



نشریه پژوهشی
مهندسی مکانیک ایران

سیستمهای دینامیکی و مکانیک جامدات

Iranian Journal of Mechanical Engineering
Transactions of the ISME

انجمن مهندسان مکانیک ایران

ISSN : 1605-9727

سال یازدهم

جلد اول

شماره پیاپی ۱۴

بهار ۱۳۸۸

- ۱-۵ دستورالعمل تهیه مقاله «آماده برای چاپ» برای انتشار
در نشریه پژوهشی انجمن مهندسان مکانیک ایران
- ۶-۲۸ ارائه و تحلیل یک مکانیزم جدید برای ربات‌های موازی کابلی بزرگ با سه درجه آزادی انتقالی
علیرضا علیخانی / سیدعلی صدوق وینبی / آریا الستی / سعید بهزادی پور
- ۲۹-۴۹ محاسبه ضرایب شدت تنش در مواد هدفمند به روش MLPG
علی محی الدین / علیرضا شفیعی
- ۵۰-۶۵ ارتعاشات صفحه چند لایه هوشمند با لایه پیزوالکتریک
سید محمد علی امین یزدی / جلیل رضائی یزندی
- ۶۶-۹۴ شبیه‌سازی جامع دینامیکی غیرخطی دسته موتورهای هیدرولیکی
انوشیروان فرشیدیان فر / حامد یزدانی نژاد
- ۹۵-۱۱۰ مقایسه نیروی شکل دهی در فورجینگ دقیق و اکستروژن جانبی چرخ دنده های ساده
سجاد رسایی / حشمت اله حقیقت



انجمن مهندسان مکانیک ایران

تهران ، خیابان سپهبد قرنی ، بالاتراز چهارراه اراک
بن بست دژن ، پلاک ۱۳۸/۲ کدپستی : ۱۵۹۸۹۷۷۵۱۱

تلفکس : ۸۸۹۰۰۹۶۵

ارتعاشات صفحه چند لایه هوشمند با لایه

پیزوالکتریک

در این مقاله اثر لایه پیزوالکتریک به عنوان یک خود-حسگر و خود-محرك بر روی پاسخ یک صفحه سالم چند لایه متقارن مرکب بصورت تحلیلی مورد بررسی قرار گرفته است. با استفاده از اصل همیتون معادله حرکت سیستم بدست آمده و مقادیر حاصل با نتایج حاصل از مدل اجزاء محدود مقایسه شده است. با توجه به عدم وجود المانهای لازم برای مدل کردن المانهای پیزوالکتریک در نرم افزار از بار حرارتی معادل برای مدل کردن المانهای پیزوالکتریک به عنوان محرك استفاده شده است. بر طبق نتایج بدست آمده تغییر زاویه الیاف برای چیدمان ضربدری^۳ متقارن تاثیر بسزایی بر مقدار فرکانس دارد. افزایش مقدار ولتاژ سبب کاهش زمان میرا شدن نوسانات خواهد شد. زمان میرایی علاوه بر مقدار ضریب ولتاژ تابع نوع چیدمان صفحه چند لایه نیاز می باشد

سیدمحمدعلی امین یزدی^۱
دانشجوی دکتری

جلیل رضائی پژند^۲
دانشیار

واژه های راهنما: کنترل ارتعاشات، صفحه هوشمند، لایه پیزوالکتریک، صفحه مرکب چند لایه.

۱- مقدمه

یکی از مشکلات بزرگ در صنایع چگونگی کنترل ارتعاشات نا خواسته و آلودگی های صوتی حاصل از عملکرد دستگاههای مختلف می باشد. برای حل این مشکل می توان از سیستمهای کنترل انفعالی^۴ و یا فعال^۵ استفاده کرد. سیستمهای انفعالی در شرایط محیطی ثابتی کار میکنند که بواسطه عملکرد ساده و راحتی کار با آنها بیش از سیستمهای فعال مورد استفاده قرار گرفته اند.

برای تشخیص خودکار شرایط محیطی می توان از سیستمهای فعال استفاده نمود. در این سیستمها پاسخ سازه بوسیله حسگرها اندازه گیری شده و پس از بررسی آن بوسیله کنترلر، فرامین لازم به محرکها جهت استهلاک ارتعاشات ارسال می شود. در طی این فرآیند می توان هندسه و خواص فیزیکی سازه های هوشمند را تغییر داد تا به نتیجه مطلوب دست یافت. همانگونه که ذکر شد اجزاء سازه هوشمند شامل حسگرها، محرکها و خود سیستم می باشد. این نحوه کنترل در سیستمهایی نظیر شکل دهی مواد، کنترل ارتعاشات، تشخیص ترک و

^۱ دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد

^۲ نویسنده مسئول، دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه مشهد jrezaeep@ferdowsi.um.ac.ir

^۳ Angle-ply

^۴ Passive system

^۵ Active system

محافظت ساختمانها و سازه ها مورد استفاده قرار می گیرد. در این بین استفاده از مواد پیزوالکتریک بواسطه وزن کم، ابعاد کوچک، سختی بالا و پاسخ سریع بیشتر مورد توجه می باشند. محققین بسیاری در این زمینه تلاش نموده اند.

