طراحی پروفیل روتور پمپ‌های لوب دورانی با منحنی گام غیردایره‌ای و تعیین میزان جریان خروجی از آنها

فرهاد کلاهان
استادیار- گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد
kolahan@um.ac.ir
محمدرضا طحان
دانشجوی کارشناسی ارشد - گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد
mr.tahan@gmail.com

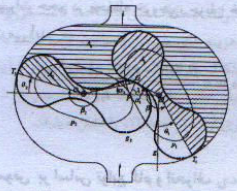
چکیده
مهمترین مسأله در طراحی و ساخت پمپ‌های لوب دورانی پروفیل روتور آنها می باشد. در این پژوهش ابتدا روابط مربوط به تعیین پروفیل روتور بر اساس منحنی گام[1] و تابع انحراف[2] استخراج گردیده است. سپس با تعیین میزان تغییرات حجم در منطقه خروجی، روابطی جهت تعیین میزان دبی خروجی از پمپ بدست آمده است. برای پیگیری آسان تر مراحل طراحی، از دبی خروجی مخصوص استفاده گردیده است. مهمترین هدف این تحقیق طراحی پمپ‌های لوب با منحنی گام غیر دایره‌ای می‌باشد. پارامترهای مؤثر در طراحی و تحلیل این نوع از پمپ‌ها مورد بررسی قرار گرفته و تأثیر آنها بر پروفیل روتور و میزان دبی خروجی مشخص گردیده است.
کلمات کلیدی: پمپ لوب دورانی، منحنی گام غیردایره‌ای، تابع انحراف، پروفیل روتور، دبی خروجی

مقدمه
پمپ‌ها از جمله تجهیزات اساسی در جابجایی انواع سیالات بشمار می‌روند. پمپ‌های لوب دورانی یکی از انواع مهم و پرکاربرد پمپ‌های جابجایی مثبت دورانی هستند که در انواع سیالات غلیظ کاربرد دارند[1]. تا کنون اکثر پمپ‌های لوب که طراحی و ساخته شده‌اند، دارای منحنی گام دایره‌ای می‌باشند. یکی از اهداف مهم تحقیق حاضر این است که بتوان روابط مناسبی را جهت طراحی پروفیل روتور و تعیین میزان جریان خروجی از پمپ‌های لوب با هر منحنی دبی خروجی دلخواه، استخراج نمود

تعیین پروفیل روتور بر مبنای تابع انحراف
شکل (1) شماتیکی از شکل پروفیل و نحوه درگیری لوب‌ها را نشان میدهد. در این شکل، G نقطه تماس دو پروفیل روتور g_1 و g_2 است که متناظر با P، نقطه تماس دو منحنی گام p_1 و p_2 می باشد. منحنی روتور با انحراف از نقطه $p(\theta)$ به اندازه $e(\theta)$ بدست می آید[2]. میزان انحراف e، به صورت یک تابع از موقعیت زاویه ای منحنی گام تعریف می شود که اصطلاحاً « تابع انحراف » نامیده می شود.

$$e(\theta)=|P(\theta)-G(\theta)|$$
(1)

که در آن θ زاویه چرخش روتورها می‌باشد.
پروفیل هر روتور در نتیجه همپوشانی دایره‌های Q در مختصات بدست



شکل(1)- منحنی گام و منحنی پروفیل روتورها

می آید. البته از روابط زیر نیز می توان برای بدست آوردن منحنی پروفیل استفاده نمود :

$$g_1(x)=r\cos\theta+e\cos\psi$$
$$g_1(y)=r\sin\theta+e\sin\psi$$
(2)

ψ زاویه عمود مشترک در نقطه G بوده و تابعی از θ است

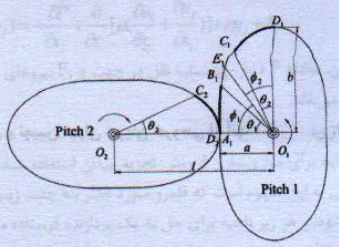
تعیین زاویه‌ی طراحی، φ، برای پروفیل‌های غیر دایره‌ای
همانطور که در شکل(2) مشخص است، فرض می‌شود دو روتور (1) و (2) دو منحنی گام یکسان و غیردایره‌ای دارند و پروفیل منحنی گام (1)، $r(\theta)$، با شروع از نقطه A_1 به طور پیوسته در حال افزایش می‌باشد[3]. از آنجا که دو پروفیل روتور مزدوج یکدیگر هستند، دو شرط دینامیکی باید برآورده شوند. اولین شرط اینست که قسمت A_1B_1 از منحنی گام (1) باید با قسمت D_2C_2 از منحنی گام (2) مزدوج باشد و بدین ترتیب معادله $r_2=l-r_1$ برقرار خواهد بود. شرط دوم اینکه در نقاط تماس دو منحنی باید دارای سرعت یکسان باشند تا شرایط غلتش خالص فراهم شود. بنابراین دومین شرط اینست که در نقاط تماس دو منحنی باید دارای سرعت یکسان باشند تا شرایط غلتش خالص فراهم شود. بنابراین

$$r_1d\theta_1=r_2d\theta_2$$
(3)

هنگامی که دو نقطه B_1 و C_1 در نقطه اتصال E_1 به یکدیگر می‌رسند:

$$r_1\varphi_1=r_2\varphi_2=\frac{l}{2}$$
(4)

Pitch curve -[1]
Deviation function -[2]



شکل(2)- یک جفت منحنی گام غیردایره‌ای یکسان

$$\varphi_1+\varphi_2=\varphi_1+\int_0^{\varphi_1}\frac{r_1}{l-r_1}d\theta_1=\int_0^{\varphi_1}\frac{l}{l-r_1}d\theta_1=\frac{\pi}{N} \quad (5)$$

رابطه دبی خروجی و پروفیل روتور در پمپ‌های لوب دورانی

،با محاسبه نرخ تغییرات حجم در محفظه خروجی، جریان خروجی از پمپ به شرح ذیل بدست می آید:

$$F(\theta_1)=-\dot{A}_0\,w=\frac{\dot{\theta}_1\,l(b^2-r_1(l-r_1)-e^2)w}{2(l-r_1)} \quad (6)$$

دبی خروجی مخصوص بر اساس توابع گام و انحراف

برای پیگیری آسان‌تر مراحل طراحی پمپ لوب، بهتر است تا دبی بر اساس فرکانس پمپ و ابعاد آن نرمالیزه شود

$$f(\theta_1)=\frac{F}{nV} \quad (7)$$

$$f=\frac{\pi l(b^2-r_1(l-r_1)-e^2)}{(l-r_1)(\pi b^2+2bl)} \quad (8)$$

پارامترهای طراحی یک پمپ لوب با منحنی گام غیردایره‌ای

در طراحی و تحلیل پمپ‌های لوب با منحنی گام غیردایره‌ای، دو مشخصه مهم طراحی تعریف می‌شود. پارامتر غیر دایره‌ای بودن منحنی گام "k" یک مشخصه عمومی در طراحی پروفیل روتور پمپ‌های لوب است.

