



دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل
دانشکده مهندسی مکانیک



دوازدهمین کنفرانس

دینامیک شاره‌ها

۱-۱ اردیبهشت ۱۳۸۸

چکیده مقالات

FD2009-1302

ترکیب روش‌های حجم‌کنترل و تفاضل‌محدود جهت مدل کردن جریان بین پره‌های توربین و بهینه‌سازی آن به کمک روش معکوس

محمد رضا مه پیکر

دانشیار مهندسی مکانیک تبدیل انرژی،
دانشگاه فردوسی مشهد

ادریس یوسفی راد*

دانشجوی کارشناسی ارشد تبدیل انرژی،
دانشگاه فردوسی مشهد

اسماعیل لکزیان

دانشجوی دکتری تبدیل انرژی،
دانشگاه فردوسی مشهد

چکیده

از آنجا که در حل جریان بین پره یک توربین، روش‌های حجم‌کنترلی در کناره‌های دیواره و روش‌های تفاضل‌محدود در نقاط مرکزی محدوده حل، دارای جواب‌های بهتری هستند، در این تحقیق مدل‌سازی جریان بین پره‌های ثابت توربین با ترکیب روش حجم‌کنترل دنتون و روش تفاضل‌محدود مک‌کورمک صورت می‌پذیرد و از مهندسی معکوس جهت بهینه‌کردن این روش ترکیبی استفاده می‌شود. در روش ترکیبی باید تعداد گره‌های راستای عمودی که در محدوده روش حجم‌کنترل یا تفاضل‌محدود قرار می‌گیرند، مشخص شود. روش معکوس تعداد بهینه این گره‌ها را تعیین می‌کند. در این مقاله از روش معکوس لون‌برگ-مارکوارت جهت تعیین این محدوده حل استفاده شده است. در نهایت نتایج حاصل از روش ترکیبی نسبت به روش‌های حجم‌کنترل و تفاضل‌محدود انطباق بهتری با نتایج تجربی دارد.

واژه‌های کلیدی: روش ترکیبی، روش مهندسی معکوس، حجم‌کنترل، تفاضل‌محدود

* نویسنده مکاتبه کننده

پست الکترونیکی edris.yoosefirad@gmail.com



ترکیب روش‌های حجم کنترل و تفاضل محدود جهت مدل کردن جریان بین پره‌های توربین و بهینه‌سازی آن به کمک روش معکوس

محمدرضا مه پیکر

دانشیار مکانیک تبدیل انرژی
دانشکده فنی مهندسی فردوسی مشهد

ادریس یوسفی راد*

دانشجوی کارشناسی ارشد تبدیل انرژی
دانشکده فنی مهندسی فردوسی مشهد

اسماعیل لکزیان

دانشجوی دکتری تبدیل انرژی
دانشکده فنی مهندسی فردوسی مشهد

چکیده: از آنجا که در حل جریان بین پره یک توربین، روش‌های حجم کنترلی در کنارهای دیواره و روش‌های تفاضل محدود در نقاط مرکزی محدوده حل، دارای جواب‌های بهتری هستند، در این تحقیق مدل‌سازی جریان بین پره‌های ثابت توربین با ترکیب روش حجم کنترل دنتون و روش تفاضل محدود مک کورمک صورت می‌پذیرد و از مهندسی معکوس جهت بهینه کردن این روش ترکیبی استفاده می‌شود. در روش ترکیبی باید تعداد گره‌های راستای عمودی که در محدوده روش حجم کنترل یا تفاضل محدود قرار می‌گیرند، مشخص شود. روش معکوس تعداد بهینه این گره‌ها را تعیین می‌کند. در این مقاله از روش معکوس لئون برگ-مارکوآرت (Levenberg-Marquardt) جهت تعیین این محدوده حل استفاده شده است. در نهایت نتایج حاصل از روش ترکیبی نسبت به روش‌های حجم کنترل و تفاضل محدود انطباق بهتری با نتایج تجربی دارد.

واژه‌های کلیدی: روش ترکیبی، روش مهندسی معکوس، حجم کنترل، تفاضل محدود

۱- مقدمه

یکی از تجهیزات مهمی که در نیروگاه‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد، توربین‌ها هستند. استفاده از معادلات اویلر در جریان داخل پره‌های توربوماشین‌ها بسیار معمول است. مشکلی که بیشتر روش‌های زمان پیمایشی با آن روبرو هستند، نشان دادن محل دقیق شوک در مسیر جریان می‌باشد. طرح دنتون [1] بر اساس روش زمان پیمایشی حجم کنترل (Volume Finite) است که از طریق حل معادلات اویلر، توانایی تعیین تقریبی وجود و محل دقیق شوک، در مسیرهای جریان داخل پره‌های توربوماشین‌ها را دارا می‌باشد. طرح مک کورمک، زمان پیمایشی صریح و تفاضل محدود (Finite Difference) می‌باشد. [2]

در این مقاله جهت بدست آوردن نتایج مناسب‌تر به دنبال استفاده از یک روش ترکیبی می‌باشیم. یکی از بهترین ترکیب‌ها استفاده از روش معکوس است. در حل مسائل مهندسی معکوس تکنیک‌های متنوعی وجود دارد که در زیر به آنها اشاره شده است:

(۱) روش لئون برگ-مارکوآرت (Levenberg Marquardt)، برای تخمین پارامتر نامعلوم

(۲) روش کانجوگیت گرادیان (Conjugate Gradient)، برای تخمین پارامتر نامعلوم

(۳) روش کانجوگیت گرادیان با پیوستگی (Conjugate Gradient with Adjoin)، برای تخمین تابعیت نامعلوم

در این مقاله از روش معکوس لئون برگ-مارکوآرت برای تخمین پارامتر نامعلوم (تعداد گره‌ها در راستای عمودی) استفاده شده است. [3] همچنین در روش ترکیبی از دنتون (طرح حجم کنترل) و مک کورمک (طرح تفاضل محدود) استفاده شده است.

* مؤلف مکاتبه کننده

پست الکترونیکی: Edris.yoosefirad@gmail.com

بدیهی است جهت بهبود روش حل یا روش ترکیبی پیشنهادی، می‌توان از دیگر روش‌های حجم کنترل بمانند جیمسون و تفاضل محدود مانند لیپ-فراگ نیز استفاده کرد.[4]

۲- معادلات حاکم بر جریان غیر لزج

معادلات اوپلر به صورت زیر می‌باشند که روش حل این معادلات در طرح دنتون و مک‌کورمک در ادامه توضیح داده خواهد شد.

