



تعیین اثر دیافراگم در تحلیل تیرها و شبکه‌های خمیده افقی فولادی

مهندس محمود عدالتی^۱ و دکتر فریدون ایرانی^۲*

۱- دانشجوی دکترای سازه، گروه عمران دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

و عضو هیأت علمی گروه عمران دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه ایلام

۲- استاد گروه عمران دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

* آدرس پست الکترونیکی: Edalati.mahmoud@yahoo.com

خلاصه

تحقیقات وسیعی به صورت تئوری، آزمایشگاهی و عددی در زمینه رفتار سنجی تیرها و شبکه‌های خمیده افقی فولادی انجام گرفته است. با استفاده از روش اجزای محدود، مانریس‌های سختی مربوط به خمش، پیچش، پیچش واگنر (تابیدگی) و برش ثانویه تابیدگی برای یک جزء قوسی که در تحلیل تیرها و شبکه‌های خمیده افقی کاربرد دارد، ارائه شده است. در این مقاله با افزودن مانریس سختی انواع دیافراگم‌های معمول در تیرها و شبکه‌های خمیده افقی فولادی به جزء مزبور، اثر دیافراگم در تحلیل تیرها و شبکه‌های خمیده افقی توسط برنامه‌ی رایانه‌ای بررسی می‌گردد. نتایج نشان می‌دهد که جزء پیشنهادی بهبود یافته با اثر دیافراگم، دقت و همگرایی بسیار خوبی با پاسخ‌های به دست آمده از روش‌های تحلیلی و نتایج آزمایشگاهی موجود دارد.

کلمات کلیدی: تیر و شبکه‌ی خمیده افقی فولادی، دیافراگم، پیچش تابیدگی، روش اجزای محدود، مانریس سختی

۱. مقدمه

تیرها و شبکه‌های قوسی در ساختمان پلهای قوسی، تقاطع‌های غیر همسطح و صنایع کشتیرانی و هوا-فضا کاربرد دارند [1]. از مقاطع جدار نازک باز و بسته به منظور بهینه کردن وزن و حجم این سازه‌ها با حفظ مقاومت معین استفاده می‌شود. ویژگی هندسی تیرهای قوسی سبب می‌شود که هنگام اعمال بارهای ثقلی، زیر اثر لنگر پیچشی قابل ملاحظه‌ای قرار گرفته و تغییر شکل‌ها و تابیدگی زیادی در مقاطع آنها بوجود آید. برای توزیع لنگر پیچشی بین اعضای شبکه و کاهش تغییر شکل تابیدگی، از دیافراگم‌ها و قاب‌های عرضی استفاده می‌کنند [2]. برخی از آیین‌نامه‌های طراحی سازه‌های فولادی نیز دستورالعمل‌هایی برای طراحی اینگونه تیرها تدوین کرده‌اند. در اکثر دستورالعمل‌ها و آیین‌نامه‌های پل‌های خمیده فلزی بیان شده است که تنش قائم ناشی از پیچش واگنر (Wagner) (تابیدگی) می‌تواند توسط هر روش منطقی تحلیل و تعیین گردد [3]. در این مقاله علاوه بر تعیین پیچش واگنر می‌توان اثر قابهای عرضی میانی در حذف‌های شاه‌تیرهای قوسی را توسط برنامه رایانه‌ای ارائه شده [2] و تعریف مجموعه‌ی پل به صورت سازه‌ی شبکه‌ای قوسی یکپارچه در تحلیل وارد نمود. با بکار بردن یک جزء قوسی به جای تقسیم آن به چندین المان مستقیم می‌توان امکان مدل‌سازی یکپارچه‌ی پل‌های قوسی را فراهم نمود و تا حد زیادی در داده‌دهی و داده‌ستانی و زمان تحلیل صرفه‌جویی کرد و به نتایج بسیار مناسب دست یافت.

۲. لنگر پیچشی در شبکه‌های قوسی

لنگر پیچشی در شبکه‌ها و بویژه شبکه‌های خمیده افقی باعث تغییر شکل‌های پیچشی قابل ملاحظه‌ای می‌شود. این تغییر شکل‌ها در مقاطع دایره‌ای که پیچش خالص تحمل می‌کنند، به گونه‌ای است که صفحه‌ی مقطع پس از تغییر شکل همانند مقطع اولیه خود، بدون تابیدگی باقی خواهد ماند. چنانچه مقاطع غیر دایره‌ای بکار رود، اثر لنگر پیچشی به صورت تغییر شکل‌های خارج از صفحه که مقطع را می‌تاباند، ظاهر می‌گردد. بنابراین بکارگیری دیافراگم‌ها و قابهای عرضی در طرح تیرها و شبکه‌های خمیده افقی ضرورت دارد، هر چند ممکن است که در تحلیل اثر آنها اعمال نشده

باشد [4,5]. به سخن دیگر، چشم‌پوشی از اثرات تابیدگی را با اعمال ضریب اطمینان بیشتر در روابط طراحی آیین‌نامه‌ها منظور می‌نمایند. این کار در اغلب موارد سبب نااقتصادی شدن طرح می‌گردد.

در شبکه‌های مستقیم با مقاطع توپر و یا مقاطع جدار نازک بسته، به دلیل اندک بودن مقادیر لنگرپیچشی در اثر بارهای ثقلی می‌توان از اثر تابیدگی و دیافراگم‌ها - که بیشتر به منظور جلوگیری از تابیدگی بکار گرفته می‌شوند- در تحلیل چشم‌پوشی کرد. شایان ذکر است که در مقاطع جدار نازک باز، اثر پیچش و در پی آن تابیدگی در برخی حالات کنترل‌کننده‌ی طرح نیز می‌باشد. این مطلب نیز دلیل دیگری بر لزوم استفاده از دیافراگم‌ها در شبکه‌ها، و بویژه شبکه‌های خمیده‌ی افقی است، زیرا شبکه‌های خمیده افقی دارای مشخصه‌ی پیچش ذاتی هستند [2].

