

## روشی نو برای بهینه سازی شکل خرپاهای فضایی

محمد رضایی پزند - علی زارع بهاری

دانشگاه فردوسی مشهد - دانشکده مهندسی گروه عمران

چکیده: از توابع شکل جزء هم عامل بیست گرهی استفاده شده و روابطی برای بهینه ساختن شکل خرپاهای سه بعدی ارائه می‌گردد. با انتخاب متغیرهای طراحی مناسب می‌توان به صورت شایسته‌ای از این روش بهره جست. مثالهای مقاله، چگونگی تحلیل بهینه خرپاهای فضایی با برنامه رایانه‌ای نوشته شده را نشان می‌دهد. درستی روش پیشنهادی با نتایج گرفته شده از برنامه رایانه‌ای دیگر - که با متغیرهای طراحی مختصات گرهی کار می‌کند - واری می‌شود.

### ۱ - مقدمه

به طور کلی، می‌توان مسائل طراحی بهینه سازه‌ها را در یکی از سه گروه: بهینه‌سازی مقطع عرضی اعضا، بهینه‌سازی پیکره و بهینه‌سازی شکل هندسی سازه قرارداد [۱]. در زمینه بهینه‌سازی مقطع عرضی و پیکره خرپاها، پژوهش‌های زیادی انجام گرفته است. سال ۱۹۶۰ را می‌توان آغاز بهینه‌سازی با استفاده از مسائل برنامه ریزی دانست [۲]. در این سال، اشمیت مقطع عرضی خرپای سه عضوی را بهینه‌سازی کرد. با وجود تلاشهای فراوان انجام شده در زمینه بهینه‌سازی شکل خرپاها، تاکنون روشهای بسیار موثری ارائه نشده است [۳]. اولین بار کورکوران بهینه‌سازی شکل خرپای سه عضوی اشمیت را مورد بررسی قرارداد [۴]. اندریلاتز و موسس، برای بهینه‌یابی شکل خرپاها از روش جدیدی استفاده نمودند. این پژوهشگران، با توجه به طبیعت متفاوت دو نوع متغیر سطح مقطع و مختصات گرهی، از دو فضای طراحی جداگانه استفاده کردند [۵]. به سخن دیگر، مساله بهینه‌سازی شکل خرپا به حل دو مساله برنامه‌ریزی تبدیل گردید. نخست با فرض هندسه ثابت، سطح مقطع بهینه اعضا حساب می‌شد، سپس با فرض سطح مقطع‌های ثابت، شکل هندسی خرپا بهینه‌یابی می‌گردید. نکته مهم در این پژوهش، پیدا نمودن روابطی بود که این دوفضا را به هم وابسته می‌کرد. این روابط از محدودیت‌های فعال مرحله اول محاسبه می‌شدند.

روش موثری برای بهینه‌یابی هندسه خرپاهای برجی شکل ارائه شده است [۶]. در این پژوهش، متغیرهای

طراحی، طول اعضای تلسکوپی و مختصات گرهی در نظر گرفته شد. خرپای مزبور از نظر داخلی و تکیه گاهی معین است. براین اساس، با افزایش و کاهش طول یک عضو، هیچ نوع تنش در اعضای دیگر به وجود نمی آید. این پژوهشگران، با در نظر نگرفتن متغیر سطح مقطع مساله بهینه یابی ساده تری را بررسی کردند. به سخن دیگر، از ترکیب دو نوع متغیر سطح مقطع و مختصات گرهی پرهیز نمودند.

زو واکسیا [۷]، روشی با سرعت همگرایی بسیار بالا و شمار چرخه های کم ارائه کردند. در پژوهش آنها، به متغیر مختصات ارزش بیشتری، نسبت به متغیر سطح مقطع داده شده بود. زو و همکارش، برای بهینه سازی مساله خود از جمله های توان اول متغیرهای سطح مقطع و جمله های توان اول و دوم متغیرهای مختصات در دنباله تیلور استفاده کردند. گرچه این روش دارای سرعت همگرایی بالایی می باشد، اما کاربرد آن در مسائل بهینه سازی به سبب وجود روابط پیچیده مشکل است.

ساکا، روش جدیدی را برای بهینه یابی خرپاهای سقفی ارائه کرد [۸-۹]. او به جای استفاده از متغیر مختصات گره های تخت بالایی خرپا، به عنوان متغیر طراحی، از شیب سقف استفاده کرده است. در این روش، تعداد متغیرهای طراحی کاهش چشمگیری داشت و شکل نهایی خرپا نیز قابل اجرا بود. روش ساکا، یکی از موثرترین روشها در بهینه سازی خرپای سقفی می باشد. یادآوری می نماید، هریک از روشهای مورد بحث دارای ویژگی خاصی هستند.

