کاربرد الگوریتم‌های فراابتکاری در تعیین بهینه نوع و تعداد اجزاء مازاد بمنظور تامین سطح قابلیت اطمینان مورد نیاز در سیستم

فرهاد کلاهان
استادیار گروه مکانیک-دانشگاه فردوسی مشهد
kolahan@um.ac.ir

علی بهروزفر
دانشجوی کارشناسی ارشد مکانیک- دانشگاه فردوسی مشهد
alibehroozfar@gmail.com

چکیده

در طراحی و ساخت بسیاری از سیستم‌ها و محصولات، بمنظور افزایش قابلیت اطمینان از اجزاء مازاد استفاده می‌شود. تحقیقات انجام گرفته در اکثر تحقیقات فعلی در خصوص تخصیص بهینهٔ اجزاء مازاد، بیشینه کردن قابلیت اطمینان سیستم، به عنوان هدف و هزینه و وزن کل نیز به عنوان قید در نظر گرفته شده است. در تحقیق حاضر، مساله مذکور با رویکردی جدید و با هدف کمینه کردن هزینه کل، با توجه به قیود قابلیت اطمینان و وزن سیستم، بهینه سازی شده است. بدلیل پیچیدگی مسالهٔ طراحی بهینه بر اساس قابلیت اطمینان، در این تحقیق از الگوریتم تبرید تدریجی استفاده شده است. نتایج محاسباتی نشان دهندهٔ کارایی الگوریتم پیشنهادی است.

کلمات کلیدی: طراحی بهینه، قابلیت اطمینان، تخصیص اجزاء مازاد، الگوریتم تبرید تدریجی

مقدمه

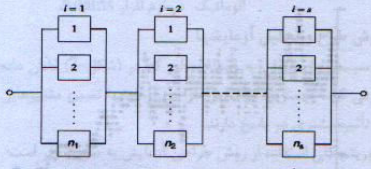
امروزه با توجه به بالا رفتن حساسیت و پیچیدگی سامانه‌ها و تجهیزات صنعتی از جمله تجهیزات خودرو و سامانه‌های هوایی و صنایع دفاعی، حصول اطمینان از عملکرد درست آنها در بازه‌های زمانی مورد نظر، از ملزومات اصلی طراحی و ساخت می‌باشد. در این راستا، قابلیت اطمینان به عنوان یکی از معیارهای مهم عملکردی این سیستمها به شدت مورد توجه طراحان و سازندگان قرار گرفته است[1,2]. در این سیستم‌ها عملکرد نادرست قسمت‌های حساس، ممکن است منجر به خسارات جبران ناپذیر شده و به همین دلیل تعیین سطح مشخصی از قابلیت اطمینان برای این سیستم‌ها بسیار لازم و ضروری به نظر می رسد. به علت محدودیت‌های اقتصادی و تکنولوژیکی، بهترین و کاربردی‌ترین روش جهت افزایش قابلیت اطمینان سیستم، استفاده از اجزاء مازاد در کنار اجزاء اصلی است. از طرفی، استفاده از اجزاء مازاد در سیستم، منجر به بالا رفتن هزینه و وزن سیستم شده و ممکن است در عملکرد سیستم ایجاد مشکل نماید.

مساله‌ای که تاکنون مورد توجه محققین بوده، تخصیص اجزاء مازاد مختلف به سیستم است به نحوی که قابلیت اطمینان سیستم حداکثر شده و هزینه و وزن کل سیستم از مقدار از پیش تعیین شده‌ای بیشتر نگردند[1]. اما در بسیاری از موارد، دستیابی به سطح مشخصی از قابلیت اطمینان از ملزومات اصلی طراحی است. در این مواقع می بایست مشخصات دیگر سیستم، از جمله هزینهٔ تمام شدهٔ آن، بهینه سازی گردند. بنابراین، هدف اصلی در این تحقیق، تعیین بهینهٔ نوع و تعداد اجزاء مازاد است بنحوی که ضمن تامین سطح مشخصی از قابلیت اطمینان هزینه کلی سیستم کمینه شده و وزن آن نیز از حد مجاز بیشتر نگردد. در این راستا، کمینه سازی هزینهٔ کل سیستم به عنوان تابع هدف در نظر گرفته شده و حداقل قابلیت اطمینان و حداکثر وزن قابل قبول برای سیستم، به عنوان قیود طراحی بهین لحاظ شده‌اند.

با توجه به اینکه مسئله تخصیص بهینهٔ اجزاء مازاد، یک مساله غیر خطی و پیچیده است، استفاده از روش‌های دقیق ریاضی برای حل آن بسیار مشکل و زمانبر بوده و با افزایش تعداد اجزاء و زیرسیستم‌ها عملا پیاده سازی این روشها غیرممکن می باشد[1]. به همین دلیل در این مقاله نیز از الگوریتم فراابتکاری تبرید تدریجی برای حل مساله مورد نظر استفاده شده است.

تعریف مساله

در این مقاله، بمنظور جامعیت بخشیدن به روش ارائه شده، یک سیستم با ساختار عمومی سری با زیر مجموعه‌های موازی مطابق شکل (1) در نظر گرفته شده است. در این ساختار، تعداد s زیرسیستم به صورت سری در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند و هر کدام از این زیرسیستم‌ها دارای حداکثر n_i جزء مختلف به صورت موازی می‌باشد.



شکل1- ساختار کلی یک سیستم سری – موازی

هر زیرسیستم در صورت عملکرد صحیح و مناسب k_i جزء از آن، توانایی عملکرد درست را خواهد داشت. مدل ریاضی مورد نظر برای این مساله در رابطه (1) بیان شده است.

$$\text{MinC} = \sum_{i=1}^{s} C_i(y_i) \qquad (1)$$

مشروط به:

$$\sum_{i=1}^{S} \text{W}_i(\text{y}_i) \le \text{W} \qquad \text{و} \qquad \prod_{i=1}^{s} R_i(y_i|k_i) \ge R$$

در رابطه (1) و با توجه به شکل (1)، C هزینهٔ کل سیستم، C_i هزینه زیرسیستم i ام، y_i تعداد جزء مازاد در زیرسیستم i ام، s تعداد کل زیرسیستم‌های ممکن، R_i و W_i به ترتیب قابلیت اطمینان و وزن

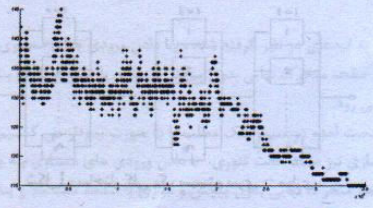
زیرسیستم i ام و R و W نیز حداقل قابلیت اطمینان و حداکثر وزن قابل قبول برای سیستم هستند. k_i نشان دهندهٔ حداقل تعداد اجزاء لازم برای عملکرد صحیح زیرسیستم i ام می‌باشد.