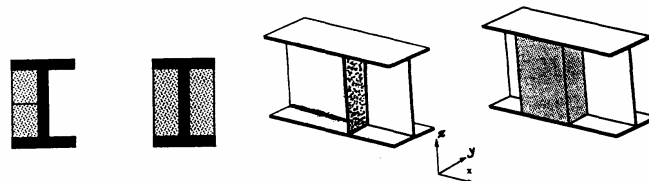
۳. انواع سخت‌کننده‌های عرضی

شکل و عملکرد تیرهای خمیده‌ی افقی بگونه‌ای است که زیر اثر بارهای ثقلی عمود بر صفحه‌ی شبکه، لنگر پیچشی زیادی در مقاطع آنها وجود می‌آید. نظر به اینکه شبکه‌های خمیده‌ی افقی بیشتر با مقاطع جدار نازک ساخته می‌شوند، برای تقویت این مقاطع از سخت‌کننده‌ها استفاده می‌شود. به طور معمول، سخت‌کننده‌ها برای ازدیاد مقاومت پیچشی در تیرهای خمیده‌ی افقی بکار می‌روند. از جمله‌ی این سخت‌کننده‌ها می‌توان به صفحات طولی، صفحات عرضی، قوطی شکل و سخت‌کننده‌های عرضی در تیرهای I شکل اشاره کرد. دانستنی است که دیافراگم‌ها نوعی از سخت‌کننده‌های عرضی هستند، ولی عکس مطلب درست نیست.

شکل‌های متفاوتی برای بکارگیری سخت‌کننده‌های عرضی، در مقاطع تیرهای خمیده‌ی افقی پیشنهاد شده است، که به چند نمونه از آنها اشاره می‌شود. یک نوع سخت‌کننده‌هایی است که در دو طرف مقطع تیر I شکل قرار گرفته و تمام مقطع و یا یک قسمت از آنرا در فواصل معین پر می‌نمایند. نوع دیگر، در این فواصل متساوی این سخت‌کننده‌ها را می‌توان در طرف راست و چپ جان نیم‌رخ I شکل بطور متوالی (زیگزاگی) قرار داد که به آنها سخت‌کننده‌های عرضی انشعابی گفته می‌شود. نوع عرضی انشعابی به طور نسبتاً وسیعی بکار گرفته می‌شود، زیرا ساخت و اجرای آن ساده است. در هر صورت سخت‌کننده‌های عرضی پرکننده‌ی تمام مقطع (که به آنها دیافراگم‌ها گفته می‌شود) مؤثرترند. دانستنی است که بکارگیری این دو نوع سخت‌کننده به طور همزمان و همپوشانی آنها در تمام طول تیر سختی پیچشی آنرا ثابت نگه می‌دارد. با بکارگیری سخت‌کننده‌های عرضی (دیافراگم‌ها)، ثابت پیچشی سن‌ونان نیز تغییر می‌کند. ثابت پیچشی معادل سن‌ونان برای چند نوع از این سخت‌کننده‌ها در تیرهای مستقیم توسط مورتا-اسمیت (Murtha - Smith) ارایه شده است [6]. همچنین پارامترهای طراحی متفاوتی برای سخت‌کننده‌های عرضی در نظر گرفته می‌شود. از جمله زاویه‌ی ۴۵ درجه به سان شکل (۱) برای آنها پیشنهاد شده است [6]. دیگر انواع سخت‌کننده‌های عرضی نیز در شکل (۲) مشاهده می‌شود. چندین آزمایش برای بررسی اثر سخت‌کننده‌های عرضی (دیافراگم‌ها)، بر کماتش جانبی - پیچشی تیرهای I شکل توسط ناکای و همکارانش (Nakai et al.) (۱۹۸۷) [4] و مورتا-اسمیت (۱۹۹۵) [6] انجام شده است. نتایج آزمایشی نشان می‌دهند که ظرفیت پیچشی و تابیدگی تیرها، در صورت استفاده از دیافراگم‌ها، به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد. به سخن دیگر تأثیر سخت‌کننده‌های عرضی بر سختی پیچشی تیرها بیش از سختی خمشی بوده، بگونه‌ای که در فواصل معمول کاربردی می‌توان از اثر آنها در افزایش مقاومت خمشی چشم‌پوشی کرد [2,4,6,7].



شکل ۱ - زاویه‌ی پیشنهادی برای سخت‌کننده‌های عرضی



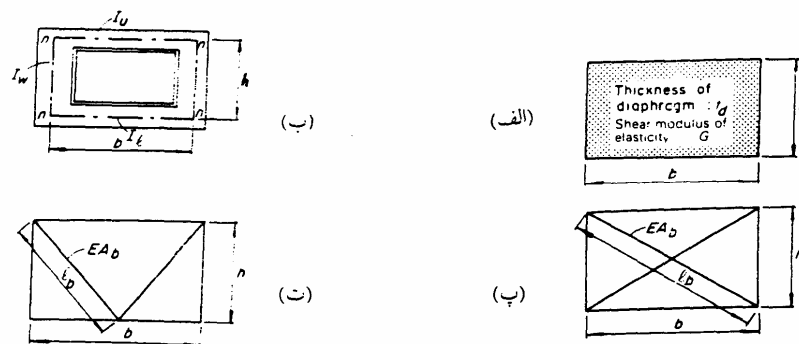
شکل ۲ - چند نوع از سخت‌کننده‌های عرضی

از طرفی تیرهای I شکل در مقابل پیچش خوش رفتارند. به سخن دیگر هنگامی که زیر اثر بارگذاری مستقیم پیچشی قرار می گیرند، تنشهای بالایی را متحمل می شوند. بویژه هنگامی که مهاربندها (قابهای عرضی) در شبکه ها وجود ندارند، این تیرها در مقابل کماتش جانبی- پیچشی آسیب پذیرند. شایان توجه است که قابهای عرضی و دیافراگم ها باید در هر تکیه گاه و در فواصل میانی بین تکیه گاه ها - با فواصل تعیین شده ای که قوانین طراحی مشخص می کند- تعبیه گردند [2].