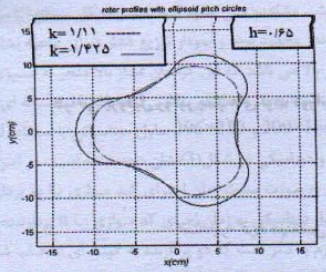
$$k=\frac{b}{a} \quad (9)$$

دومین مشخصه پارامتر "غیر دایره‌ای بودن لوب" یا "h" است.

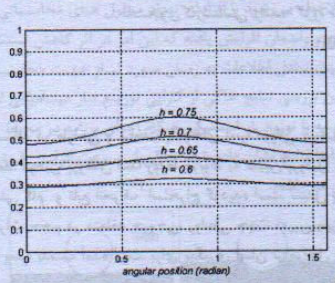
$$h=\frac{b}{l} \quad (10)$$

تأثیرات تغییر در مقدار h و k روی پروفیل روتور

دو پارامتر غیر دایره‌ای بودن منحنی گام k، و غیر دایره‌ای بودن پروفیل روتور h، دو مشخصه مهم در طراحی و عملکرد پمپ‌های لوب دورانی با منحنی گام غیر دایره‌ای می‌باشند. همانطور که در شکل‌های (3) تا (5) نشان داده شده است، تغییر در مقادیر h و k هندسه روتور و میزان دبی خروجی از آنها را به شدت تحت تأثیر قرار می‌دهد.



شکل(4)- پروفیل روتور با منحنی گام بیضوی، مقادیر ثابت h با k مختلف



نمودار(5)- منحنی‌های دبی خروجی مخصوص برای مقادیر مختلف h برای پمپی با منحنی گام بیضوی

بحث بر روی نتایج

تحقیق حاضر با هدف طراحی الگوریتم‌های محاسباتی جهت رسم پروفیل روتور و تحلیل معادلات مربوط به پمپ‌های لوب دورانی انجام گردیده است. در این تحقیق کد کامپیوتری تهیه شده است که با استفاده از روش تابع انحراف قادر به تعیین پروفیل روتور پمپ‌های لوب می‌باشد. برپایه این روش پروفیل بسیاری از پمپ‌های لوب را بر اساس منحنی گام و تابع انحراف دلخواه می‌توان تعیین نمود. همچنین دو پارامتر h و k ، به عنوان پارامترهای اصلی در طراحی این پمپ‌ها معرفی شدند و تأثیر آنها در پروفیل روتور و میزان جریان خروجی مورد بررسی قرار گرفت.

نتایج حاکی از آن است که، افزایشh پروفیل روتور را از حالت دایره‌ای خارج خواهد نمود و موجب باریک شدن پروفیل روتور تولید شده در مرکز می‌شود. وقتی h ثابت نگه داشته می‌شود، کاهش k پروفیل روتور را از حالت دایره‌ای دور نموده و تیزی پروفیل روتور را در نوک بیشتر می‌نماید. با افزایش مقدار h، دامنه نوسانات و مقدار متوسط جریان خروجی مخصوص افزایش خواهد یافت.

مراجع

1- Dickenson T.C., 1995, "Pumping Manual," 9th, Elsevier Science LTD.

2- Yang D. C. H, Tong S. H., 2002, " The Specific Flow rate of Deviation Function Based Lobe Pumps – Derivation and Analysis," Mechanism and Machine Theory, **37**, Issue 10, pp. 1025-1042

3- Tong S. H., Yang D. C. H., 1998, "Generation of Identical Noncircular Pitch Curves," ASME Journal of Mechanical Design, **120**, No. 2, pp. 337-341.

شانزدهمین کنفرانس سالانه(بین المللی) مهندسی مکانیکISME2008
ایران، کرمان، دانشگاه شهید باهنر کرمان، ۲۴-۲۶ اردیبهشت ۱۳۸۷

طراحی پروفیل روتور پمپ‌های لوب دورانی با منحنی گام غیردایره‌ای و تعیین میزان جریان خروجی از آنها

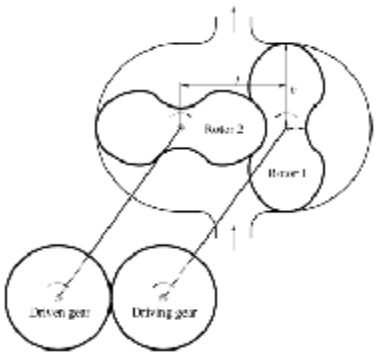
فرهاد کلاهان
استادیار- گروه مکانیک، دانشکده مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد
kolahan@um.ac.ir
محمدرضا طحان
دانشجوی کارشناسی ارشد - گروه مکانیک، دانشکده مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد
mr.tahan@gmail.com

چکیده
پمپ های جابجایی مثبت لوب دورانی در صنایع مختلف جهت انتقال انواع سیالات به طور وسیعی مورد استفاده قرار می‌گیرند. مهمترین مسأله در طراحی و ساخت این پمپها پروفیل روتور آنها می‌باشد که دارای پیچیدگی های خاصی بوده و عوامل مختلفی در تعیین آنها نقش دارد. در این پژوهش ابتدا روابط مربوط به تعیین پروفیل روتور بر اساس منحنی گام و تابع انحراف استخراج گردیده است. سپس با تعیین میزان تغییرات حجم در منطقه خروجی، روابطی جهت تعیین میزان دبی خروجی از پمپ بدست آمده است. برای پیگیری آسان تر مراحل طراحی، از دبی خروجی مخصوص استفاده می‌شود. دبی خروجی مخصوص بی‌بعد بوده و بستگی به منحنی گام و تابع انحراف دارد و مستقل از حجم و فرکانس پمپ است. از آنجا که مهمترین هدف این تحقیق طراحی پمپ‌های لوب با منحنی گام غیر دایره-ای می‌باشد، با انتخاب منحنی گام غیردایره‌ای، پارامترهای مؤثر در طراحی و تحلیل این نوع از پمپها مورد بررسی قرار گرفته و تأثیر آنها بر پروفیل روتور و میزان دبی خروجی مشخص گردیده است. برای ایجاد سهولت کد کامپیوتری کاملی تهیه شده است. این کد قادر است با دریافت منحنی گام و تابع انحراف دلخواه پروفیل روتور را طراحی نموده و به تحلیل میزان دبی خروجی از پمپ بپردازد. در ادامه پژوهش مناسبی در مورد پارامترهای کنترلی مؤثر و نحوه تأثیر آنها در طراحی این نوع از پمپها انجام شده است که نتایج آن ذکر گردیده است.
کلمات کلیدی: پمپ لوب دورانی، منحنی گام غیردایره‌ای، تابع انحراف، پروفیل روتور، دبی خروجی