در ادامه، برای بهینه سازی شکل خرپاهای فضایی، روش جدیدی ارائه می گردد. در این روش، به منظور کم کردن تعداد متغیرهای طراحی و محدودیتها از توابعی استفاده می گردد که هر یک از این توابع، مختصات گرهی خرپای سه بعدی را به مختصات نقاط کلیدی تابع وابسته می نماید. در روابط پیشنهادی، مختصات گرهی خرپای فضایی به عنوان متغیر طراحی در نظر گرفته نمی شود، بلکه مختصات تعدادی از نقاط یک تابع فرضی به عنوان متغیر طراحی اختیار می گردد. در سازه های پیوسته، نخستین بار امام [۱۰]، برای کم کردن تعداد متغیرهای طراحی و همچنین به پاسخ رسیدن مسائل بهینه سازی از محیط جزء هم عامل استفاده کرد. نویسندگان مقاله، با استفاده از فضای داخلی این جزء، شکل خرپای سه بعدی را بهینه می کنند. با قراردادن خرپا در داخل جزء هم عامل و وابسته کردن مختصات گره های خرپا به گره های جزء، با هر تغییری در مختصات گره های جزء می توان شکل جدید خرپای فضایی را به دست آورد.

## ۲- روش جدید در بهینه سازی شکل خرپا

برای تشریح روش پیشنهادی، مساله بهینه سازی شکل خرپا به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$W = W(A, Ce) \quad (۱) \text{ کمینه:}$$

$$S(A, D, Ce) - p_i = 0 \quad (۲) \text{ محدودیت سختی:}$$

$$i = 1, 2, \dots, NS$$

$$\sigma_i(A, D, Ce) - \sigma_{ip} \leq 0 \quad (۳) \text{ محدودیت تنش:}$$

$$i = NS + 1, \dots, NS + NM$$

$$Ce_l \leq Ce \leq Ce_u \quad (۴) \text{ محدودیت مختصات گرهی:}$$

$$A_l \leq A \leq A_e \quad (۵) \text{ محدودیت اندازه سطح مقطع:}$$

$$A, Ce \geq 0 \quad (۶) \text{ محدودیت نامنفی بودن متغیرها:}$$

در روابط درج شده،  $C_e$  بردار مختصات گرهی جزء محدود،  $C_{e1}$  و  $C_{e2}$ ، به ترتیب، کرانه بالا و پائین مختصات گرهی جزء رانشان می‌دهد.  $NS$  تعداد معادلات حاکم - درجات آزادی - و  $NM$  تعداد اعضای خرپا می‌باشد. به طور معمول، وزن سازه به عنوان تابع هدف در نظر گرفته شده و به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$W = \sum_{i=1}^{NM} \rho_i A_i L_i \quad (7)$$

$$L_i = [(X_s - X_f)^2 + (Y_s - Y_f)^2 + (Z_s - Z_f)^2]^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

بین مختصات گره‌های جزء محدود و مختصات گرهی خرپا رابطه زیر برقرار است:

$$C_1 = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta, \zeta) C_e \quad (9)$$

در این رابطه،  $C_1$  مختصات گرهی خرپا می‌باشد.  $N_i(\xi, \eta, \zeta)$  تابع شکل جزء هم عامل  $n$  گرهی است.  $\xi, \eta$  و  $\zeta$  مختصات محلی جزء طراحی هستند.

محدودیت سختی سازه را به صورت زیر می‌توان ارائه کرد:

$$[K(A, C_1)] \{D\} - \{P\} = 0 \quad (10)$$

برای این رابطه، مقادیر  $C_1$  از رابطه (۹) به دست می‌آید. بردارهای  $\{D\}$  و  $\{P\}$ ، به ترتیب، بردار تغییر مکانها و نیروهای گرهی خرپا می‌باشند. تغییر مکانها به صورت متغیر طراحی در مساله بهینه‌سازی در نظر گرفته شده‌اند.  $[K]$  ماتریس سختی کل است که از سوار کردن ماتریس سختی اعضای خرپا به دست می‌آید. یاد آوری می‌نماید، ماتریس سختی یک عضو خرپایی، مطابق معمول، برحسب مختصات دو گره آن محاسبه می‌شود. محدودیت تنش عضوی را به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$\sigma_i = -U_i D_{xf} - V_i D_{yf} - W_i D_{zf} + U_i D_{xs} + V_i D_{ys} + W_i D_{zs} \quad (11)$$