هر محور دیافراگم یا قابهای عرضی، باید در یک صفحه در عرض پل، بین شاه تیرها قرار گرفته و امتداد یابند. دیافراگم ها یا قابهای عرضی در تکیه گاه های مورب میانی، الزاماً نباید در امتداد محور تکیه گاه قرار گیرند. دیافراگم ها یا قابهای عرضی، به صورت مقاطعی با عمق کامل بوده و در شمار اعضای سازه ای اصلی، جهت توزیع نیروهای پیچشی به شاه تیرهای طولی به کار می روند. قاب عرضی و بالهای دیافراگم ها به همراه اعضای مهاربند جانبی، باید به نحوی متصل شوند که نیروهای افقی و قائم را به میزان مورد لزوم به بال و جان مقاطع بکار رفته منتقل سازند. صفحات اتصال دیافراگم و یا قابهای عرضی که به جان شاه تیرها اتصال یافته اند، باید در عین حال به بال ها نیز متصل شوند تا از تاب خوردگی جان در هر انتها جلوگیری کنند [3].

۴. انواع دیافراگم ها

دیافراگم ها که برای بالا بردن مقاومت پیچشی شاه تیرهای خمیده ای افقی استفاده می شوند، از اهمیت ویژه ای برخوردارند، زیرا در شمار اعضای اصلی سازه به آنها توجه می شود [5]. به طور معمول از چهار نوع دیافراگم میانی در شاه تیر شبکه های خمیده ای افقی استفاده می کنند. شکل (۳- الف) نوع نخست از دیافراگم با صفحه ای پرکننده را که اصطلاحاً دیافراگم صفحه ای نیز خوانده می شود، نشان می دهد [4]. این دیافراگم زمانی بکار برده می شود که سختی پیچشی نسبتاً زیادی در شاه تیرهای خمیده ای افقی نیاز باشد. به سخن دیگر دیافراگم صفحه ای هنگامی کاربرد دارد که بارهای ثقلی وارد بر اعضای شبکه، با خروج از مرکزیت نسبتاً زیاد وارد شوند. نوع نخست از دیافراگم ها، در مقاطع جعبه ای، π شکل و I شکل بکار برده می شود. با توجه به اینکه مقاطع معمول در ساختمان پلها نیز، مقاطع ذکر شده با ابعاد بزرگ می باشند، دیافراگم صفحه ای از کاربردی ترین نوع دیافراگم ها به شمار می رود [5]. در مقاطع جعبه ای، اتصال این نوع دیافراگم مشکل ایجاد می نماید. از سویی اغلب این نوع دیافراگم در مقاطع جعبه ای با ابعاد بزرگ استفاده می شود. به دلیل بسته شدن مقطع در هنگام اتصال دیافراگم به بدنه ای داخل مقطع شاه تیر جعبه ای، به طور معمول یک طرف صفحه ای دیافراگم را به صورت پخ در می آورند. ایجاد پخی در یک طرف دیافراگم سبب می شود تا ابعاد جوش لازم - که تنها در یک طرف مقطع عرضی صورت می گیرد- بتواند نیروهای انتقالی بین مقطع عرضی شاه تیر و دیافراگم صفحه ای را پاسخگو باشد [2].



شکل ۳- انواع دیافراگم

دومین نوع دیافراگم های میانی (شکل ۳- ب)، نوع قابی آن است [4]. به سخن دیگر دیافراگم قابی، همان دیافراگم صفحه ای می باشد، با این تفاوت که قسمت میانی آن توخالی است. در این حالت اگر ابعاد مقطع جعبه ای بزرگ باشد می توان دو طرف دیافراگم میانی را به وسیله جوش به صفحات بال و جان تیر قوسی اتصال داد. کاربرد دیافراگم قابی هنگامی است که سختی متوسط (سختی حد فاصل نوع اول و چهارم) در مقطع مورد نیاز باشد [2].

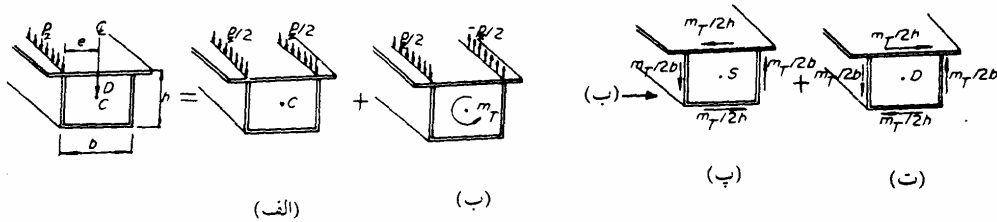
دیافراگم های نوع سوم و چهارم، هر دو از نوع خرپایی هستند [4]. همانگونه که در شکل های (۳- پ) و (۳- ت) مشاهده می شود، در این حالت اعضای میله ای در داخل مقطع به شکل خرپای X و V استفاده می گردد، که به ترتیب به دیافراگم خرپایی X- شکل و دیافراگم

خرپایی ۷- شکل معروفند. دیافراگم خرپایی x ، از دو عضو میله‌ای در داخل مقطع که به چهار گوشه‌ی مقطع عرضی اتصال می‌یابند، ساخته می‌شود. نوع آخر که دیافراگم خرپایی ۷ نامیده می‌شود، به طور معمول به دو گوشه‌ی بالایی مقطع عرضی و وسط صفحه‌ی پایینی - که در حد فاصل صفحات جان قرار می‌گیرد - اتصال می‌یابد [2].