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$G = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho v u \\ \rho v^2 + P \\ \rho v h_0 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + P \\ \rho u v \\ \rho u h_0 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e_0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

در روابط ۱ و ۲ معادله پیوستگی، مومنتوم در جهت X، مومنتوم در جهت Y را نشان داده شده است. از آنجا که فرض شده جریان ادیاباتیک باشد، در نتیجه آنتالپی سکون کل ثابت می‌ماند. بنابراین معادله انرژی به صورت زیر ساده می‌شود.

$$h_0 = h + \frac{u^2 + v^2}{2} = cte \quad (3)$$

۳- الگوریتم حل در روش دنتون

در روش حجم کنترلی دنتون معادلات ۱ و ۲ در دستگاه مختصات کارتزین به صورت زیر ساده خواهند شد:

$$\Delta t \cdot \sum (\rho u dA_x + \rho v dA_y) = \Delta \nabla \cdot \Delta \rho \quad (4)$$

ب) مومنتوم در جهت X:

$$\Delta t \cdot \sum [(P + \rho u^2) dA_x + \rho u v dA_y] = \Delta \nabla \cdot \Delta (\rho u) \quad (5)$$

ج) مومنتوم در جهت Y:

$$\Delta t \cdot \sum [(P + \rho v^2) dA_y + \rho u v dA_x] = \Delta \nabla \cdot \Delta (\rho v) \quad (6)$$

که در آنها u مولفه‌ی سرعت در جهت X، v مولفه‌ی سرعت در جهت Y، ρ جرم مخصوص، P فشار، $\Delta \nabla$ حجم المان، dA_x و dA_y تصاویر وجوه حجم کنترل در جهت‌های X و Y بوده و Δt پله زمانی است.[5]

۳-۱- الگوریتم حل جریان در طرح دنتون

با توجه به شکل (۲) تغییر در خواص جریان ϕ برای هر المان بصورت زیر بدست می‌آید:

$$\Delta \phi_{i,j} = [\phi \text{ fluxside2}_{i,j-1} + \phi \text{ fluxside1}_{i+1,j} - \phi \text{ fluxside1}_{i,j} - \phi \text{ fluxside2}_{i,j}] \frac{\Delta t}{\Delta V} \quad (7)$$

که در آن $\Delta \phi$ تغییر خواص سیال مثل ρ و ρu و ρv ، برای هر المان و ϕ شار خواص جریان است که از سطح عبور می‌کند. خواص جریان در نقاط مورد نظر، بدین طریق محاسبه می‌شوند که تغییرات خواص به غیر از فشار بدست آمده برای هر المان در پایین دست عمل کند.[6] بنابراین مقدار خواص ϕ در زمان $t + \Delta t$ برای یک گره از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} \phi_{i,j}^{t+\Delta t} = & (1 - SF_X)(1 - SF_Y)\phi_{i,j}^t + \frac{SF_Y}{2}(\phi_{i,j-1}^t + \phi_{i,j+1}^t) + \frac{SF_X}{2}(1 - SF_Y)\phi_{i-1,j}^t \\ & + \frac{SF_Y}{2}(\phi_{i-1,j-1}^t + \phi_{i-1,j+1}^t) + \frac{SF_X}{2}(1 - SF_Y)\phi_{i+1,j}^t + \frac{SF_Y}{2}(\phi_{i+1,j-1}^t + \phi_{i+1,j+1}^t) \\ & + \frac{1}{2}[(\Delta\rho)_{BCDE}^t + (\Delta\rho)_{ABEF}^t] \end{aligned} \quad (8)$$

در هر تکرار پارامترهای جریان به ترتیب زیر بدست می‌آید:

- ۱- جرم مخصوص (ρ) بوسیله معادله بقاء جرم و ضرایب هموارکننده اصلاح می‌گردد.
- ۲- درجه حرارت و فشار هر نقطه یا گره با استفاده از معادله انرژی و معادله حالت و مقادیر قبلی آنتالپی و جرم مخصوص، دارای مقادیر جدید می‌شود.
- ۳- فشار با استفاده از فاکتورهای تصحیح کننده اصلاح می‌گردد.
- ۴- ρv و ρu با استفاده از مقادیر جدید ρ و P و مقادیر قدیمی u و v از معادله مومنتوم و سپس با استفاده از ضرایب هموارکننده بدست می‌آیند. [7]

۴- الگوریتم حل در روش مک کورمک

این روش شامل دو مرحله پیش‌بینی کننده (Predictor)، تصحیح کننده (Corrector) با تفاضل یک طرفه و دارای دقت مرتبه دو در زمان و مکان است.

در این روش مرحله پیش‌بینی کننده اولیه، به منظور ارائه یک مقدار تخمینی در زمان $t + \Delta t$ بکار می‌رود، سپس مرحله تصحیح کننده با جهت تفاضلی مخالف مرحله اول، وارد عمل می‌شود. ترکیب حاصل از این دو مرحله دقتی از مرتبه دو برای زمان و مکان به وجود می‌آورد. براساس این طرح، انفصال معادله اوپلر در یک شبکه مستطیلی که فواصل فضایی آن $\Delta Y, \Delta X$ باشد، بصورت زیر خواهد بود.

گام پیش‌بینی:

$$E_{i,j}^* = E_{i,j}^n - \frac{\Delta t}{\Delta X}(F_{i,j}^n - F_{i,j-1}^n) - \frac{\Delta t}{\Delta Y}(G_{i,j}^n - G_{i-1,j}^n) \quad (9)$$

گام تصحیح:

$$E_{i,j}^{n+1} = \frac{1}{2}[E_{i,j}^n + E_{i,j}^* - \frac{\Delta t}{\Delta X}(F_{i,j+1}^* - F_{i,j}^*) - \frac{\Delta t}{\Delta Y}(G_{i+1,j}^* - G_{i,j}^*)] \quad (10)$$

همانطور که در روابط فوق دیده می‌شود، در گام پیش‌بینی مشتقات $\frac{\partial G}{\partial Y}, \frac{\partial F}{\partial X}$ با تفاضل پسرو و در گام تصحیح با تفاضل پیشرو

تقریب زده شده‌اند. روابط فوق بر اساس یک شبکه مستطیلی نوشته شده است و از آنجا که شکل بیشتر قلمروهای فیزیکی نامنظم است، تبدیل مختصاتی از فضای فیزیکی به فضای محاسباتی ضروری است. این امر مستلزم محاسبه متریک‌ها و ژاکوبین‌های تبدیل است که پیچیدگی و حجم محاسبات را افزایش می‌دهد. در این طرح مقدار مشتقات $\frac{\partial G}{\partial Y}, \frac{\partial F}{\partial X}$ در گره محاسباتی M به صورت زیر محاسبه می‌گردد.

$$\left(\frac{\partial F}{\partial X}\right)_M = \frac{Y_{MP} \cdot F_{MQ} - Y_{MQ} \cdot F_{MP}}{Y_{MP} \cdot X_{MQ} - Y_{MQ} \cdot X_{MP}} \quad (11)$$

$$\left(\frac{\partial G}{\partial Y}\right)_M = \frac{X_{MP} \cdot G_{MQ} - X_{MQ} \cdot G_{MP}}{X_{MP} \cdot Y_{MQ} - X_{MQ} \cdot Y_{MP}} \quad (12)$$

که در آن $X_{MP} = X_P - X_M, Y_{MP} = Y_P - Y_M, \dots$ است.

