفویل.

$$\sigma = \frac{p_\infty - p_e}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2}, \quad (10)$$

و با توجه به این که  $|U_\infty| = 1$  می‌باشد شرط مرزی دینامیکی و یا همان صورت بی بعد معادله (۹) به صورت زیر در می‌آید:

$$Q_e = U_\infty \sqrt{1 + \sigma} = \sqrt{1 + \sigma}. \quad (11)$$

این شرط بیان می‌کند که مقدار سرعت روی مرز خیس شده کاویتی ثابت بوده و از رابطه فوق به دست می‌آید.

### ۳-۳- شرط کوتا

در حل جریان بدون کاویتاسیون یا جریان کاویتاسیون جزئی حول هیدروفویل به منظور مشخص نمودن یکتاپی گردش (سیر کولاسیون) شرط کوتا در لبه انتهایی هیدروفویل اعمال می‌شود. شرط کوتا بیان‌های مختلفی دارد. در اینجا از این بیان استفاده می‌کنیم که سرعت‌های مماسی در بالا و پایین لبه انتهایی هیدروفویل باید برابر باشند، یعنی:

$$\lim_{A \rightarrow T.E.} \vec{t}_A \cdot \vec{Q}_A = - \lim_{B \rightarrow T.E.} \vec{t}_B \cdot \vec{Q}_B, \quad (12)$$

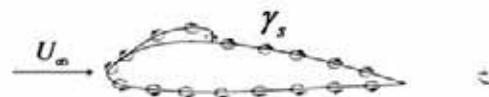
که در آن،  $\vec{t}$  بردار واحد مماس بر سطح در جهت حرکت عقربه‌های ساعت و A نقطه مجاور لبه انتهایی فویل روی سطح بالایی و B نقطه مجاور لبه انتهایی هیدروفویل روی سطح پایینی می‌باشد. بنابراین روی سطح بالایی هیدروفویل  $\vec{t}$  و  $\vec{Q}$  خلاف جهت یکدیگر هستند. علامت منفی به همین خاطر است.

شرط پیوستگی سرعت مماسی در لبه انتهایی هیدروفویل در کاویتاسیون گسترده سطح بالایی هیدروفویل با آب در تعاض نیست و نمی‌توان شرط کوتا را اعمال نمود (شکل ۲). بنابراین به جای شرط کوتا شرط پیوستگی سرعت مماسی در لبه انتهایی هیدروفویل اعمال می‌شود. که به صورت رابطه زیر بیان می‌شود:

$$\lim_{A \rightarrow T.E.} \vec{t}_A \cdot \vec{Q}_A = \lim_{B \rightarrow T.E.} \vec{t}_B \cdot \vec{Q}_B, \quad (13)$$

که در آن،  $\vec{t}$  بردار مماس بر سطح در جهت حرکت عقربه‌های ساعت (شکل ۲) و A و B نقطه‌ای روی سطح پایینی هیدروفویل و در مجاورت لبه انتهایی آن و B نقطه‌ای روی سطح پایینی کاویتی و در مجاورت لبه

به علت فاصله نزدیکی که نسبت به هیدروفویل دارد می‌تواند تأثیر قابل توجهی بر روی نیروهای وارد بر هیدروفویل داشته باشد. در این مقاله برای بررسی اثر این گرادیان شدید سرعت از یک گردش منفی (خلاف جهت عقربه ساعت) در پایین دست هیدروفویل استفاده شده است (شکل ۳). شدت این گردش منفی برابر با شدت گردش مثبت ایجاد شده حول هیدروفویل می‌باشد تا قضیه کلوین ارضا شده و حاصل جمع دو گردش حول هیدروفویل صفر شود. موقعیت مکانی آن نیز در این کار به اندازه یک طول وتر در پایین دست هیدروفویل فرض شده است.



شکل (۳): در نظر گرفتن اثر گردابه منفی بر حل جریان.

### ۳- شرایط مرزی

در این بخش شرایط مرزی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

#### ۳-۱- شرط مرزی سینماتیکی

این شرط بیان می‌کند که مؤلفه عمودی سرعت در مرز جریان (مرز خیس شده هیدروفویل-کاویتی) باید برابر صفر باشد. بنابراین روی این مرز داریم:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0, \quad (7)$$

یا به صورت عبارتی بر حسب سرعت:

$$\vec{n} \cdot \vec{V} = -\vec{n} \cdot \vec{U}_\infty \quad \text{or} \quad \vec{n} \cdot \vec{Q} = 0, \quad (8)$$

که در آن،  $\vec{n}$  بردار واحد عمود بر سطح به طرف خارج است.

#### ۳-۲- شرط مرزی دینامیکی

این شرط فقط روی مرز خیس شده کاویتی اعمال می‌شود. با فرض فشار کاویتی ثابت و اعمال معادله برنولی بین یک نقطه جریان آزاد و نقطه‌ای روی مرز خیس شده کاویتی داریم:

$$p_\infty + \frac{1}{2} \rho |U_\infty|^2 = p_e + \frac{1}{2} \rho Q_e^2, \quad (9)$$

که در آن،  $p_\infty$  فشار جریان آزاد،  $p_e$  فشار داخل کاویتی (که ثابت فرض می‌شود) و  $Q_e$  سرعت جریان روی مرز کاویتی و  $\rho$  چگالی آب می‌باشد. با تعریف عدد بی بعد کاویتاسیون  $\sigma$  به صورت زیر است:

از طرفی، اگر  $y(x)$  بیانگر منحنی C باشد، از هندسه مسئله داریم:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{n_x}{n_y}. \quad (19)$$

بنابراین، با توجه به (۱۸) داریم:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{Q_y}{Q_x}. \quad (20)$$

این رابطه بیان می‌کند که به منظور ارضای شرط سرعت عمودی صفر در موز C باید شیب منحنی C با شیب بردار سرعت روی آن برابر باشد.

**۳-۵-۳- صورت دیگر شرط دینامیکی**  
با توجه به رابطه (۵) مقدار  $Q_c$  را می‌توان بر حسب مؤلفه‌های مماسی و عمودی سرعت روی سطح کاویتی به صورت زیر نوشت:

$$Q_c = \sqrt{[\bar{l} \cdot (\bar{U}_\infty + \bar{V})]^2 + [\bar{n} \cdot (\bar{U}_\infty + \bar{V})]^2}. \quad (21)$$

طبق شرط سینماتیکی (۸) داریم  $\bar{n} \cdot (\bar{U}_\infty + \bar{V}) = 0$  بنابراین خواهیم داشت:

$$Q_c = \sqrt{[\bar{l} \cdot (\bar{U}_\infty + \bar{V})]^2}. \quad (22)$$

با جایگزینی آن در شرط موزی دینامیکی رابطه (۱۱) خواهیم داشت:

$$\sqrt{[\bar{l} \cdot (\bar{U}_\infty + \bar{V})]^2} = \sqrt{(I + \sigma)}, \quad (23)$$

و به این

$$\pm \bar{l} \cdot (\bar{U}_\infty + \bar{V}) = \sqrt{(I + \sigma)}. \quad (24)$$