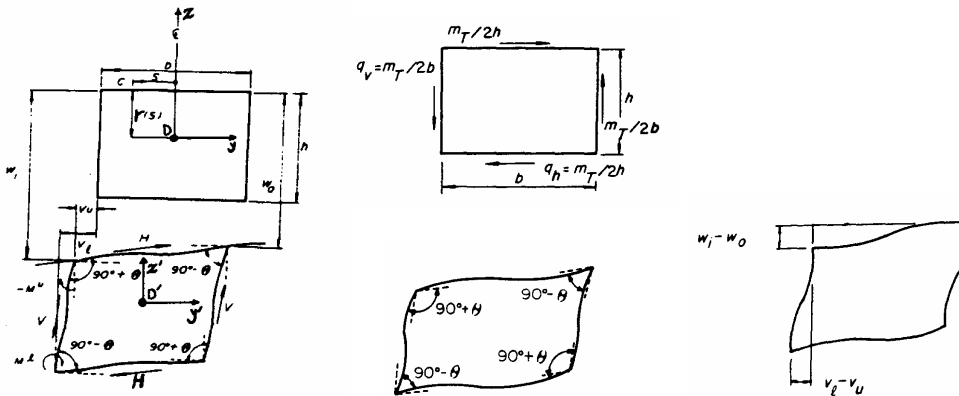
دیافراگم‌های میانی علاوه بر اینکه سختی پیچشی و ثابت تابیدگی مقطع را افزایش می‌دهند، همچنین از تغییر شکل اعوجاجی مقطع عرضی قبل و بعد از بارگذاری جلوگیری می‌نمایند. بنابراین می‌توان شکل مقطع عرضی را ثابت در نظر گرفت [5].

۵. پدیده‌ی اعوجاج

هنگامی که یک شاه تیر جعبه‌ای با تقارن یک محوری به سان شکل (۴)، زیر اثر بار گسترده یکنواخت p_z با خروج از مرکزیت e از خط مرکزی مقطع عرضی قرار می‌گیرد، این نیرو به سادگی قابل تجزیه به نیروی خمشی p_z (شکل ۴- الف) و نیروی پیچشی $m_T = p_z \cdot e$ (شکل ۴- ب) می‌باشد. نیروی پیچشی نیز بترتیب به پیچش خالص (شکل ۴- پ) و اعوجاج (شکل ۴- ت) تقسیم می‌شود. این تقسیم‌بندی سبب می‌شود تا بتوان تنش را براحتی بوسیله‌ی تحلیل خمش (شکل ۴- الف)، پیچش خالص (شکل ۴- پ) و اعوجاج (شکل ۴- ت) تخمین زد. در این شکل‌ها نقاط D و S بر روی مقطع عرضی به ترتیب نشانگر مرکز برش و مرکز اعوجاج می‌باشند. مرکز اعوجاج از طریق چگونگی پراکنش تابع تابیدگی اعوجاج مقطعی (ω_D) به دست می‌آید. با در نظر گرفتن محورهای مختصات دکارتی (x, y, z) در مرکز اعوجاج (D) ، مختصه‌ی منحنی S در پیرامون مقطع عرضی و زاویه‌ی اعوجاج Θ در گوشه‌های مقطع عرضی - که در اثر نیروهای اعوجاج تغییر شکل داده است - می‌توان روابط زیر را برای تعیین زاویه‌ی اعوجاج و تغییر مکان در جهت محور x به دست آورد (شکل ۵): [2]



شکل ۴ - شاه تیر جعبه‌ای با بار خارج از مرکز

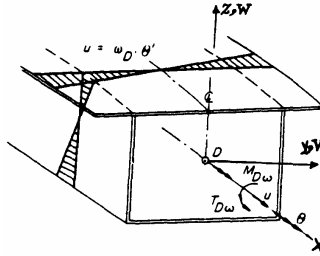


شکل ۵ - تغییر شکل مقطع عرضی

$$\Theta = \frac{v_L - v_u}{h} + \frac{w_i - w_o}{b} \quad (1)$$

$$u = \omega_D \cdot \Theta' \quad (2)$$

در روابط اخیر u ، v و w به ترتیب تغییر مکانها در جهت محورهای x ، y و z بوده و مبدأ سنجش آنها نسبت به مرکز اعوجاج (D) در نظر گرفته می شود. دانستنی است که مشتق زاویه ای اعوجاج (Θ') سبب می شود تا تغییر مکانها در جهت محور x بوجود آیند. رابطه ای ارایه شده بین u و Θ' با شبیه سازی مطابق نظریه ی پیچش تابیدگی به دست آمده است، با این تفاوت که تابع تابیدگی اعوجاج جایگزین تابع تابیدگی شده است [2]. در شاه تیرهای خمیده ای افقی به طور معمول از تغییر مکان u جلوگیری می شود، که این امر سبب ایجاد تنش های قائم و برشی در مقطع عرضی شاه تیر می گردد. متناظر با این تنش ها، نیروهای اعوجاجی از جمله زوج لنگر اعوجاج ($M_{D\omega}$) و لنگر پیچشی اعوجاج ($T_{D\omega}$) بوجود می آیند (شکل ۶). این نیروها مشابه با نیروهای بوجود آمده در نظریه ی پیچش تابیدگی می باشند [2]. تحلیل تیر خمیده ای افقی برای خمش، پیچش خالص و تابیدگی پیچشی بدون اثر پدیده ی اعوجاج و دیافراگم در مرجع [1] آمده است.