نقاط P و Q در روابط (۱۱) و (۱۲) گره‌های همسایه گره M می‌باشند که موقعیت آنها در دو حالت تفاضل پیشرو و تفاضل پسرو به ترتیب در شکل‌های (۳-الف) و (۳-ب) نشان داده شده است. این نکته قابل ذکر است که مقدار X_{MQ} در روابط (۱۱) و (۱۲) در شبکه مورد استفاده صفر است. با اعمال روابط فوق مقدار پارامتر E معادله اوپلر همچون $\rho, \rho v$ و ρu در

زمان $t + \Delta t$ بدست می آید. به منظور کمک در بهبود پایداری حل و حذف هرگونه حالت موجی در اثر تغییرات شدید حاصل از عواملی مانند شوک، در روش مک کورمک، از ترم لزجت مصنوعی (Viscosity Artificial) ترکیبی مرتبه دوم و چهارم، معرفی شده توسط جیمسون [8] استفاده شده است.

۴-۱- ترم اتلافی مرتبه دو

این ترم اتلافی به صورت مشتق دوم E در معادله اولیتر است. که ضریب آن متناسب با مقدار مطلق مشتق دوم فشار است.

$$D_{i,j}^{(2)} = \gamma_{x,j}^{(2)}(E_{i,j+1} - 2E_{i,j} + E_{i,j-1}) + \gamma_{y,j}^{(2)}(E_{i+1,j} - 2E_{i,j} + E_{i-1,j}) \quad (13)$$

$$\gamma_{y,j}^{(2)} = \text{Max}(\varepsilon_{y,j}, \varepsilon_{y+1,j}) \quad (14)$$

$$\gamma_{x,j}^{(2)} = \text{Max}(\varepsilon_{x,j}, \varepsilon_{x,j+1})$$

$$\varepsilon_{x,j} = K^{(2)} \frac{|P_{i,j+1} - 2P_{i,j} + P_{i,j-1}|}{P_{i,j+1} + 2P_{i,j} + P_{i,j-1}} \quad (15)$$

$$\varepsilon_{y,j} = K^{(2)} \frac{|P_{i+1,j} - 2P_{i,j} + P_{i-1,j}|}{P_{i+1,j} + 2P_{i,j} + P_{i-1,j}}$$

در روابط فوق $K^{(2)}$ یک ثابت مثبت است.

۴-۲- ترم اتلافی مرتبه چهارم

$$D_{i,j}^{(4)} = D_{x,j}^{(4)} + D_{y,j}^{(4)} \quad (16)$$

$$D_{x,j}^{(4)} = -\lambda_{x,j}^{(4)}[E_{i,j+2} + E_{i,j-2} - 4(E_{i,j+1} + E_{i,j-1}) + 6E_{i,j}] \quad (17)$$

$$D_{y,j}^{(4)} = -\lambda_{y,j}^{(4)}[E_{i+2,j} + E_{i-2,j} - 4(E_{i+1,j} + E_{i-1,j}) + 6E_{i,j}]$$

$$\lambda_{x,j}^{(4)} = \text{Max}\{0, (K^{(4)} - \gamma_{x,j}^{(2)})\} \quad (18)$$

$$\lambda_{y,j}^{(4)} = \text{Max}\{0, (K^{(4)} - \gamma_{y,j}^{(2)})\}$$

براساس این طرح ترکیبی، در اطراف شوک که ضریب ترم اتلافی مرتبه دوم مقدار بالایی دارد، ترم اتلافی مرتبه چهارم غیرفعال شده ولی در سایر نواحی فعال خواهند ماند. [9] ترم‌های لزجت مصنوعی مرتبه دوم و چهارم پس از محاسبه به صورت زیر به نتایج حاصل از گام تصحیح افزوده می‌شوند.

$$E_{i,j}^{**} = E_{i,j}^{n+1} + D_{i,j}^{(2)} + D_{i,j}^{(4)} \quad (19)$$

۴-۳- الگوریتم حل جریان در طرح مک کورمک

در روش مک کورمک نیز مانند هر روش زمان پیمایشی، در مرحله اول یک حدس اولیه برای متغیرهای جریان روی هر گره محاسباتی انجام می‌شود. در کار حاضر یک تغییر خطی فشار مابین صفحات ورودی و خروجی فرض شده و با این فرض، فشار برای هر یک از نقاط محاسبه بدست آمده است. سپس با استفاده از روابط آیزنروویک و روابط گاز کامل، دما، چگالی و دیگر خواص در میدان جریان محاسبه شده است.

پس از تعیین مقدار اولیه خواص برای گره‌های محاسباتی، حل معادلات بقاء براساس روش بیان شده در روش مک کورمک صورت می‌پذیرد و در هر تکرار پارامترهای جریان به ترتیب زیر بدست می‌آیند.

۱- چگالی (ρ) بوسیله معادله بقاء جرم اصلاح می‌گردد.

۲- با استفاده از معادلات انرژی و حالت مقادیر جدید درجه حرارت و فشار با یکبار بردن مقدار جدید چگالی و مقادیر قبلی u, v در هر گره محاسبه می‌شود.

۳- ρu و ρv با استفاده از مقادیر ρ, u, v و مقدار جدید فشار از معادله مومنتوم بدست می‌آیند.

۴- مقادیر جدید u, v با استفاده از مقادیر جدید ρu و ρv بدست می‌آید.

بدین ترتیب مراحل فوق آنقدر تکرار می‌شوند تا حالت پایدار حاصل شود.