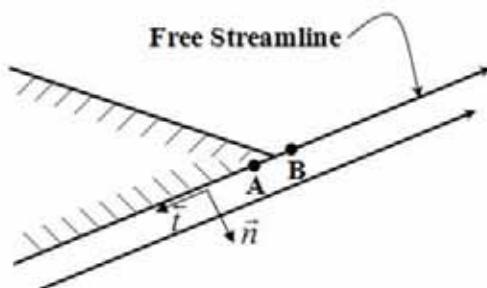
با مرتب کردن رابطه اخیر داریم:

$$\bar{l} \cdot \bar{V} \mp \sqrt{(I + \sigma)} = -\bar{l} \cdot \bar{U}_\infty, \quad (25)$$

که در آن، برای سطح بالایی کاویتی  $\bar{l}$  در جهت جریان است از علامت (-) و برای سطح پایینی کاویتی که  $\bar{l}$  در خلاف جهت جریان است از علامت (+) رابطه فوق استفاده می‌شود. رابطه (۲۵) صورت دیگری از شرط دینامیکی است که روی موز خیس شده کاویتی به کار می‌رود. معادلات نهایی که برای حل مسئله استفاده شده است روابط (۱۴)، (۱۵)، (۲۰) و (۲۵) هستند. در این روابط

انتهایی هیدروفویل (بعد از هیدروفویل) می‌باشد (شکل ۴). با جایگذاری رابطه (۵) در رابطه (۱۲) و پس از مرتب کردن رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\lim_{A \rightarrow T.E.} \bar{l}_A \cdot \bar{V}_A - \lim_{B \rightarrow T.E.} \bar{l}_B \cdot \bar{V}_B = \lim_{A,B \rightarrow T.E.} (\bar{l}_B - \bar{l}_A) \cdot \bar{U}_\infty. \quad (14)$$



شکل (۴): جریان کاویتاسیون گسترده در لبه انتهایی هیدروفویل.

**۴-۴-۳- صورت دیگر شرط سینماتیکی**  
شرط سینماتیکی رابطه (۸) برای حل عددی رابطه مناسبی نیست، زیرا پس از اعمال آن روی انتگرال مرزی ماتریس ضرایبی تشکیل می‌شود که دارای عناصر صفر روی قطر اصلی و غیر غالب است. به جای آن می‌توان از رابطه زیر که معادل (۸) است استفاده کرد:

$$\bar{l} \cdot \bar{V}^- = -\bar{l} \cdot \bar{U}_\infty, \quad (15)$$

که در آن، بالاترین (-) بیانگر نقطه داخلی موز هیدروفویل - کاویتی است. در این صورت ماتریس ضرایب با عناصر قطر اصلی غالب تشکیل می‌شود.

صورت دیگری از شرط سینماتیکی وجود دارد که برای اعمال روی موز کاویتی مناسب است. با توجه به این که:

$$\bar{n} = n_x \hat{i} + n_y \hat{j}, \quad (16)$$

$$\bar{Q} = Q_x \hat{i} + Q_y \hat{j}, \quad (17)$$

که در آن، زیرنویس x و y به ترتیب بیانگر مؤلفه‌های بردار مربوطه در راستای x و y است. می‌توانیم رابطه (۸) را به صورت زیر بازنویسی کنیم،

$$n_x \cdot Q_x = -n_y \cdot Q_y. \quad (18)$$

تغییر می‌کند. شرایط مرزی روی یک نقطه از هر المان ارضا می‌شود. در این تحقیق این نقطه، نقطه وسط المان درنظر گرفته شده است. چون طول کاویتی معلوم فرض می‌شود، مجہولات مسئله شامل  $n$  شدت گردابه روی جزء‌ها،  $1$  عدد کاویتاسیون و همچنین شکل کاویتی شامل  $n_{cav}$  مجہول  $\sigma$  می‌باشد. بدین ترتیب تعداد کل مجہولات  $n + n_{cav} + 1$  می‌باشد. معادلات مسئله شامل  $n_{wet} + n_{wall}$  شرط سینماتیکی (۱۵) روی مرز خیس شده هیدروفویل و دیواره،  $n_{cav}$  شرط سینماتیکی مندرج در رابطه (۲۰) روی مرز خیس شده کاویتی،  $n_{cav}$  شرط دینامیکی مندرج در رابطه (۲۵) روی مرز خیس شده کاویتی و یک معادله که شرط کوتا یا شرط پیوستگی سرعت مماسی در لبه انتهایی هیدروفویل است و جمعاً  $n + n_{cav} + 1$  معادله می‌شود. بنابراین، تعداد مجہولات با معادلات برایر و مسئله جواب یکتا خواهد داشت.

در مرحله اول  $n+1$  مجہول شامل  $n$  شدت گردابه و یک عدد کاویتاسیون حل می‌شود. معادلاتی که برای این منظور حل می‌گردد  $n_{cav}$  معادله شرط دینامیکی روی مرز فرضی کاویتی،  $n_{wet} + n_{wall}$  معادله شرط سینماتیکی روی مرز خیس شده هیدروفویل و دیواره و  $1$  شرط کوتا یا پیوستگی سرعت مماسی در لبه انتهایی هیدروفویل هستند. در معادلات فوق متغیرهای  $\bar{U}$ ،  $\bar{V}$ ،  $\bar{\sigma}$  به کار رفته است. مقدار  $\bar{U}$  که در سمت رأسی روابط فوق قرار دارد معلوم می‌باشد، زیرا مقدار  $\bar{U}$  از رابطه (۱) به دست می‌آید و مقدار بردار مماس  $\bar{A}$  با توجه به شکل معلوم هیدروفویل و شکل مفروض کاویتی روی تمام المان‌ها قابل محاسبه است. مقدار  $\bar{V}$  که در هر سه رابطه فوق به کار رفته مجہول است و مقدار آن در روی هر المان توسط یک رابطه خطی بر حسب شدت توزیع گردابه‌ها بیان می‌شود که جزئیات استخراج آن در مرجع [۱] ارائه شده است. مقدار  $\bar{\sigma} = \sigma + \bar{\sigma}$  که در رابطه (۲۵) به کار رفته، مجہول است. بنابراین، با اعمال معادلات فوق روی المان‌ها، یک دستگاه خطی با  $n+1$  معادله و  $n+1$  مجہول به دست می‌آید که با استفاده از روش‌های ماتریسی حل می‌شود.

در مرحله دوم با توجه به  $n$  شدت گردابه که در مرحله اول محاسبه شد و با اعمال شرط سینماتیکی مندرج در رابطه

مقادیر معلوم در سمت رأسی و مقادیر مجہول در سمت چپ قرار گرفته‌اند.