سیستم مورد نظر با استفاده از اجزاء مختلف قابل طراحی است. هر جزء دارای قابلیت اطمینان، هزینه و وزن خاص خود بوده و بر اساس موقعیت آن در سیستم، تاثیر متفاوتی در هزینه و قابلیت اطمینان کل سیستم خواهد داشت. با توجه به مطالب فوق، هدف تعیین همزمان نوع، تعداد و موقعیت قرارگیری اجزاء در سیستم است، بنحوی که ضمن تامین محدودیت‌های مرتبط با قابلیت اطمینان و وزن سیستم، هزینه کلی سیستم کمینه شود.

روش حل - الگوریتم تبرید تدریجی[1]

روش جستجوگر "تبرید تدریجی" یک جستجوگر همسایگی است که در بهینه‌سازی مسائل گسسته بطور گسترده‌ای کاربرد دارد[3]. این روش از سرد شدن تدریجی یک جسم جامد تا رسیدن به حداقل انرژی، الهام گرفته شده است. طبیعت تصمیم‌گیری این الگوریتم به این صورت است که برای هر حرکت، یک همسایگی جدید بصورت تصادفی تولید و ارزیابی می‌شود. حرکت به این جواب در هر یک از دو وضعیت زیر انجام خواهد یافت: 1) جواب جدید از جواب فعلی بهتر باشد و 2) مقدار تابع احتمال حرکت از یک عدد تصادفی از دامنه [0,1] بزرگتر باشد. در غیر این صورت جستجوگر جواب جدیدی را تولید و ارزیابی خواهد نمود. این حرکت گام‌به‌گام تا ارضاء شرط توقف الگوریتم (تعداد تکرارها، زمان محاسبات، و ....) ادامه می‌یابد.

در مسئله مورد نظر هر جواب متناظر با یک ساختار از طرح است. در هر تکرار یک تغییر در تعداد و جایگاه اجزا مازاد انجام گرفته و ساختار جدید در مقابل قیود مسئله ارزیابی میگردد. در صورت موجه بودن طرح، با توجه به محدودیت‌های قابلیت اطمینان و وزن سیستم، پذیرش جواب جدید بر اساس مقدار هزینه طرح (تابع هدف) و معیارهای الگوریتم انجام می‌گیرد. این فرآیند تا ارضا شرط توقف (حداکثر تعداد تکرارها) ادامه میابد. شکل (2) نمودار همگرایی الگوریتم را در طی جستجو نشان میدهد.



شکل2-همگرایی الگوریتم تبرید تدریجی به سمت حداقل هزینه

نتایج

برای بررسی کارایی و صحه‌گذاری مدل و الگوریتم پیشنهادی، مساله الگوی ارائه شده توسط ناکاگاوا و میازاکی با 33 حالت قید گذاری مختلف [4]، مورد آزمایش قرار گرفت. نتایج محاسباتی و مقادیر تغییرات پارامترهای طراحی (وزن و هزینه) بدست آمده نسبت به بهترین مقادیر موجود در ادبیات موضوع [4] به صورت درصد در جدول (1) ارائه شده است. علاوه بر این، ساختارهای به دست آمده توسط الگوریتم SA، همگی دارای قابلیت اطمینان بالاتری نسبت به سایر نتایج موجود در ادبیات موضوع میباشند.

[1] Simulated Annealing (SA)

جدول 1- جوابهای مساله 33 حالته با استفاده از الگوریتم تبرید تدریجی

ترتیب مسائل	هزینه	وزن	درصد کاهش هزینه	درصد افزایش وزن
1	112	209	13.84	9.42
2	113	209	13.07	10.00
3	113	208	13.07	10.05
4	109	207	16.15	10.10
5	111	206	14.61	10.16
6	113	205	12.40	10.21
7	115	204	11.53	10.27
8	113	203	13.07	10.32
9	112	202	13.17	10.38
10	112	201	11.81	10.43
11	112	200	13.17	10.49
12	115	198	10.15	10.00
13	109	198	13.49	10.61
14	109	196	14.84	10.11
15	104	196	17.46	10.73
16	104	195	16.12	10.79
17	108	194	13.60	10.85
18	104	193	15.44	10.91
19	105	192	16.00	10.98
20	100	191	18.69	11.04
21	105	190	13.93	11.11
22	100	189	16.66	11.17
23	101	188	16.52	11.24
24	98	187	17.64	11.30
25	97	186	17.79	11.37
26	97	185	16.37	11.44
27	102	184	12.82	11.51
28	97	183	15.65	11.58
29	96	182	15.78	11.65
30	99	181	13.91	11.72
31	96	180	15.04	11.80
32	97	178	14.91	11.25
33	95	178	13.63	11.94

نتیجه گیری

در طراحی بهین بسیاری از محصولات و مکانیزم‌ها، ملزومات طراحی ایجاب می کند که سیستم در دست طراحی، دارای حداقل سطحی از قابلیت اطمینان باشد. در این حالت قابلیت اطمینان باید به عنوان قید در مدلسازی و طراحی لحاظ شود و مشخصه‌های دیگر سیستم به عنوان هدف بهینه سازی گردند. در این تحقیق کاربرد الگوریتم تبرید تدریجی در طراحی و تخصیص بهینه اجزا مازاد، به منظور کمینه کردن هزینه مورد بررسی قرار گرفت. رویکرد پیشنهادی قادر به تعیین همزمان نوع و تعداد اجزا مازاد برای هر زیر سیستم است بنحوی که ضمن تامین محدودیت‌های طراحی شامل قابلیت اطمینان و وزن، هزینه سیستم مورد نظر نیز کمینه شود. با توجه به نتایج حاصله، الگوریتم پیشنهادی، دارای عملکرد بسیار خوبی بوده به نحوی که در زمان محاسباتی کوتاه به بهترین جواب همگرا می‌شود.

