

روش تحلیلی محاسبه نشت از کانال منحنی شکل

سید حسین مجتهدی، دانشجوی کارشناسی ارشد سازه‌های هیدرولیکی

دانشگاه فردوسی مشهد، پست الکترونیکی: aah5657@yahoo.com

محمود فغفور مغربی، دانشیار دانشگاه فردوسی مشهد

دانشکده مهندسی، گروه مهندسی عمران، پست الکترونیکی: maghrebi@ferdowsi.um.ac.ir

چکیده

معادله حاکم بر جریان نشت در محیط متخلخل، معادله لاپلاس (Laplace Equation) است. در این مقاله، روشی تحلیلی برای محاسبه نشت از کانال منحنی شکل با مقطع نیمه بیضوی ارائه شده است. در اکثر روش‌های تحلیلی مسائل نشت از نظریه توابع مختلط استفاده می‌شود. روش‌های تحلیلی محاسبه نشت از کانال‌های منحنی شکل محدود است و دلیل آن هم مشکل بودن نگاشت پروفیل سطح مقطع این‌گونه کانال‌ها می‌باشد. در روش مطالعه حاضر، از روش نگاشت هم‌مدیس (Conformal Mapping) استفاده شده است. یکی از تکنیک‌های این روش، استفاده از هیدوگراف سرعت (Velocity Hodograph) و تبدیل شوارتز-کریستوفل (Schwarz - Christoffel) می‌باشد. در بدست آوردن نگاشت پروفیل سطح مقطع کانال از روش معکوس استفاده می‌شود و در نتیجه آن، مرز پروفیل سطح مقطع کانال در امتداد یک دایره در صفحه هیدوگراف سرعت نگاشت خواهد شد. از راه‌حل ارائه شده می‌توان علاوه بر محاسبه میزان دبی نشت به عنوان هدف اصلی، به معادلات پارامتریک برای نشان دادن مکان هندسی منحنی سطح آزاد (Phreatic Line) و مقدار عرض نشت در لایه زهکش رسید. همچنین حالت خاصی نظیر نشت از کانال نیمه بیضوی بدون لایه زهکش وقتی که محیط متخلخل دارای گسترش نامحدود است، نتیجه گرفته خواهد شد. از نتایج به دست آمده می‌توان به افزایش مقدار نشت در حالت وجود لایه زهکش در عمق معلوم در زیر بستر کانال و یا کاهش آن در حالت نبود لایه زهکش و یا در حالتی که لایه مذکور در عمق بی نهایت وجود دارد، پی برد.

واژه‌های کلیدی: نشت، کانال نیمه بیضوی، معادله لاپلاس، هیدوگراف سرعت، لایه زهکش

مقدمه

مقطع مورد استفاده برای کانال منحنی شکل، یک مقطع نیمه بیضوی می‌باشد که قطر بزرگتر آن، عرض سطح آب یعنی T و قطر کوچکتر، دو برابر عمق آب در کانال یعنی l می‌باشد. حالت خاص کانال مذکور، یک کانال نیم دایره‌ای است که دارای بهترین مقطع هیدرولیکی می‌باشد. محیط متخلخل زیرین کانال، محیطی همگن، همسانگرد و با عمق نامحدود می‌باشد. از اثرات موئینگی (Capillarity)، تراوش (Infiltration) و تبخیر (Evaporation) صرف نظر می‌شود. همچنین فرض می‌گردد که جریان حالت پایدار دارد و قانون دارسی (Darcy's Law) را ارضاء می‌نماید. به دلیل طول قابل توجه کانال، جریان نشت بصورت دو بعدی در صفحه قائم در نظر گرفته می‌شود.

معادلات حاکم و روش حل

در مبحث جریان آب زیرزمینی، برای راحتی کار، پتانسیل سرعت (Velocity Potential) دخالت داده می‌شود. بنابراین برای سرعت در جهات مختلف داریم:

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x}; v = \frac{\partial \phi}{\partial y}; w = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (1)$$

که ϕ = پتانسیل سرعت (متر مربع بر ثانیه)، u = سرعت در جهت x (متر بر ثانیه)، v = سرعت در جهت y (متر بر ثانیه) و w = سرعت در جهت z (متر بر ثانیه) هستند. معادلات (۱) نمایانگر قانون کلی داری است که چارچوب دینامیکی کلیه مطالعات جریان آب زیرزمینی را تشکیل می‌دهند. با قرار دادن معادلات (۱) در معادله پیوستگی جریان، معادله لاپلاس بصورت زیر بدست می‌آید:

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (2)$$

معادله (۲) نشان می‌دهد که در شرایط با جریان حالت ماندگار و جریان ورقه‌ای، شکل حرکت آب زیرزمینی را می‌توان بطور کامل با حل یک معادله که تابع شرایط مرزی حوزه جریان باشد، تعیین کرد [1].