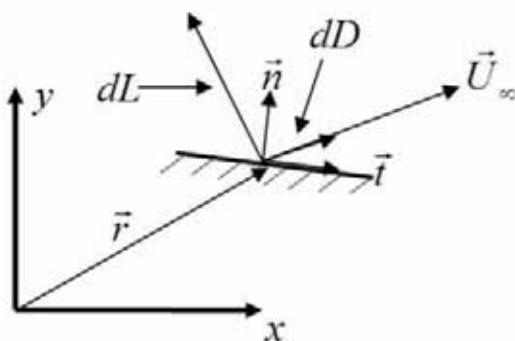
#### ۴- حل عددی معادلات حاکم

همان گونه که بیان شد میدان حاصل از برهم نهی جریان یکنواخت و توزیع گردابه‌ها، خود به خود معادله لابلانس را ارضا می‌نماید. بنابراین، برای حل مسئله فقط باید شرایط مرزی را ارضا کرد. با توجه به اینکه مدل پتانسیل نمی‌تواند نقطه شروع و انتهای کاویتی را مشخص نماید. بنابراین باید این نقاط به عنوان ورودی مسئله معلوم باشند. در حالی که تا چندی پیش تصور می‌شد نقطه آغاز کاویتاسیون در پایین دست نقطه جدایش شروع می‌شود. نقطه جدایش در پایین دست نقطه حداقل فشار قرار دارد اما از آنجاکه پیدا کردن دقیق نقطه جدایش با مشکل همراه می‌باشد، معمول است که در کاویتاسیون گستردگی و جزئی اگر هیدروفویل دارای شکستگی باشد محل شکستگی و اگر هموار باشد، نقطه مینیمم فشار را به عنوان نقطه شروع کاویتاسیون در نظر می‌گیرند [۱۳]. با وجود این در کاویتاسیون نیز بررسی شده است. در کاویتاسیون جزئی نقطه انتهای کاویتی روی سطح جسم در نظر گرفته می‌شود (شکل ۱) و در کاویتاسیون گستردگی فرض می‌شود که سطح پایینی کاویتی از لبه انتهایی هیدروفویل آغاز شود. طول کاویتی هم معلوم فرض می‌شود (شکل ۲).

برای شروع حل یک شکل فرضی برای کاویتی در نظر گرفته می‌شود. سپس منحنی هیدروفویل - کاویتی به  $n$  جزء (المان) تقسیم می‌گردد.  $n_{wet}$  جزء روی مرز خیس شده  $n_{cav}$  هیدروفویل،  $n_{cav}$  المان روی مرز خیس شده کاویتی و  $n_{wall}$  جزء روی قسمت انتهایی کاویتی (دیواره) که به صورت یک خط راست عمودی است قرار می‌گیرد، به طوری که  $n_{wet} + n_{cav} + n_{wall} = n$  کاویتی (دیواره) در انتهای همین بخش بحث مفصل تری ارائه خواهد شد.

روی هر المان توزیعی از گردابه‌ها قرار داده می‌شود. شدت گردابه‌ها روی هر المان ثابت و از هر المان به المان دیگر

$dD$  در رأسنای جریان یکنواخت و  $dL$  عمود بر جریان یکنواخت است. برای محاسبه مقدار این نیروها باید مؤلفه بردار یکه  $\vec{n}$  - را در این دو رأسنای محاسبه کرد. با توجه به اینکه  $\vec{U}_{\infty}$  بردار واحد است، بنابراین مؤلفه  $\vec{n} \cdot \vec{U}_{\infty}$  در رأسنای  $\vec{U}_{\infty}$  مقدار  $\vec{U}_{\infty} \cdot \vec{n}$  - و در رأسنای عمود بر آن مقدار  $\vec{U}_{\infty} \cdot \vec{n}$  - است (شکل ۵).



شکل (۵): نیروهای وارد بر یک المان.

بنابراین داریم:

$$dL = -p \vec{n} \cdot \vec{U}_{\infty} ds, \quad (27)$$

$$dD = -p \vec{n} \cdot \vec{U}_{\infty} ds. \quad (28)$$

با انتگرال‌گیری روابط فوق حول سطح هیدروفویل داریم:

$$L = \oint_{C_B} -p \vec{n} \cdot \vec{U}_{\infty} ds, \quad (29)$$

و

$$D = \oint_{C_B} -p \vec{n} \cdot \vec{U}_{\infty} ds, \quad (30)$$

که در آن،  $L$  نیروی برآ و  $D$  نیروی پسا و  $C_B$  مرز هیدروفویل (دقت کنید که نه مرز هیدروفویل-کاویتی) است. ضرایب برآ  $c_l$  و پسا  $c_d$  به صورت زیر هستند:

$$c_l = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2}, \quad c_d = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2}, \quad (31)$$

و از روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$c_l = \oint_{C_B} -C_p \vec{n} \cdot \vec{U}_{\infty} ds, \quad c_d = \oint_{C_B} -C_p \vec{n} \cdot \vec{U}_{\infty} ds, \quad (32)$$

(۱۹) روی سطح فرضی بالایی و پایینی کاویتی، تعداد  $n_{cav}$  مقدار  $dy/dx$  روی کاویتی به دست خواهد آمد. به عنوان شرط اولیه فرض می‌کنیم نقطه شروع سطح بالایی کاویتی روی هیدروفویل باقی بماند. با داشتن مقادیر  $dy/dx$  شکل جدید کاویتی محاسبه شده و مجددآ فرایند از مرحله اول تکرار می‌شود تا شکل همنگرای کاویتی به دست آید.

برای داشتن یک مرز پسته کاویتی و هیدروفویل باید یک مدل بستن کاویتی در انتهای آن اعمال شود. این مدل نحوه بستن کاویتی را مشخص می‌کند. یک مدل ساده مدل ریبووشینسکی<sup>۱</sup> اصلاح شده یا دیواره است. در این مدل در کاویتاسیون جزئی نقطعه انتهای کاویتی به نقطعه تحتانی آن روی هیدروفویل (شکل ۱) و در کاویتاسیون گستردۀ نقطعه انتهایی سطح بالایی و پایینی کاویتی به صورت یک پاره خط مستقیم (دیواره) به یکدیگر متصل می‌گردند (شکل ۲). این دیواره به عنوان قسمتی از هیدروفویل مد نظر قرار می‌گیرد بنابراین فقط شرط سینماتیکی روی آن ارضا می‌شود. مدل واقعی‌تر، مدل جت بازگشتی<sup>۲</sup> است. در این مدل، مایع در انتهای کاویتی به دو بخش تقسیم می‌شود. بخشی در جهت جریان یکنواخت به سمت پایین دست حرکت می‌کند و بخش دیگر به سمت داخل کاویتی برمی‌گردد. هر چند استفاده از مدل جت بازگشتی در جریان کاویتاسیون جزئی می‌تواند به بهتر شدن نتایج کمک کند، ولی به نظر می‌رسد این مدل تأثیر زیادی در بهبودی نتایج جریان کاویتاسیون گستردۀ نداشته باشد. در این مقاله از مدل ریبووشینسکی اصلاح شده استفاده شده است.

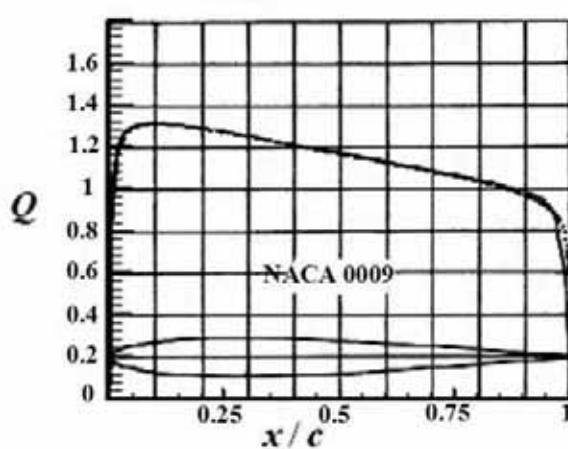
پس از حل مسئله می‌توان ضرایب برآ و پسا را محاسبه کرد. روش معمول محاسبه این ضرایب، انتگرال‌گیری مناسب از توزیع فشار حول سطح هیدروفویل است. نیروی وارد بر یک المان عبارت است از:

$$dF = p \cdot ds, \quad (26)$$

که در آن،  $F$  نیرو،  $p$  فشار و  $S$  طول منحنی الخط مرز خیس شده هیدروفویل-کاویتی است. مقدار  $p$  با توجه به سرعت جریان و از رابطه برنولی محاسبه می‌شود. نیرو  $dF$  عمود بر المان و در جهت  $\vec{n}$  - می‌باشد. این نیرو دارای دو مؤلفه

1- Riabouchinsky

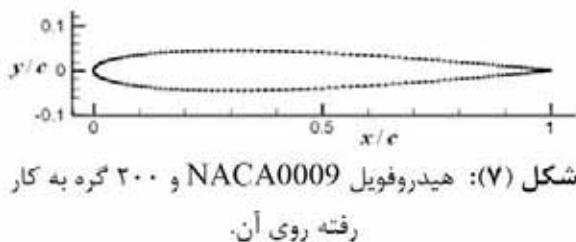
2- Reentrant Jet



شکل (۶): توزیع سرعت بسی بعد حول هیدروفویل NACA0009 در حالت غیر کاویتاسیون برای  $\alpha = 0$  [۱۲].