در این رابطه،  $D_{xs}$ ،  $D_{ys}$  و  $D_{zs}$  تغییر مکانهای گرهی در جهت محورهای مختصات  $X$  و  $Y$  و  $Z$  هستند. ضرایب  $U_i$  و  $V_i$  و  $W_i$  به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\{U_i, V_i, W_i\}^T = \left\{ \frac{E(X_s - X_f)}{L_i^3}, \frac{E(Y_s - Y_f)}{L_i^3}, \frac{E(Z_s - Z_f)}{L_i^3} \right\} \quad (12)$$

همان گونه که مشاهده شد، مساله بهینه‌سازی شکل خرپا به صورت غیرخطی می‌باشد. برای حل مساله بهینه‌سازی غیرخطی، از روش تقریبی تبدیل به برنامه ریزی خطی استفاده می‌شود. در این روش، مساله برنامه ریزی غیرخطی با استفاده از جملات خطی دنباله تیلور تبدیل به مساله تقریبی برنامه ریزی خطی می‌شود. در این

صورت، مساله بهینه سازی را به شکل زیر می توان ارائه داد:

$$W = W(V^*) + \nabla W(V^*)[V^1 - V^*] \quad (۱۳) \text{ کمینه:}$$

$$S_i(V^*) + \nabla S_i(V^*)[V^1 - V^*] = 0 \quad (۱۴) \text{ محدودیت سختی:}$$

$$\sigma_i(V^*) + \nabla \sigma_i(V^*)[V^1 - V^*] \leq 0 \quad (۱۵) \text{ محدودیت تنش:}$$

$$V_l \leq V^1 \leq V_u \quad (۱۶) \text{ محدودیت اندازه متغیرها:}$$

$$(1-m) A^* \leq A^1 \leq (1+m) A^* \quad (۱۷) \text{ حدود حرکت متغیر سطح مقطع:}$$

$$(1-n) C_e^* \leq C_e^1 \leq (1+n) C_e^* \quad (۱۸) \text{ حدود حرکت متغیر مختصات جزء:}$$

باید دانست که قسمت خطی دنباله تیلور در هم جواری نقطه مورد نظر به طور تقریبی صحیح است. محدودیت های (۱۷ و ۱۸) حدود هم جواری و یا به سخن دیگر، حد حرکت متغیرهای طراحی می باشند. در روابط درج شده،  $V$  بردار متغیرهای طراحی است و گرادینان توابع به صورت زیر نوشته می شود:

$$\nabla W(V^*) = \left[ \frac{\partial W}{\partial A^*}, 0, \frac{\partial W}{\partial C_e^*} \right] \quad (۱۹)$$

$$\nabla S_i(V^*) = \left[ \frac{\partial S_i}{\partial A^*}, \frac{\partial S_i}{\partial D^*}, \frac{\partial S_i}{\partial C_e^*} \right] \quad (۲۰)$$

$$\nabla \sigma_i(V^*) = \left[ 0, \frac{\partial \sigma_i}{\partial D^*}, \frac{\partial \sigma_i}{\partial C_e^*} \right] \quad (۲۱)$$

### ۳- محاسبه بردارهای گرادینان

اینک مشتق های محدودیت سختی محاسبه می شود. مشتق ماتریس سختی کل سازه نسبت به یک متغیر طراحی را می توان با سوار کردن یکایک مشتق های ماتریسهای سختی اجزای سازه نسبت به آن متغیر به دست آورد. رابطه سختی و مشتق های آن به صورت زیر نوشته می شود:

$$S(A, D, C_t) = [K(A, C_t)] \{D\} - \{P\} = 0 \quad (۲۲)$$

$$\frac{\partial S}{\partial A_i} = \left[ \frac{\partial K(A, C_t)}{\partial A_i} \right] \{D\} \quad (۲۳)$$

$$\left\{ \frac{\partial S}{\partial D_i} \right\} = [K(A, C_t)] \left\{ \frac{\partial D}{\partial D_i} \right\} \quad (۲۴)$$

در رابطه های درج شده،  $C_t$  بر حسب مختصات گره های جزء، طبق رابطه (۹)، جایگزین می گردد. مشتق محدودیت سختی نسبت به متغیر مختصات گره های کلیدی جزء طراحی به صورت زیر ارائه می شود:

$$\left\{ \frac{\partial S}{\partial C_{ei}} \right\} = \left[ \frac{\partial K(A, C_t)}{\partial C_{ei}} \right] \{D\} \quad (۲۵)$$