مین^۶ [۱] در سال ۱۹۹۴ در تحقیق خود به بررسی محل بهینه و اندازه محرکهای پیزوالکتریک بر روی تیر و صفحه همسانگرد با صرفنظر از ضخامت لایه چسباننده پرداخته است. کوکونیس^۷ [۲] نیز در همان سال با استفاده از تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی معادلات حرکت یک صفحه مرکب همراه با لایه پیزوالکتریک را بدست آورده است. چن^۸ [۳] در سال ۱۹۹۶ به بررسی مد شکلهای سازه های هوشمند با استفاده از مواد پیزوالکتریک پرداخت. یو^۹ [۴] در سال ۱۹۹۷ از روش اجزاء محدود برای بررسی صفحات چند لایه شامل مواد پیزوالکتریک استفاده نمود. هی^{۱۰} [۵] در سال ۲۰۰۲ در تحقیق خود به بررسی اثر کنترل ارتعاشات بصورت انفعالی پرداخته است. اثر چیدمان لایه ها بر مرز فلاتر صفحه سوراخدار با وصله کامپوزیتی توسط مولفین مورد بررسی قرار گرفته است که بطور کامل در مرجع [۷] توضیح داده شده است. در مرجع [۸] نیز بررسی رفتار اثرالاستیسیته یک صفحه سوراخ دار فلزی تعمیر شده با لایه ماده مرکب یا پیزوالکتریک مورد بررسی قرار گرفته است. در این تحلیل اثر پارامترهای نظیر جرم لایه، محل قرار گیری لایه و همچنین اثر اعمال ولتاژ مورد بررسی قرار گرفته است. در این مقاله سعی شده است تا با استفاده از ماده پیزوالکتریک به عنوان یک خود-حسگر، خود-محرک فرکانس صفحه محاسبه شود. در این روش میزان ولتاژ اعمالی توسط خود سیستم کنترلی مستقل و متناسب با مقدار کرنش صفحه اعمال می گردد.

۲- معادلات حاکم بر مساله

در این مقاله سعی شده است تا با استفاده از اصل همیلتون، معادلات حرکت برای صفحه ای از جنس مواد مرکب چند لایه با ابعاد $۸ \times ۲۰۰ \times ۲۰۰$ میلیمتر که لایه پیزوالکتریک بصورت کامل بر روی دو طرف آن قرار گرفته است (شکل ۱) بدست آورده شود. صفحه پایه از جنس گرافیک بوکسی و لایه پیزوالکتریک از جنس PZT می باشد که خواص مکانیکی آنها در جدول ۱ داده شده است. شریط مرزی عموماً بصورت یکه گهزی می باشد. چهار لبه صفحه می باشد. می توان نوشت:

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta(T - U + W_{nc}) dt = 0 \quad (1)$$

که در این رابطه T انرژی جنبشی، U انرژی پتانسیل و W_{nc} کار انجام شده توسط نیروهای غیر پایستار می باشند. برای استفاده از رابطه (۱) بایستی معادله حاکم بر مواد پیزوالکتریک را بدست آورد، می توان نوشت [۶]:

⁶ Main

⁷ Koconis

⁸ Chen

⁹ Yu

¹⁰ He

$$\{\sigma\} = [c^E] \{\varepsilon\} - \begin{Bmatrix} e_{31} \\ e_{32} \\ 0 \end{Bmatrix}_k E \quad (۲)$$

$$D_k = \{e_{31} \quad e_{32} \quad 0\} \{\varepsilon\} + \varepsilon^s E$$

که در این رابطه $\{e\}$ ، $[c^E]$ ، $\{E\}$ ، $\{D\}$ ، $\{\varepsilon\}$ ، $\{\sigma\}$ به ترتیب بردار ضرایب پیزوالکتریک، ماتریس سختی در ولتاژ ثابت، بردار میدان الکتریکی، بردار جابجایی الکتریکی، بردار کرنش مکانیکی و بردار تنش مکانیکی هستند. برای استفاده از اصل همیلتون می بایست تغییرات ترمهای مورد نظر را بدست آورد. می توان نوشت:

$$\delta U = \int_V \{\delta\varepsilon\}^T \{\sigma\} dV + \int_{V_p} \delta D E dV \quad (۳)$$

با توجه به قانون هوک می توان برای کرنش صفحه نوشت:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= u_{,x} - zw_{,xx} \\ \varepsilon_y &= v_{,y} - zw_{,yy} \\ \varepsilon_{xy} &= u_{,y} + v_{,x} - 2zw_{,xy} \end{aligned} \quad (۴)$$

که در این روابط u, v, w به ترتیب بیان کننده جابجایی در راستاهای x, y, z می باشند. در مدل این مساله برای لایه پیزوالکتریک فرض شده است که جهت میدان الکتریکی و قطبیت و جابجایی ها موازی یکدیگر بوده و بر سطح لایه عمود می باشد (عمود بر صفحه $E_3 \neq 0$)، لذا می توان از ترمهای مربوط به E_1, E_2 صرف نظر نمود. با توجه به معادله بنیادین مواد پیزوالکتریک می توان نوشت:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= u_{,x} - zw_{,xx} - d_{31} E_3 \\ \varepsilon_y &= v_{,y} - zw_{,yy} - d_{32} E_3 \\ \varepsilon_{xy} &= u_{,y} + v_{,x} - 2zw_{,xy} \end{aligned} \quad (۵)$$

در این رابطه E_3 مولفه بردار الکتریکی در راستای عمود بر صفحه، d_{31} ، d_{32} ضرایب ماتریس کوپلینگ پیزوالکتریک می باشند. در این مدل سازی باید توجه داشت که تغییرات ولتاژ باید بصورت خطی باشد. در ادامه این بحث از المان پیزوالکتریک به عنوان یک حسگر و محرک استفاده شده است، بطوریکه میزان ولتاژ اعمال شده برای کنترل ارتعاشات متناسب با میزان کرنش اندازه گیری شده توسط المان حسگر پیزوالکتریک در نظر گرفته می شود. بنا به قانون بازگشتی در کنترل می توان میزان ولتاژ اعمالی را با ضریب تناسب K_p به مقدار کرنش مرتبط ساخت، لذا می توان نوشت:

$$q(t) = \int_{A_s} D_3 dA_s = \int_{A_s} e_{31} K_p (\varepsilon_x + \varepsilon_y) dA_s \quad (۶)$$