\_\_\_\_\_ تئوری، مرجع [۱۲]  
----- تئوری، تحقیق حاضر.

۶- بورسی تعداد گره ها بر روی نتایج تعداد گره به کار رفته ۵۰، ۱۰۰، ۱۵۰ و ۲۰۰ گره بوده است. (شکل ۷) معیار همگرایی محاسبات برنامه کاویتی  $|error_{max}| \leq eps$  این خط کوتاه تر از بقیه خطوط است. در بیشتر نمودارها مقدار فرض شده است. در  $error_{max}$  بیشترین تغییر ارتفاع کاویتی از یک تکرار به تکرار بعدی است.



شکل (۷): هیدروفویل NACA0009 و ۲۰۰ گره به کار رفته روی آن.

شکل های ۸ و ۹ به ترتیب تأثیر تعداد تکرار و نیز تعداد گره روی فویل را بر همگرایی عدد کاویتاسیون و حجم بی بعد کاویتی نشان می دهد. در تمامی این حل ها، مسئله با تعداد ۱۲ تا ۱۰ تکرار همگرا شده است. همچنین، مشاهده می شود که با افزایش گره ها، حل به سمت همگرایی پیش می رود.

که در آن،  $C_p$  ضریب فشار است و با رابطه زیر تعریف می شود:

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2}. \quad (۳۳)$$

چون  $\vec{n} = -t_y \hat{i} + t_x \hat{j}$  که  $t_x$  و  $t_y$  به ترتیب مؤلفه های  $x$  و  $y$  بردار  $\vec{T}$  هستند بنابراین داریم:

$$\vec{T} \cdot \vec{U}_\infty = t_x, \quad (۳۴)$$

$$\vec{n} \cdot \vec{U}_\infty = n_x = -t_y,$$

و رابطه (۳۲) به صورت نهایی زیر در می آید:

$$c_l = \oint_{C_B} -C_p t_x ds, \quad c_d = \oint_{C_B} C_p t_y ds. \quad (۳۵)$$

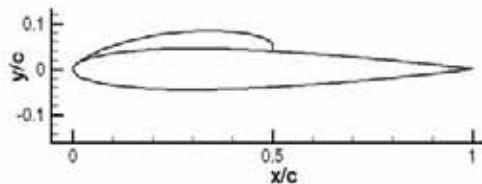
با توجه به روابط (۱۰) و (۳۳)، ملاحظه می شود که روی مرز کاویتی ضریب فشار قرینه عدد کاویتاسیون است، یعنی:

$$\sigma = -C_p. \quad (۳۶)$$

۵- نتایج جریان بدون کاویتاسیون  
برنامه ای با استفاده از روش المان مرزی بدون کاویتاسیون نوشته شده است. در این حالت فقط شرط مرزی سینماتیکی و شرط کوتا روی هیدروفویل ارضاء می شود و شرط مرزی دینامیکی ارضاء نمی شود. نتایج توزیع سرعت با استفاده از این کد حول هیدروفویل NACA0009 (شکل ۶) مطابق نتایج ارائه شده در منابع می باشد [۱۴].

تنها داده تجربی در دسترس مؤلفان برای کاویتاسیون دو بعدی روی هیدروفویل های NACA، نمودار ضخامت نسبی کاویتی در برابر طول نسبی کاویتی روی هیدروفویل NACA0009 است که در مرجع [۱۵] ارائه شده است. با حل جریان پتانسیل روی هیدروفویل NACA0009 در حالت غیر کاویتاسیون برای زاویه حمله ۵ درجه، موقعیت نقطه حداقل فشار در  $\frac{x}{c} = 2.22 * 10^{-3}$  به دست می آید که طول وتر هیدروفویل است.

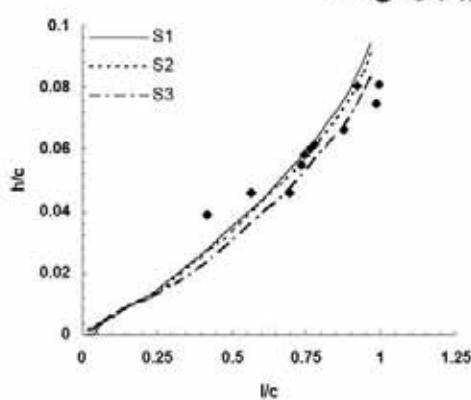
هیدروفویل نازک و تقریباً نوک تیز است، این سه نقطه نزدیک هم هستند. مشاهده می‌شود که تغییر نقطه شروع کاویتاسیون اثر زیادی روی نمودار نسبت ضخامت به طول کاویتی ندارد. برای بقیه شکل‌ها (شکل‌های ۱۰ و ۱۷-۱۲) کاویتی از نقطه  $S_2$  شروع می‌شود.



شکل (۱۰): هیدروفویل NACA0009 و کاویتی اطراف

$$\frac{l}{c} \equiv 0.5 \text{ و } \alpha = 5$$

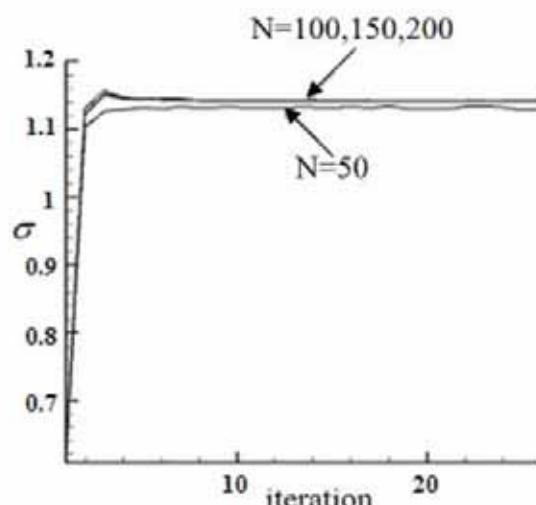
توزیع فشار حول هیدروفویل برای شرایط جریان مشابه شکل ۱۰ در شکل ۱۲-الف رسم شده است. در شکل ۱۲-ب مقدار ضریب لیفت  $C_l$  برای طول کاویتی‌های مختلف نشان داده شده است. با افزایش طول کاویتی، ضریب لیفت نیز افزایش می‌یابد. علت افزایش ضریب لیفت افزایش طول ناحیه کم فشار کاویتی در سطح بالایی هیدروفویل است. در شکل ۱۲-ب همنجین مقدار  $C_l$  برای حالت هیدروفویل بدون کاویتاسیون در  $\alpha = 5$  ارائه شده است که در حقیقت مقدار حدی ضریب لیفت روی هیدروفویل می‌باشد.