۵- روش معکوس عددی

مسئله معکوس یافتن پارامترهای مجهول با استفاده از داده‌های تجربی فرآیند است. اما معمولاً به علت وجود خطا در اندازه‌گیری نمی‌توان از حل مستقیم برای پارامتر مجهول استفاده کرد، به همین لحاظ باید روش مناسب جهت رسیدن به پارامتر مجهول استفاده کرد. [10]

۵-۱- بیان ریاضی مسئله

در مسئله معکوس خطا \bar{e} ، اختلاف بین خروجی اندازه‌گیری شده فرآیند، \bar{T}^m ، و داده تجربی مدل، \bar{T}^c تعریف می‌شود:

$$\bar{e} = \bar{T}^m - \bar{T}^c \quad (20)$$

در مسئله در حالت پایدار و در یک نقطه از میدان بررسی می‌شود در نتیجه بردارهای \bar{T}^m و \bar{T}^c یک عنصری و به ترتیب فشار اندازه‌گیری شده به صورت تجربی و فشار محاسبه شده در یک نقطه خاص هستند. برای کمینه‌کردن این خطا روش‌های مختلفی برای تعریف تابع هدف وجود دارد. یکی از روش‌های معمول استفاده از روش مربعات خطاهاست. در مسئله معکوس هدف کمینه کردن جمع مربعات می‌باشد [3]:

$$S(\bar{P}) = \bar{e}^T \bar{e} \quad (21)$$

برای رسیدن به مقدار کمینه این تابع، گرادیان آن باید صفر شود. با این معادله اگر مسئله نسبت به پارامتر مجهول خطی باشد، تابع بدست آمده معادلات خطی ایجاد می‌کند که حل آنها ساده خواهد بود. جمع مربعات خطاها را می‌توان با وزن‌دهی مشخص W تاثیر هر یک از خطاها را تغییر داد:

$$S(\bar{P}) = (\bar{T}^m - \bar{T}^c)^T W (\bar{T}^m - \bar{T}^c) \quad (22)$$

S تابعی از متغیر \bar{P} می‌باشد. در مسئله حاضر بردار \bar{P} برداری با ابعاد $1 \times I_{\max}$ می‌باشد که هر عنصر آن معرف سهم مک-کورمک می‌باشد که متعاقباً سهم دنتون نیز مشخص می‌شود. با استفاده از مشتق نقطه بهینه را برای تابع S تعیین می‌کنیم.

$$\frac{\partial S}{\partial \bar{P}} = 0 \Rightarrow \nabla S(\bar{P}) = 2 \left[-\frac{\partial \bar{T}^c}{\partial \bar{P}} \right] [\bar{T}^m - \bar{T}^c] = 0 \quad (23)$$

که در این جا ماتریس حساسیت X به صورت زیر تعریف می‌شود که برای مسائل معکوس با رفتار خطی ماتریس حساسیت تابع پارامترهای مجهول نیست:

$$X = \left[\frac{\partial \bar{T}(\bar{P})^c}{\partial \bar{P}} \right]^T \quad (24)$$

در چنین شرایطی معادله ۲۳ را به صورت صریح برای تعیین پارامترهای مجهول محاسبه می‌شود:

$$\bar{P} = (\bar{X}^T \bar{X})^{-1} \bar{X}^T \bar{T}^m \quad (25)$$

از آنجا که مسئله مورد بررسی در این مقاله غیرخطی می‌باشد، در نتیجه ماتریس حساسیت به بردار \bar{P} بستگی دارد. بنابراین حل معادله ۲۳ با یک روش سعی و خطا امکان پذیر می‌باشد.

$$\bar{T}^c(\bar{P}) = \bar{T}^c(\bar{P}^k) + X^k (\bar{P} - \bar{P}^k) \quad (26)$$

با جایگذاری معادله ۲۶ در معادله ۲۳ معادله زیر حاصل می‌شود:

$$P^{k+1} = P^k + \left[(X^k)^T X^k \right]^{-1} (X^k)^T [T^m - T^c(P^k)] \quad (27)$$

مسئله مورد بررسی در این مقاله از نظر روش معکوس یک مسئله بدخیم می‌باشد. که در آن دترمینان زیر صفر می‌باشد

$$\left| (X^k)^T X^k \right| = 0 \quad (28)$$

جهت حل اینگونه مسائل بدخیم روش لون برگ-مارکوارت پیشنهاد می‌شود در نتیجه معادله 28 به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$P^{k+1} = P^k + \left[(X^k)^T X^k + \mu^k \Omega^k \right]^{-1} (X^k)^T [T^m - T^c(P^k)] \quad (29)$$

که در رابطه (29)، μ^k یک مقدار اسکالر و پارامتر استهلاک نامیده می‌شود و Ω^k یک ماتریس قطریست که طبق رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\Omega^k = \text{diag} \left[(X^k)^T X^k \right] \quad (30)$$

استفاده از $\mu^k \Omega^k$ در معادله تکراری به منظور مستهلک کردن نوسانات و ناپایداری‌ها است. [3]

۶- حل معادلات اویلر به روش ترکیب حجم کنترل (دنتون) و تفاضل محدود (مک کورمک)

در اینجا از روش لون برگ-مارکوارت برای تعیین تعداد بهینه مش‌های عمودی که در هر یک از برنامه‌ها باید حل شوند استفاده می‌شود. این روش به چند گام اساسی زیر تقسیم می‌شود:

۱- حل مسئله مستقیم (حل فرمولاسیون حاکم بر مسئله)

۲- حل مسئله معکوس

۳- روش تکراری

۴- بررسی معیار همگرایی

۵- الگوریتم محاسباتی

۶-۱- آماده‌سازی روش معکوس

در این روش می‌خواهیم کناره دیواره‌ها توسط روش حجم کنترل و مرکز جریان توسط روش تفاضل محدود مذکور حل شود. از مش عمودی 12×115 جهت حل میدان جریان استفاده شده است. برای حدس اولیه، تعداد سه گره روی سطح مکش و سه گره روی سطح فشار از روش دنتون و شش گره میانی از روش مک کورمک حل شده است. جهت بهبود جواب‌ها، داده‌های آزمایشگاهی را توسط روش معکوس وارد برنامه ترکیبی کرده در نتیجه بهترین بازه‌ها برای روش دنتون و مک کورمک انتخاب می‌شود.

مراحل کار به شرح زیر است:

۱- ابتدا هر دو روش حجم کنترل و تفاضل محدود با داده‌های اولیه، میدان را به طور جداگانه طی چند تکرار مشخص حل می‌کنند. سپس طبق حدس اولیه (تعیین بازه‌های حل حجم کنترل و تفاضل محدود) برای داده‌های مرکز نتایج تفاضل محدود، و برای داده‌های دو طرف، نتایج دنتون استفاده می‌شود و در فصل مشترک مرکز و کناره‌ها، داده‌ها متوسط‌گیری شده و برای مرحله بعد نگهداری می‌شود. سپس برنامه‌ها مانند مراحل بالا اما با داده‌های یک مرحله قبل‌تر، به عنوان ورودی میدان را حل می‌کنند، این روند تا رسیدن به همگرایی ادامه می‌یابد.