$q(t)$ و e_{31}, D_3 به ترتیب درایه های بردار جابجائی الکتریکی در راستای عمود بر صفحه، بردار پیزوالکتریک و میزان جریان می باشند. با توجه به رابطه (۴) میزان ولتاژ خروجی برابر است با:

$$V_s^i(t) = K_p C_r^i \varepsilon_i \quad (i = x, y) \quad (9)$$

که در این رابطه V_s^i ولتاژ اعمالی، C_r^i ظرفیت حسگر و K_p ضریب اعمال ولتاژ می باشد. با توجه به مطالب ذکر شده می توان بجای تغییرات میدان جابجائی الکتریکی از تغییرات میدان کرنش استفاده نمود. اکنون می توان تغییرات ولتاژ در بصورت زیر نوشت:

$$E_3(t) = \frac{K_p}{h_a} [V_s^x(t) + V_s^y(t)] = -z \frac{K_p}{h_a} [C_r^x w_{,xx} + C_r^y w_{,yy}] \quad (8)$$

که h_a ضخامت لایه پیزوالکتریک و $E_3(t)$ مولف بردار میدان الکتریکی در راستای عمود بر صفحه می باشد. برای محاسبه انرژی جنبشی باید ابتدا میدان جابجایی را مشخص نمود و سپس با استفاده از مشتق گیری نسبت به زمان میدان سرعت را بدست آورد، می توان نوشت:

$$\bar{u}_{,t} = \bar{u}_{0,t} + z \bar{\psi}_{,t} \quad (9)$$

در این رابطه \bar{u} بردار جابجائی، \bar{u}_0 بردار جابجائی لایه میانی و $\bar{\psi}$ بردار انحناء لایه میانی می باشند. لذا با توجه به تعریف انرژی جنبشی می توان نوشت:

$$T = \frac{1}{2} \int_{V_p} \rho_p [w_{,t}^2 + (z w_{,xt})^2 + (z w_{,yt})^2] dV_p + \frac{1}{2} \int_{V_{pe}} \rho_{pe} [w_{,t}^2 + (z w_{,xt})^2 + (z w_{,yt})^2] dV_{pe} \quad (10)$$

که زیر نویس P و Pe به ترتیب مربوط به صفحه پایه و لایه پیزوالکتریک می باشند. تغییرات انرژی جنبشی به صورت زیر خواهد بود:

$$\delta T = \int_{\Omega_p} [I_0 w_{,t} \delta w_{,t} + I_2 (w_{,xt} \delta w_{,xt} + w_{,xt} \delta w_{,xt})] dx dy + \int_{\Omega_{pe}} [\bar{I}_0 w_{,t} \delta w_{,t} + \bar{I}_2 (w_{,xt} \delta w_{,xt} + w_{,xt} \delta w_{,xt})] dx dy \quad (11)$$

در این رابطه I_0, I_2 عبارتند از:

$$\begin{Bmatrix} I_0 \\ I_2 \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} 1 \\ z^2 \end{Bmatrix} \rho_p dz = \rho_p \begin{Bmatrix} h \\ h^3/12 \end{Bmatrix} \quad (12)$$

چنانچه در رابطه (۱۲) ضخامت لایه پیزوالکتریک (h_a) و دانسیته لایه پیزوالکتریک (ρ_{pe}) مورد استفاده قرار گیرد مقادیر \bar{I}_0, \bar{I}_2 بدست خواهند آمد. همانطور که اشاره شد در اثر اعمال ولتاژ به لایه پیزوالکتریک در این لایه نیروهای کششی و ممان خمشی بوجود می آیند که می بایست کار آنها را نیز بدست آورد:

$$\delta W_E = \int_A \delta D_3 \left(-L_E \frac{d^2 q}{dt^2} - R_E \frac{dq}{dt} \right) dA \quad (13)$$

که در این رابطه δD_3 تغییرات مولفه بردار جابجائی الکتریکی در راستای عمود بر صفحه، L_E ظرفیت القاء مغناطیسی، R_E مقاومت مغناطیسی و q جریان جاری در مدار است. با توجه به تعریف $q(t)$ در رابطه (۶) می توان نوشت:

$$\delta W = - \int_A \delta D_3 dA \times \int_A \left(L_E \frac{d^2 D_3}{dt^2} + R_E \frac{dD_3}{dt} \right) dA \quad (14)$$

اکنون با جایگذاری روابط (۳) تا (۱۴) در رابطه (۱) و با انتگرال گیری جزء بجزء می توان معادله دیفرانسیل حاکم بر ارتعاشات صفحه چند لایه با لایه پیزوالکتریک را بصورت زیر بدست آورد:

$$A_1 w_{,xxxx} + A_2 w_{,yyyy} + A_3 w_{,xxyy} + A_4 w_{,xxyy} + A_5 w_{,xyyy} + (I_0 + \bar{I}_0) w_{,tt} - L(w_{,xxtt} + w_{,yytt}) = F(t) - R(w_{,xt} + w_{,yt}) \quad (15)$$

که در این رابطه

$$A_1 = \tilde{D}_{11} - \frac{K_p d_{31}}{h_a} C_r^x D_{11}|_{pe} - \frac{K_p h_a^2 C_r^x}{12} \left[2e_{31} d_{31} K_p \frac{C_r^x}{h_a} + \frac{d_{31}}{h_a^3} D_{12}|_{pe} - e_{31} \right] \quad (16)$$

$$A_2 = \tilde{D}_{22} - \frac{K_p d_{31}}{h_a} C_r^y D_{22}|_{pe} - \frac{K_p h_a^2 C_r^y}{12} \left[2e_{31} d_{31} K_p \frac{C_r^y}{h_a} + \frac{d_{31}}{h_a^3} D_{12}|_{pe} - e_{31} \right] \quad (17)$$

$$A_3 = 2(\tilde{D}_{12} + 2\tilde{D}_{66}) + \frac{h_a^2 e_{31} K_p}{12} (C_r^x + C_r^y) - \frac{d_{31} K_p}{h_a} [C_r^x (D_{12} + D_{22})|_{pe} + C_r^y (D_{11} + D_{12})|_{pe}] - \frac{e_{31} d_{31} K_p^2 h_a}{3} C_r^x C_r^y \quad (18)$$

$$A_4 = 2 \left[2\tilde{D}_{16} - \frac{d_{31} K_p C_r^x}{h_a} (D_{16} + D_{26})|_{pe} \right] \quad (19)$$

$$A_5 = 2 \left[2\bar{D}_{26} - \frac{d_{31} K_p C_r^y}{h_u} (D_{16} + D_{26}) \right]_{pe} \quad (20)$$