شکل ۶ - زوج لنگر و لنگر پیچشی ناشی از اعوجاج

۶. معادله ی دیفرانسیل حاکم بر اعوجاج

با بکارگیری روابط بین تغییر مکانها با کرنشهای قائم و برشی، و در پی آن استفاده از روابط بین تنش ها با کرنش ها و استفاده از نگره ی کشسانی می توان کارمایه ی نهفته ی کل (Π) را به صورت زیر محاسبه نمود [2]:

$$\Pi = U_{\sigma} + U_{\tau} + V_m = \underbrace{\frac{EI_{D\omega}}{2} \int_0^L \left(\frac{d^2\Theta}{dx^2} \right)^2 dx}_{U_{\sigma}} + \underbrace{\frac{K_{D\omega}}{2} \int_0^L \Theta^2 dx}_{U_{\tau}} - \underbrace{\int_0^L \frac{m_T}{2} \Theta dx}_{V_m} \quad (3)$$

U_{σ} : کارمایه کرنشی تنش قائم ناشی از اعوجاج	V_m : کار نیروهای خارجی	Π : کارمایه نهفته (کل)	E : ضریب کشسانی
U_{τ} : کارمایه کرنشی تنش برشی ناشی از اعوجاج	L : طول شاه تیر خمیده افقی	$I_{D\omega}$: ثابت تابیدگی اعوجاج	$K_{D\omega}$: سختی اعوجاج مقطع عرضی

با استفاده از تابع تغییرات برای کمینه کردن کارمایه نهفته کل می توان نوشت [2]:

$$\begin{aligned} \delta\Pi &= EI_{D\omega} \int_0^L \frac{d^2\Theta}{dx^2} \delta \left(\frac{d^2\Theta}{dx^2} \right) dx + K_{D\omega} \int_0^L \Theta \delta\Theta dx - \int_0^L \frac{m_T}{2} \delta\Theta dx \\ &= \left[M_{D\omega} \delta \left(\frac{d\Theta}{dx} \right) \right]_0^L - \int_0^L EI_{D\omega} \frac{d^3\Theta}{dx^3} \delta \left(\frac{d\Theta}{dx} \right) dx + \int_0^L \left(K_{D\omega} \Theta - \frac{m_T}{2} \right) \delta\Theta dx \\ &= \left[M_{D\omega} \delta \left(\frac{d\Theta}{dx} \right) \right]_0^L - [T_{D\omega} \delta\Theta]_0^L + \int_0^L \left(EI_{D\omega} \frac{d^4\Theta}{dx^4} + K_{D\omega} \Theta - \frac{m_T}{2} \right) \delta\Theta dx = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

از آنجا که رابطه ی اخیر برای تمام شرایط مرزی معتبر است، از اینرو بایست رابطه ی زیر برقرار باشد:

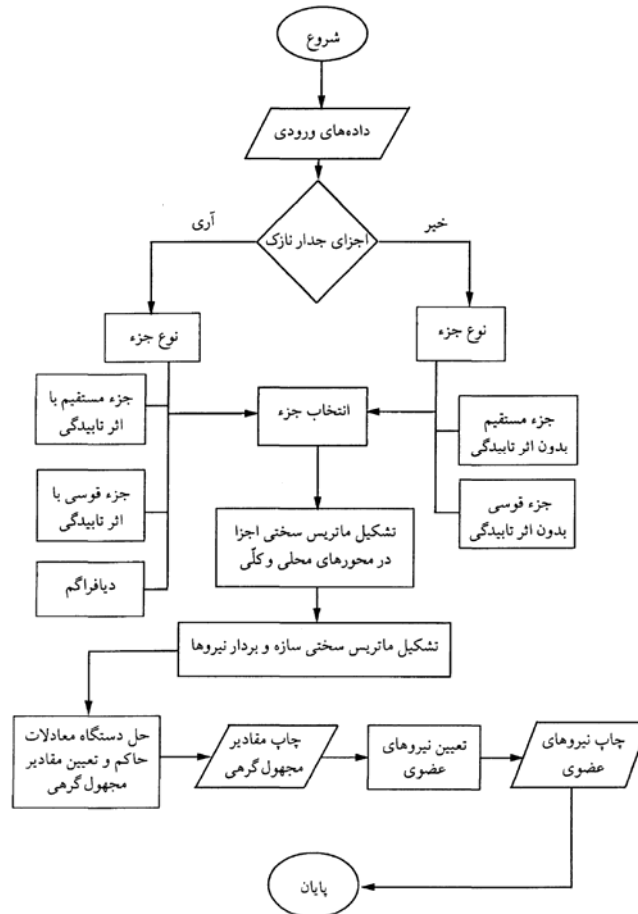
$$EI_{D\omega} \frac{d^4 \Theta}{dx^4} + K_{D\omega} \Theta = \frac{m_T}{2} \quad (5)$$