مقدمه

پمپ‌ها از جمله تجهیزات اساسی در جابجایی انواع سیالات بشمار می‌روند. مکانیزم‌های مختلفی برای این منظور در پمپ‌ها بکار گرفته شده‌است. یکی از انواع مهم این مکانیزم‌ها، پمپ های جابجایی مثبت هستند که خود به دو گروه عمده رفت و برگشتی و دورانی تقسیم می‌گردند. پمپ‌های لوب دورانی یکی از انواع مهم و پرکاربرد پمپ‌های جابجایی مثبت دورانی هستند که در انواع سیالات غلیظ کاربرد دارند. در این پمپ‌ها افزایش فشار بوسیله چرخش صورت می پذیرد. هر پمپ دورانی از یک پوسته ثابت و یک قسمت دوار که اجزا متحرک پمپ را شامل می‌شود، تشکیل شده است.

شکل (۱) نمای شماتیکی از نحوه عملکرد یک پمپ لوب دورانی را نشان می‌دهد.



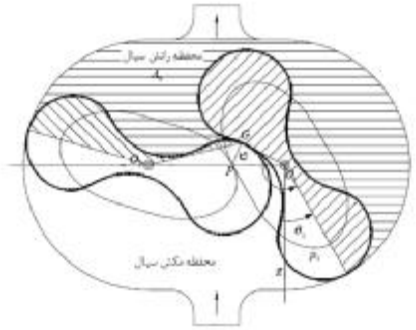
شکل(۱)- نحوه عملکرد پمپ لوب دورانی

اصول کار این پمپ‌ها به این ترتیب است که سیال ورودی به وسیله روتور پمپ در بدنه محبوس شده و به سمت دریچه خروجی رانده شده و از آنجا تحت فشار به بیرون هدایت می شود. در پمپ لوب دورانی از آنجا که روتور محرک تنها می‌تواند نیم دور روتور متحرک را بچرخاند، یک جفت چرخدنده خارجی جهت ایجاد یک جریان خروجی پیوسته مورد نیاز است. در یک پمپ لوب جریان خروجی تابعی از موقعیت زاویه ای روتور پمپ می‌باشد. در حال حاضر دو نوع پمپ لوب متفاوت در صنعت مورد استفاده قرار می‌گیرد: ۱- پمپ لوب که جریان خروجی از آن به صورت تابعی نوسانی بوده و پروفیل روتور آن دارای پیوستگی c^1 می‌باشد(دو منحنی در نقطهٔ تماس دارای پیوستگی c^1 خواهند بود اگر مشتق اول آنها در این نقطه یکسان باشد). ۲- پمپ لوب که جریان خروجی از آن یکنواخت بوده و پروفیل روتور آن از تکه منحنی هایی با کمان های دایره‌ای بدون پیوستگی c^1 تشکیل شده است[۱].

در این مقاله روش " تابع انحراف" جهت تعیین پروفیل روتور بر اساس نوع تابع جریان خروجی مورد استفاده قرار گرفته است. در این روش یک منحنی گام[۱] $p(\theta)$، و تابع انحراف[۲] $e(\theta)$، بر اساس زاویه چرخش روتورها (θ)، انتخاب می‌شود. تابع انحراف تابعی است که بیانگر میزان انحراف منحنی پروفیل روتور از منحنی گام در هر زاویهٔ (θ) می‌باشد[۲].

۱- pitch curve
۲- deviation function

بعبارتی دیگر مطابق شکل (۲) در هر زاویه (θ) با انحراف به اندازه e از نقطهٔ P در منحنی گام، نقطه متناظر آن G در پروفیل تولید شده ،g(θ)، مشخص خواهد شد. پس از تعیین پروفیل روتور با بررسی نرخ تغییرات در حجم منطقه خروجی A_0 ، دبی خروجی از پمپ لوب دورانی تعیین می‌شود.



شکل(۲)- نمای شماتیکی از نحوه عملکرد پمپ لوب دورانی

تا کنون اکثر پمپ‌های لوب که طراحی و ساخته شده‌اند، دارای منحنی گام دایره‌ای می‌باشند. یکی از اهداف مهم تحقیق حاضر این است که بتوان روابط مناسبی را جهت طراحی پروفیل روتور و تعیین میزان جریان خروجی از پمپ‌های لوب با هر منحنی دبی خروجی دلخواه، استخراج نمود. این با الگو گرفتن از طراحی پمپ‌های دنده-ای با منحنی گام غیردایره‌ایانجام می‌شود. همچنین سعی بر آن است تا با تعیین پارامترهای اصلی طراحی پمپ‌های لوب با منحنی گام غیردایره‌ای، تأثیر آنها را بر پروفیل روتور و میزان دبی خروجی مورد بررسی قرار دهیم. برای این منظور ابتدا دو پارامتر مهم «غیر دایره‌ای بودن منحنی گام» "k" و خاصیت «غیر دایره‌ای بودن پروفیل روتور» "h" معرفی می‌شوند. سپس تأثیر افزایش و یا کاهش آنها بر روی پروفیل روتور و میزان دبی خروجی مورد بررسی قرار گرفته است.

تعیین پروفیل روتور بر مبنای تابع انحراف

در حالت کلی، دبی خروجی از یک لوب پمپ تابعی نوسانی از موقعیت زاویه ای لوب های هر روتور می باشد[۳]. بر اساس روش ارائه شده در تحقیق، پروفیل بسیاری از لوب پمپ‌ها را با استفاده از منحنی گام و تابع انحراف آنها می‌توان تعیین نمود. کلیات این روش به طور مختصر شرح زیر می‌باشد:

شکل (۳) شماتیکی از شکل پروفیل و نحوه درگیری لوب‌ها را نشان می‌دهد. در این شکل، G نقطه تماس دو پروفیل روتور g_1 و g_2 است که متناظر با P، نقطه تماس دو منحنی گام p_1 و p_2 می باشد. منحنی روتور با انحراف از نقطه$p(\theta)$ به اندازه $e(\theta)$ بدست می آید. میزان انحراف e، به صورت یک تابع از موقعیت زاویه ای منحنی گام تعریف می شود که اصطلاحاً « تابع انحراف » نامیده می شود.

$$e(\theta_1) = \|P(\theta_1) - G(\theta_1)\| \qquad for\ 0 \le \theta_1 \le \varphi_1 \qquad (۱)$$

در رابطه‌ی(۱)، φ_1 محدوده‌ی زاویه‌ای است که در آن پروفیل روتور طراحی می‌شود.