۲- اختلاف p/p_0 حاصل از مرحله اول با داده‌های تجربی بدست می‌آوریم و با تعریف پارامتری به عنوان خطا، معیار صحیح بودن آن را می‌سنجیم.

۳- مش به موازات جریان به 115 قسمت تقسیم شده است. حال گره اول را یک شماره به سمت بالا انتقال داده و مجدداً برنامه ترکیبی را حل می‌کنیم تا همگرا شود. به همین ترتیب این کار را برای هر گره جداگانه تکرار می‌کنیم. تا اثر یک پله اضافه‌تر در برنامه اعمال شود، نتایج حاصل به صورت یک ماتریس ذخیره می‌گردد.

- ۴- سپس یک ماتریس حساسیت تعریف می‌شود تا اختلاف اثر هر پله با مقدار تجربی در این ماتریس ذخیره گردد، در صورتی که مقدار اختلاف، از شرایط معیار خطا بیشتر باشد، همین ماتریس به مرحله قبل فرستاده می‌شود و تغییرات پله-ای روی ماتریس جدید ظاهر می‌گردد.
- ۵- با استفاده از ماتریس حساسیت مشخص می‌شود که در هر مرحله چند گره مربوط به حجم کنترل و چند گره برای تفاضل محدود در نظر گرفته شود. در جدول ۱ مرز بهینه (شماره گره عمودی در راستای i) محدوده حل دنتون و مک-کورمک در راستای جریان (راستای j) در چند نقطه انتخابی مشخص شده است.

۷- نتایج

نتایج حاصل از روش معکوس، دنتون و مک‌کورمک در شکل‌های (۴) تا (۹) ارائه شده است. در شکل‌های (۴) تا (۶) تغییرات نسبت فشاراستاتیک به فشار سکون (P/P_0) در طول پره در سطوح مکش، فشار و خط مرکزی جریان نشان داده شده است که نتایج حاصل از روش معکوس بهتر با داده‌های تجربی انطباق دارد. با استفاده از ترکیب دو روش حجم کنترلی و تفاضل محدود تغییرات شوک را بهتر تعقیب می‌کند.

در شکل (۷) تغییرات عدد ماخ در طول پره در خط مرکزی جریان رسم شده است با توجه به اینکه شوک باعث کاهش سرعت و در نتیجه کاهش ماخ می‌شود روش معکوس بهتر تغییرات شوک (کاهش عدد ماخ) را نشان می‌دهد.

در جریان آدیاباتیک مقدار فشار سکون تا قبل از شوک ثابت می‌ماند. در شکل (۸) تغییرات فشار سکون نسبت به فشار سکون ابتدای ابرفویل ترسیم شده است. هرچه این تغییرات کمتر باشد حلی نزدیکتر به واقعیت خواهیم داشت. از آنجا که در روش معکوس تغییرات فشار سکون کمتر می‌باشد نتایج حاصل از این روش به واقعیت نزدیک می‌باشد.

۸- نتیجه‌گیری

در این مقاله جریان تراکم‌پذیر، دو بعدی و غیرلزج بین گذرگاه پره‌های توربین به کمک روش معکوس (لون‌برگ-سارکوارت) که از ترکیب برنامه‌های حجم کنترلی و تفاضل محدود می‌باشد، مدل شده است. تعداد گره‌های عمودی که در هر یک از برنامه‌ها باید حل شود به عنوان مجهول در نظر گرفته شده است که جهت تعیین بهینه این مجهول از روش i استفاده می‌شود. نتایج حاصل از روش معکوس با داده‌های تجربی مقایسه شده است. در نتیجه استفاده از روش‌های ترکیبی، خصوصاً در انتهای پره که محل وقوع شوک‌ها می‌باشد، جریان نزدیکتر به واقعیت را مدل‌سازی می‌نماید.

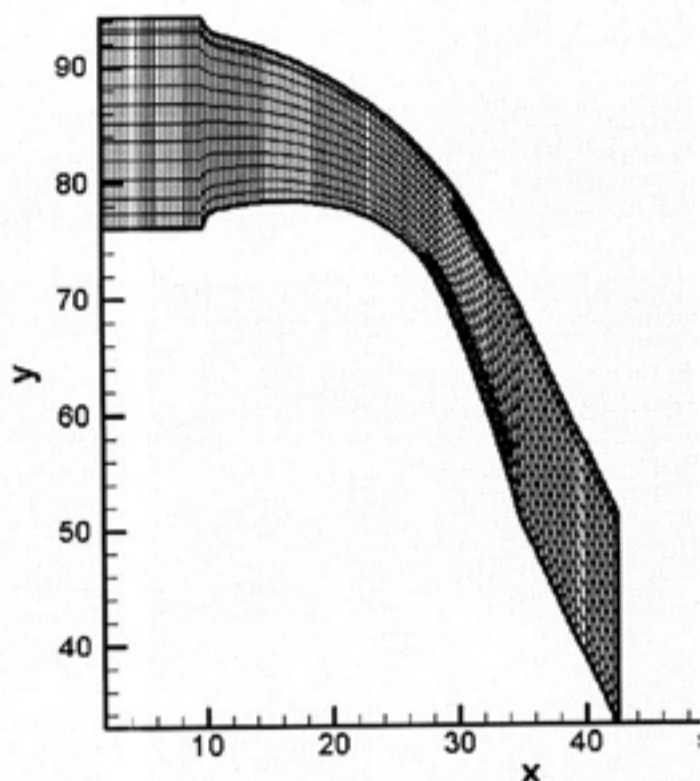
مراجع

- [1] Denton J.D. "An Improved Time Marching Method for Turbomachinery Flow Calculations" *ASME paper* 82-GT-239, (1983)
- [2] MacCormack R.W. "Numerical Solution Of The Equation of Compressible Viscous Flow" Department of Aeronautics and Astronomy University of Washington, (1982)
- [3] Ozisik, M.N., Orlande, H.R.B., *Inverse Heat Transfer: Fundamentals and Applications*, Taylor & Francis Pub., 2000.
- [4] O.V.Vasilyev, High order finite difference schemes on non-uniform meshes with good conservation properties, *Journal of Computational Physics* 157 (2000) 746-761.
- [5] H.Mashmouhy, M.R.Mahpeykar, F.Bakhtar, "Studies of Nucleating and Wet Steam Flows in Two-Dimensional Cascades", *Proc. Instn. Mech. Engrs. Part C: J. Mechanical Engineering Science*, 218(C8), 843-858, (2004)
- [6] Valenti E, Halama J, Denos R, Arts T. Investigation of the 3D unsteady rotor pressure field in a HP turbine stage. *ASME Paper GT-2002-30365*.
- [7] A.R.Appadu M.Z. Dauhoo, S.D.D.V.Rughooputh "Control of numerical effects of dispersion and dissipation in Numerical schemes for efficient shock-capturing through an optimal Courant number" *Computers & Fluids* 37 (2008) 767-783
- [8] A.R.Taymourtash, M.R.Mahpeykar, "An Investigation of 2D 2phase Flow of Steam in a Cascade of Turbine Blading by The Time Marching Method", *Journal of Amir Kabir University*, Vol 14 No56, (2003).