در مورد معادله لاپلاس نشان داده می‌شود که این معادله بوسیله توابع هماهنگ مزدوج (Conjugate Harmonic) ϕ و ψ ادا می‌شود و منحنی‌های $\phi(x, y) = cte$ که خطوط هم پتانسیل (Equipotential Lines) نامیده می‌شوند مسیره‌های متعامد منحنی‌های $\psi(x, y) = cte$ هستند. تابع $\psi(x, y)$ تابع جریان (Stream Function) نامیده می‌شود و بصورت زیر بیان خواهد شد [2]:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial x}, v = -\frac{\partial \psi}{\partial y} \quad (3)$$

نشان داده می‌شود که ψ معادلات پیوستگی و کوشی-ریمان (Cauchy- Reimann) را بطور یکسان ارضاء می‌کند و در نتیجه معادله لاپلاس بصورت زیر در می‌آید:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0 \quad (4)$$

حال بحث توابع مختلط در این بخش بصورت تلفیق توابع ϕ و ψ که پتانسیل مختلط نام دارد وارد می‌شود. پتانسیل مختلط بصورت زیر تعریف خواهد شد:

$$w = f(z) = \phi(x, y) + i\psi(x, y); z = x + iy \quad (5)$$

با بکار بردن روش‌های گفته شده برای حل مسائل نشت با استفاده از توابع مختلط، راه حل مسأله نشت به یافتن پتانسیل مختلط جریان نشت بطوری که شرایط مرزی داده شده را ارضاء نماید تبدیل می‌گردد. مشابه معادله لاپلاس روش‌های مختلفی برای یافتن پتانسیل مختلط جریان نشت وجود دارد که نگاهت هم‌دیس یکی از روش‌های معمول در این امر به حساب می‌آید.

روش‌های نگاهت

در این بخش، دو روش نگاهت که کاربرد فراوانی در حل مسائل نشت دارند به اجمال توضیح داده می‌شوند.
۱- روش هیدوگراف سرعت: روش هیدوگراف سرعت روشی مورد استفاده در حل مسائل نشت است که معمولاً همراه با تبدیل شوارتز- کریستوفل بکار گرفته می‌شود و در حل تحلیلی مسأله نشت کاربرد دارد. اگر

پتانسیل مختلط بصورت $w = \phi + i\psi$ باشد، با گرفتن مشتق از آن و جایگزین کردن مؤلفه‌های سرعت، سرعت مختلط بدست خواهد آمد:

$$W = \frac{dw}{dz} = u - iv \quad (6)$$

در نتیجه می‌توان با استفاده از خصوصیات توابع ϕ و ψ و مؤلفه‌های سرعت بر حسب آن‌ها تبدیل مرزهای مختلف ناحیه جریان را در صفحه هیدوگراف سرعت بدست آورد.

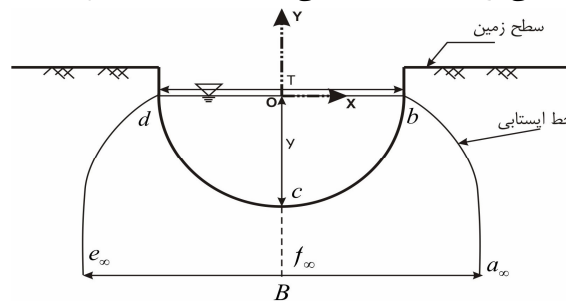
۲- تبدیل شوارتز- کریستوفل: به دلیل اینکه حاصل نگاشت صفحه z به صفحات هیدوگراف سرعت و یا پتانسیل مختلط یک چند ضلعی است که تعداد محدودی رأس دارد، برای اینکه بتوان رابطه این نگاشت را بدست آورد باید تبدیل مذکور را بکار برد. رابطه کلی این تبدیل بصورت زیر تعریف می‌گردد:

$$z = M \int \frac{dt}{(t-a)^{1-\frac{A}{\pi}} (t-b)^{1-\frac{B}{\pi}} \dots} + N \quad (7)$$