مراجع

1. Kuo, W. and Prasad, V.,2000, An annotated overview of system-reliability optimization, *IEEE Trans. Rel* ,2,176–187.

شانزدهمین کنفرانس سالانه(بین المللی) مهندسی مکانیکISME2008
ایران، کرمان، دانشگاه شهید باهنر کرمان، ۲۴-۲۶ اردیبهشت ۱۳۸۷

کاربرد الگوریتم‌های فراابتکاری در تعیین بهینهٔ نوع و تعداد اجزاء مازاد بمنظور تامین سطح قابلیت اطمینان مورد نیاز در سیستم

فرهاد کلاهان
استادیار گروه مکانیک-دانشگاه فردوسی مشهد
kolahan@um.ac.ir

علی بهروزفر
دانشجوی کارشناسی ارشد مکانیک- دانشگاه فردوسی مشهد
alibehroozfar@gmail.com

چکیده
امروزه، لزوم عملکرد صحیح و قابل اعتماد تولیدات صنعتی، توجه طراحان و تولیدکنندگان را به مقوله قابلیت اطمینان[1] جلب کرده است. یکی از مهمترین راهکارهای افزایش قابلیت اطمینان، استفاده از اجزاء و زیر سیستم‌های مازاد است. در اکثر تحقیقات فعلی در خصوص تخصیص بهینهٔ اجزاء، بیشینه کردن قابلیت اطمینان سیستم به عنوان هدف، و هزینه و وزن کل سیستم به عنوان قیود در نظر گرفته شده‌اند. ولی در بسیاری از مکانیزم‌ها و سیستم‌های صنعتی، وجود سطحی مشخص از قابلیت اطمینان از ملزومات اصلی طراحی است در حالیکه هزینه و وزن سیستم در درجات بعدی اهمیت قرار دارند.
بنابراین در تحقیق حاضر، مسالهٔ تخصیص بهینهٔ اجزاء مازاد با رویکردی جدید و بمنظور تامین سطح معینی از قابلیت اطمینان، با حداقل هزینه و وزن کل سیستم، در نظر گرفته شده است. از آنجا که مسالهٔ تخصیص مورد نظر از جمله مسائل پیچیده و گسستهٔ بهینه سازی است، الگوریتم فراابتکاری تبرید تدریجی[2] برای حل آن بکار گرفته شده است. به منظور صحه‌گذاری و بررسی عملکرد مدل پیشنهادی، از یک مسالهٔ الگوی پرکاربرد در مقالات استفاده شده است. نتایج محاسباتی، نشان دهندهٔ کارایی و سرعت بالای مدل و روش حل ارائه شده در حل مسالهٔ تخصیص بهینهٔ اجزاء مازاد می‌باشد.

کلمات کلیدی: طراحی بهینه، قابلیت اطمینان، تخصیص اجزاء مازاد، الگوریتم تبرید تدریجی

مقدمه
در سالهای اخیر، روند شتابندهٔ توسعهٔ دانش و فن‌آوری و ظهور زمینه‌های نوین علوم و تکنولوژی، منجر به طراحی و ساخت سیستم‌ها و تجهیزات پیچیده و حساس مهندسی شده است. این سامانه‌های پیشرفته عموما در صنایعی نظیر صنایع خودرو، هوایی، دفاعی و پزشکی، که نیاز مبرم به قابلیت اطمینان بالا دارند، مورد استفاده قرار می‌گیرند. در این سیستم‌ها عملکرد نادرست قسمت های حساس، ممکن است منجر به خسارات جبران ناپذیر شود. لزوم اطمینان از عملکرد مناسب و مستمر اینگونه محصولات، طراحان را بر آن داشته است که نگاه ویژه‌ای به مقولهٔ افزایش قابلیت اطمینان داشته باشند [۲،۱]. در تعریفی کلی، قابلیت اطمینان "احتمال عملکرد مناسب یک سیستم در شرایط مشخص و برای مدت زمان معین" است [۱].
هر سامانه از کنار هم قرار گرفتن اجزاء مختلف تشکیل شده است که در آن قابلیت اطمینان کل سیستم به میزان قابلیت اطمینان هر جزء و نحوهٔ ارتباط آنها با یکدیگر (پیکربندی سیستم)، وابسته است. در طراحی سیستمهای چند جزئی، دو رویکرد عمده به منظور افزایش قابلیت اطمینان وجود دارد. روش اول، بالا بردن قابلیت اطمینان اجزاء سیستم می‌باشد. راهکار دوم، استفاده از اجزاء مازاد در کنار اجزاء اصلی، به صورت موازی است به نحوی که هر یک از اجزاء مازاد بتوانند وظیفهٔ محوله به جزء اصلی را به انجام رسانند. به علت ملاحظات اقتصادی و تکنولوژیکی، افزایش قابلیت اطمینان اجزاء دارای محدودیت‌هایی است. بنابراین، یکی از موثرترین و کاربردی‌ترین راهکارهای افزایش قابلیت اطمینان سیستم‌های چند جزیی، استفاده از اجزاء و زیر سیستم‌های مازاد است. در این راستا، تخصیص بهینه اجزاء مازاد[3] به سیستمها و ساختارهای مهندسی به عنوان اقتصادی‌ترین روش موجود برای افزایش قابلیت اطمینان، بسیاری از تحقیقات اخیر را به خود معطوف داشته است[۲].
از نقطه نظر قابلیت اطمینان، پیکربندی اغلب مکانیزم‌ها و سامانه‌های چند عضوی را می‌توان بصورت سیستم‌های مختلطِ سری-موازی مدلسازی نمود. در این سیستم‌ها، تعداد s زیرسیستم به صورت سری در کنار هم قرار گرفته‌اند. هر کدام از این زیرسیستم‌ها شامل n_i $(i=1,\ldots,s)$ جزء به صورت موازی می‌باشد. به این ترتیب، قابلیت اطمینان کلی سیستم تحت تاثیر تعداد و موقعیت اجزاء مازاد و همچنین قابلیت اطمینان این اجزاء قرار دارد. در حالت کلی، اجزاء مازاد می‌توانند از انواع مختلف بوده و در نتیجه قابلیت اطمینان متفاوتی داشته باشند.
طراحی و تخصیص بر اساس قابلیت اطمینان ممکن است بمنظور بهینه کردن شاخص‌های عملکردی متعددی از جمله کمینه کردن وزن، حجم و هزینه ساخت و یا بیشینه کردن قابلیت اطمینان سیستم، مطرح شود. در هر حال، مساله مذکور یک مساله پیچیدهٔ چند جمله‌ای غیر قطعی[4] است[۳].
اغلب تحقیقات در زمینه تخصیص بهینه اجزاء مازاد، حول بیشینه سازی قابلیت اطمینان انجام شده‌اند. به این ترتیب که حداکثر شدن قابلیت اطمینان کل سیستم بعنوان ملاک طراحی در نظر گرفته شده است. مدلهای ارائه شده عمدتا در خصوص بهینه سازی ساختارهای سری-موازی، و با در

[1] Reliability
[2] Simulated Annealing
[3] Redundancy allocation
[4] Non deterministic Polynomial-hard problem(NP-hard)