در روابط فوق \bar{D}_{ij} ضرایب سختی معادل صفحه مرکب متشکل از ماده کامپوزیتی و لایه های پیزوالکتریک بدون در نظر گرفتن اثر ولتاژ و D_{ij} مربوط به لایه پیزوالکتریک عملگر می باشد. اکنون برای حل معادله (۱۵) می توان از روش کانترویج استفاده نمود. در این روش پاسخ مساله بصورت $w(x,y) = F(x) G(y)$ فرض می شود. پاسخ $G(y)$ باید بصورتی انتخاب شود که شرایط مرزی در راستای محور y را ارضاء کند لذا پاسخ $G(y) = \sin(\pi y)$ فرض شده است. با ضرب طرفین معادله (۱۵) در $G(y)$ و انتگرال گیری نسبت به y می توان معادله (۱۵) را به یک معادله دیفرانسیل کامل مرتبه چهار تبدیل نمود:

$$\frac{d^4 W}{dx^4} + R_1 \frac{d^3 W}{dx^3} + R_2 \frac{d^2 W}{dx^2} + R_3 \frac{dW}{dx} + R_4 = 0 \quad (21)$$

که در این معادله ضرایب R_1, R_2, R_3, R_4 عبارتند از:

$$R_1 = 4 \frac{A_4 \int_0^l y' y dy}{A_1 \int_0^l y^2 dy} \quad (22)$$

$$R_2 = \frac{1}{A_1} \left(2A_3 \frac{\int_0^l y'' y dy}{\int_0^l y^2 dy} \right) \quad (23)$$

$$R_3 = \frac{1}{A_1} \left(4A_5 \frac{\int_0^l y y dy}{\int_0^l y^2 dy} \right) \quad (24)$$

$$R_4 = \frac{1}{A_1} \left(A_2 \frac{\int_0^l y''' y dy}{\int_0^l y^2 dy} - \hat{I}_0 \omega^2 \right) \quad (25)$$

$$\hat{I}_i = I_i + \bar{I}_i \quad (i=0,2) \quad (26)$$

جواب معادله (۲۱) را می توان بصورت زیر در نظر گرفت:

$$W = A_1 e^{p_1 x} + A_2 e^{p_2 x} + A_3 e^{p_3 x} + A_4 e^{p_4 x} \quad (27)$$

که $p_i (i=1,2,3,4)$ ریشه های معادله مشخصه و A_i ضرایب مجهولی می باشند که با اعمال شرایط مرزی بدست می آیند. با فرض شرایط مرزی تکیه گاهی ساده می توان نوشت:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ p_1^2 & p_2^2 & p_3^2 & p_4^2 \\ e^{p_1} & e^{p_2} & e^{p_3} & e^{p_4} \\ p_1^2 e^{p_1} & p_2^2 e^{p_2} & p_3^2 e^{p_3} & p_4^2 e^{p_4} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{Bmatrix} = \{0\} \quad (28)$$

برای داشتن جواب غیر بدیهی می بایست دترمینان ضرایب در رابطه (۲۸) مساوی صفر باشد. اکنون با در اختیار داشتن حل تحلیلی می توان به بررسی پارامترهای مختلف پرداخت. قبل از این بحث جهت اطمینان از صحت حل تحلیلی و بررسی دقت آن در بخش بعد مدل اجزاء محدود مساله ارائه شده است و نتایج حاصل از دو روش با هم مقایسه شده است.

۳- مدل اجزاء محدود

اکنون برای اطمینان از صحت نتایج بدست آمده از روش توضیح داده شده در قسمت قبل مدل اجزاء محدود مساله بکمک نرم افزار MSC.NASTRAN درست و نتایج حاصل از دو روش در جدول ۲ با یکدیگر مقایسه شده است. در این بخش به بیان مدل اجزاء محدود مساله پرداخته شده است.

برای المان بندی صفحه کامپوزیتی از ۲۵۰ المان چهارگره‌ای (سه جابجائی و یک چرخش) CQUAD4 استفاده شده است. همانطور که قبلاً نیز بیان شده در مدل این مساله از دو لایه پیزوالکتریک یکی به عنوان حسگر و دیگری بعنوان محرک استفاده شده است. به منظور استفاده از ماده پیزو صرفاً به منظور یک حسگر از المان MPC-4 استفاده شده است که بر اساس آن جابجائی لایه پیزو وابسته به جابجائی صفحه می باشد. لازم به یادآوری است که در این قسمت نیز برای المان بندی لایه پیزو از ۲۵۰ المان CQUAD4 استفاده شده است. در نتیجه در هر مرحله مقدار کرنش صفحه توسط این المانها در فایل DAM ذخیره می گردد. در این مراحل اعمال ولتاژ توسط لایه پیزو مدنظر نمی باشد. در ادامه لایه پیزوالکتریکی که به عنوان محرک استفاده شده است مقدار ولتاژی متناسب با مقدار کرنش ذخیره شده در فایل DAM اعمال می کند. این مقدار ولتاژ متغییر با زمان می باشد. برای استفاده از لایه پیزو به عنوان محرک المان خاصی در این بسته نرم افزاری وجود ندارد لذا از بارگذاری حرارتی برای مدل کردن لایه پیزو به عنوان محرک استفاده شده است. با توجه به قانون هوک می توان اثرات حرارت در تنش را بصورت زیر بیان نمود [۶]:

$$[\sigma] = [c^E] \{\varepsilon\} - [c^E] \{\alpha\} \Delta\theta \quad (29)$$

که در این رابطه $\{\alpha\}$ بردار ضریب انبساط حرارتی و $\Delta\theta$ اختلاف درجه حرارت می باشد. مطابق با استاندارد IEEE می توان اثر مستقیم و معکوس در مواد پیزوالکتریک را بصورت خطی در قالب مدل ریاضی نظیر رابطه (۲) به کمیتهای تنش، کرنش، میدان الکتریکی و جابجائی الکتریکی مرتبط ساخت. چنانچه رابطه (۲۹) را با رابطه (۲) مقایسه شود می توان نتیجه گرفت:

$$[d]^T \{E\} = \{\alpha\} \Delta\theta \quad (30)$$

معمولاً کارخانه های سازنده مواد پیزوسرامیک اطلاعات مربوط به ماتریس کوپلینگ پیزوالکتریک $[d]$ را ارائه می دهند که برای محاسبه ماتریس $[e]$ می توان از آن استفاده نمود:

$$[e]^T = [c^E] [d]^T \quad (31)$$

با توجه به آنکه تنها مقادیر d_{31}, d_{32}, d_{33} مخالف صفر می باشند، می توان رابطه (۳۰) را بصورت زیر نوشت [۶]:

$$d_{3i} \frac{\Delta\phi_3}{h_a} = \alpha_i \Delta\theta \quad (i=1,2,3) \quad (32)$$

که در این رابطه $\Delta\phi_3$ اختلاف ولتاژ دو سر الکتروود می باشد. بر اساس این روش مقادیر ولتاژ متناسب با اختلاف درجه حرارت و مقادیر ضرایب پیزوالکتریک متناسب با ضرایب انبساط حرارتی در آنالیز حرارتی می باشد

۴- بحث بر روی نتایج

برای اطمینان از صحت نتایج بدست آمده در این تحقیق مقادیر فرکانس های اول تا سوم صفحه های چند لایه ارتوتروپیک و صلیبی بازای چیدمانهای مختلف با نتایج اجزاء محدود در جدول ۲ مقایسه شده است. در شکل ۲ نیز زمان میرا شدن نوسانات برای چیدمان $(\pm 10)_s$ حاصل از این تحقیق با مدل اجزاء محدود مقایسه شده است که کمتر از ۱ درصد اختلاف دارند. با توجه به نتایج حاصل می توان نتیجه گرفت که حل حاضر دارای دقت مناسبی می باشد.

با توجه به تقارن موجود در چند لایه های ارتوتروپیک و ضربدری هیچگونه کوپلینگ خمشی-کششی در ماتریس ضرایب وجود ندارد و در نتیجه معادلات حرکت با یکدیگر کوپل نمی شوند. در شکل های ۳ و ۴ تغییرات فرکانسهای اول، دوم و سوم بازای زوایای الیاف مختلف برای صفحه ارتوتروپیک و چند لایه ضربدری نشان داده شده است.

در شکل ۳ مقادیر فرکانس پایه و فرکانسهای دوم و سوم برای صفحه چهار لایه مرکب با چیدمان $(\pm\theta)_s$ نشان داده شده است. همانطور که ملاحظه می شود با افزایش زاویه الیاف تا ۴۵ درجه برای فرکانسهای اول و دوم مقدار فرکانس افزایش می یابد و در ادامه با همان شیب قسمت قبل شروع به کاهش می نماید. در مورد فرکانس سوم این روند تغییرات تا زاویه ۳۰ درجه شبیه حالت قبل است ولیکن در فاصله زاویه الیاف بین ۳۰ تا ۴۵ این روند افزایشی شروع به کاهش می کند. نکته ای دیگری که می توان به آن اشاره نمود تغییرات کم فرکانس اول با زاویه الیاف می باشد.

در شکل ۴ مقادیر فرکانسهای اول تا سوم برای صفحه ارتوتروپیک چهار لایه $(\theta)_4$ نشان داده شده است. با مقایسه نتایج این قسمت با شکل ۳ مشاهده می شود که با افزایش زاویه الیاف در صفحه چند لایه با چیدمان $(\pm\theta)_s$ ، مقادیر فرکانس های دوم و سوم بیشتر نسبت به صفحه ارتوتروپیک افزایش می دهد. به عبارت دیگر وجود ترمهای D_{16}, D_{26} در معادله حرکت سبب تغییر فرکانس و افزایش آن می گردد. اما باید توجه داشت که این روند تغییرات در مورد فرکانس اول صادق نیست. تغییرات زاویه الیاف و چیدمان صفحه تاثیر چندانی بر فرکانس اول نخواهند داشت. همانطور که ملاحظه می شود تغییرات فرکانس نسبت به زاویه الیاف در این شکل دارای تقارن می باشد. در این شکل مقدار فرکانس تا زاویه ۴۵ برای فرکانسهای دوم و سوم افزایش یافته و سپس شروع به کاهش می کند.

در شکل ۵ مد شکلهای برای صفحه مرکب $(\pm 45)_s$ برای ضرایب ولتاژ (K_p) مختلف رسم شده است. با توجه به نتایج بدست آمده می توان گفت که افزایش مقدار ضریب ولتاژ K_p باعث تغییر شکل مد می شود. افزایش مقدار K_p از ۰/۲ به ۲ باعث می شود که مد شکل صفحه از یک نصف سینوس به سه نصف سینوس تبدیل شود. مد شکل صفحه چند لایه تنها تابعی از مقدار K_p نمی باشد. چیدمان صفحه عامل موثر دیگری بر مد شکل صفحه می باشند. این مطلب در شکل ۶ نشان داده شده است.