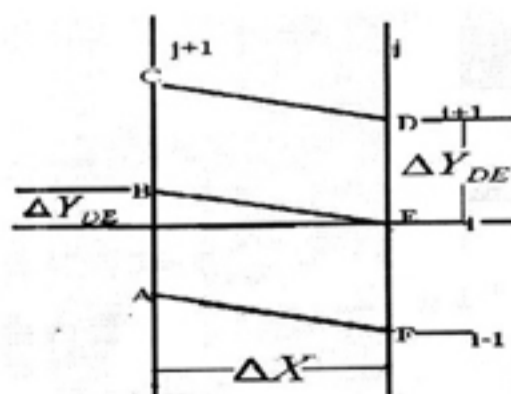
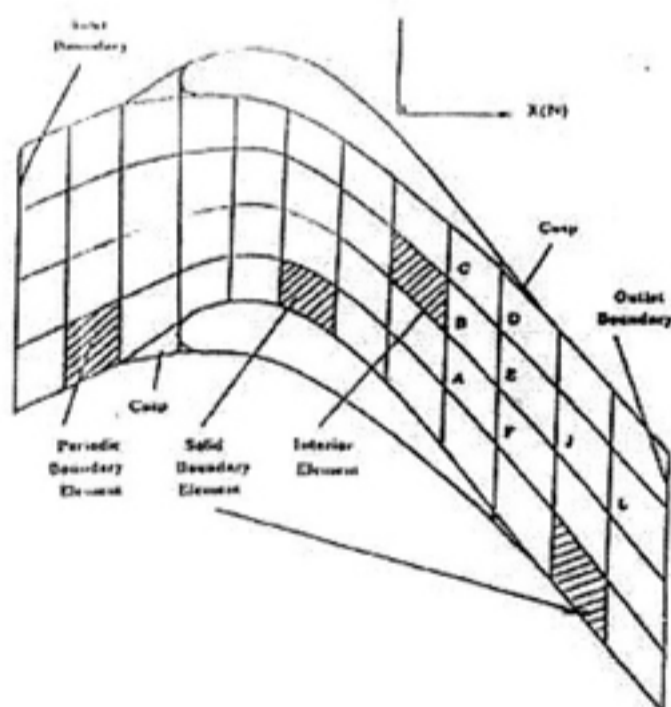
- [9] Rza_dkowi, R.,2004. Flutter of Turbine Rotor Blades in Inviscid Flow,Wydawnictwo Akademii Marynarki Wojennej, Gdynia.
- [10] Isakov, V., Inverse Problems for Partial Differential Equations, Applied Mathematical Sciences, 127, Springer Verlag Inc., 1998.

جدول ۱. تعیین مرز بهینه (شماره گره عمودی در راستای i) با استفاده از روش معکوس برای محدوده حل دنتون و مک کورمک در راستای جریان (راستای j)

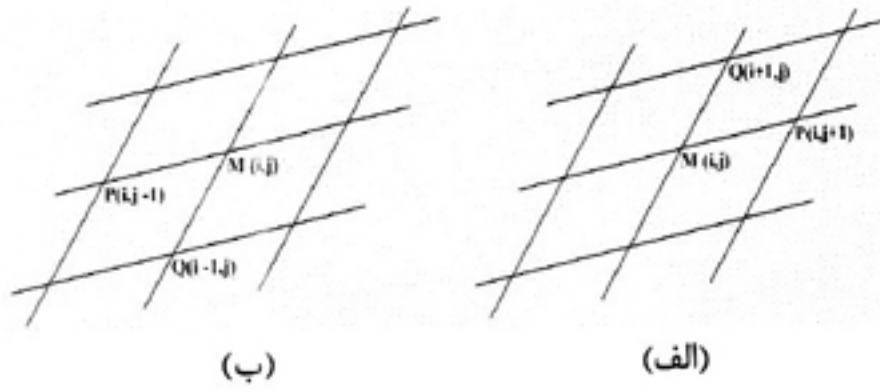
شماره گره در راستای j	۸	۲۶	۶۸	۹۲	۹۸	۱۰۴
شماره گره در راستای i	۴	۵	۲	۱	۲	۱



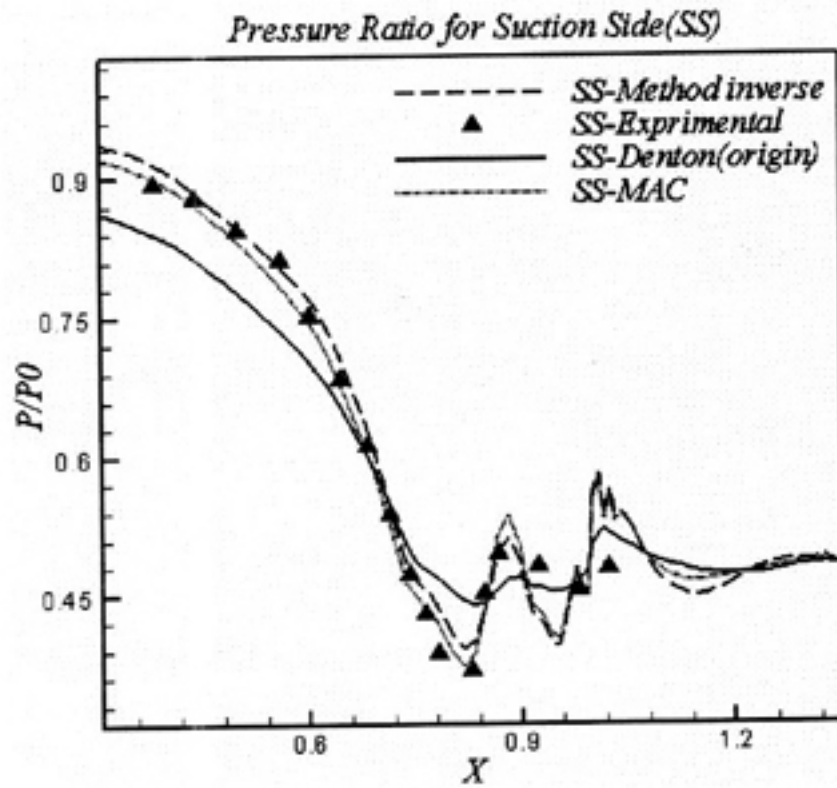
شکل ۱- شبکه استاندارد نوع H (115x12)