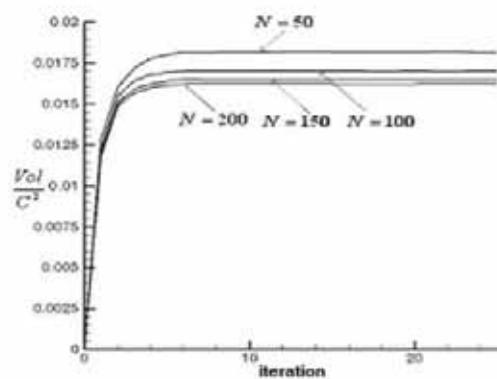
شکل (۱۱): نتایج تجربی [۵] و تصوری ضخامت نسبی در برابر طول نسبی کاویتی برای  $\alpha = 5$  و سه نقطه شروع کاویتی

$$S1: \frac{x_s}{c} = 2.22 \times 10^{-3}, S2: \frac{x_s}{c} = 8.86 \times 10^{-3},$$

$$S3: \frac{x_s}{c} = 2 \times 10^{-2}$$



شکل (۸): تأثیر تعداد تکرار و تعداد گره‌ها بر همگرایی عدد کاویتاسیون.

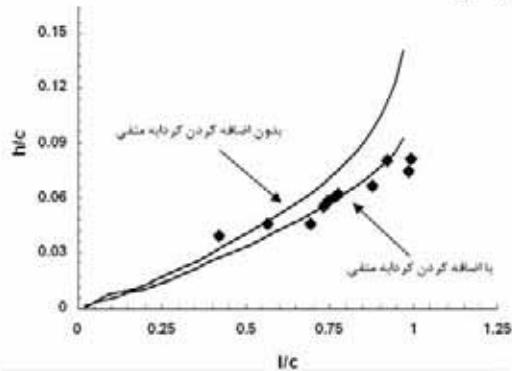


شکل (۹): تأثیر تعداد تکرار و تعداد گره‌ها بر همگرایی حجم کاویتاسیون.

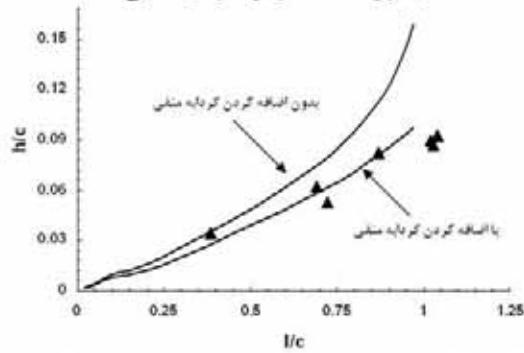
#### ۷- نتایج کاویتاسیون جزئی

در شکل ۱۰ هندسه کاویتی برای زاویه حمله  $\alpha = 5$  درجه و طول نسبی کاویتی  $\frac{l}{c} \equiv 0.5$  ارائه شده است. که طول کاویتی و برابر واحد است. نتایج طول نسبی به ضخامت نسبی کاویتی (بدون اضافه کردن گردابه منفی) در همین زاویه حمله برای سه نقطه شروع کاویتی با نتایج تجربی مقایسه شده است. نقطه  $S_1$  با  $\frac{x_s}{c} = 2.22 \times 10^{-3}$ ، نقطه  $S_2$  با  $\frac{x_s}{c} = 8.86 \times 10^{-3}$  و نقطه  $S_3$  با  $\frac{x_s}{c} = 2 \times 10^{-2}$  (شکل ۱۱) که طول نقطه شروع کاویتی است. نقطه  $S_1$  به عنوان نقطه حداقل فشار،  $S_2$  در حوالی نقطه جدایش و  $S_3$  نقطه‌ای در پایین دست نقطه جدایش می‌باشد. چون

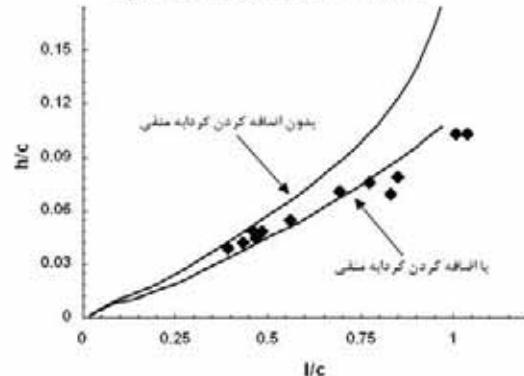
کاویتاسیون در برابر طول کاویتی تا عدههای کاویتاسیون کوچکتر شده است.



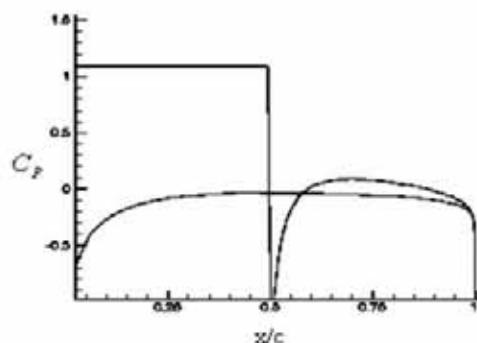
شکل (۱۳): ضخامت نسبی در برابر طول نسبی کاویتی بر روی هیدروفول ۰۰۰۹ NACA با  $\alpha = 5^\circ$  نتایج تجربی و نتایج تئوری در دو حالت با اضافه کردن گردابه منفی و بدون اضافه کردن گردابه منفی.



شکل (۱۴): ضخامت نسبی در برابر طول نسبی کاویتی بر روی هیدروفول ۰۰۰۹ NACA با  $\alpha = 6^\circ$  نتایج تجربی و نتایج تئوری در دو حالت با اضافه کردن گردابه منفی و بدون اضافه کردن گردابه منفی.

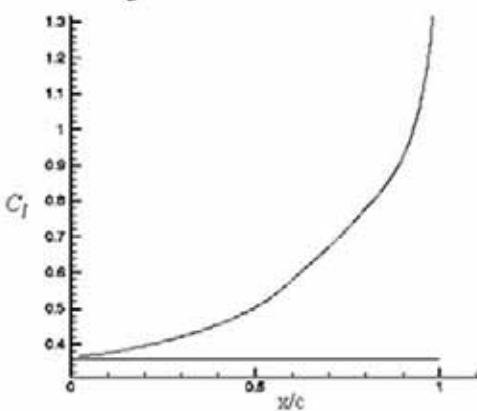


شکل (۱۵): ضخامت نسبی در برابر طول نسبی کاویتی بر روی هیدروفول ۰۰۰۹ NACA با  $\alpha = 7^\circ$  نتایج تجربی و نتایج تئوری در دو حالت با اضافه و بدون اضافه کردن گردابه منفی.