پروفیل هر روتور در نتیجه همپوشانی دایره های Q در مختصات $O_1(xy)$ بدست می آید. البته از روابط زیر نیز می توان برای بدست آوردن منحنی پروفیل استفاده نمود :

$$g_{1x} = r_1 cos\theta_1 + e cos\psi_1 \qquad (۲\text{- الف})$$

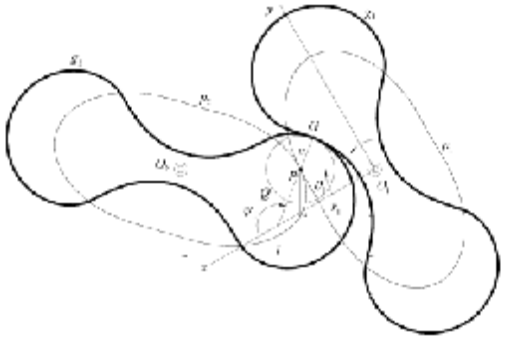
$$g_{1y} = r_1 sin\theta_1 + e sin\psi_1 \qquad (۲\text{- ب})$$

مقدار ψ زاویه عمود مشترک در نقطه G می باشد و تابعی از θ است. برآورده شدن سه شرط ذکر شده در روابط(۳) برای تابع انحراف ضروری

$$e(\theta_a) \ge e(\theta_b) \quad when \quad \theta_b \ge \theta_a \qquad (۳\text{- الف})$$

$$e(0) = b - l + r_1(0 \qquad (۳\text{- ب})$$

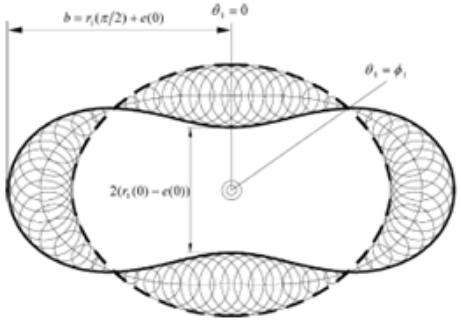
$$e(\varphi_1) = 0 \qquad (۳\text{- ج})$$



شکل(۳)- منحنی گام و منحنی پروفیل روتورها

در این روابط b طول روتور و l فاصله بین دو روتور می‌باشد. شرط اول سبب جلوگیری از ایجاد پروفیل‌های غیر عملی خواهد شد. شرط دوم تضمین می‌کند که مجموعه پمپ دارای اندازه‌های فیزیکی دلخواه بوده و شرط سوم موجب پیوستگی C^1 در نقطه $\theta = \varphi$ در پروفیل تولید شده خواهد شد.

شکل(۴) یک نمونه از پروفیل روتور بدست آمده از روش تابع انحراف را نشان می‌دهد.



شکل(۴)- پروفیل روتور بدست آمده از روش تابع انحراف

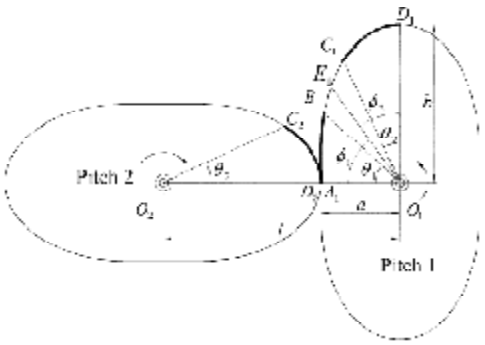
تعیین زاویه‌ی طراحی ،φ، برای پروفیل‌های غیر دایره‌ای

اولین قدم در طراحی پمپ‌های لوب دورانی با منحنی گام غیردایره-ای، تعیین زاویه طراحی پروفیل می‌باشد. همانطور که در شکل(۵) مشخص است، فرض می‌شود دو روتور (۱) و (۲) دو منحنی گام یکسان و غیردایره‌ای دارند و پروفیل منحنی گام (۱)، $r(\theta_1)$، با شروع از نقطه A_1 به طور پیوسته در حال افزایش می‌باشد. نقطه A_1، نقطه مرجع برای رسم پروفیل روتور است[۴].

از آنجا که دو پروفیل روتور مزدوج یکدیگر هستند، دو شرط دینامیکی باید برآورده شود.

اولین شرط اینست که قسمت A_1B_1 از منحنی گام (۱) باید با قسمت D_2C_2 از منحنی گام (۲) مزدوج باشد و بدین ترتیب معادله $r_2 = l - r_1$ برقرار خواهد بود. دومین شرط اینست که در نقاط تماس دو منحنی باید دارای سرعت یکسان باشند تا شرایط غلتش خالص فراهم شود. بنابراین $r_1\,d\theta_1 = r_2\,d\theta_2$ با ترکیب این دو شرط، شرط غلتش خاص به صورت زیر خواهد بود.

$$\theta_1 = \int \frac{r_1}{l - r_1} d\theta_1 \qquad (۴)$$



شکل(۵)- یک جفت منحنی گام یکسان

وقتی که منحنی (۱) و (۲) مشابه باشند، اندازه D_1C_1 بر روی منحنی گام(۱) با D_2C_2 بر روی منحنی گام(۲) یکسان خواهد بود. هنگامی که دو نقطهB_1 و C_1 در نقطه اتصال E_1 به یکدیگر می‌رسند، رابطهٔ زیر بر قرار است.

$$r_1(\varphi_1) = r_2(\varphi_2) = \frac{l}{2} \qquad (۵)$$

که در آن $\varphi_1 =< A_1O_1E_1$ و $\varphi_2 =< D_1O_1E_1$ می‌باشند. از آنجا که تعداد لوب‌های هر روتور باید عدد صحیح باشد، اندازه زاویه مربوط به نصف پروفیل لوب A_1D_1 یعنی $\varphi_1 + \varphi_2$ باید برابر با $\frac{\pi}{N}$ باشد یعنی:

$$\varphi_1 + \varphi_2 = \varphi_1 + \int_0^{\varphi_1} \frac{r_1}{l - r_1} d\theta_1 = \int_0^{\varphi_1} \frac{l}{l - r_1} d\theta_1 = \frac{\pi}{N} \qquad (۶)$$