نظر گرفتن قیود مربوط به حداکثر وزن و هزینه تمام شده، بسط یافته‌اند. این دسته از مسائل و مدل‌های تخصیص، با استفاده از روش‌های متنوعی حل شده‌اند. بطوریکه هر دو گروه روش‌های قطعی و ابتکاری در این مورد بکار رفته‌اند. اولین تلاش‌ها برای حل بهینه مسئله تخصیص بکمک روش-های بهینه سازی دقیق، شامل برنامه ریزی پویا [۴] و برنامه ریزی عدد صحیح [۵] بوده است. ولی در تحقیقات اولیه، بمنظور ساده سازی مسئله، فرض بر این بوده است که اجزاء موجود در هر زیر سیستم مشابه و یکسانند. در مسائل واقعی و مدل‌های جدیدتر، زیر سیستم‌ها و اجزاء مازاد، غیر مشابه بوده و دارای وزن، حجم و قابلیت اطمینان متفاوتی هستند [۱۰-۶]. با این نگرش جدید، هسیه [۶]، با خطی سازی روابط مربوط به قابلیت اطمینان، راهکارهایی برای استفاده از روشهای دقیق ریاضی در تخصیص بهینه اجزاء غیر یکسان، ارائه کرد. با این حال، بدلیل پیچیده و غیرقطعی بودن مسائل تخصیص، استفاده از روشهای ریاضی دقیق در عمل با مشکلاتی همراه است. این روشها، در صورت بالا رفتن تعداد زیرسیستمها و یا افزایش تنوع اجزاء و گسترش فضای جواب‌ها، کارایی خود را از دست داده و عملا در حل مسائل و ساختارهای کوچک قابلیت دارند. از این رو در سالهای اخیر استفاده از روشهای فرابتکاری[5] نسبت به روشهای دقیق ریاضی گسترش پیدا کرده‌اند. غالب این تحقیقات نیز بمنظور بیشینه کردن قابلیت اطمینان با توجه به محدودیت‌های وزن، حجم و هزینه، انجام یافته است. به عنوان مثال، کویت و اسمیت [۷] از الگوریتم ژنتیک برای حل مساله تخصیص مازاد استفاده کردند. لیانگ [۸] روش بهینه سازی کولونی مورچه‌ها را بمنظور بیشینه کردن قابلیت اطمینان و کمینه کردن مجموع وزنی حجم و وزن سیستم بکار برده است. برای همین مسئله، روش جستجوی ممنوعه توسط کوناک [۹] مورد استفاده قرار گرفته است. اخیرا، روشهای نوظهوری مانند جستجوگر همسایگی متغییر[6] و الگوریتم‌های ترکیبی، برای افزایش سرعت محاسباتی و بهبود کیفیت جواب‌ها، بکار گرفته شده‌اند [۱۱و۱۰]. مرور نسبتا کاملی از تحقیقات انجام یافته در خصوص بهینه سازی بر اساس قابلیت اطمینان، شامل مدل‌ها و روش‌های حل، را می‌توان در [۱۲و۲] یافت.

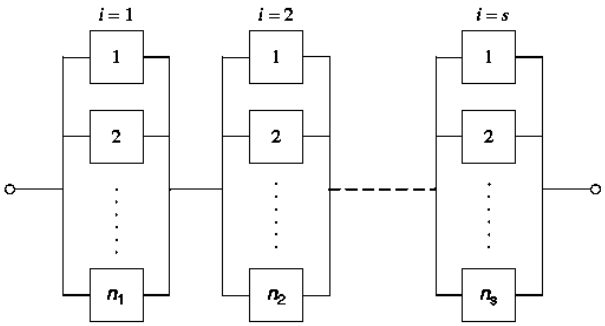
اگرچه تحقیقات در زمینه طراحی بهینه بر اساس قابلیت اطمینان وسیع است اما در غالب آنها محدودیت هایی نظیر وزن و حجم سیستم دردرجه اول اهمیت در بهینه سازی قرار گرفته‌اند و افزایش قابلیت اطمینان با توجه به این محدودیت‌ها و در اولویت‌های بعدی بوده است. این در حالیست که در بسیاری از سیستمهای حساس مهندسی، دستیابی به سطح مشخصی از قابلیت اطمینان از ملزومات اصلی طراحی است. در چنین مواردی، در وهله اول حداقل مقدار قابل قبول قابلیت اطمینان سیستم میباید تامین شده و با توجه به آن سایر مشخصات سیستم، از جمله هزینهٔ تمام شده، بهینه سازی شوند.

بنابراین هدف اصلی در این تحقیق، تعیین بهینهٔ نوع و تعداد اجزاء مازاد سیستم است به نحوی که ضمن تامین سطح مشخصی از قابلیت اطمینان، هزینهٔ کلی سیستم کمینه شده و وزن آن نیز از حد مجاز و از پیش تعیین شده‌ای، بیشتر نگردد. در این راستا در مدل پیشنهادی، کمینه سازی هزینهٔ کل سیستم به عنوان تابع هدف در نظر گرفته شده و حداقل قابلیت اطمینان و حداکثر وزن قابل قبول برای سیستم، به عنوان قیود طراحی بهین لحاظ شده‌اند.

همانند سایر مسائل طراحی و تخصیص بر اساس قابلیت اطمینان، این مساله نیز غیرخطی و پیچیده بوده و کاربرد روشهای سنتی و استاندارد ریاضی برای حل آن بسیار مشکل و زمانبر می‌باشد. از اینرو استفاده از روشهای هوشمند و فرابتکاری موثرتر و عملی‌تر بنظر می‌رسد. به همین جهت، در این مقاله از یکی از الگوریتم‌های کارآمد فرابتکاری بنام "تبرید تدریجی" برای حل این مسالهٔ جدید استفاده شده است.

تعریف مساله

در این مقاله، بمنظور جامعیت بخشیدن به روش ارائه شده، یک سیستم با ساختار عمومی سری با زیر مجموعه های موازی مطابق شکل (۱) در نظر گرفته شده است. این نوع ساختار، از جامع‌ترین و پرکاربردترین ساختارها در طراحی بر اساس قابلیت اطمینان است [۱۲]. در این چیدمان، تعداد s زیرسیستم به صورت سری در کنار یکدیگر قرار گرفته اند. هر زیرسیستم می‌تواند دارای n_i $(i=1,\ldots,s)$ جزء مختلف به صورت موازی باشد. این اجزاء ممکن است از نظر قابلیت اطمینان، هزینه و وزن، با یکدیگر متفاوت بوده و به تعداد مختلف در یک زیرسیستم بکار گرفته شوند.