شکل (۱۲-الف): ضریب فشار اطراف هیدروفول

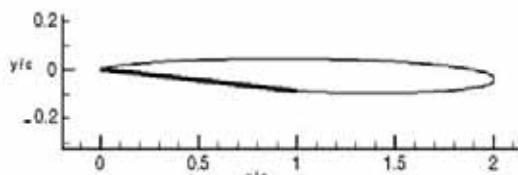
$$\text{برای } \frac{l}{c} \equiv 0.5 \text{ و } \alpha = 5^\circ.$$



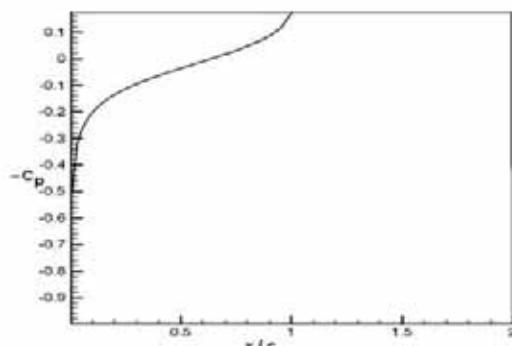
شکل (۱۲-ب): ضریب لیفت بر حسب طول کاویتی، برای  $\alpha = 5^\circ$ .

**۱-۷- بررسی اثر گردش منفی در پایین دست جریان**

شکل های ۱۶-۱۳-۱۶ نتایج تجربی و تئوری ضخامت نسبی در NACA0009 برابر طول نسبی کاویتی را بر روی هیدروفول در زاویای حمله ۵-۸ درجه نشان می دهد. نتایج تئوری در دو حالت با اضافه کردن گردابه منفی و بدون اضافه کردن گردابه منفی در پایین دست جریان رسم شده است. مشاهده می شود اضافه کردن گردابه منفی باعث اصلاح نتایج تئوری و تطابق بهتر آن با نتایج تجربی گردیده است. شکل ۱۷ تغییرات عدد کاویتاسیون در برابر طول کاویتی را در دو حالت با اضافه کردن گردابه منفی و بدون اضافه کردن گردابه منفی نشان می دهد. واضح است که افزایش طول کاویتی باعث کاهش عدد کاویتاسیون می شود. مشاهده می شود اضافه کردن گردابه منفی باعث منطقی تر شدن رفتار تغییرات عدد



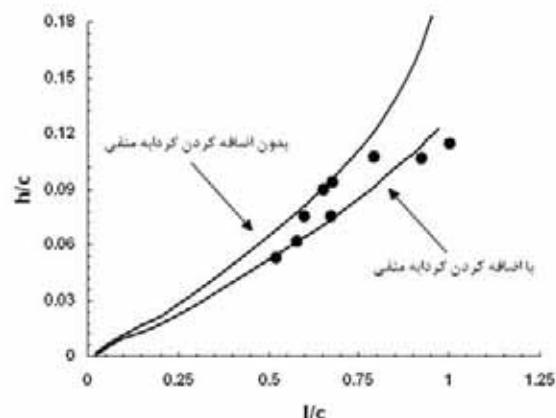
شکل (۱۸): جریان کاویتاسیون گستردۀ حول هیدروفویل صفحه تخت در شرایط  $\alpha = 5^\circ$  و  $l/c = 2$  و  $\sigma = 0.17$ .



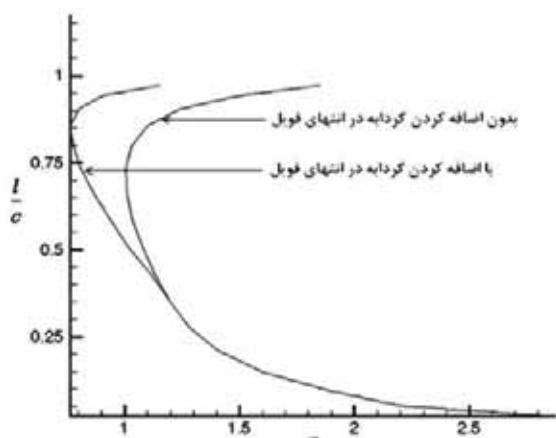
شکل (۱۹): توزیع فشار جریان کاویتاسیون گستردۀ حول هیدروفویل صفحه تخت در شرایط  $\alpha = 5^\circ$  و  $l/c = 2$  و  $\sigma = 0.17$ .

در شکل‌های ۲۰-۲۱ به ترتیب نمودارهای  $l/c$  و  $c/\pi\alpha/2$  در برابر  $\sigma/\alpha$  برای جریان کاویتاسیون گستردۀ حول هیدروفویل صفحه تخت در شرایط  $\alpha = 5^\circ$  و  $l/c = 2$  و  $\sigma = 0.17$  رسم شده است. نتایج تئوری در زوایای حمله  $\alpha = 4^\circ$  و  $7^\circ$  ارائه گردیده است. مشاهده می‌شود که دقت حل عددی مخصوصاً در پیش‌بینی ضریب برا آسیار عالی است. نتایج تجربی بیانگر این است که متغیرهای  $l/c$  و  $c/\pi\alpha/2$  تابعی از  $\alpha/\sigma$  و مستقل از زاویه حمله هستند [۸]. نتایج تئوری شکل‌های ۲۰-۲۱ نیز این مسئله را به درستی پیش‌بینی می‌کنند. همچنین، همان‌گونه که انتظار می‌رود و در شکل ۲۰ ملاحظه می‌شود کاهش عدد کاویتاسیون باعث افزایش طول کاویتی می‌گردد.

در شکل ۲۲ هندسه کاویتی برای جریان کاویتاسیون گستردۀ حول صفحه تخت عمودی رسم شده است. در این حالت نسبت به شرایط شکل ۱۸ انحراف خطوط جریان بیشتر می‌باشد، بنابراین در سرعت‌های کم هم افت فشار کافی برای تشکیل کاویتاسیون وجود خواهد داشت و هم



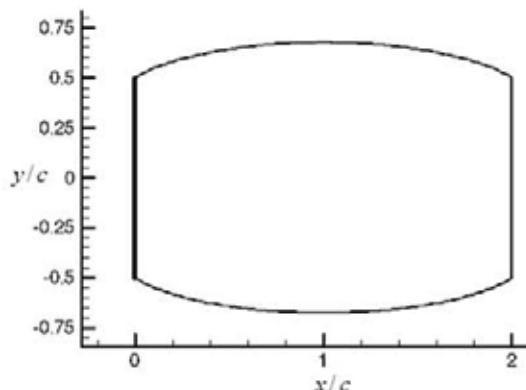
شکل (۱۶): ضخامت نسبی در برابر طول نسبی کاویتی برروی هیدروفویل NACA0009 با  $\alpha = 5^\circ$  نتایج تجربی و نتایج تئوری در دو حالت با اضافه کردن گردابه منفی و بدون اضافه کردن گردابه منفی.



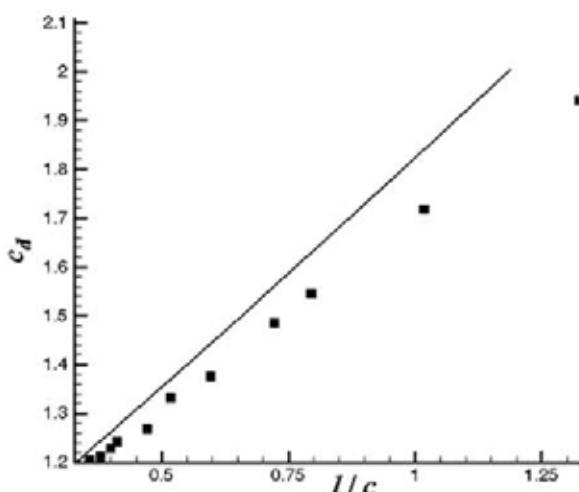
شکل (۱۷): طول نسبی کاویتی در برابر عدد کاویتاسیون برروی هیدروفویل NACA0009 با  $\alpha = 5^\circ$  نتایج تجربی و نتایج تئوری در دو حالت با اضافه کردن گردابه منفی و بدون اضافه کردن گردابه منفی.