در رابطه بالا، M و N = مقادیر ثابت مختلط، A ، B ، C و ... = زوایای داخلی چندپهلوی در صفحه z (رادیان)، a ، b ، c و ... = نقاط روی محور حقیقی صفحه t و با رئوس مربوطه A ، B ، C و ... متناظر هستند [1].

راه حل تحلیلی

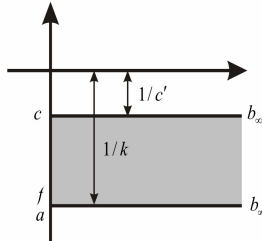
الگوی نشت از یک کانال منحنی شکل با مقطع گفته شده که حول محور مرکزی کانال متقارن است و دارای عرض سطح T و عمق y می‌باشد مطابق شکل (۱) در نظر گرفته می‌شود. و به دلیل تقارن محیط نشت طبق شکل (۱)، راه حل برای نیمی از محیط مسأله یعنی $(abcfa)$ بدست خواهد آمد.



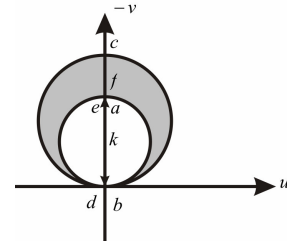
شکل-۱: صفحه فیزیکی مسأله (صفحه z)

در صفحه هیدوگراف سرعت یعنی $dw/dz = u - iv$ خط ایستابی (Phreatic Line) یعنی ab در امتداد یک دایره به شعاع k و مرکز $(0, k/2)$ نگاشت می‌شود [2]. نکته مهمی که در این بخش باید به آن اشاره شود این است که شکل دقیق نگاشت مرز کانال یعنی bcd مشخص نمی‌باشد. بنابراین روشی که در اینجا اتخاذ می‌شود، روش معکوس نام دارد. در ناحیه dw/dz ، شکل مرز کانال bcd بصورت بخشی از یک دایره انتخاب می‌شود که بر روی محور v قرار دارد (مطابق شکل (۲)). این فرض در راه حل ذکر شده معرفی می‌شود و فقط بعد از اتمام کلیه عملیات ریاضی و محاسبات لازم و بدست آوردن معادله پروفیل کانال با این روش و مقایسه آن با شکل سطح مقطع در نظر گرفته شده برای کانال مسأله، می‌توان تصمیم گیری کرد که راه حل اتخاذ شده قابل

قبول است یا باید فرض دیگری را برای نگاشت bcd انتخاب نمود پس می توان با توضیحات داده شده فرض کرد که مرز مذکور مطابق شکل (۲-الف) در امتداد یک دایره به قطر c' در صفحه هیدوگراف سرعت نگاشت می شود. صفحه معکوس هیدوگراف سرعت نیز در شکل (۲-ب) نشان داده شده است.



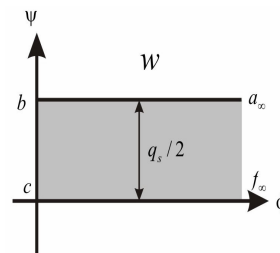
شکل ۲-ب: صفحه معکوس هیدوگراف سرعت



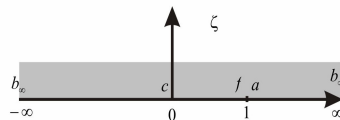
شکل ۲-الف: صفحه هیدوگراف سرعت

شکل ۲-ب: صفحه هیدوگراف سرعت و معکوس آن

صفحه پتانسیل مختلط نیز در شکل (۳) برای نیمی از محدوده مورد نظر نشت نشان داده شده اند. صفحه کمکی نام برده شده ζ نیز در شکل (۴) نشان داده می شود.



شکل ۳- صفحه پتانسیل مختلط



شکل ۴- صفحه کمکی

با استفاده از تبدیل شوارتز- کریستوفل صفحات معکوس هیدوگراف سرعت و پتانسیل مختلط بر روی نیمه بالایی صفحه کمکی ζ نگاشت می شوند.