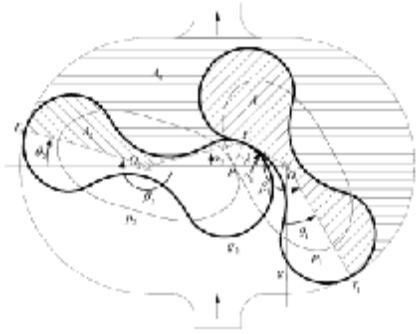
در رابطه(۶)، N تعداد لوب‌های هر روتورمی‌باشد. هنگامی که منحنی گام دایره‌ای است، اندازه زاویه φ_1 و φ_2 با یکدیگر برابر خواهند بود. بدین ترتیب اندازه زاویه طراحی را می‌توان از رابطه زیر به دست آورد.

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \frac{\pi}{2 * N} \qquad (۷)$$

رابطه دبی خروجی و پروفیل روتور در پمپ‌های لوب دورانی

روتورهای g_1 و g_2 که متناظر با منحنی های گام p_1 و p_2 می‌باشند، محفظه پمپاژ را به دو قسمت ورودی و خروجی تقسیم می‌کنند. T_1 و T_2 نقاط تماس منحنی روتورها با محفظه پمپاژ و G نقطه تماس منحنی دو روتور میباشد. خطوط $O_2T_2, O_2G, O_1G, O_1T_1$ درشکل (۶) فضای داخل پمپ را به دو قسمت مجزا تقسیم می‌نماید. حال اگر قسمت بالای این حجم را به سه ناحیه A_1وA_2وA_3 تقسیم کنیم، دبی آنی نرخ تغییرات ناحیه A_0

برای راحتی محاسبات، جهت مثبت θ_1را در جهت خلاف عقربه های ساعت وجهت مثبت θ_2 را در جهت عقربه های ساعت انتخاب شده است. از آنجا که موقعیت نقاط T_1وT_2 بر روی روتورها ثابت می‌باشد سرعت زاویه‌ای O_1T_1, O_2T_2 مساوی با سرعت زاویه ای روتورها خواهد بود. از طرفی دیگر موقعیت نقطه G بر روی روتورها ثابت نبوده و به طور لحظه‌ای بر روی روتورها در حال حرکت می‌باشد.



شکل(۶)- نمای شماتیک از فضای داخل پمپ لوب دورانی

اگر سرعت زاویه‌ای O_1G, O_2G به ترتیب $\dot{\alpha}_1$ و $\dot{\alpha}_2$ باشند داریم:

$$\dot{\theta}_1 = \dot{\alpha}_1 + \dot{\beta}_1 \qquad (۸)$$
$$\dot{\theta}_2 = \dot{\alpha}_2 + \dot{\beta}_2$$

$$\dot{A}_0 = -\frac{1}{2}b^2\dot{\beta}_1 - \frac{1}{2}b^2\dot{\beta}_1 + \frac{1}{2}\overline{O_1G}^2\left(\dot{\alpha}_1 + \dot{\beta}_1\right) + \frac{1}{2}\overline{O_2G}^2 = -\frac{1}{2}b^2\dot{\theta}_1 - \frac{1}{2}b^2\dot{\theta}_2 + \frac{1}{2}\overline{O_1G}^2\,\dot{\theta}_1 + \frac{1}{2}\overline{O_2G}^2\dot{\theta}_2 \qquad (۹)$$

با استفاده از قوانین کسینوس ها، مقادیر O_1G, O_2G به شرح ذیل خواهد بود:

$$\overline{O_1G}^2 = r_1{}^2 + e^2 - 2r_1 e\,cos\lambda \qquad (۱۰)$$

$$\overline{O_2G}^2 = (l - r_1)^2 + e^2 - 2(l - r_1)e\,cos\lambda \qquad (۱۱)$$

در فرمول‌های (۹) و (۱۰)، مقدار λ فاصله اندازه گیری شده از PO_1 تا PG می‌باشد. از جایگذاری روابطه (۹ و۱۰) در (۸) و قرار دادن $\dot{\theta}_2$ بر اساس اصل مزدوج بودن دو روتور مطابق رابطه (۱۱)، نرخ جریان خروجی از پمپ به شرح ذیل بدست می‌آید:

$$F(\theta_1) = -\dot{A}_0 w = \frac{\dot{\theta}_1 l(b^2 - r_1(l - r_1) - e^2)w}{2(l - r_1)} \qquad (۱۲)$$

که در آن w ضخامت هر روتور می‌باشد. با استفاده از رابطه فوق می‌توان مقدار دبی آنی خروجی از پمپ لوب را بر اساس منحنی گام، تابع انحراف، ابعاد پمپ و سرعت دورانی روتورها بدست آورد.

دبی خروجی مخصوص بر اساس توابع گام و انحراف

برای پیگیری آسان‌تر مراحل طراحی پمپ لوب، بهتر است تا دبی بر اساس فرکانس پمپ و ابعاد آن نرمالیزه شود. این تعریف از دبی خروجی بدون بعد بوده و به عنوان دبی خروجی مخصوص شناخته می‌شود. مقداردبی خروجی مخصوص از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$f(\theta_1) = \frac{F}{nV} \qquad (۱۳)$$

برای محاسبه فرکانس پمپ، ابتدا می‌بایست مقدارτ، زمان لازم برای یک چرخش کامل روتور را تعیین نمود.

$$\tau = \frac{1}{n} = \int_0^{2\pi} \frac{d\theta_1}{\dot{\theta}_1} \qquad (۱۴)$$

بر این اساس فرکانس روتور عبارتست از $n = \frac{1}{\tau}$. حال می‌توان حجم داخل محفظه پمپ را با توجه شکل (۴) بدست آورد.

$$V = (\pi h^2 + 2h)wl^2 \qquad (۱۵)$$

با جایگذاری رابطه (۱۲) و (۱۴) و(۱۵) در رابطه (۱۳) مقدار دبی خروجی مخصوص عبارتست از:

$$f(\theta_1) = \frac{F(\theta_1)}{nV} = F(\theta_1)\frac{\tau}{V} = \frac{(b^2 - r_1(l-r_1) - e^2)\dot{\theta}_1 l \int_0^{2\pi} \frac{d\theta_1}{\dot{\theta}_1}}{2(l-r_1)(\pi b^2 + 2bl)} \qquad (۱۶)$$