با استفاده از قانون مشتق های زنجیره ای، رابطه (۲۵) را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\left\{ \frac{\partial S}{\partial C_{ei}} \right\} = \left[ \frac{\partial K(A, C_t)}{\partial C_t} \right] \frac{\partial C_t}{\partial C_{ei}} \{D\} \quad (۲۶)$$

در رابطه (۲۶)، مشتق‌های ماتریس سختی به جای محاسبه برحسب متغیر طراحی مختصات گرهی جزء برحسب مختصات گرهی خرپا محاسبه می‌شوند. به سخن دیگر، مشتق‌های ماتریس سختی اعضا باید نسبت به تمام گره‌های خرپا محاسبه شوند. در این صورت، رابطه (۲۶) به صورت زیر در می‌آید:

$$\left\{ \frac{\partial S}{\partial C_{ei}} \right\} = \left[ \sum_{j=1}^{nn} \frac{\partial K(A, C_t)}{\partial C_{tj}} \times \frac{\partial C_{tj}}{\partial C_{ei}} \right] \{D\} \quad (27)$$

در این رابطه،  $nn$  تعداد گره‌های خرپا می‌باشد. مشتق‌های ماتریس سختی برحسب متغیرها،  $\partial K(A, C_t) / \partial C_{tj}$  برای این تحلیل حساب شده است. باید دانست، به دلیل وابسته شدن مختصات گره‌های کلیدی جزء این مشتق نسبت به تمامی گره‌های خرپا و برای همه اعضا به ازای هر متغیر مختصات کلیدی محاسبه می‌شود. از سوی دیگر، مقدار  $\partial C_{tj} / \partial C_{ei}$  با استفاده از رابطه (۹) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\partial C_{tj}}{\partial C_{ei}} = N_i(\xi_j, \eta_j, \zeta_j) \quad (28)$$

اینک می‌توان مشتق رابطه سختی را نسبت به متغیر مختصات گره‌های کلیدی به صورت رابطه زیر نوشت:

$$\left\{ \frac{\partial S}{\partial C_{ei}} \right\} = \left[ \sum_{j=1}^{nn} \frac{\partial K(A, C_t)}{\partial C_{tj}} \times N_i(\xi_j, \eta_j, \zeta_j) \right] \{D\} \quad (29)$$

جزئیات مشتق‌های معادلات تنش برحسب متغیرهای مختصات را با در نظر داشتن رابطه (۱۱ و ۱۲) می‌توان

چنین نوشت:

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial A_i} = 0 \quad (30)$$

$$\left\{ \frac{\partial \sigma_i}{\partial D_i} \right\} = [B(C_t)] \left\{ \frac{\partial D}{\partial D_i} \right\} \quad (31)$$

در رابطه (۳۱)،  $B$  تابعی از مختصات گرهی خرپا می‌باشد که از رابطه (۹) به دست می‌آید. برای محاسبه حساسیت تنش برحسب متغیر مختصات گرهی جزء طراحی از قانون مشتق زنجیره‌ای استفاده می‌شود. براین اساس، برای عضو  $K$  ام رابطه‌ای به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\partial \sigma_k}{\partial C_{ei}} = \sum_{j=1}^{nm} \frac{\partial \sigma_k}{\partial C_{tj}} \times \frac{\partial C_{tj}}{\partial C_{ei}} \quad k=1, \dots, nm \quad (32)$$

در رابطه (۳۲)،  $nm$  تعداد اعضای خرپا می‌باشد. مقدار  $\partial C_{tj} / \partial C_{ei}$  از رابطه (۲۸) برابر با تابع شکل گره  $i$  ام جزء طراحی است. درایه‌های مشتق‌های  $\partial C_{tj} / \partial C_{tj}$  برای این تحلیل حساب شده است. اینک می‌توان حساسیت تنش را به صورت زیر نوشت:

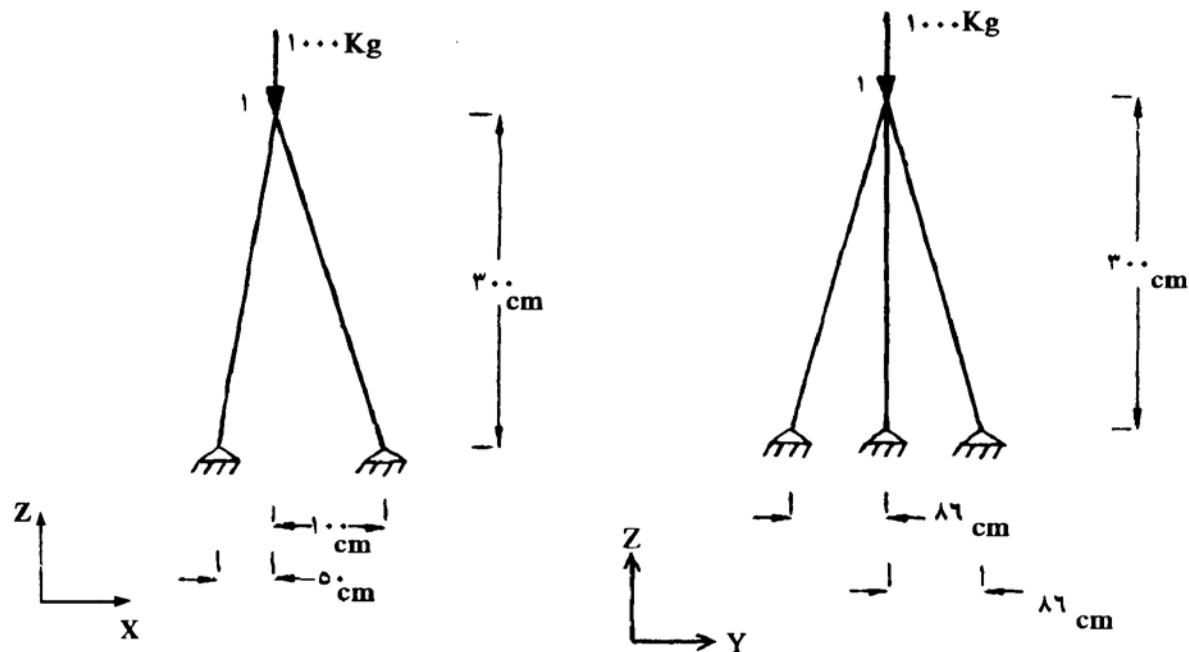
$$\frac{\partial \sigma_k}{\partial C_{ei}} = \sum_{j=1}^{nn} \frac{\partial \sigma_k}{\partial C_{tj}} \times N_i(\xi_j, \eta_j, \zeta_j) \quad k=1, \dots, nm \quad (33)$$

با محاسبه بردارهای گرادیان مساله بهینه‌سازی شکل خرپا را می‌توان به صورت تقریبی برنامه ریزی (۱۳) تا (۱۶) برای حدود (۱۷ و ۱۸) نوشت. با حل این مساله، پاسخ بهینه در حد حرکت مزبور به دست می‌آید. اکنون با نوشتن دنباله تیلور در همجواری پاسخ جدید، مساله برای تکرار بعدی آماده می‌شود. شکل بهینه خرپا پس از همگرایی پاسخها به دست می‌آید.

بر مبنای روش جدید در این مقاله، برنامه رایانه‌ای به نام *SOT3D* نوشته شده است، این برنامه با استفاده از یک جزء هم عامل بیست گرمی شکل خرپاهای فضایی را بهینه‌یابی می‌کند. برای نشان دادن درستی پاسخهای روش پیشنهادی، نتایج با روش استفاده مستقیم از مختصات گرهی خرپا مقایسه می‌شوند. براین اساس، برنامه رایانه‌ای دیگری به نام *SOT3D* ارائه گردید. در این برنامه با استفاده مستقیم از مختصات خرپا شکل خرپاهای فضایی بهینه‌یابی می‌شد. در ادامه دو مثال عددی درج شده است.

مثال ۱:

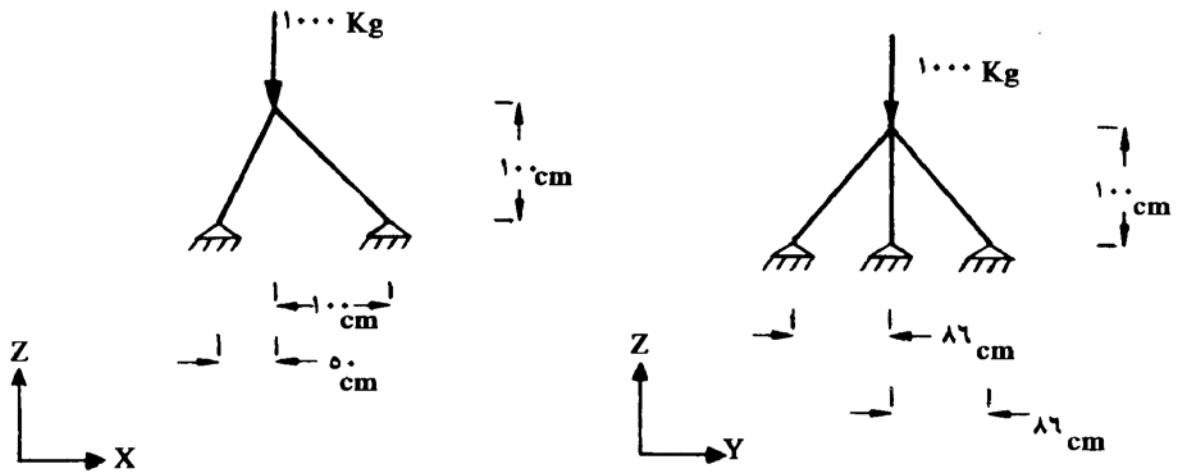
قرار است خرپای فضایی سه عضوی شکل (۱) بهینه‌یابی شکل شود. سطح مقطع هر یک از اعضا برابر ۵/۰ سانتی متر مربع می‌باشد. ضریب کشسانی مصالح  $E=20000000$  و تنشهای مجاز کششی و فشاری برابر با ۱۴۰۰ کیلوگرم بر سانتی متر مربع است. در ادامه، این سازه با دو روش مستقیم و نیز روش پیشنهادی بهینه‌سازی خواهد شد.