در شکل ۷ به بررسی اثر K_p بر زمان میرا شدن نوسانات صفحه با چیدمان $(\pm 45)_s$ پرداخته شده است. بر اساس نتایج ارائه شده در این شکل با افزایش مقدار K_p از صفر به ۲ زمان نشست نوسانات نیز از ۴/۵۹ ثانیه به ۳/۴۷ ثانیه کاهش می یابد. این مطلب در شکل ۸ نیز نشان داده شده است. در این شکل زمان میرا شدن برای چیدمانهای مختلف برای $K_p=2$ نشان داده شده است. زمان میرا شدن نوسانات برای چیدمانهای $(\pm 45)_s$ ، $(\pm 30)_s$ و $(\pm 60)_s$ بدون اعمال ولتاژ ۰/۴، ۵/۹ و ۵/۱۹ ثانیه است که در نتیجه اعمال ولتاژ به ترتیب به ۳/۴۷، ۴/۱۲ و ۴/۲۳ ثانیه کاهش می یابد. کاهش دامنه نوسانات برای چیدمانهای ذکر شده بصورت تصاعد هندسی است.

۵- نتیجه گیری

با توجه به نتایج حاصل از این تحلیل می توان گفت:

- در صفحه کامپوزیتی با چیدمان ضربدری تغییر زاویه الیاف سبب تغییر مقدار فرکانس شده و فرکانس تابع زاویه الیاف می باشد.

- در مورد صفحه ارتوتروپیک تغییرات فرکانس اول و سایر فرکانسها با تغییر زاویه الیاف شبیه یکدیگر نمی باشد حال آنکه این روند در مورد صفحه با چیدمان ضربدری متفاوت می باشد.
 - تغییرات ضریب ولتاژ K_F سبب تغییر مدشکلهای صفحه خواهد شد.
 - افزایش ضریب ولتاژ K_F سبب کاهش زمان نشست در صفحه خواهد شد. این مطلب تابع نوع چیدمان نیز می باشد.
- به عنوان پیشنهاد برای کارهای آینده می توان تاثیر پارامترهای نظیر نیروهای داخل صفحه، بارهای حرارتی و بررسی اثر چیدمانها و تعداد لایه های متفاوت برای صفحه را در حل مساله حاضر لحاظ نمود.

۶- منابع و مراجع

- [1] Main, J.A., and Garcia, E., Howars, D., "Optimal Placement and Sizing of Paired Piezo Actuators in Beams and Plates," *Journal of Smart Materials and Structures*. Vol. 3, pp. 373–381, (1994).
- [2] Koconis, D.B., Kollar, L.P., and Springer, G.S., "Shape Control of Composite Plates and Shells with Embedded Actuators", *Journal of Composite Materials*. Vol. 2, pp. 415–458, (1994).
- [3] Chen, C.Q., Shen, Y.P., and Wang, X.M., "Exact Solution of Orthotropic Cylindrical Shell with Piezoelectric Layers Under Cylindrical Bending", *International Journal of Solids Structure*, Vol. 33, pp. 4481–4494, (1996).
- [4] Yu, Y., and Xia, R., "Study on Finite Element Analysis and Shape Control of Composite Laminate Containing Piezoelectric Actuator/ Sensor", *Act. Mater. Compos. Sinica*, Vol. 14(2), pp. 114–119, (1997).
- [5] He, X.Q., Ng, T.Y., Sivashanker, S, and Liew, K.M., "Active Control of FGM Plates with Integrated Piezoelectric Sensors and Actuators", *Journal of Solids and Structures*, Vol. 38, pp. 1641–1655, (2001).
- [6] Cote, F., Masson, P., Mrad, N., and Cotoni, V. "Dynamic and Static Modeling of Piezoelectric Composite Structures using a Thermal Analogy with MSC/NASTRAN", *Journal of Composite Structure*, Vol. 65, pp. 471–484, (2004).
- [7] رضائی پزوند، جلیل، امین یزدی، سید محمد علی، "اثر چیدمان لایه ها بر مرز فلاتر صفحه فلزی سوراخ دار"، ششمین کنفرانس هوافضای ایران Aero2007، تهران، دانشگاه خواجه نصیر الدین طوسی، (۱۳۸۵).
- [8] امین یزدی، علی، "فلاتر صفحه فلزی سوراخ دار با لایه کامپوزیتی یا پیزوالکتریک"، پایان نامه کارشناسی ارشد مکانیک، طراحی کاربردی، دانشگاه فردوسی مشهد، (۱۳۸۵).

فهرست نمادهای انگلیسی

- a : طول صفحه
 A_i : ضرایب معادله حرکت
 C_r : ظرفیت حسگر
 $\{D\}$: بردار جابجایی الکتریکی
 D_{ij} : ضرایب ماتریس سختی
 $[e]$: ماتریس ضرایب پیزوالکتریک
 $\{E\}$: بردار میدان الکتریکی
 h_a : ضخامت لایه پیزوالکتریک
 K_p : ضریب اعمال ولتاژ
 L_E : امپدانس الکتریکی
 N_x, N_y : نیروهای فشاری داخل صفحه بر واحد طول
 $q(t)$: مقدار جریان الکتریکی وابسته به زمان
 R_E : مقاومت الکتریکی
 T : انرژی جنبشی
 U : انرژی کرنشی
 W_{nc} : کار نیروهای غیر پایستار

فهرست نمادهای یونانی

- $\{\sigma\}$: بردار تنش
 $\{\epsilon\}$: بردار کرنش
 ρ : دانسیته صفحه
 θ : زاویه الیاف
 ω_n : فرکانس زاویه ای