چنانچه سرعت دورانی روتور $\dot{\theta}_1$ ثابت باشد، رابطه فوق به صورت زیر خلاصه می‌شود:

$$f = \frac{\pi l(b^2 - r_1(l-r_1) - e^2)}{(l-r_1)(\pi b^2 + 2bl)} \qquad (۱۷)$$

پارامترهای طراحی یک پمپ لوب با منحنی گام غیردایره‌ای

در طراحی و تحلیل پمپ‌های لوب با منحنی گام غیردایره‌ای، دو مشخصه مهم طراحی تعریف می‌شود. با توجه به شکل ۵، برای یک پمپ لوب، مقدار **l** نشانگر فاصله مراکز دو روتور می‌باشد. پارامتر غیر دایره‌ای بودن منحنی گام "k " یک مشخصه عمومی در طراحی پروفیل روتور پمپ‌های لوب است. k به صورت نسبت طول به پهنای روتور تعریف می‌شود؛ یعنی:

$$k = \frac{b}{a} \qquad (۱۸)$$

براین اساس، تمامی لوب پمپ‌ها با منحنی دایره‌ای دارای k=1 خواهند بود. با استفاده از مقادیر بزرگتر از ۱ برای k و همچنین استفاده از روش تابع انحراف که در فصل‌های گذشته بررسی گردید، می‌توان پمپ‌های لوب با منحنی گام غیر دایره‌ای طراحی نمود.

دومین مشخصه پارامتر "غیر دایره‌ای بودن لوب" یا "h" است. با توجه به شکل(۵)، a و b به ترتیب کمترین و بیشترین مقدار طول‌های شعاعی از روتور هستند و مقدار l برابر است با:

$$l = a + b \qquad (۱۹)$$

مقدار پارامترh، نسبت طول لوب به فاصله مراکز دو روتور می‌باشد.

$$h = \frac{b}{l} \qquad (۲۰)$$

این نسبت میزان غیردایره‌ای بودن لوب تولید شده را نشان می‌دهد. از معادلات (۱۹) و (۲۰) براحتی می‌توان تشخیص داد که مقدار h بین ۰/۵ و ۱ است.

طراحی پمپ‌های لوب با منحنی گام بیضوی

با استفاده از برنامه کامپیوتری طراحی شده در این تحقیق، می‌توان انواع مختلفی از پمپ‌های لوب با منحنی گام غیردایره‌ای را طراحی و تحلیل نمود. در حقیقت این برنامه قادر است با دریافت منحنی‌های دلخواه تابع انحراف و گام، پروفیل روتور را طراحی نموده و به تحلیل میزان دبی خروجی از پمپ بپردازد.

برای نشان دادن کارایی برنامه، در این بخش پمپ‌های لوب با منحنی گام غیردایره‌ای مورد بررسی قرار می‌گیرد، پمپ‌های با منحنی گام بیضوی می‌باشند. در منحنی گام این پمپ‌ها، a نصف اندازهٔ قطر کوچک بیضی و b نصف اندازهٔ قطر بزرگ بیضی است. معادلهٔ منحنی گام این پمپها به صورت زیر است.

$$r = \frac{ab}{\sqrt{a^2 \sin(\theta)^2 + b^2 \cos(\theta)^2}} \qquad (۲۱)$$

در اینجا، تابع انحراف مربوطه مطابق رابطهٔ زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$e = l(h-0.5)\left(1 - \frac{\theta^2}{\varphi^2}\right) \qquad (۲۲)$$

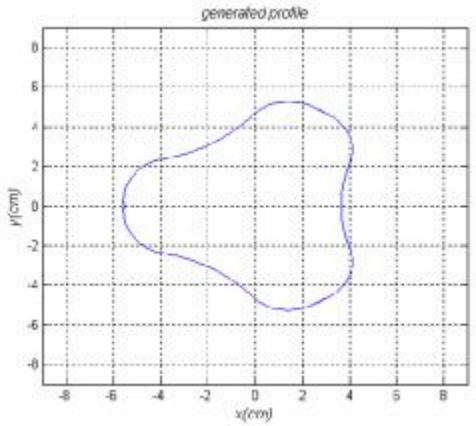
برای به دست آوردن زاویایφ_1 و φ_1 از روابط (۵)و (۶) استفاده می‌شود، که برای منحنی گام بیضوی به صورت زیر خواهند بود.

$$\frac{ab}{\sqrt{a^2 \sin(\varphi_1)^2 + b^2 \cos(\varphi_1)^2}} = \frac{a+b}{2} \qquad (۲۳)$$

$$\varphi_1 + \varphi_2 = \frac{\pi}{N} \qquad (۲۴)$$

پس از تعیین زاویای φ_1 و φ_2 برای رسم پروفیل روتور می‌توان از روابط(۲) استفاده نمود.

بعنوان یک مثال، شکل(۷) پروفیل روتور طراحی شده برای پمپ لوب با منحنی گام به شکل بیضوی با مقادیر ورودی به شرح زیر را نمایش می‌دهد. $a = 4,\ b = 5,\ N = 3,\ SP = 500rpm$



شکل(۷)- پروفیل روتور با منحنی گام بیضوی

تأثیرات تغییر در مقدار h و K روی پروفیل روتور

همانطور که در بخش‌های قبلی نشان داده شد، دو پارامتر غیر دایره‌ای بودن منحنی گام k، و غیر دایره‌ای بودن پروفیل روتور h، دو مشخصه مهم در طراحی و عملکرد پمپ‌های لوب دورانی با منحنی گام غیر دایره‌ای می‌باشند.

تغییر در مقادیر h و k هندسه روتور را به شدت تحت تأثیر قرار می‌دهد. همانطور که در شکل(۸) نشان داده شده است، وقتی مقدار

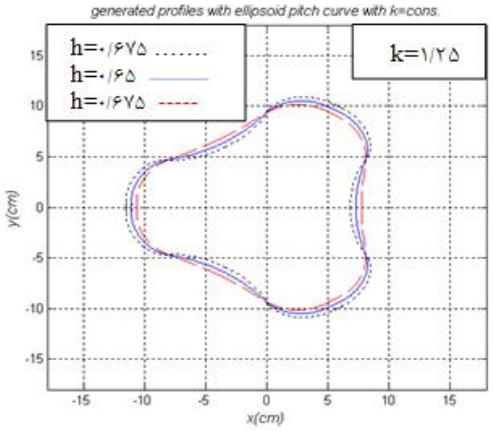
k ثابت نگه داشته می‌شود، مقدار h در میزان لاغری پروفیل روتور تولید شده مؤثر است. بدین ترتیب وقتی مقدار k ثابت است، مقادیر بزرگتر h موجب باریک شدن پروفیل روتور در مرکز می‌شود.