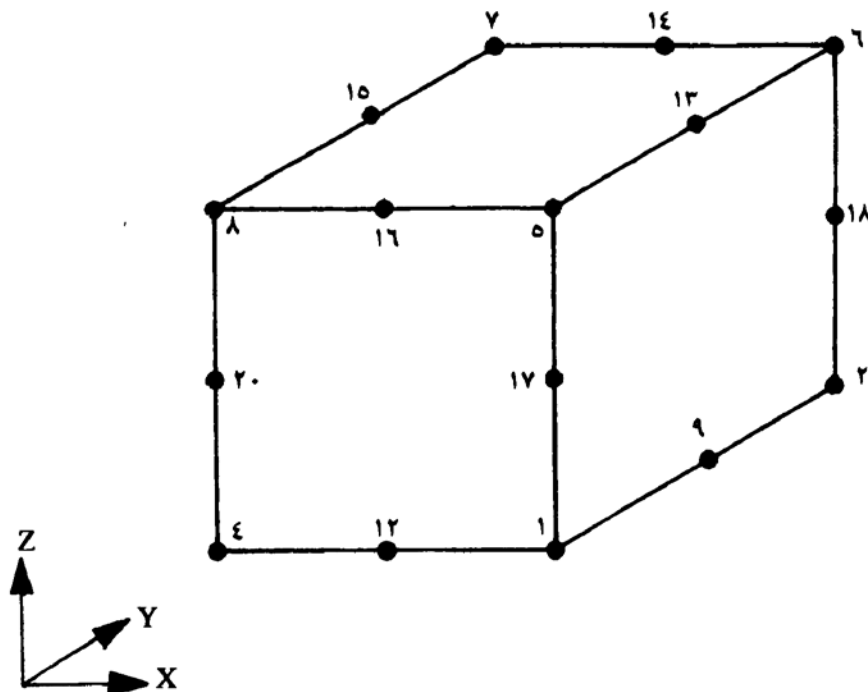
شکل ۱ - خرپای فضایی سه عضوی

سطح مقطع سه عضو خرپا با یک متغیر طراحی  $A1$  در نظر گرفته شده است. خرپای مورد بحث، نخست به طور مستقیم و با برنامه *SOT3D* بهینه‌یابی شده است. مختصات  $Z1$  گره آزاد سازه به عنوان متغیر طراحی

مختصات در نظر گرفته شده است. در این حالت، تعداد متغیرهای طراحی برابر ۵ و تعداد محدودیت ها برابر ۱۵ می باشد. شکل بهینه خرپا پس از ۶۰ تکرار پیدا شد. در نتیجه، حجم خرپا از مقدار  $4743/4$  به مقدار  $1391/4$  سانتی متر مکعب کاهش پیدا کرده است. شکل (۲) هندسه بهینه شده خرپا با برنامه *SOT3D* را نشان می دهد. در حالت دوم از برنامه *SOT3D* استفاده می گردد. برای این کار، خریای سه عضوی مورد بحث در یک جزء طراحی بیست گرهی قرار داده شد. شکلهای (۳) و (۴)، به ترتیب، جزء طراحی بیست گرهی و خریای سه عضوی را در جزء طراحی نشان می دهد.