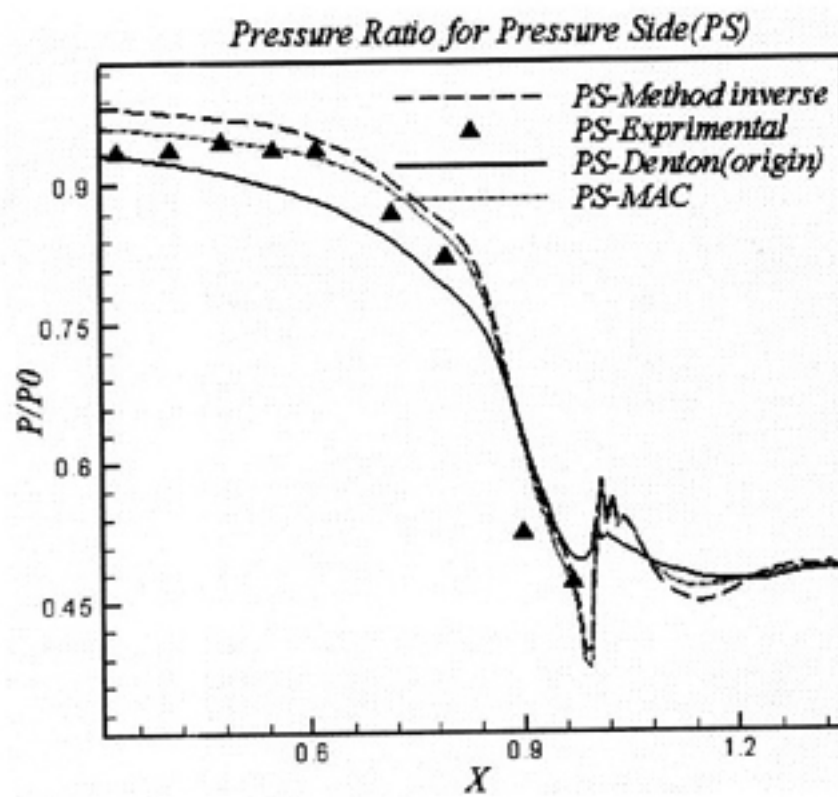
شکل ۲- نمای عمومی المانها در شبکه استاندارد نوع H



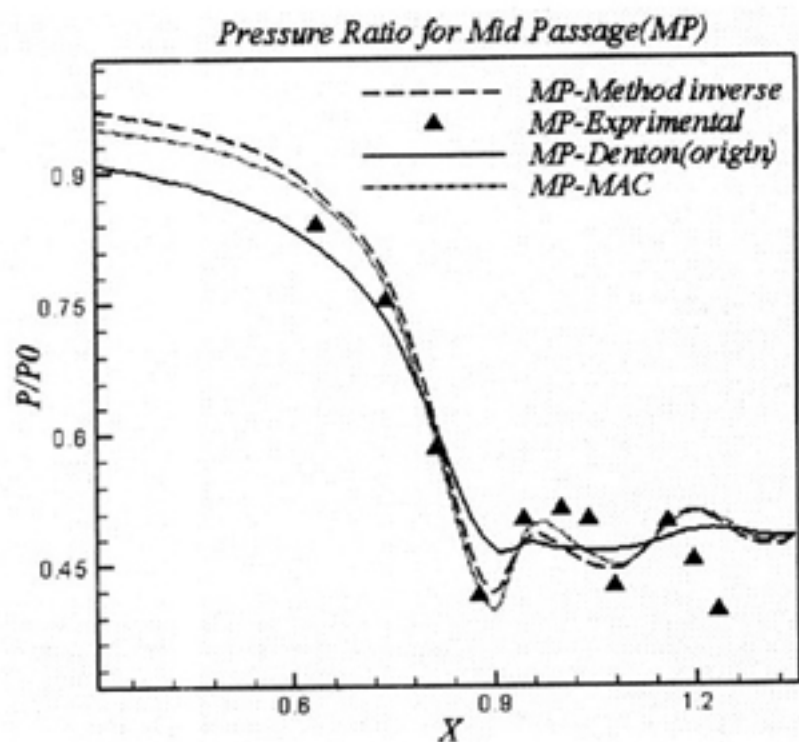
شکل ۳- موقعیت نقاط P و Q در حالت تفاضل پیشرو و پسرو



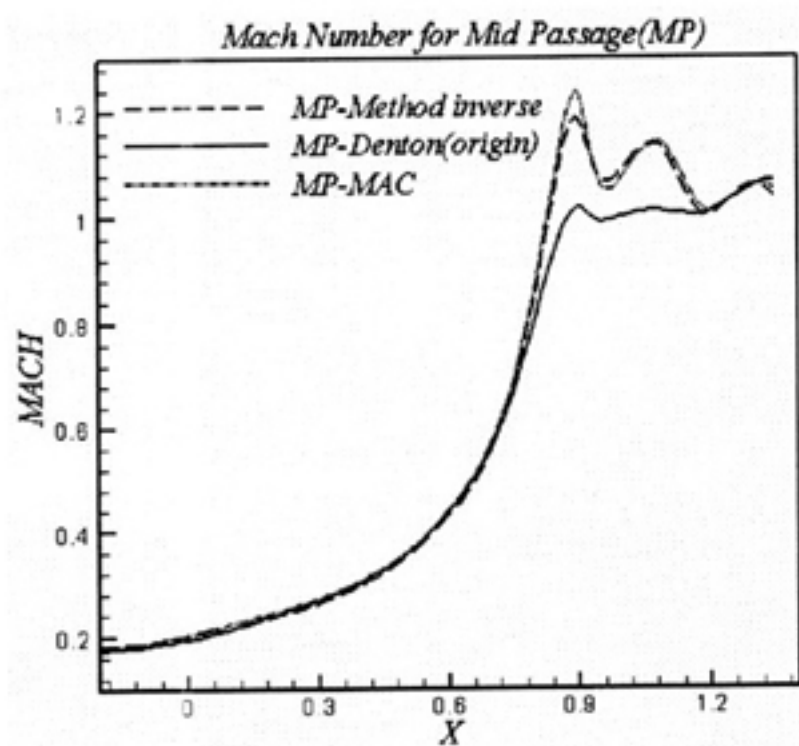
شکل ۴- تغییرات نسبت فشار استاتیک به فشار سکون در طول پره در سطح مکش