با نگاشت صفحه پتانسیل مختلط بر روی صفحه ζ معادله زیر بدست می آید:

$$w = (-q_s / 2\pi) \int_0^{\zeta} \frac{dt}{(t-1)\sqrt{t}} = (-q_s / 2\pi) \text{Ln} \left| \frac{(\sqrt{\zeta} - 1)/(\sqrt{\zeta} + 1)}{(\sqrt{\zeta} - 1)/(\sqrt{\zeta} + 1)} \right| \quad (8)$$

که در این رابطه $q_s =$ دبی نشت (متر مربع بر ثانیه) می باشد. بطور مشابه با نگاشت صفحه dz/dw بر روی صفحه ζ خواهیم داشت:

$$dz/dw = \frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{c'} \right) \int_0^{\zeta} \frac{dt}{\sqrt{t(t-1)}} - \frac{i}{c'} \quad (9)$$

حال برای بدست آوردن نگاشت صفحه فیزیکی مسأله یعنی z ، با استفاده از قانون مشتق گیری زنجیری

$$dz/d\zeta = (dz/dw)(dw/d\zeta)$$
 خواهیم داشت:

$$z = \frac{q_s}{2\pi^2} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{c'} \right) \int_0^\zeta \left(\int_0^t \frac{d\tau}{\sqrt{\tau(\tau-1)}} \right) \frac{dt}{(1-t)\sqrt{t}} - \frac{iq_s}{2\pi c'} \int_0^\zeta \frac{dt}{(1-t)\sqrt{t}} - iy \quad (10)$$

در این بخش برای بدست آوردن معادلات محیط کانال باید شرایط مرزی cb بر معادله (۱۰) اعمال شود. با انجام این کار و ساده کردن روابط داریم:

$$z = \frac{q_s}{\pi c'} \tan^{-1} \sqrt{-\zeta} - i \left(y - \frac{2q_s}{\pi^2} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{c'} \right) \int_0^{\sinh^{-1} \sqrt{-\zeta}} \frac{\tau d\tau}{\cosh \tau} \right) \quad (11)$$

حال با اعمال شرط نقطه $b(\zeta = -\infty, z = T/2)$ بر معادله (۱۱) و جدا کردن بخش‌های موهومی و حقیقی، عرض سطح آب برابر $T = q_s / c'$ و عمق آب برابر مقدار زیر خواهد شد:

$$y = \frac{2q_s}{\pi^2} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{c'} \right) 2G; \int_0^\infty \frac{\tau d\tau}{\cosh \tau} = 2G \quad (12)$$

در روابط بالا، $G =$ ثابت کاتالان (Catalan) می‌باشد [3]. از روابط بالا می‌توان دبی نشت یعنی q_s را بدست آورد:

$$q_s = k \left[T + (\pi^2 / (4G)) y \right] \quad (13)$$

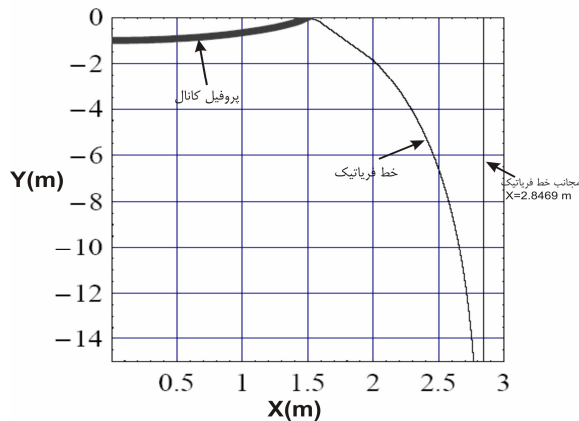
با قرار دادن مقادیر متناظر بدست آمده q_s و c' در معادله (۱۱) می‌توان معادله محیط کانال را بصورت زیر ارائه داد:

$$\frac{Y}{y} = \frac{1}{2G} \left(\int_0^{\sinh^{-1} \tan(\pi X / T)} \frac{\tau d\tau}{\cosh \tau} - 2G \right) \quad (14)$$