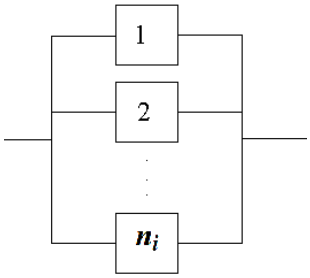


شکل۱- ساختار کلی یک سیستم سری – موازی

بر اساس منطق قابلیت اطمینان، برای عملکرد مطلوب "سیستم"، عملکرد همزمان تمامی "زیرسیستم"های سری آن لازم است. این بدان معنی است که قابلیت اطمینان یک سیستم با زیرسیستم های سری، برابر حاصل ضرب قابلیت اطمینان‌های زیرسیستمهای آن است. اگر سیستمی متشکل از s زیرسیستم سری در نظر گرفته شود و قابلیت اطمینان زیرسیستم iام، R_i باشد، قابلیت اطمینان کل سیستم از رابطه (۱) بدست می‌آید.

$$R_S = \prod_{i=1}^{s} R_i(n_i|k_i) \qquad (۱)$$

همچنین هر "زیرسیستم" در صورت عملکرد صحیح و مناسب حداقل k_i "جزء"، از مجموع اجزاء موازی آن، توانایی عملکرد درست را خواهد داشت. شکل (۲) نشان دهندهٔ زیرسیستم iام است که از n_i جزء مختلف تشکیل شده است.



شکل۲- یک زیرسیستم با n_i جزء موازی

[5] Meta-heuristics
[6] Variable neighborhood search

قابلیت اطمینان سیستم در این حالت (k از m) توسط بسط چند جمله‌ای، و با استفاده از رابطة (۲) بدست می آید.

$$R_i(n_i|k_i)=\sum_{j=k_i}^{n_i}\left(\binom{n_i}{j}\times[R_j]^j\times[1-R_j]^{n_i-j}\right) \qquad (۲)$$

و

$$\binom{n_i}{j}=\frac{n_i!}{j!(n_i-j)!}$$

همان طور اشاره شد، هر زیر سیستم در صورت عملکرد صحیح و مناسب k_i جزء از آن، توانایی عملکرد درست را خواهد داشت. با در دست داشتن قابلیت اطمینان هر یک از اجزاء، می توان به قابلیت اطمینان هر زیرسیستم (رابطة (۲)) و متعاقباً به قابلیت اطمینان کل سیستم (رابطة (۱)) دست یافت. مدل ریاضی مورد نظر برای این مساله در رابطه (۳) بیان شده است.

$$\mathrm{Min}C=\sum_{i=1}^{s}C_i(y_i) \qquad (۳)$$

مشروط به:

$$\sum_{i=1}^{s}W_i(y_i)\le W \qquad \text{و} \qquad R_s=\prod_{i=1}^{s}R_i(y_i|k_i)\ge R$$

در رابطه (۳) و با توجه به شکل (۱)، C هزینه کل سیستم، C_i هزینه زیرسیستم iام، y_i تعداد جزء مازاد در زیرسیستم iام، s تعداد کل زیرسیستم‌های ممکن، R_i و W_i به ترتیب قابلیت اطمینان و وزن زیرسیستم iام و R و W نیز حداقل قابلیت اطمینان و حداکثر وزن قابل قبول برای کل سیستم هستند. همچنین، R_s نشان دهندة قابلیت اطمینان سیستم و k_i حداقل تعداد اجزاء لازم برای عملکرد صحیح زیرسیستم iام می‌باشند. هزینه و وزن هر زیرسیستم، از جمع جبری هزینه و وزن اجزاء آن زیرسیستم به دست می‌آیند.

سیستم مورد نظر با استفاده از اجزاء مختلف قابل طراحی است. هر جزء دارای قابلیت اطمینان، هزینه و وزن خاص خود بوده که بر اساس موقعیت آن در سیستم، تاثیر متفاوتی در هزینه و قابلیت اطمینان طرح نهایی خواهد داشت. با توجه به مطالب فوق، هدف تعیین همزمان نوع، تعداد و موقعیت قرارگیری اجزاء در سیستم است، بنحوی که ضمن تامین محدودیت‌های مرتبط با قابلیت اطمینان و وزن، هزینه کلی سیستم کمینه شود. در حل مدل مذکور، فرض شده است که اجزاء مورد نیاز، به تعداد نامحدود در دسترس هستند و هر یک ممکن است در یکی از دو وضعیت "کاملا سالم" یا "کاملا خراب" قرار داشته باشند.

روش حل - الگوریتم تبرید تدریجی

الگوریتم فراابتکاری تبرید تدریجی، یک الگوریتم بهینه سازی قدرتمند است که اولین بار توسط کرک پاتریک و همکارانش [۱۳] ارائه گردید. در این روش از نحوه سرد شدن تدریجی یک جسم جامد تا دمای اتاق الهام گرفته شده و از الگوی آن در حل مسائل بهینه سازی ترکیبی استفاده می گردد. این الگوریتم در مقایسه با سایر روشها، توانایی بالایی در حل مسائل پیچیده ریاضی دارد. به نحوی که می تواند با گذر از بهینه های محلی، در کمترین زمان ممکن به بهینه سراسری تابع مورد نظر، دست پیدا کند.

کرک پاتریک [۱۳] دریافت که ارتباط جالبی بین الگوی کاهش تدریجی انرژی گرمایی یک جسم جامد و حرکت به سمت بهینة یک تابع ریاضی وجود دارد. از آنجا که در صورت سرد شدن تدریجی یک جسم جامد، ذرات آن تمایل دارند در پایین‌ترین سطح انرژی قرار بگیرند، تابع سرمایش استخراج شده از این پدیده را می‌توان به منظور مینیمم یا ماکزیمم کردن جواب یک تابع ریاضی مورد استفاده قرار داد.

این الگوریتم، از یک جواب اولیة تصادفی و دمای اولیة مناسب شروع کرده و در تکرارهای متعدد، با ایجاد تغییرات کوچک و کنترل شده در جوابها، به سمت جواب بهینه حرکت می‌کند. در هر تکرار الگوریتم، با ایجاد یک تغییر کوچک در جواب موجود، یک همسایگی ایجاد می‌شود که اگر قیود مسئله مورد نظر را ارضاء نماید، این همسایگی به عنوان جواب جدید پذیرفته می-شود. از طرفی، دما نیز طبق یک الگوی سرمایش، کاهش می‌یابد. الگوی سرمایش استفاده شده در این تحقیق، در رابطة (۴) بیان شده است.

$$T_{i+1}=\alpha\times T_i \qquad i=0,1,\ldots, \qquad 0.9<\alpha<1 \qquad (۴)$$

پس از ایجاد یک جواب جدید، مقدار تابع هدف برای جواب کنونی و جواب جدید با یکدیگر مقایسه می شوند. اگر جواب جدید به دست آمده، از جواب کنونی بهتر باشد، جواب جدید به عنوان جواب کنونی پذیرفته شده و الگوریتم به سمت آن حرکت می کند. در غیر این صورت، یک تابع احتمال، که تابعی از دمای کنونی و کیفیت جواب جدید است، تشکیل شده و اگر مقدار تابع احتمال از یک عدد تصادفی در دامنة [0,1) بیشتر باشد، الگوریتم باز هم این جواب بدتر را می‌پذیرد. پذیرش جواب‌های غیر بهبود دهنده بمنظور گریز از بهینه‌های محلی است. احتمال پذیرش جواب، در هر مرحله توسط رابطة (۵) محاسبه می شود.