#### ۸- نتایج کاویتاسیون گستردۀ

در شکل ۱۸ جریان کاویتاسیون گستردۀ حول هیدروفویل صفحه تخت با زاویه حمله  $\alpha = 5^\circ$  و  $l/c = 2$  و  $\sigma = 0.17$  نشان داده شده است. که طول کاویتی و طول هیدروفویل می‌باشد. توزیع فشار این جریان در شکل ۱۹ ارائه شده است. مشاهده می‌شود که مطابق انتظار فشار روی مرز بالا و پایین کاویتی ثابت است.

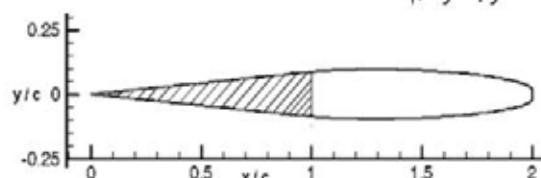


شکل (۲۲): جریان کاویتاسیون گسترده حول صفحه تخت عمود با  $\sigma = +0.83$ .



شکل (۲۳): نتایج تئوری و تجربی ضریب پسا در برابر طول کاویتی برای جریان کاویتاسیون گسترده حول صفحه تخت عمود.

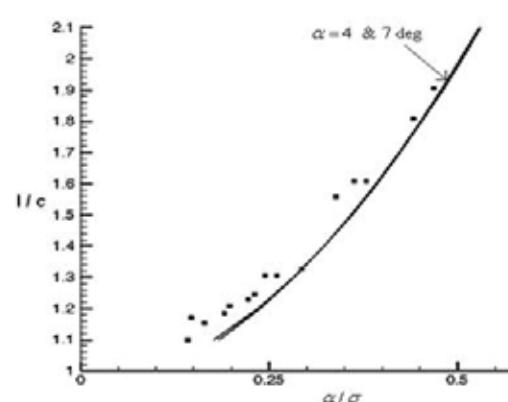
در شکل های ۲۴-۲۷ هندسه کاویتی و توزیع فشار جریان کاویتاسیون گسترده حول گوههایی با زوایه رأس ۱۰، ۳۰ و ۴۵ درجه رسم شده است.



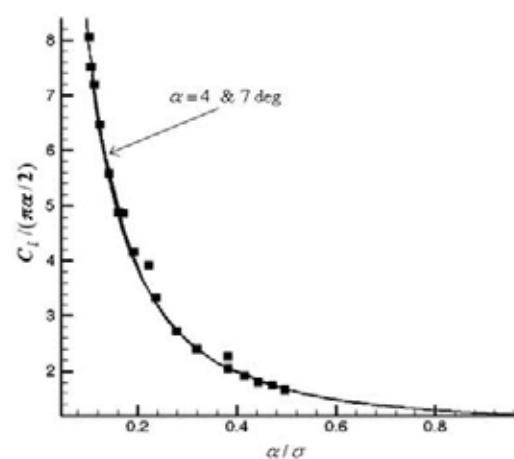
شکل (۲۴): جریان کاویتاسیون گسترده حول یک گوه با زوایه رأس ۱۰ درجه و  $\sigma = +0.26$ .

عدد کاویتاسیون افزایش می یابد. همچنین انتهای کاویتی دارای ضخامت زیاد بوده و به تعبیری کاویتی در این قسمت باز می باشد و شرایط از کاویتی بسته به کاویتی باز تغییر پیدا کرده است.

اختلاف فشار بین منطقه پرفشار جلوی صفحه تخت و منطقه کم فشار کاویتی در پشت صفحه تخت عامل نیروی پسا می باشد. بنابراین می توان نیروی پسا صفحه تخت عمودی در حالت کاویتاسیون گسترده را با دقت خوبی محاسبه کرد. نتایج تئوری و تجربی نیروی پسا در این حالت در شکل ۲۰ رسم شده است که بیانگر دقت مطلوب روش عددی است.

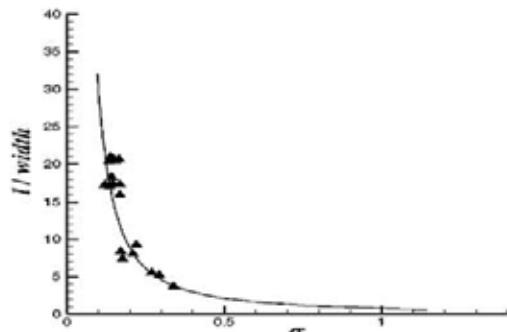


شکل (۲۰): نتایج تئوری و تجربی  $C_d/\alpha$  در برابر  $\alpha/\sigma$  [۸] در حول هیدروفویل صفحه تخت.

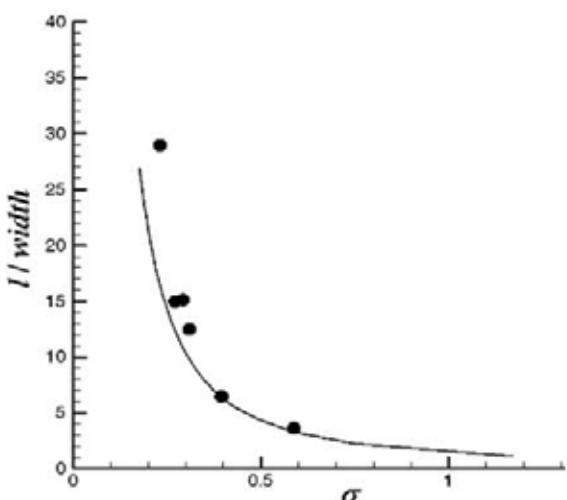


شکل (۲۱): نتایج تئوری و تجربی  $C_d/\alpha$  در برابر  $\alpha/\sigma$  [۸] در حول هیدروفویل صفحه تخت.

در شکل‌های ۲۸-۲۹ طول بی بعد کاویتی در برابر عدد کاویتاسیون برای گوهایی با زاویه رأس  $10^\circ$  و  $30^\circ$  درجه رسم شده است. مشاهده می‌شود که تطابق تئوری با نتایج تجربی بسیار عالی است.



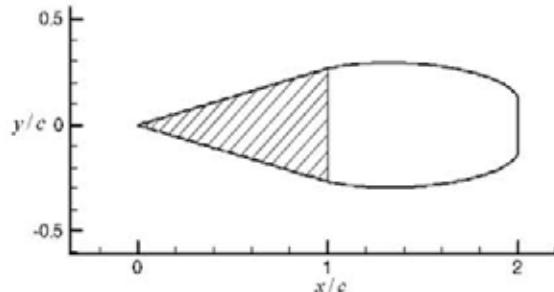
شکل (۲۸): نتایج تئوری و تجربی طول نسبی کاویتی در برابر عدد کاویتاسیون برای جریان کاویتاسیون گستردۀ حول گوه با زاویه رأس  $10^\circ$  درجه.