رابطه‌ی بالا معادله‌ی دیفرانسیل حاکم بر اعوجاج را به نمایش می‌گذارد. این معادله‌ی دیفرانسیل شبیه به معادله‌ی دیفرانسیل حاکم بر تغییر مکان در یک تیر بر بستر کشسان است. به سخن دیگر، چنانچه مشخصات تیر بر بستر کشسان را؛ تغییر مکان w ، سختی خمشی EI ، ثابت فنر K و بار گسترده یکنواخت p_z بپردازید، با جایگزینی آنها بترتیب با Θ ، $EI_{D\omega}$ ، $K_{D\omega}$ و $\frac{m_T}{2}$ می‌توان نوشت [2]:

$$EI \frac{d^4 w}{dx^4} + K w = p_z \quad (6)$$

۷. ماتریس سختی دیافراگم و الگوریتم برنامه رایانه‌ای

با استفاده از روش اجزای محدود [8,9,10]، مدل‌سازی به عمل آمده در مرجع [2] و حل معادله‌ی دیفرانسیل (5) و اعمال شرایط مرزی مختلف برای شاه‌تیرهای خمیده‌ی افقی فولادی به آن، درایه‌های ماتریس سختی دیافراگم محاسبه شده‌اند. چنانچه این درایه‌ها با درایه‌های ماتریس سختی پیچشی بدون اثر دیافراگم [2] جمع شوند، ماتریس سختی پیچشی با اثر دیافراگم به دست می‌آید. نحوه‌ی مدل‌سازی و محاسبه‌ی درایه‌های مربوطه در مرجع [2] درج شده است. در زیر الگوریتم برنامه‌ی رایانه‌ای ارائه می‌شود.



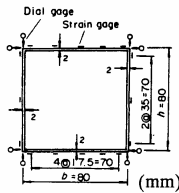
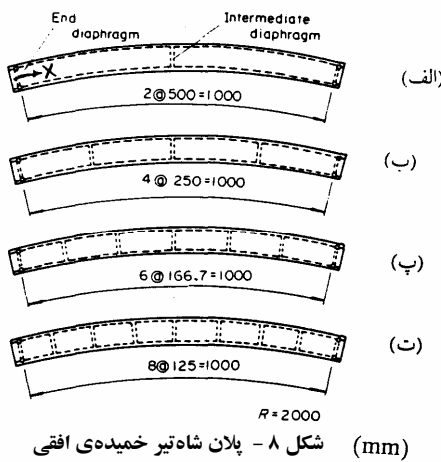
شکل ۷ - الگوریتم برنامه رایانه‌ای



۸. نمونه‌های عددی

با روش پیشنهادی مسئله‌های فراوانی تحلیل شده‌اند [2]. نتیجه‌های به دست آمده در پایان مقاله درج می‌شود. با توجه به حجم محدود مقاله، در ادامه تنها به تحلیل یک مثال با تعداد دیافراگم‌های متفاوت پرداخته می‌شود. انتخاب مثال تجربی زیر به منظور کنترل شبیه‌سازی روش‌های عددی و تحلیلی است.

مثال - در اینجا به تحلیل چهار نمونه‌ی آزمایشگاهی از شاه‌تیرهای خمیده افقی پیوسته با مشخصات هندسی و مکانیکی ارایه شده در جدول (۱) پرداخته می‌شود. تفاوت تعداد دیافراگم‌های صلب میانی، سبب تمایز نمونه‌ها از یکدیگر می‌باشد. تعداد آنها در نمونه‌های 1-CG، 2-CG، 3-CG و 4-CG به ترتیب ۱، ۳، ۵ و ۷ بوده و ضخامت تمام دیافراگم‌ها که از صفحات پلکسی گلس (Plexiglas) ساخته شده‌اند، برابر با 1 mm است. شکل‌های (۸) و (۹) به ترتیب پلان و مقطع عرضی شاه‌تیرهای خمیده افقی را نشان می‌دهند. مصالح تشکیل دهنده شاه‌تیرهای آزمایشی همانند دیافراگم‌ها است، با این تفاوت که ضخامت تمامی صفحات تشکیل دهنده مقطع جعبه‌ای 2 mm می‌باشد [2,4]. شاه‌تیرها زیر اثر نیروی متمرکز $p = 10 \text{ kgf}$ در وسط دهانه و یک چهارم طول دهانه آن و به ترتیب در گوشه‌های داخلی و خارجی مقطع عرضی بارگذاری شده‌اند. اندازه‌گیری کرنش‌های قائم در هر مقطع جعبه‌ای به وسیله‌ی ۱۶ کرنش سنج اندازه‌گیری می‌شوند. سپس تنش قائم در جهت محور شاه‌تیر با استفاده از روابط تنش - کرنش محاسبه شده‌اند.



جدول ۱ - مشخصات هندسی و مکانیکی شاه‌تیرهای خمیده افقی [2]

لنگر لختی گرد محور I_y	$I_y = 63.3152 \text{ cm}^4$	لنگر لختی مرکزی	$I_c = 102.4000 \text{ cm}^4$
ثابت پیچشی سن‌ونان	$K_t = 102.4000 \text{ cm}^4$	لنگر لختی قطاعی (ثابت تاییدگی)	$I_w = 91.0245 \text{ cm}^6$
پارامتر پیچش تاییدگی	$\mu = 1 - \frac{K_t}{I_c} = 0 \approx 0.01$	طول تیر قوسی	$L = 1000 \text{ mm}$
زاویه‌ی مرکزی شاه‌تیر خمیده افقی (رادیان)	$\Phi = 0.5 \text{ rad}$	زاویه‌ی مرکزی برای هر جزء خمیده افقی (رادیان)	$\Phi_i = \frac{0.5}{n+1} \text{ rad}$
طول هر یک از جزء‌های خمیده افقی	$L_i = \frac{100}{n+1} \text{ cm}$	ضرب کشسانی	$E = 2.8 \times 10^4 \text{ kgf/cm}^2$
ضرب کشسانی برشی	$G = 1.04 \times 10^4 \text{ kgf/cm}^2$	سختی دیافراگم صفحه‌ای	$K_D = 6007.4 \text{ kgf.cm}$
تعداد دیافراگم‌های بکار رفته در طول شاه‌تیر	زیر نویس i : شمارشگر تعداد اجزاء قوسی بکار رفته در طول شاه‌تیر در حد فاصل دیافراگم‌ها		