شکل(۸) مقایسه‌ای بین پروفیل‌های مختلف با مقادیر متفاوت h را نشان می‌دهد. این پروفیل مربوط به پمپی با مشخصات ورودی زیر است:

$$a = 8,\ b = 10,\ N = 3,\ SP = 500rpm$$

با توجه به مقادیر فوق، مقدار k برابر با ۱/۲۵ خواهد بود.

مطابق شکل(۸) پروفیلی که با خطوط نقطه‌چین نمایش داده شده است مربوط به روتوری با h=۰/۶۷۵، پروفیل با خطوط پیوسته مربوط به روتوری با h=۰/۶۵ و پروفیل با خطوط خط‌چین مربوط به روتوری با h=۰/۶۲۵ می‌باشد. همانطور که مشاهده می‌شود، افزایشh پروفیل روتور را از حالت دایره‌ای خارج خواهد نمود و موجب باریک شدن پروفیل روتور تولید شده در مرکز می‌شود.



شکل(۸)- پروفیل روتور با منحنی گام بیضوی برای مقادیر ثابت k با h مختلف

شکل(۹) مقایسه‌ای بین پروفیل‌های مختلف با مقادیر متفاوت k را نشان می‌دهد. این پروفیل‌ها مربوط به پمپ‌هایی با مشخصات ورودی زیر هستند:

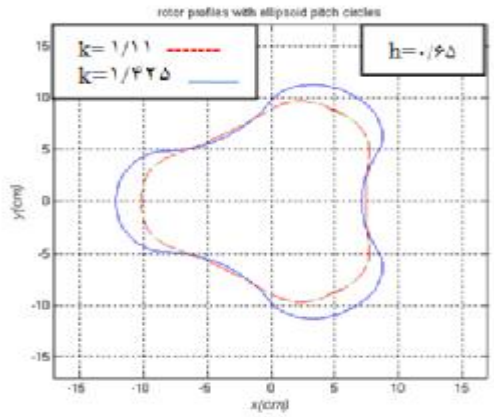
پروفیل با خطوط پیوسته

$$a = 9, b = 10, N = 3, SP = 500rpm$$

پروفیل با خطوط خط‌چین

$$a = 7, b = 10, N = 3, SP = 500rpm$$

مطابق شکل(۹) پروفیلی که با خط‌چین نمایش داده شده است مربوط به روتوری با k=۱/۱۱ و پروفیل با خطوط خط‌چین مربوط به روتوری با k=۱/۴۲۵ می‌باشد. همانطور که مشاهده می‌شود وقتی h ثابت نگه داشته می‌شود، کاهش k پروفیل روتور را از حالت دایره‌ای خارج خواهد نمود و تیزی پروفیل پروفیل روتور را در نوک بیشتر می‌نماید. البته باید در نظر داشت که افزایش این دو پارامتر با محدودیت‌های هندسی و دینامیکی مواجه می‌باشد که باید مورد بررسی قرار گیرد.



شکل(۹)- پروفیل روتور با منحنی گام بیضوی برای مقادیر ثابت h با k مختلف

تأثیر تغییرات h در میزان و نوع جریان خروجی از پمپ لوب

همانطور که قبلا اشاره شد، دبی خروجی از پمپ‌های لوب دورانی نوسانی می‌باشد. بنابراین بررسی نوع و میزان نوسانات بسیار مهم است. پارامتر غیردایره‌ای بودن پروفیل روتورها h، تا حدود زیادی مشخص کننده نوع جریان خروجی می‌باشد. برای بررسی نحوه تأثیر مقدار ایتن پارامتر در دبی خروجی، با جایگذاری h به جای $\frac{b}{l}$ در معادله (۱۷)، معادله دبی خروجی مخصوص به شکل زیر حاصل خواهد شد.

$$f = \frac{2\pi(h^2 - 0.25 - e^2/l^2)}{\pi h^2 + 2h} \qquad (۲۵)$$

معادله(۲۵) معادله‌ای بسیار کاربردی در تحلیل جریان خروجی از پمپ‌های لوب می‌باشد. دبی خروجی مخصوص، تأثیرات تغییر در سایز پمپ و فرکانس پمپ را در تحلیل شکل جریان خروجی حذف می‌نماید. بدین ترتیب شکل نوسانی تابع جریان خروجی فقط به هندسه پروفیل وابسته خواهد بود. از آنجا که ابعاد پمپ و سرعت دورانی روتورها تنها بزرگی و فرکانس جریان خروجی را تحت تاثیر قرار می‌دهند، برای تحلیل نوع جریان می‌توان اثر آنها را از معادله جریان خروجی حذف نمود. بنابراین ابعاد پمپ و سرعت دورانی باید به طور جداگانه در مراحل طراحی مورد توجه قرار گیرند.

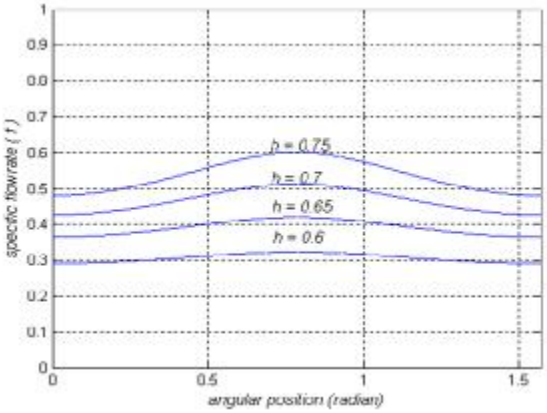
با استفاده از کد کامپیوتری تهیه شده براحتی می‌توان تأثیر مقدار h بر میزان دبی خروجی را مورد بررسی قرار داد. با اجرای این برنامه از کاربر مقادیر حداکثر میزان دبی خروجی(متر مکعب در ساعت)، سرعت دورانی روتورها (دور بر دقیقه)، پهنای هر روتور (سانتیمتر) و تعدادلوب‌های هر روتور دریافت می‌شود. سپس برنامه با انجام تحلیل‌های طراحی به طور، منحنی جریان خروجی را رسم خواهد نمود.