$$p=\begin{cases}1 & if\ \Delta<0\\ e^{-\Delta/t} & if\ \Delta\ge 0\end{cases} \qquad (۵)$$

$$\Delta=R_{S(i+1)}-R_{S(i)} \qquad , \qquad i=0,1,\ldots$$

هنگامی که دما در ادامه تکرارهای الگوریتم، مطابق الگوی سرمایش (رابطة ۴) کاهش یافت، مقدار تابع احتمال (رابطة ۵) برای جوابهای بدتر نیز بتدریج کاهش یافته و در نتیجه احتمال پذیرش این جوابها هم به مرور کاهش می‌یابد. همانطور که ذکر شد، پذیرش جوابهای نامطلوب به منظور گذر از بهینه های محلی و دست یافتن به بهینه عمومی تابع انجام می گیرد. با توجه به توضیحات ارائه شده، در صورت تنظیم مناسب پارامترهای تنظیمی الگوریتم، در نهایت جواب بهینه (یا نزدیک به بهینه) قابل ابتیاع خواهد بود.

بدلیل سرعت بالای محاسباتی، سادگی و سهولت در برنامه‌نویسی و اجرای الگوریتم تبرید تدریجی، در این تحقیق از این روش به منظور بهینه‌سازی مدل ارائه شده استفاده شده است. با توجه به نتایج محاسباتی، الگوریتم مذکور کارایی بالای خود را در حل مدل پیشنهادی این مقاله به خوبی به اثبات رسانیده است.

نتایج

به منظور بررسی کارایی الگوریتم‌های ارائه شده جهت حل مسائل مختلف بهینه سازی، اکثر محققین از مثالهای مشترکی که اصطلاحاً مسائل الگو[7]

[7] Benchmark problems

جدول ۱- مشخصات اجزاء در دسترس، برای ۱۴ زیرسیستم مسالة الگو

زیرسیستم (i)	مشخصات اجزاء											
	نوع ۱			نوع ۲			نوع ۳			نوع ٤		
	r_{i1}	c_{i1}	w_{i1}	r_{i2}	c_{i2}	w_{i2}	r_{i3}	c_{i3}	w_{i3}	r_{i4}	c_{i4}	w_{i4}
۱	۰,۹۰	۱	۳	۰,۹۳	۱	٤	۰,۹۱	۲	۲	۰,۹۵	۲	۵
۲	۰,۹۵	۲	۸	۰,۹٤	۱	۱۰	۰,۹۳	۱	۹	-	-	-
۳	۰,۸۵	۲	۷	۰,۹۰	۳	۵	۰,۸۷	۱	٦	۰,۹۲	٤	٤
٤	۰,۸۳	۳	۵	۰,۸۷	٤	٦	۰,۸۵	۵	٤	-	-	-
۵	۰,۹٤	۲	٤	۰,۹۳	۲	۳	۰,۹۵	۳	۵	-	-	-
٦	۰,۹۹	۳	۵	۰,۹۸	۳	٤	۰,۹۷	۲	۵	۰,۹٦	۲	٤
۷	۰,۹۱	٤	۷	۰,۹۲	٤	۸	۰,۹٤	۵	۹	-	-	-
۸	۰,۸۱	۳	٤	۰,۹۰	۵	۷	۰,۹۱	٦	٦	-	-	-
۹	۰,۹۷	۲	۸	۰,۹۹	۳	۹	۰,۹٦	٤	۷	۰,۹۱	۳	۸
۱۰	۰,۸۳	٤	٦	۰,۸۵	٤	۵	۰,۹۰	۵	٦	-	-	-
۱۱	۰,۹٤	۳	۵	۰,۹۵	٤	٦	۰,۹٦	۵	٦	-	-	-
۱۲	۰,۷۹	۲	٤	۰,۸۲	۳	۵	۰,۸۵	٤	٦	۰,۹۰	۵	۷
۱۳	۰,۹۸	۲	۵	۰,۹۹	۳	۵	۰,۹۷	۲	٦	-	-	-
۱٤	۰,۹۰	٤	٦	۰,۹۲	٤	۷	۰,۹۵	۵	٦	۰,۹۹	٦	۹

نامیده می‌شوند، استفاده می‌کنند. به کمک این مسائل، مقایسه روشهای ارائه شده، از حیث همگرایی به سمت جواب بهینه، سرعت همگرایی، زمان محاسبات و کیفیت جوابها، به آسانی میسر شده است.

در خصوص مدل معمول بهینه سازی تخصیص اجزاء مازاد (بیشینه سازی قابلیت اطمینان)، مهمترین و پرکاربردترین مسالة الگو، مثالی است که اولین بار توسط فایف ارائه گردید[۱۴]. در این مساله، یک سیستم سری-موازی متشکل از ۱۴ زیرسیستم سری مطابق شکل (۱) در نظر گرفته شده است. هدف در بهینه سازی این مساله، تعیین تعداد و نوع اجزاء به کار رفته در سیستم است به نحوی که قابلیت اطمینان سیستم بیشینه شده و هزینه و وزن کل سیستم از حدود تعیین شده (به ترتیب از ۱۳۰ و ۱۷۰) بیشتر نگردد. برای هر زیر سیستم، ۳ یا ۴ نوع جزء مختلف در دسترس هستند، که می توانند در سیستم مورد استفاده قرار گیرند. این اجزاء از نظر قابلیت اطمینان، هزینه و وزن با یکدیگر متفاوت بوده و در هر زیرسیستم ممکن است به تعداد مختلف و به صورت موازی، در کنار یکدیگر بکار برده شوند. مشخصات این اجزاء در جدول (۱) آمده است.

در رابطه با همین مسئله، ناکاگاوا و میازاکی مثال فوق را گسترش داده و آن را به ۳۳ مساله، با توابع هدف یکسان و قیود مختلف، تبدیل نمودند[۱۵]. آنها قید وزن را برای همه مسائل همان ۱۳۰ در نظر گرفته، ولی قیود وزن را از ۱۵۹ تا ۱۹۱ با پله واحد تغییر دادند. به این ترتیب، ۳۳ مسالة مجزا طراحی گردید که به عنوان مسائل الگو، تاکنون مورد استفادة محققین زیادی قرار گرفته است.

با توجه به جامعیت مسالة الگوی بیان شده، همین مثال در این مقاله نیز مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته است. این در حالیست که تابع هدف و قیود مدل پیشنهادی در این تحقیق اهداف متفاوتی را دنبال می‌کنند. همچنین بهترین نتایج حاصل در ادبیات موضوع ("جستجوگر همسایگی متغیر" [۴]) نیز به عنوان قیود قابلیت اطمینان، مد نظر قرار گرفته‌اند.