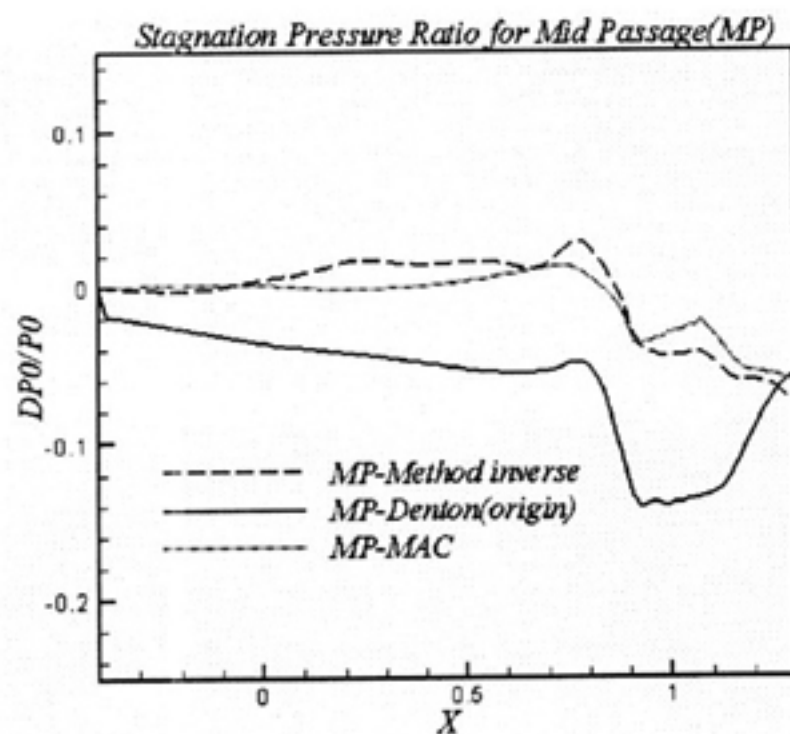
شکل ۵- تغییرات نسبت فشار استاتیک به فشار سکون در طول پره در سطح فشار



شکل ۶- تغییرات نسبت فشار استاتیک به فشار سکون در خط مرکزی جریان

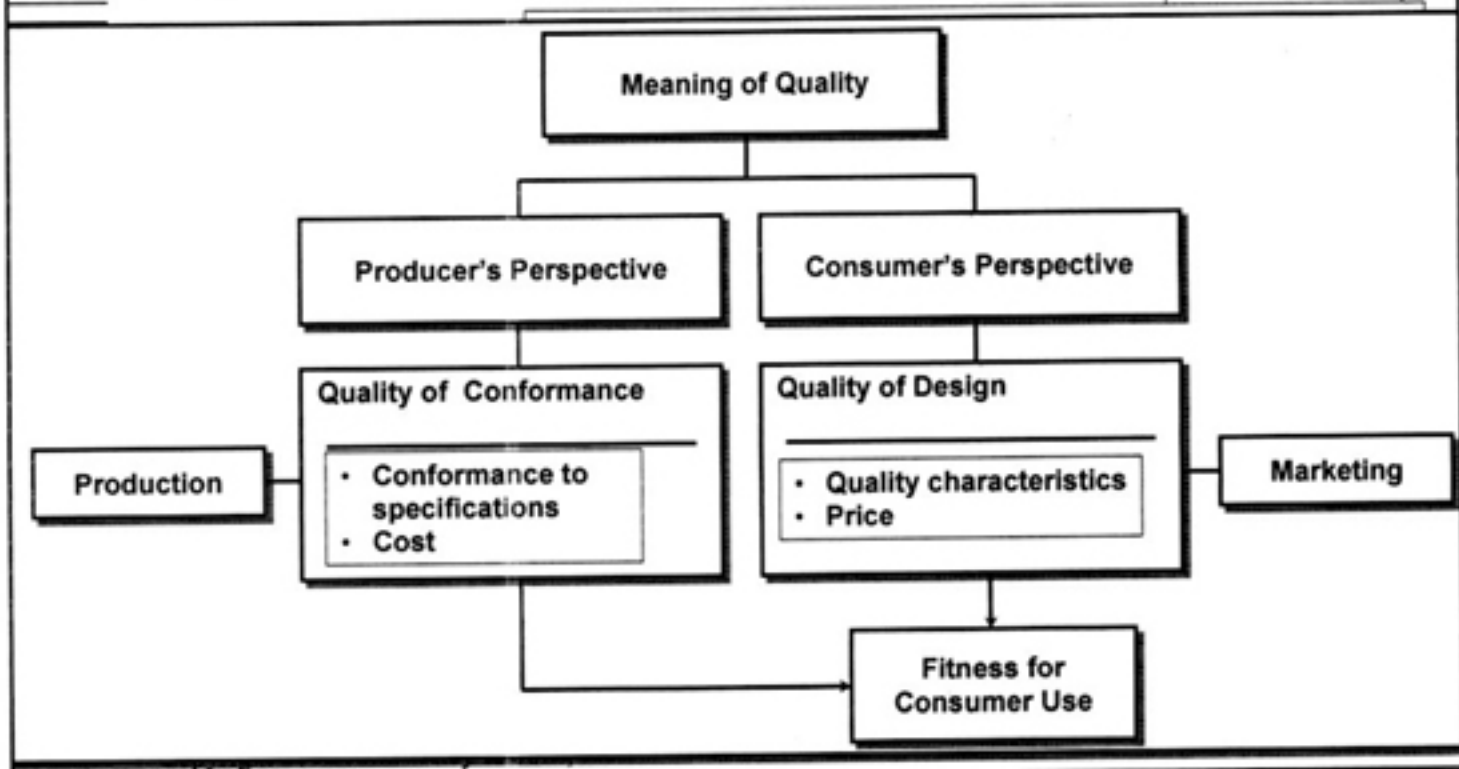


شکل ۷- منحنی تغییرات ماخ در طول پره در خط مرکزی جریان



شکل ۸- اختلاف تغییرات نسبت فشار سکون در خط مرکزی جریان

Meaning of Quality



QA vs. CQI