به عنوان مثال برای پمپ لوبی با مشخصات به شرح زیر و مقادیر متفاوت h، منحنی‌های مربوط به دبی خروجی مخصوص در نمودار(۱) نمایش داده شده‌اند.

$$F_{max} = 15\frac{m^3}{hr}, sp = 500rpm, N = 2, wi = 3cm$$

منحنی گام نیز بیضوی و تابع انحراف مطابق رابطه (۲۲) در نظر گرفته شده است.

همانطور که در نمودار(۱) مشاهده می‌شود، جریان خروجی از این پمپ‌ها نوسانی بوده و با افزایش مقدار h، دامنه نوسانات و مقدار متوسط جریان خروجی مخصوص افزایش خواهد یافت. به طور واضح، همه لوب پمپ‌ها با مقادیر یکسان تابع انحراف و پارامتر غیردایره‌ای بودن (h) بدون توجه به اندازه‌ها و سرعت دورانی آن، دارای منحنی دبی خروجی مخصوص یکسان می‌باشند.



نمودار(۱)- منحنی‌های دبی خروجی مخصوص برای مقادیر مختلف h برای پمپی با منحنی گام بیضوی

بحث بر روی نتایج

تحقیق حاضر با هدف طراحی الگوریتم‌های محاسباتی جهت رسم پروفیل روتور و تحلیل معادلات مربوط به پمپ‌های لوب دورانی با منحنی گام دایره‌ای انجام گردیده است.

در این تحقیق از روش تابع انحراف جهت تعیین پروفیل روتور استفاده شد. برپایه این روش پروفیل بسیاری از پمپ‌های لوب را بر اساس منحنی گام و تابع انحراف آن‌ها می‌توان تعیین نمود. سپس جهت با محاسبه تغییرات آنی حجم محفظه خروجی از پمپ، روابطی جهت تعیین میزان دبی خروجی از پمپ لوب استخراج گردید. جهت پیگیری آسان‌تر مراحل طراحی پمپ لوب، دبی بر اساس فرکانس پمپ و ابعاد آن نرمالیزه شد و روابط مربوط به دبی خروجی مخصوص حاصل گردید. در ادامه معادلات مربوطه به طراحی و تحلیل پمپ لوب با منحنی گام غیردایره‌ای و تابع انحراف دلخواه بدست آمد.. همچنین دو پارامتر h و k ، به عنوان پارامترهای اصلی در طراحی این پمپ‌ها معرفی شدند و تأثیر آنها در پروفیل روتور و میزان جریان خروجی مورد بررسی قرار گرفت. نتایج حاکی از آن است که، افزایشh پروفیل روتور را از حالت دایره‌ای خارج خواهد نمود و موجب باریک شدن پروفیل روتور تولید شده در مرکز می‌شود. همچنین هنگامی که h ثابت نگه داشته می‌شود، کاهش k پروفیل روتور را از حالت دایره‌ای خارج نموده و تیزی پروفیل روتور را در نوک افزایش می‌دهد. البته باید در نظر داشت که افزایش این دو پارامتر با محدودیت‌های هندسی و دینامیکی مواجه می‌باشد که باید مورد بررسی قرار گیرد. همچنین با بررسی جریان خروجی مخصوص مشاهده شد که جریان خروجی از این پمپ‌ها نوسانی بوده و با افزایش مقدار h، دامنه نوسانات و مقدار متوسط جریان خروجی مخصوص افزایش خواهد یافت.

نتیجه‌گیری

تا کنون کلیه پمپ‌های لوبی که طراحی و ساخته شده‌اند، دارای منحنی گام دایره‌ای می‌باشند. در این تحقیق برای نخستین بار، با استفاده از روش تابع انحراف، روابط و معادلات مربوط به طراحی و تحلیل پمپ‌های لوب دورانی با منحنی گام غیردایره‌ای، استخراج گردیده است. کد نرم‌افزاری تهیه شده، قادر است تا محاسبات مربوط به رسم پروفیل روتور و همچنین بدست آوردن میزان و نوع دبی خروجی از این پمپ‌ها را با دقت و سرعت بالا انجام دهد. این کد کاملاً انعطاف پذیر بوده و از آن می‌توان برای طراحی پمپ‌های لوب با انواع منحنی‌های گام استفاده نموده و پس از طراحی میزان و شکل منحنی جریان خروجی را مورد بررسی قرار داد. همچنین در این تحقیق دو پارامتر مؤثر در طراحی پمپ‌های لوب با منحنی گام غیردایره‌ای مورد بررسی قرار گرفتند. ابتدا روابط مربوط به این پارامترها استخراج گردیده و سپس تأثیر آنها در طراحی پمپ لوب دورانی مشخص گردید. نتایج محاسباتی حاکی از دقت و سرعت عمل روش ارائه شده در طراحی پمپ های لوب دورانی با منحنی گام غیر دایره‌ای می‌باشد.

فهرست علائم

مساحت محفظه پمپاژ در منطقه خروجی	A_0
میزان جریان خروجی $\frac{m^3}{hr}$	F
جریان خروجی مخصوص	f
نقطه برخورد دو منحنی گام	G
میزان غیردایره‌ای بودن پروفیل روتور	h
میزان غیر دایره‌ای بودن منحنی گام	k
فرکانس پمپاژ	n
تعداد لوب‌های هر روتور	N
نقطه برخورد پروفیل روتورها	P
تابع پروفیل روتور	p
سرعت دورانی محورها	sp
نقطه تماس پروفیل لوب و محفظه	T
پهنای هر ورتور	w
نقطه برخورد پروفیل روتورها	P
تابع پروفیل روتور	$p(\theta)$
تابع منحنی گام	$r(\theta)$
تابع انحراف	$e(\theta)$
تابع منحنی گام	$g(\theta)$

علائم یونانی

زاویه عمود مشترک در نقطه تماس منحنی‌های گام	ψ
زاویه چرخش روتورها	θ

مراجع

1- Dickenson T.C., 1995, "Pumping Manual," 9th, Elsevier Science LTD.

2- Yang D. C. H, Tong S. H., 2002, " The Specific Flow rate of Deviation Function Based Lobe Pumps – Derivation and Analysis," Mechanism and Machine Theory, 37, Issue 10, pp. 1025-1042

3- Vogel Sang H., Turk M.; Horring G., 2004. "Pulsation problem in rotary lobe pumps". World Pump February, Elsevier Science Ltd, 33-40.

4- Tong S. H., Yang D. C. H., 1998, "Generation of Identical Noncircular Pitch Curves," ASME Journal of Mechanical Design, 120, No. 2, pp. 337-341.