نمونه آزمایشی	X cm	بارگذاری در صفحه داخلی جان		بارگذاری در صفحه خارجی جان	
		Elementary Beam Theory	4.D.O.F	Elementary Beam Theory	4.D.O.F
CG-1	۲۵	۱۲/۵۲۲	۱۰/۲۵۰	۱۹/۳۷۵	۷/۵۲۹
	۵۰	۷/۴۲۷	۶/۸۷۵	-۱/۰۰۰	۶/۷۸۲
	۷۵	۳/۹۳۶	۳/۷۵۰	۳/۷۵۰	۳/۷۵۰
CG-2	۲۵	۶/۵۳۳	۸/۷۵۰	۶/۲۵۰	۸/۸۸۵
	۵۰	۷/۸۳۶	۱۱/۲۵۰	۷/۲۵۰	۱۰/۶۸۰
	۷۵	۵/۲۷۱	۶/۲۵۰	۴/۳۳۸	۴/۳۳۸
CG-3	۲۵	۱۲/۷۶۷	۱۰/۶۲۵	۱۵/۰۰۰	۷/۲۶۱
	۵۰	۶/۴۳۳	۶/۸۷۵	۶/۲۵۰	۷/۰۱۲
	۷۵	۳/۸۲۹	۳/۵۰۰	۳/۵۰۰	۳/۷۲۴
CG-4	۲۵	۹/۱۶۵	۹/۱۶۵	۸/۸۷۵	۱۱/۸۳۳
	۵۰	۸/۸۵۵	۸/۸۵۵	۹/۳۷۵	۸/۱۱۲۵
	۷۵	۳/۸۷۰	۳/۳۷۵	۴/۳۷۵	۴/۶۸۲

جدول ۳ - مقادیر تنش در شاه‌تیر خمیده افقی (kgf/cm^2) [2]

** - بار متمرکز بین دو دیافراگم و در یک چهارم از ابتدای طول دهانه وارد شده است.

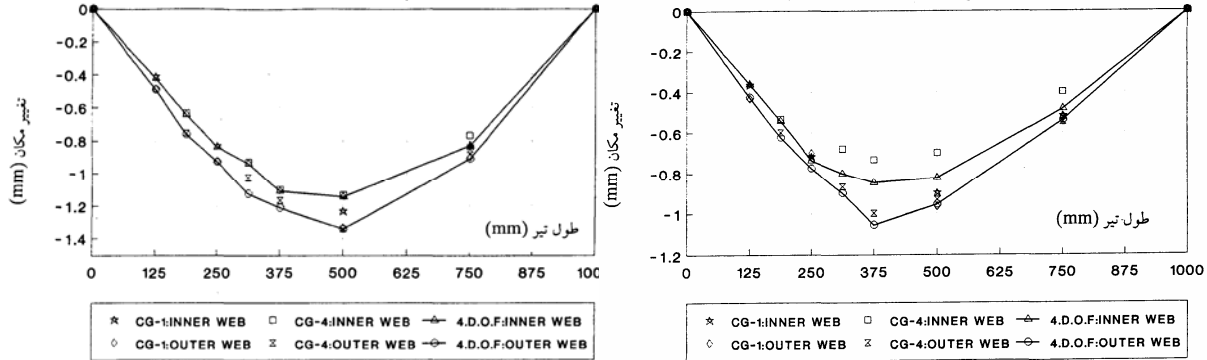
نمونه آزمایشی	X cm	بارگذاری در صفحه داخلی جان		بارگذاری در صفحه خارجی جان	
		Elementary Beam Theory	4.D.O.F	Elementary Beam Theory	4.D.O.F
CG-1	۲۵	۷/۳۵۲	۷/۳۵۲	۷/۵۰۰	۸/۲۳۷
	۵۰	۱۰/۷۶۴	۱۰/۷۶۴	۹/۳۷۵	۱۲/۷۲۵
	۷۵	۷/۳۲۷	۶/۸۷۵	۸/۱۲۵	۸/۲۳۶
CG-2	۲۵	۵/۸۰۴	۶/۸۷۵	۵/۵۲۴	۷/۵۰۰
	۵۰	۵/۸۶۵	۱۳/۲۴۸	۱۴/۷۵۰	۱۵/۶۲۵
	۷۵	۵/۸۶۵	۵/۸۶۵	۸/۱۲۵	۵/۵۲۶
CG-3	۲۵	۶/۱۳۳	۶/۸۷۵	۶/۵۰۰	۷/۵۳۳
	۵۰	۱۳/۶۲۳	۱۳/۸۷۵	۱۴/۰۸۸	۱۴/۰۰۰
	۷۵	۶/۱۷۲	۶/۷۵۰	۵/۶۲۵	۷/۵۰۰
CG-4	۲۵	۶/۵۲۴	۷/۲۵۰	۶/۸۷۵	۷/۲۵۰
	۵۰	۱۳/۵۲۷	۱۳/۸۷۵	۱۴/۸۳۲	۱۴/۸۷۵
	۷۵	۶/۷۵۹	۶/۲۵۰	۷/۵۲۵	۷/۲۵۰

جدول ۲ - مقادیر تنش در شاه‌تیر خمیده افقی (kgf/cm^2) [2]

* - بار متمرکز بر روی دیافراگم و در وسط دهانه وارد شده است.