زیر نویس

- P : صفحه
 Pe : لایه پیزوالکتریک

جدولها

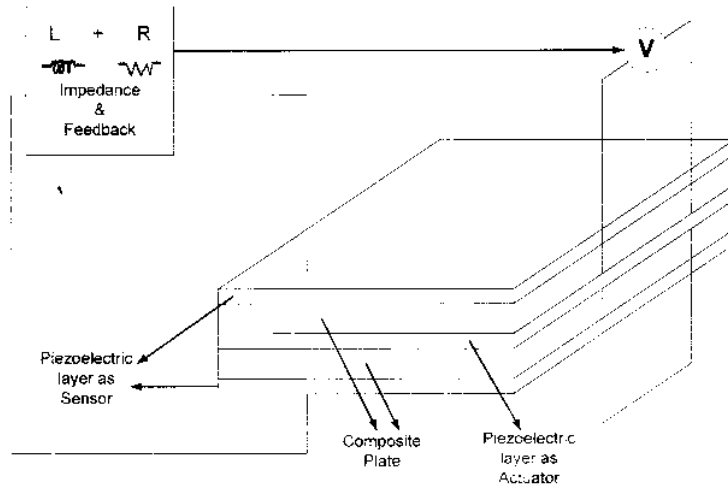
جدول ۱- خواص مکانیکی ماده مرکب و ماده پیزوالکتریک

Properties	PZT-4	Graphite/epoxy T300/976
$E_{11} (GPa)$	81.3	275.8
$E_{22} (GPa)$	81.3	6.89
$G_{12} (GPa)$	30.6	4.14
$G_{13} (GPa)$	25.6	4.14
$G_{23} (GPa)$	25.6	3.45
ν_{12}	0.33	0.25
$d_{31} (m/V)$	-122×10^{-12}	-
$d_{32} (m/V)$	-122×10^{-12}	-

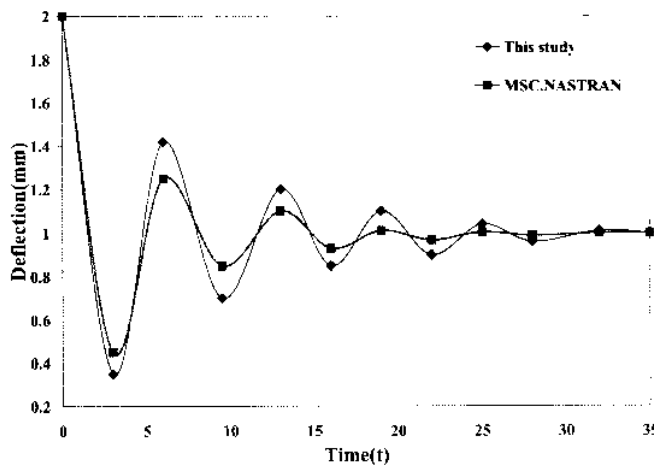
جدول ۲- مقایسه فرکانس های صفحه چند لایه با نتایج اجزاء محدود

Stacking sequence	فرکانس اول		فرکانس دوم		فرکانس سوم	
	حل حاضر	FEM	حل حاضر	FEM	حل حاضر	FEM
$(0)_4$	۵۳۴/۱۶	۵۳۰/۶۱	۶۶۷/۶۴	۶۶۲/۶	۱۰۱۶/۲۵	۱۰۱۱/۴۴
$(0/90)_S$	۵۳۵/۰۳	۵۳۰/۸۸	۹۷۱/۰۱	۹۶۶	۱۹۶۰/۷۵	۱۹۵۷
$(90/0)_S$	۵۳۴	۵۲۹/۴۵	۹۹۰	۹۸۶/۱۵	۱۹۴۶	۱۹۴۲/۰۸

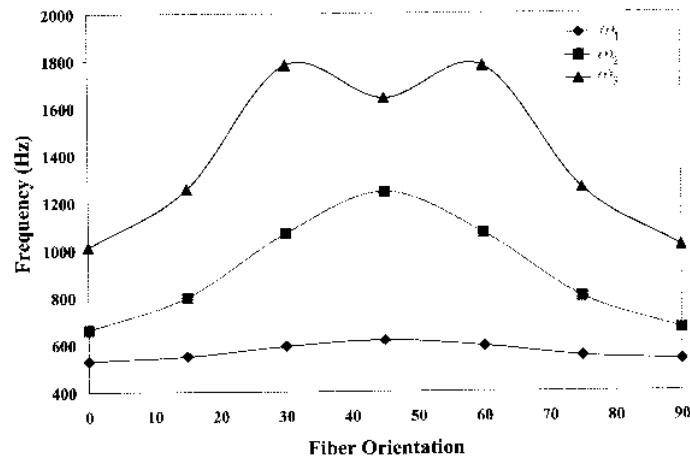
شکلها



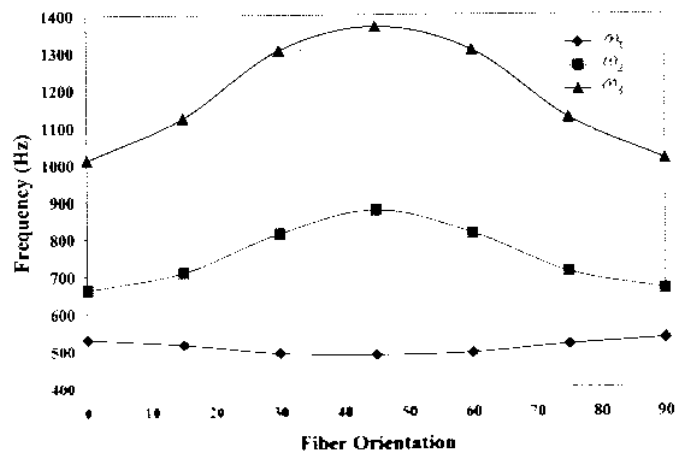
شکل ۱- ابعاد هندسی صفحه و لایه های پیزوالکتریک و محل قرار گیری لایه ها در صفحه میزبان