با اعمال شرایط سطح آزاد یعنی ab که $1 \leq \zeta < \infty$ است در معادله (۱۰) و بکار بردن معادله (۱۲) و رابطه T بر حسب دبی نشت، معادله سطح آزاد نیز بدست خواهد آمد:

$$z = \frac{T}{2} + \frac{y}{2G} \int_{\cosh^{-1} \sqrt{\zeta}}^\infty \frac{\tau d\tau}{\sinh \tau} + i \left(T + \frac{\pi^2}{4G} y \right) \operatorname{Ln} \left(\tanh \left(\frac{\cosh^{-1} \sqrt{\zeta}}{2} \right) \right) \quad (15)$$

با جدا کردن بخش‌های حقیقی و موهومی می‌توان معادلات پارامتریک آن را حاصل کرد. خط ایستایی دارای یک مجانب در $Y = -i\infty$ یعنی در نقطه a می‌باشد که برابر $X = (T/2) + (\pi^2 y)/(8G)$ است. بنابراین عرض جریان نشت در عمق بی نهایت برابر $B = 2X_\infty = T + (\pi^2 y)/(4G)$ خواهد شد. معادلات (۱۴) و (۱۵) با فرض یک مقطع نیمه بیضوی با $T = 3m$ و $y = 1m$ در شکل (۵) رسم شده است. همچنین با رسم معادله (۱۴) برای یک مقطع دایره‌ای ملاحظه می‌شود که فرض روش معکوس صحیح بوده و حداکثر خطا بین شعاع سطح مقطع معادله (۱۴) و شعاع سطح مقطع دایره‌ای واقعی 6.3 درصد می‌باشد.



شکل-۵: دیاگرام شکل پروفیل و خط فریاتیك کانال

در حالت دوم که در زیر بستر کانال یک لایه زهکش به عمق معلوم d' از سطح آب کانال قرار دارد نقاط a و f بر روی لایه زهکش قرار می‌گیرند و دیگر روی یک نقطه مشترک بر روی محور حقیقی صفحه کمکی z نگاشت نخواهند شد. در این حالت نقطه f بر روی نقطه مجهول α که $0 \leq \alpha \leq 1$ است نگاشت خواهد شد و نقطه a نیز بر روی همان نقطه یک نگاشت می‌شود. صفحه w نیز تغییر اندکی خواهد داشت و آن هم این است که بعد افقی نقاط a و f برابر kd' می‌باشد. شکل صفحات هیدروگراف سرعت و معکوس آن نیز بدون تغییر باقی می‌مانند با این تفاوت که نقطه f بین نقطه a و c نگاشت می‌شود. مشابه حالت قبل با نگاشت صفحه w بر روی صفحه z رابطه زیر بدست خواهد آمد:

$$w = \frac{iq_s}{4K(1-\alpha)} \int_0^{\xi} \frac{dt}{\sqrt{t(1-t)(t-\alpha)}} \quad (16)$$

که در این رابطه، $K(1-\alpha) =$ انتگرال بیضوی کامل نوع اول با مدول $(1-\alpha)$ می‌باشد. نگاشت صفحه dz/dw نیز همان رابطه (۹) می‌باشد. با استفاده از روشی مشابه که برای نگاشت صفحه z استفاده می‌شود، رابطه زیر بدست خواهد آمد:

$$z = \frac{iq_s}{2\pi K(1-\alpha)} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{c'} \right) \int_0^{\xi} \frac{-\sinh^{-1} \sqrt{-t}}{\sqrt{t(1-t)(t-\alpha)}} dt + \frac{q_s}{4c'K(1-\alpha)} \int_0^{\xi} \frac{dt}{\sqrt{t(1-t)(t-\alpha)}} - iy \quad (17)$$

با اعمال شرط نقطه b بر معادله بالا، می‌توان دبی نشت را بصورت زیر محاسبه نمود:

$$q_s = k \left(T + 2\pi y K(1-\alpha) \int_0^{\infty} \frac{-\sinh^{-1} \sqrt{-t}}{\sqrt{t(1-t)(t-\alpha)}} dt \right) \quad (18)$$

حال می‌توان تابع نشت را بصورت $F_s = T/y + 2\pi K(1-\alpha) \int_0^{\infty} \frac{-\sinh^{-1} \sqrt{-t}}{\sqrt{t(1-t)(t-\alpha)}} dt$ تعریف کرد و دبی