در دو نمودار زیر 4.D.O.F روش پیشنهادی با ۴ درجه آزادی در هر گرهی شاه تیر، و موارد دیگر نتایج آزمایشگاهی هستند.



شکل ۱۰ - نمودار تغییر مکان در نمونه های CG-4 و CG-1 (بار متمرکز در وسط دهانه ی شاه تیر)

شکل ۱۱ - نمودار تغییر مکان در نمونه های CG-4 و CG-1 (بار متمرکز در یک چهارم طول دهانه ی شاه تیر)

۹. نتیجه گیری

- با توجه به تنوع مثال های حل شده در مطالعه ی انجام گرفته [2]، نکات حائز اهمیت در روش پیشنهادی در حد مطالعه ی انجام شده به شرح ذیل است:
- ۱- به طور معمول دیافراگم ها برای جلوگیری از افزایش تنش های قائم ناشی از پیچش تابیدگی مقطع عرضی بکار می روند. پیچش تابیدگی سبب بوجود آمدن زوج لنگر شده و آن هم به نوبه ی خود در مقطع تنش های قائم را سبب می گردد. نتایج به دست آمده نشان می دهند که افزایش تعداد دیافراگم ها در مقطع شاه تیر، نقش قابل ملاحظه ای در کاهش تنش قائم ایفا می کنند.
 - ۲- از نتایج به دست آمده پیداست که افزایش تعداد دیافراگم ها بر تغییر مکان قائم چندان محسوس نیست. به سخن دیگر نتایج آزمایشگاهی و روش های عددی و تحلیلی، با این فرضیه که دیافراگم ها برای جلوگیری از تاب خوردگی پیچشی مقطع کار سازند، اتفاق نظر دارند.
 - ۳- برای در نظر گرفتن تعداد دیافراگم های متفاوت در شبکه های خمیده افقی پیچیده، تنها روش های عددی پاسخگو می باشند. این موضوع نیز اهمیت روش های عددی (به ویژه اجزای محدود) و استفاده از برنامه ی رایانه ای مختص به تحلیل تیرها و شبکه های خمیده افقی با وارد نمودن اثر دیافراگم ها را خاطر نشان می سازد.
 - ۴- بررسی اثر تابیدگی در تکیه گاه های گیردار که تغییر شکل های تابیدگی در آنجا مفید شده اند، اهمیت بیشتری دارد.
 - ۵- پارامتر پیچش تابیدگی (μ) یک نمایه خیلی مفید است. زیرا رفتار پیچشی یک شاه تیر خمیده افقی را می توان به سادگی ملاحظه کرد. اگر مقدار پارامتر پیچش تابیدگی کوچک باشد ($0 \leq \mu \leq 0.25$)، اثر پیچش تابیدگی مهم است. در صورتی که این پارامتر بزرگ باشد ($0.75 \leq \mu \leq 1$)، پیچش خالص (سن و نان) فاکتور مهمی خواهد بود. در مقطع شاه تیرها اغلب مقدار پارامتر μ خیلی کوچک است.
 - ۶- مقدار زوج لنگر با افزایش پارامتر پیچش تابیدگی (μ) کم می شود. بنابراین هنگامی که ضریب ثابت پیچشی در مقایسه با ضریب ثابت تابیدگی زیاد باشد می توان اثر زوج لنگر را نادیده انگاشت.
 - ۷- هنگامی که بار بر لبه ی خارجی جان شاه تیر جعبه ای خمیده افقی اثر می کند، تنش های قائم بوجود آمده بیشتر از زمانی است که بار بر لبه ی داخلی جان وارد می شود. به نظر می رسد که خروج از مرکزیت بیشتر بار در لبه ی خارجی جان نسبت به دو گره ی ابتدا و انتهای شاه تیر سبب این امر باشد.

۱۰. مراجع

۱. ایرانی، ف.، عدالتی، م.، (۱۳۷۹)، "جزء قوسی پیشنهادی برای تحلیل تیرها و شبکه های قوسی"، نشریه علمی- پژوهشی امیرکبیر، سال ۱۱، شماره ۴۳.
۲. عدالتی، م.، (۱۳۷۶)، "بررسی روشهای تحلیل تیرها و شبکه های قوسی و تعیین اثر دیافراگم در تحلیل آنها"، پایان نامه ی کارشناسی ارشد سازه به راهنمایی دکتر فریدون ایرانی، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد.
3. AASHTO., (1992), "Guide Specifications for Horizontally Curved Highway Bridges", Washington, D.C. .
4. Nakai. H. and Yoo. C. H., (1988), "Analysis and Design of Curved Steel Bridges", McGraw-Hill.
5. Oleinik. J. C. and Heins. C.P., (1975), "Diaphragms for Curved Box Beam Bridges", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 110, No. 10, P.P. 2161-2178.
6. Murtha-Smith. E., (1995), "Cross Stiffeners for Beams in Torsion", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 121, No. 7, P.P. 1119-1124.
7. Pi. Y. L. and Trahair. N. S., (1995), "Inelastic Torsion of Steel I-Beams", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 121, No. 4, P.P. 609-620.
8. Bathe. K. J., (1996), "Finite Element Procedures", Prentice-Hall, Inc. New Jersey.
9. Zinkivicz. O. C. and Taylor. R. L., (1991), "The Finite Element Method", New York, McGraw-Hill.
10. Hsu. Y. T., Fu. C. C., (1995), "The Development of an Improved Curvilinear Thin-Walled Vlasov Element", Computers & Structures, Vol. 54, No. 1, P.P. 147-159.