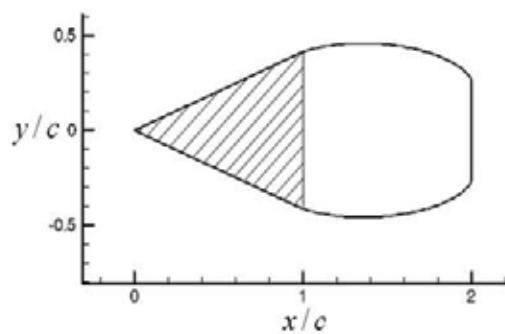
شکل (۲۹): نتایج تئوری و تجربی طول نسبی کاویتی در برابر عدد کاویتاسیون برای جریان کاویتاسیون گستردۀ حول گوه با زاویه رأس  $30^\circ$  درجه.

#### ۹- جمع‌بندی

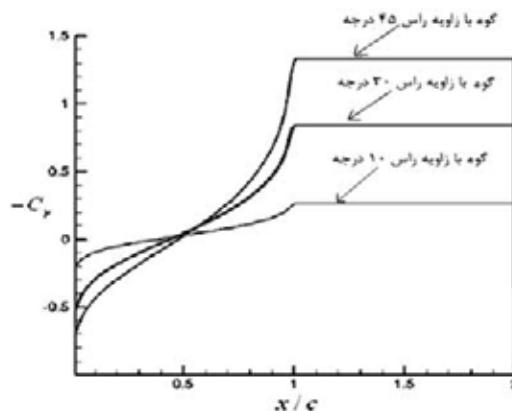
در روش عددی موجود با استفاده از خواص جریان پتانسیلی، جریان همراه با کاویتاسیون جزئی و گستردۀ حول هیدروفویل‌ها بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که این روش عددی در کاویتاسیون جزئی تا طول نسبی کاویتی کمتر از حدود  $0.75$  نتایج نسبتاً خوبی ارائه می‌دهد. مشاهده می‌شود که در  $c/a$ ‌های بزرگ‌تر اضافه کردن گردابه در خلاف جهت عقریه ساعت در پایین دست



شکل (۲۵): جریان کاویتاسیون گستردۀ حول یک گوه با زاویه رأس  $30^\circ$  درجه و  $\sigma = 0.84$ .



شکل (۲۶): جریان کاویتاسیون گستردۀ حول یک گوه با زاویه رأس  $45^\circ$  درجه و  $\sigma = 1/33$ .



شکل (۲۷): توزیع فشار جریان کاویتاسیون گستردۀ حول گوه با زاویه رأس  $10^\circ$  و  $30^\circ$  و  $45^\circ$  درجه.

با افزایش زاویه رأس گوه، شکستگی خطوط جریان بیشتر شده و منطقه جداش جریان افزایش یافته و ضخامت انتهای کاویتی بیشتر شده و کاویتاسیون زودتر (در سرعت‌های پایین‌تر) به وقوع می‌پیوندد. بنابراین عدد کاویتاسیون افزایش یافته و شرایط از کاویتی بسته به کاویتی باز تغییر پیدا می‌کند.

8. Uhlman, J.S. "The Surface Singularity Method Applied to Partially Cavitating Hydrofoils", *J. Ship Research*, Vol. 31, No. 2, pp. 107-124, 1987.
9. Uhlman, J.S. "The Surface Singularity or Boundary Integral Method Applied to Supercavitating Hydrofoils", *J. Ship Research*, Vol. 33, No. 1, pp. 16-20, 1989.
10. Kinnas, S.A. and Fine, N.E. "Non-linear Analysis of the Flow around Partially or Supercavitating Hydrofoils by a Potential Based Panel Method", *The IABEM-90 Symp. of the Int. Association for Boundary Element Methods*, Rome, Italy, 1990.
11. Fine, N.E. and Kinnas, S.A. "A Boundary Element Method for the Analysis of the Flow around 3-D Cavitating Hydrofoils", *J. Ship Research*, Vol. 37, No. 1, pp. 71-85, 1993.
12. Anderson, J.D., "Fundamentals of Aerodynamics", McGraw-Hill, New York, 2001.
13. Washio, S., Takahashi, S., and Yoshimori, S. "Study on Cavitation Starting at the Point of Separation on a Smooth wall in Hydraulic Oil Flow", *J. Mech. Eng. Science*, Vol. 217, No. 6, pp. 619-630, 2003.
14. Abbot, H. "Theory of Wing Sections", Dover, New York, 1959.

هیدروفویل می تواند تأثیر قابل توجهی روی نتایج داشته و در بهبود نتایج عددی حاصل بسیار مؤثر باشد و موضوع کارهای بعدی خواهد بود. همچنین دیده می شود که تغییر نقطه شروع کاویتی بر نمودار نسبت ضخامت به طول کاویتی تأثیر چندانی ندارد.

این روش عددی در کاویتاسیون گستردۀ هندسه کاویتی را در زاویه رأس گوه و یا زاویه حمله هیدروفویل کم به خوبی پیش بینی می کند. همچنین ضریب پسا را در زاویه رأس گوه و یا زاویه حمله هیدروفویل زیاد و ضریب برآ را در همه زوابا با دقت مطلوب محاسبه می نماید. به بیان دیگر، با افزایش زاویه رأس گوه یا زاویه حمله هیدروفویل، دقت پیش بینی هندسه کاویتی کاهش و دقت پیش بینی ضریب پسا افزایش می بارد. علت افزایش خطأ در پیش بینی هندسه کاویتی، تبدیل کاویتی از کاویتی بسته به کاویتی باز و ناپایدارتر شدن کاویتی می باشد. علت دقیق تر شدن پیش بینی ضریب پسا، کم شدن نقش ضریب پسای اصطکاکی و افزایش تأثیر ضریب پسای فشاری در ضریب پسا کل است.

#### مراجع

1. تولمی، م. "تحلیل جریان ایده‌آل همراه با کاویتاسیون"، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، ۱۳۸۵.
2. Wang, G., Senocak, I., Shyy, W., Ikohagi, T., and Cao, S. "Dynamics of Attached Turbulent Cavitating Flows", *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 37, No. 3, pp. 551-581, 2001.
3. Leroux, J.B. and Astolfi, J.A. "An Experimental Study of Unsteady Partial Cavitation", *J. Fluids Eng.*, Vol. 126, No. 1, pp. 94-101, 2004.
4. Sato, K., Tanada, M., Monden, S., and Tsujimoto, Y. "Observations of Oscillating Cavitation on a Flat Plate Hydrofoil", *The Fourth Int. Symp. on Cavitation*, California Institute of Technology, Pasadena, CA USA, 2001.
5. Labertaux, K.R. and Ceccio, S.L. "Partial Cavity Flows, Part1. Cavities Forming on Models without Spanwise Variation", *J. Fluid Mech.*, Vol. 431, No. 2, pp. 1-41, 2001.
6. Kubota, A., Kato, H., Yamaguchi, H., and Maeda M. "Unsteady Structure Measurement of Cloud Cavitation on a Foil Section, Using Conditional Sampling Technique", *Transactions of the ASME, J. Fluids Eng.*, Vol. 111, No. 2, pp. 204-210, 1989.
7. Geurst, J.A. "Linearized Theory for Fully Cavitated Hydrofoils, Int. Shipbuilding Progress", Vol. 7, No. 65, pp. 48-54, 1960.