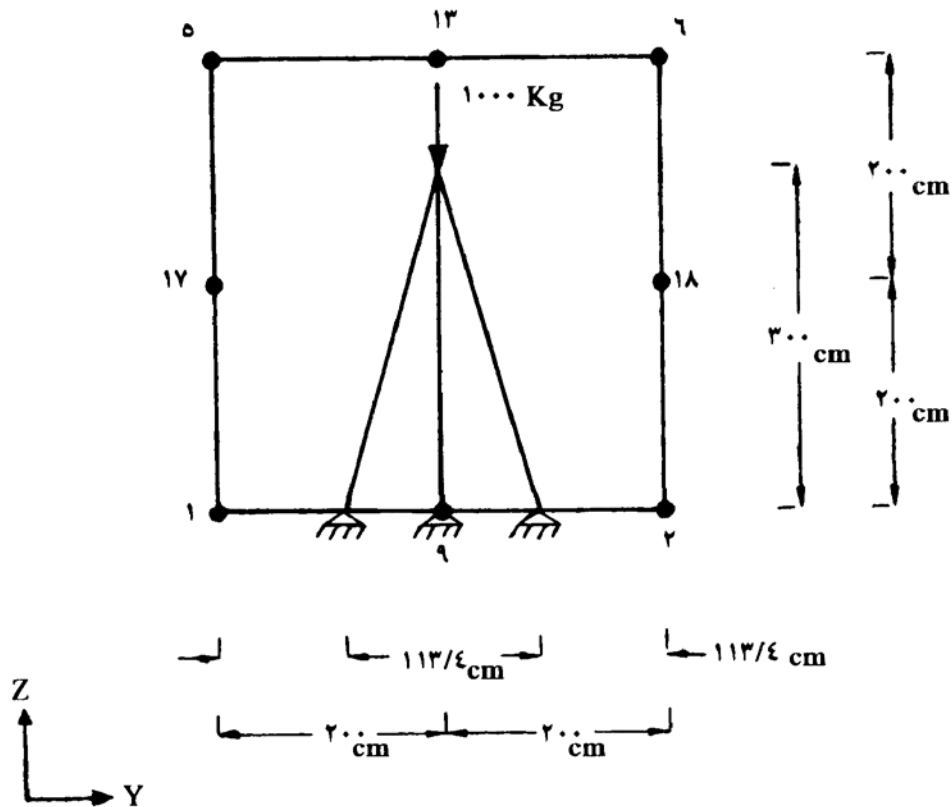
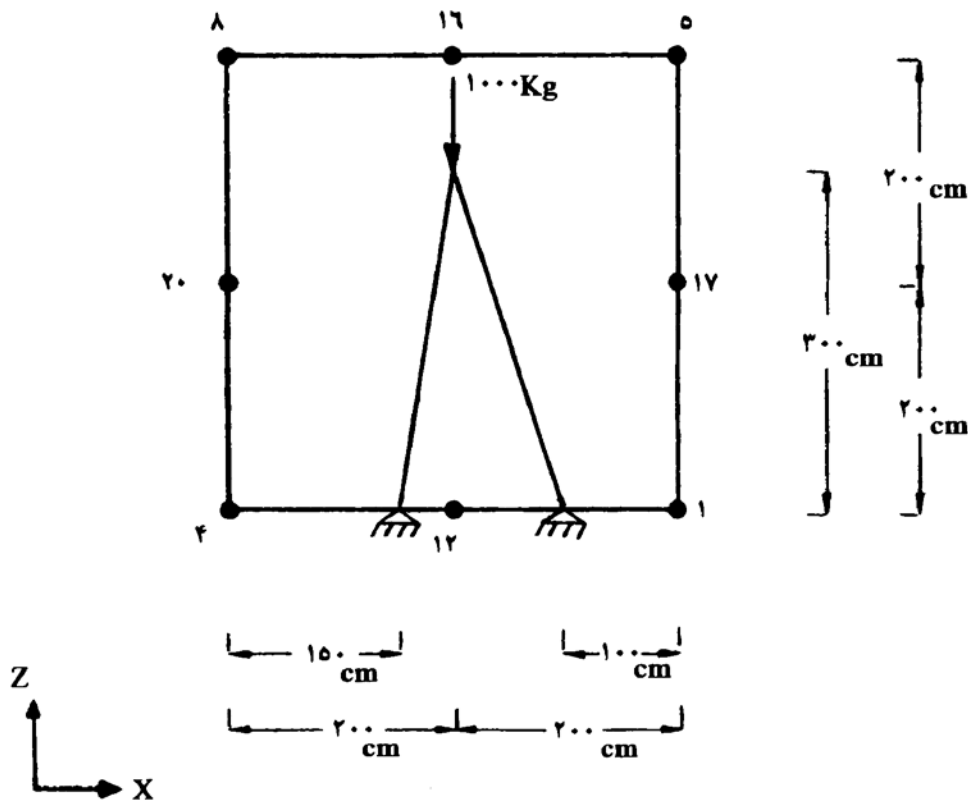
شکل ۲ - خریای سه عضوی بهینه شده در حالت اول



شکل ۳ - جزء طراحی بیست گرهی

روشی نو برای بهینه سازی شکل خریاهای فضایی

سازه شکل (۴) با دو نوع انتخاب متغیرهای طراحی بهینه یابی می شود. نخست مختصات ۱۶ Z از جزء هم عامل به عنوان متغیر طراحی انتخاب می گردد.