الگوریتم مذکور در محیط برنامه نویسیMATLAB نوشته شده و در کامپیوتری با پردازشگر 4GHz و 1GB RAM اجرا شده است. تمامی محاسبات الگوریتم، با دقت ۱۴ رقم اعشار انجام گرفته و نتایج نهایی با ۵ رقم اعشار نمایش داده شده اند.

بهترین نتایج بدست آمده از طریق الگوریتم تبرید تدریجی بمنظور حل مسالة بیان شده، در جدول (۲) و در ستونهایی که با علامت «*» مشخص شده‌اند ارائه گردیده‌اند. قیود وزن و قابلیت اطمینان لحاظ شده در مساله، به ترتیب در ستونهای اول و دوم جدول (۲) آمده‌اند. همان طور که در جدول (۲) مشاهده می‌شود، نتایج محاسباتی برای ۳۳ مساله، به صورت نزولی برحسب مقدار قید وزن مرتب شده‌اند. بدین ترتیب که از بالا به پایین مقدار مجاز وزن سیستم کمتر شده و مسائل مقیدتر شده‌اند.

ستونهای ششم و هفتم جدول (۲)، مقایسه‌ای بین مقادیر متغییرهای طراحی، نسبت به بهترین نتایج موجود در ادبیات موضوع را نشان می‌دهد. مطابق قیاس انجام گرفته، قابلیت اطمینان در تمامی جوابهای مدل جدید بالاتر از مقادیر گذشته می‌باشد، کاهش هزینه در تمامی موارد نسبت به مدل قبل دیده شده و نکتة حائز اهمیت در این نتایج، بالاتر بودن درصد "کاهش هزینه" نسبت به "افزایش وزن" در مدل پیشنهادی این پژوهش است.

بهترین ساختارهای به دست آمده ، در ستون "ساختار بهینة نهایی" جدول (۲) نشان داده شده است. رشته اعداد بیان شده در این ستون، نشان دهنده تعداد و نوع اجزاء به کار رفته در هر زیرسیستم هستند. این ستون شامل ۱۴ گروه اعداد است. این اعداد در بازه ۱ تا ۴ مربوط به نوع جزء مازاد بوده که هر کدام از ساختار یک زیرسیستم را نشان می‌دهد.

برای مثال، در سطر اول جدول (۲)، در سمت چپ رشته اعداد، عدد ۲۱۱ وجود دارد. این گروه عدد، مربوط به ساختار اولین زیرسیستم بوده و نشان دهنده این است که در این زیرسیستم، دوبار از جزء نوع اول (مشخصات این جزء در جدول ۱ آمده است) و یکبار از جزء نوع دوم، به صورت موازی و به طور همزمان استفاده شده است. همچنین، عدد ۴۲ مربوط به آخرین گروه این سطر، نشان می‌دهد که در زیرسیستم چهاردهم یکبار از جزء ۲ و یکبار از جزء ۴ به صورت موازی استفاده گردیده است. این سطر نشان دهندة

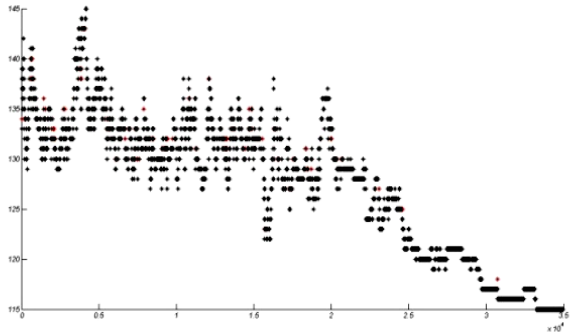
جدول ۲- مشخصات و ساختارهای بهینة به دست آمده برای ۳۳ مسالة الگو با استفاده از الگوریتم تبرید تدریجی

ساختار بهینة نهایی*	درصد کاهش هزینه	درصد افزایش وزن	قابلیت اطمینان*	هزینه*	وزن*	قید قابلیت اطمینان	قید وزن
211,21,443,1111,221,41,111,1111,21,332,111,1111,11,42	13.84	9.42	0.986823	112	209	0.98681	210
222,11,443,221,222,31,111,1111,21,322,111,11111,11,42	13.07	10.00	0.986483	113	209	0.98642	209
222,11,443,1111,222,31,221,1111,11,322,31,11111,11,43	13.07	10.05	0.986194	113	208	0.98592	208
211,11,332,222,222,31,111,1111,21,332,111,1111,11,41	16.15	10.10	0.984979	109	207	0.98487	207
321,11,322,1111,221,41,222,1111,21,322,111,1111,11,33	14.61	10.16	0.984719	111	206	0.98467	206
211,11,443,3111,221,32,111,221,11,222,111,1111,11,42	12.40	10.21	0.984184	113	205	0.98418	205
221,21,444,1111,222,41,221,321,11,322,21,2111,11,43	11.53	10.27	0.983538	115	204	0.98351	204
321,11,433,1111,222,41,111,221,21,331,33,1111,11,33	13.07	10.32	0.982998	113	203	0.98299	203
222,21,443,321,222,32,111,1111,11,2222,21,1111,11,43	13.17	10.38	0.982421	112	202	0.98226	202
3311,11,433,221,222,32,221,311,21,332,111,1111,11,33	11.81	10.43	0.981714	112	201	0.98147	201
111,11,443,221,222,41,211,311,21,2222,21,1111,11,42	13.17	10.49	0.981359	112	200	0.98103	200
211,21,422,3111,222,11,33,3111,21,322,31,1111,11,33	10.15	10.00	0.980478	115	198	0.98029	199
111,11,322,211,222,42,111,1111,21,222,31,1111,11,311	13.49	10.61	0.979536	109	198	0.97951	198
211,11,222,221,222,41,211,211,21,332,21,1111,11,33	14.84	10.11	0.978490	109	196	0.97838	197
1111,11,433,211,222,41,33,1111,11,322,31,1111,11,41	17.46	10.73	0.977969	104	196	0.9776	196
1111,11,432,211,221,41,32,1111,11,332,11,1111,11,41	16.12	10.79	0.976703	104	195	0.97669	195
2111,11,322,332,11,41,33,1111,21,322,11,1111,21,43	13.60	10.85	0.975772	108	194	0.97571	194
211,11,433,221,222,43,32,311,11,322,32,1111,21,41	15.44	10.91	0.974973	104	193	0.97493	193
331,11,443,111,222,33,32,211,21,322,11,11111,11,42	16.00	10.98	0.973838	105	192	0.97381	192
311,21,332,321,222,43,32,1111,11,222,11,1111,11,43	18.69	11.04	0.973059	100	191	0.97303	191
321,11,222,221,222,32,22,211,11,222,11,3111,11,43	13.93	11.11	0.972224	105	190	0.97193	190
331,11,333,111,221,44,22,1111,21,322,31,2111,11,33	16.66	11.17	0.970848	100	189	0.97076	189
111,11,432,111,222,44,21,321,11,322,11,1111,11,42	16.52	11.24	0.970196	101	188	0.96929	188
322,11,433,221,222,44,22,111,11,322,11,1111,21,41	17.64	11.30	0.968189	98	187	0.96813	187
321,11,333,311,21,42,22,311,11,222,31,1111,11,42	17.79	11.37	0.966386	97	186	0.96634	186
211,31,433,111,222,44,21,1111,21,222,11,411,11,33	16.37	11.44	0.965056	97	185	0.96504	185
311,11,443,111,11,31,33,111,11,222,111,222,11,33	12.82	11.51	0.963863	102	184	0.96371	184
221,22,44,111,222,44,31,211,11,322,11,1111,31,33	15.65	11.58	0.962494	97	183	0.96242	183
211,22,44,111,222,41,31,211,11,222,11,1111,11,32	15.78	11.65	0.961107	96	182	0.96064	182
111,11,44,111,221,43,32,111,11,222,111,411,31,32	13.91	11.72	0.959289	99	181	0.95919	181
211,33,433,332,222,44,21,211,11,222,11,111,11,33	15.04	11.80	0.958126	96	180	0.95804	180
311,31,222,321,222,43,22,211,11,222,11,311,11,4	14.91	11.25	0.955727	97	178	0.95567	179
111,11,432,211,222,33,22,111,11,33,11,222,11,33	13.63	11.94	0.954885	95	178	0.95457	178