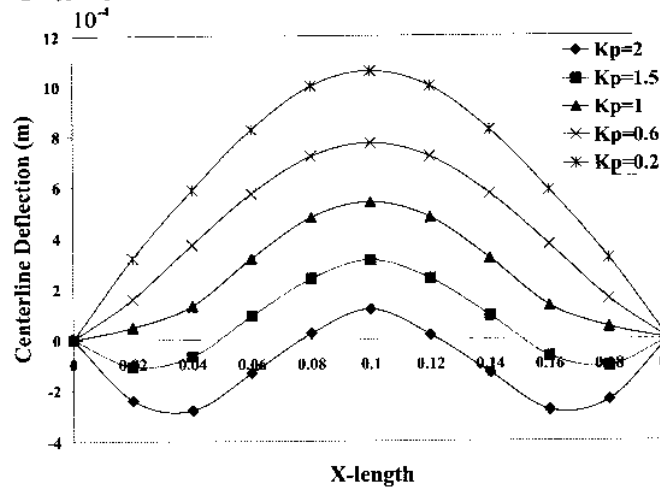
شکل ۲- مقایسه نتایج حل تحلیلی و مدل اجزاء محدود برای صفحه مرکب $(\pm 10)_S$



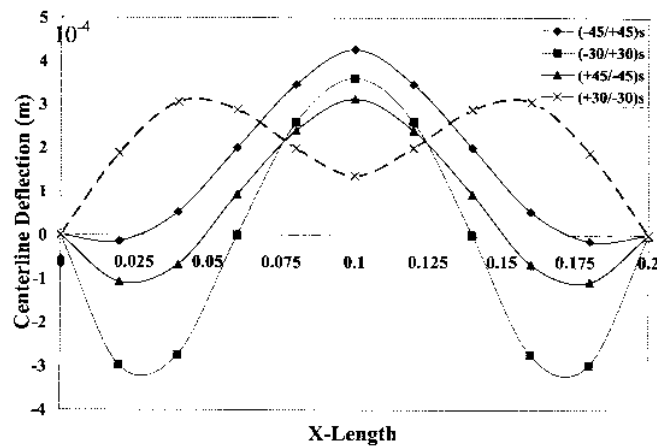
شکل ۳- مقادیر فرکانسهای اول، دوم و سوم برای صفحه مرکب $(\pm\theta)_s$



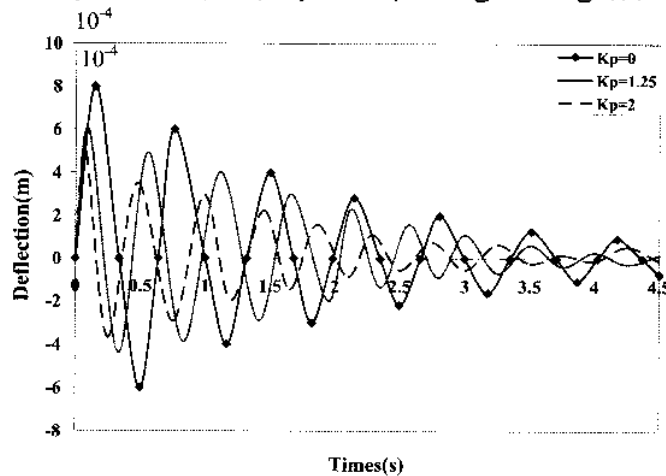
شکل ۴- مقادیر فرکانسهای اول، دوم و سوم برای صفحه ارتوروتروپیک $(\theta)_s$ برای زاویه مختلف θ



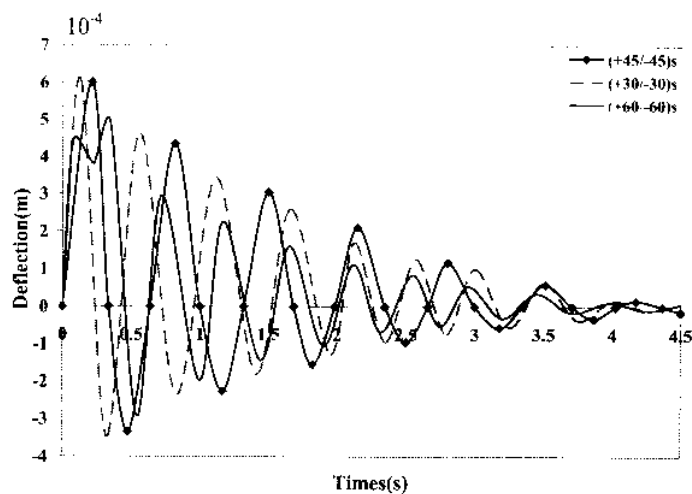
شکل ۵- جابجائی نقاط میانی صفحه مرکب $(\pm 45)_s$ برای ولتاژهای مختلف



شکل ۶- جایجائی نقاط میانی صفحه چند لایه بازای چیدمانهای مختلف بازای $K_p = 1.5$



شکل ۷: تغییرات دامنه نوسانات چند لایه متقارن $(\pm 45)_s$ با زمان



شکل ۸- تاثیر چیدمان لایه ها بر زمان میرا شدن نوسانات بازای $K_p = 2$

Abstract

The effect of piezoelectric actuation on vibration of laminated composite plate is investigated in this study. The governing equation for vibration of symmetric composite plate with piezoelectric layers is derived using Hamilton's principle. To validate the present approach, the analytical results were compared with the results of finite element method. A thermal analogy was used to represent voltage at nodes as equivalent temperatures. The presented results clearly indicate that, for angle-ply configuration, fiber orientation and applied voltage have significant effect on settling time of laminated smart plates.