نشت را با رابطه $q_s = kyF_s = kB$ نشان داد. با قرار دادن معادله (۱۸) در معادله (۱۷) و ساده کردن آن داریم:

$$z = \frac{iy}{\int_0^{\infty} \frac{-\sinh^{-1} \sqrt{-t}}{\sqrt{t(1-t)(t-\alpha)}} dt} \int_0^{\xi} \frac{-\sinh^{-1} \sqrt{-t}}{\sqrt{t(1-t)(t-\alpha)}} dt + \frac{T}{4K(1-\alpha)} \int_0^{\xi} \frac{dt}{\sqrt{t(1-t)(t-\alpha)}} - iy \quad (19)$$

با اعمال شرایط سطح آزاد یعنی ab که $1 \leq \zeta < \infty$ است در معادله (۱۹) معادله سطح آزاد نیز بدست خواهد آمد:

$$Z = iy \int_{\infty}^{\zeta} \frac{\cosh^{-1} \sqrt{t}}{\sqrt{t(1-t)(t-\alpha)}} dt \Big/ \int_0^{\infty} \frac{-\sinh^{-1} \sqrt{-t}}{\sqrt{t(1-t)(t-\alpha)}} dt \quad (20)$$

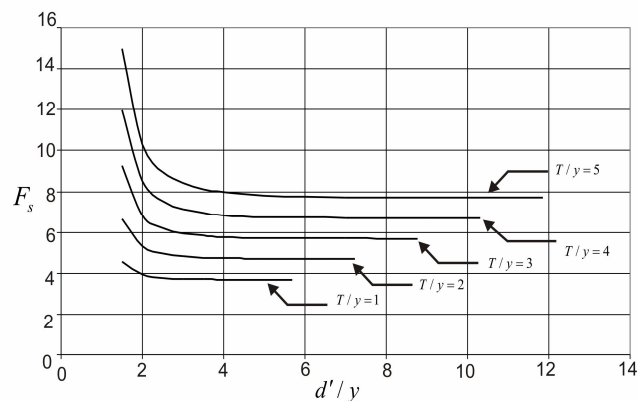
$$+ 1/4K(1-\alpha) \left(T + 2\pi y K(1-\alpha) \Big/ \int_0^{\infty} \frac{-\sinh^{-1} \sqrt{-t}}{\sqrt{t(1-t)(t-\alpha)}} dt \right) \int_{\infty}^{\zeta} \frac{1}{\sqrt{t(1-t)(t-\alpha)}} dt + T/2$$

حال برای محاسبه مقدار دبی نشت بایستی مقدار پارامتر α محاسبه گردد. برای این منظور با اعمال شرط نقطه $a(\zeta = 1, z = B/2 - id')$ در معادله (۱۹) داریم:

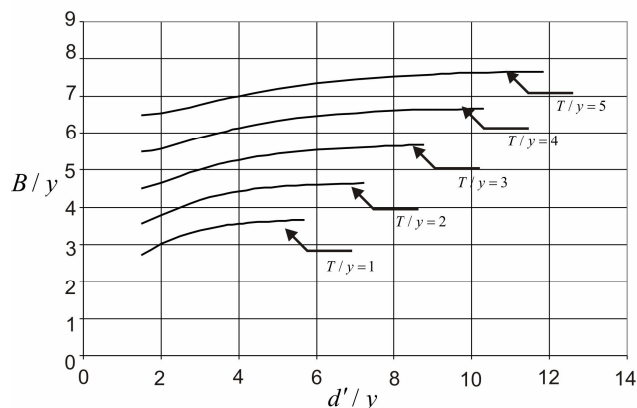
$$\frac{d'}{y} = 1 - \left(1 \Big/ \int_0^{\infty} \frac{-\sinh^{-1} \sqrt{-t}}{\sqrt{t(1-t)(t-\alpha)}} dt \right) \int_0^{\alpha} \frac{-\sinh^{-1} \sqrt{-t}}{\sqrt{t(1-t)(t-\alpha)}} dt - \frac{T}{4K(1-\alpha)} \int_0^{\alpha} \frac{dt}{\sqrt{t(1-t)(t-\alpha)}} \quad (21)$$

$$B/2 = \frac{T}{4K(1-\alpha)} \int_{\alpha}^1 \frac{dt}{\sqrt{t(1-t)(t-\alpha)}} + \left(iy \Big/ \int_0^{\infty} \frac{-\sinh^{-1} \sqrt{-t}}{\sqrt{t(1-t)(t-\alpha)}} dt \right) \int_{\alpha}^1 \frac{\sinh^{-1} \sqrt{-t}}{\sqrt{t(1-t)(t-\alpha)}} dt \quad (22)$$