- ستونهایی که با « * » مشخص شده اند مربوط به جوابهای نهایی الگوریتم تبرید تدریجی هستندکه بمنظور بهینه سازی مدل پیشنهادی، استحصال شده‌اند

ساختار نهايي سيستمی با حداكثر وزن مجاز ۲۱۰ و قابليت اطمينان ۹۸,۶۸۱% است. با توجه به اين قيود، حداقل هزينة بدست آمده ۱۱۲ و مقدار وزن كل سيستم ۲۰۹ واحد است كه با ساختار داده شده قابل ابتياع می‌باشد.

همگرايی الگوريتم به سمت جواب بهينه در شكل (۳) نشان داده شده است. همانگونه كه در اين شكل مشاهده می‌شود، الگوريتم دارای نرخ همگرايی بسيار مناسبی به سمت جواب نهايي می‌باشد.



شکل۳-همگرایی الگوریتم تبرید تدریجی به سمت حداقل هزینه

نتیجه گیری

در طراحی بهین بسیاری از محصولات و مکانیزم‌ها، ملزومات طراحی ایجاب می کند که محصول طراحی شده دارای حداقل سطحی از قابلیت اطمینان باشد. در این حالت قابلیت اطمینان باید به عنوان قید در مدلسازی استفاده شده و مشخصه های دیگر سیستم به عنوان هدف، بهینه سازی گردند. در این تحقیق کاربرد الگوریتم تبرید تدریجی در طراحی و تخصیص بهینه اجزا مازاد، به منظور کمینه کردن هزینه، مورد بررسی قرار گرفت. رویکرد پیشنهادی قادر به تعیین همزمان نوع و تعداد اجزا مازاد برای هر زیر سیستم است، بنحوی که ضمن تامین محدودیت های طراحی از قبیل قابلیت اطمینان و وزن، هزینه سیستم مورد نظر نیز کمینه شود. با توجه به نتایج حاصله، الگوریتم پیشنهادی، دارای عملکرد بسیار خوبی بوده به نحوی که در زمان محاسباتی کوتاه به بهترین جواب همگرا می‌شود. از طرفی مدل پیشنهادی می‌تواند به عنوان روشی کارا، در طراحی براساس حداقل هزینه و با در نظر گرفتن سطح قابل قبولی از قابلیت اطمینان، مورد استفاده قرار گیرد.

مراجع

1- Blischke W.R., and Murthy D.N.P., Reliability: Modeling, Prediction, and Optimization. John Wiley & Sons, New York, 2000.

2- Kuo W., and Prasad V.R., An annotated overview of system-reliability optimization. IEEE Trans. Reliab., v. 49, n. 2, 2000, pp. 176–187.

3- Chern M.S., On the computational complexity of reliability redundancy allocation in a series system. Oper. Res. Lett., v. 11, 1992, pp. 309–315.

4- Bellman R., and Dreyfus S., Dynamic programming and the reliability of multicomponent devices. Oper. Res., v. 6, 1958, pp. 200–206.

5- Ghare P.M., and Taylor R.E., Optimal redundancy for reliability in series systems. Oper. Res., v. 17, 1969, pp. 838–847.

6- Hsieh Y.C., A linear approximation for redundant reliability problems with multiple component choices. Comput. Ind. Eng., v. 44, 2002, pp. 91–103.

7- Coit D.W., and Smith A.E., Reliability optimization of series-parallel systems using a genetic algorithm. IEEE Trans. Reliab., v. 45, n. 2, 1996, pp. 254–260.

8- Liang Y-C., and Smith A.E., An ant colony optimization algorithm for the redundancy allocation problem (RAP). IEEE Trans. Reliab., v. 53, n. 3, 2004, pp. 417–423.

9- Kulturel-Konak S., and Coit D.W., and Smith A.E., Efficiently solving the redundancy allocation problem using tabu search. IIE Trans., v. 35, n. 6, 2003, pp. 515–526.

10- Liang Y-C., and Chen Y-C., Redundancy allocation of series-parallel systems using a variable neighborhood search algorithm. Reliab. Eng. Syst. Safety, v. 92, 2007, pp. 323–331.

11- Coit D.W., and Smith A.E., Solving the redundancy allocation problem using a combined neural network/genetic algorithm approach. Comput. Oper. Res., v. 23, n. 6, 1996, pp. 515–526.

12- Kuo W., and Wan R., Recent Advances in Optimal Reliability Allocation. IEEE Trans. Sys., v. 37, n. 2, 2007, pp. 143–156.

13- Kirkpatrick S., and Gelat C.D., and Vecchi M.P., Optimization by simulated annealing. Science, v. 220, 1983, pp. 671–680.

14- Fyffe D.E, Hines W.W., and Lee N.K., System reliability allocation and a computational algorithm. IEEE Trans. Rel., v.17, n. 2, 1968, pp. 64–69.

15- Nakagawa Y., and Miyazaki S., Surrogate constraints algorithm for reliability optimization problems with two constraints. IEEE Trans. Rel., v.30, n. 2, 1981, pp. 175–180.