حال با فرض $T/y = 2$ (مقطع نیم دایره) و $d'/y = 2$ ، در حالت بدون وجود لایه زهکش $q_s = 4.6938ky$ و در حالت وجود لایه زهکش مقدار $\alpha = 0.22$ و $q_s = 5.31159ky$ خواهد شد. مشاهده می شود که مقدار تابع نشت در حالت دوم به مقدار 13.16 درصد بیشتر از حالت اول می باشد. اما سواهی و کاشیاب (۲۰۰۴) عرض نشت را در مورد یک مقطع دایره ای در حالت وجود لایه زهکش نیز توسط روش عددی بدست آوردند [4]. حال در مورد مثال ذکر شده، با استفاده از رابطه سواهی و کاشیاب مقدار عرض نشت برابر 4.97294 متر و با استفاده از رابطه (۲۲) برابر 3.7925 متر خواهد شد که رابطه محققین نام برده به میزان 31.13 درصد، عرض نشت بیشتری را تخمین می زند. در شکل (۶) منحنی تغییرات تابع نشت نسبت به تغییرات d'/y و در شکل (۷) منحنی تغییرات عرض نشت به عمق نسبت به تغییرات d'/y نشان داده شده است



شکل ۶- منحنی تغییرات تابع نشت با تغییرات d'/y



شکل-۷: منحنی تغییرات نسبت عرض نشت به عمق با تغییرات d'/y

بحث و نتیجه گیری

از منحنی‌ها و نتایج بدست آمده مشاهده می‌شود که در حالت کلی دبی نشت از کانالی که در زیر آن لایه زهکش در عمق محدودی قرار گرفته است در مقایسه با حالتی که لایه مذکور در عمق بسیار زیاد قرار دارد بیشتر می‌باشد. با افزایش نسبت T/y ، تابع نشت افزایش و با کاهش این نسبت، تابع نشت نیز کاهش می‌یابد. اما این موضوع در مورد تغییرات دبی نشت فرق می‌کند یعنی برحسب افزایش و یا کاهش هر کدام از پارامترهای T یا y و ثابت بودن دیگری متفاوت می‌باشد. همین بحث انجام گرفته در مورد تغییرات B/y نسبت به تغییرات d'/y نیز وجود دارد. طبیعی است هرچه مقدار دبی نشت از کانالی بیشتر باشد عرض نشت آن هم بیشتر است در حالی که ممکن است مقدار B/y آن در مقایسه با کانالی که مقدار دبی نشت آن کمتر است، کمتر باشد. برای یک مقدار معلوم T/y با افزایش مقدار d'/y مقدار تابع نشت کاهش و مقدار پارامتر α افزایش خواهد یافت و به سمت یک میل می‌کند. برای یک مقدار معلوم d'/y نیز با افزایش مقدار T/y مقدار تابع نشت افزایش و مقدار پارامتر α کاهش می‌یابد و به مقدار صفر نزدیک می‌گردد. همچنین لازم به ذکر است که وقتی $d'/y = 1$ باشد یعنی لایه زهکش به بستر کانال برسد، مقدار دبی نشت حداکثر مقدار خود را خواهد داشت.

مراجع

- [1] Harr, M.E. (1962). "Groundwater and Seepage." McGraw-Hill Inc., New York, N.Y.
- [2] Polubarinova-Kochina, P.Y. (1962). "Theory of groundwater and movement." Princeton University Press, Princeton, N.J.
- [3] Chahar, B.R. (2001). "Extension of Vedernikov's graph for seepage from canals." Ground Water, Vol.39, No.2, 272-275.
- [4] Swamee, P.K. and Kashyap, D., " Design of minimum seepage loss nonpolygonal canal sections with drainage layer at shallow depth ", J. of Irrigation and Drainage Engineering, ASCE, Vol.130, No.2, 166-170, 2004.