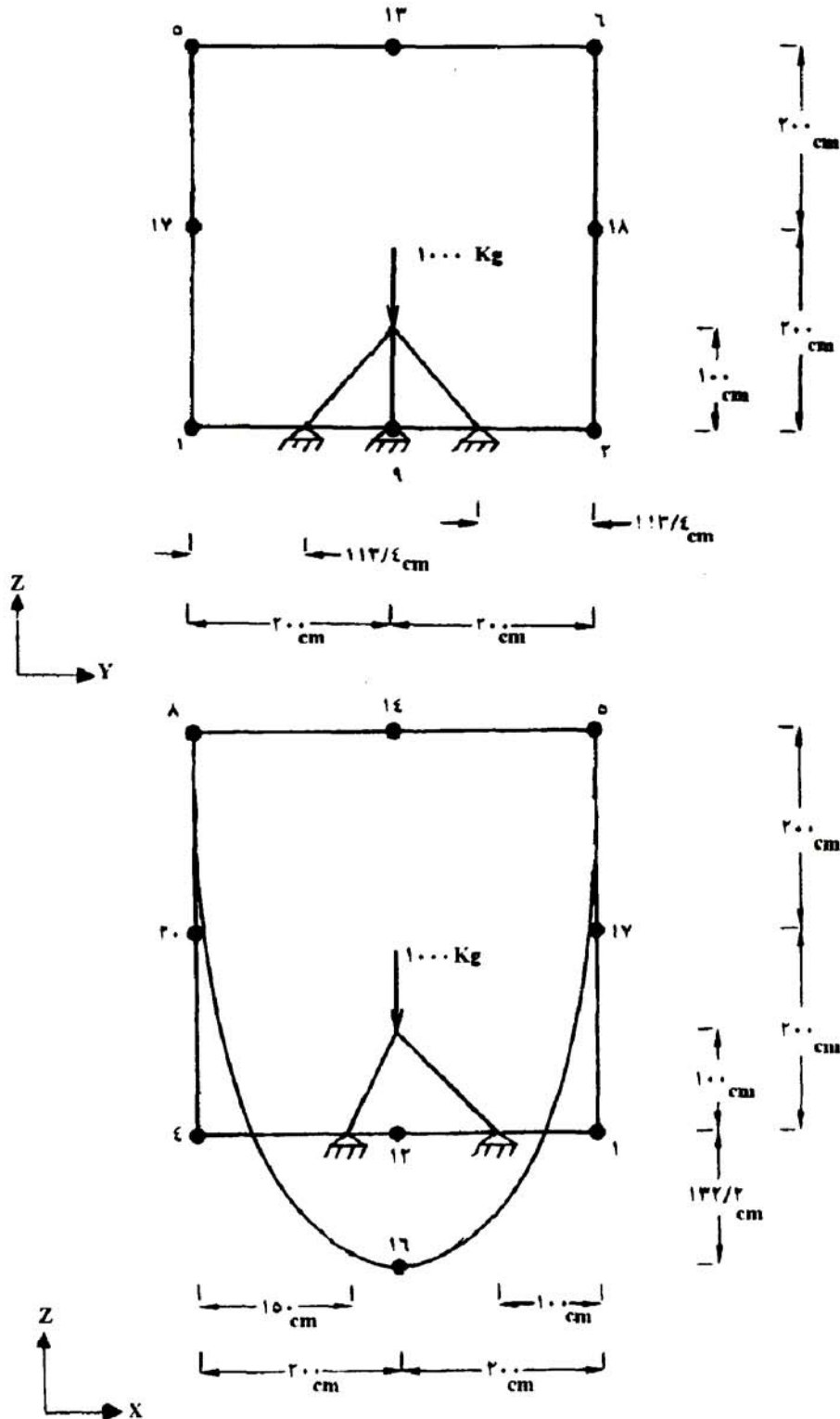


شکل ۴ - خریای سه عضوی در یک جزء بیست گرهی



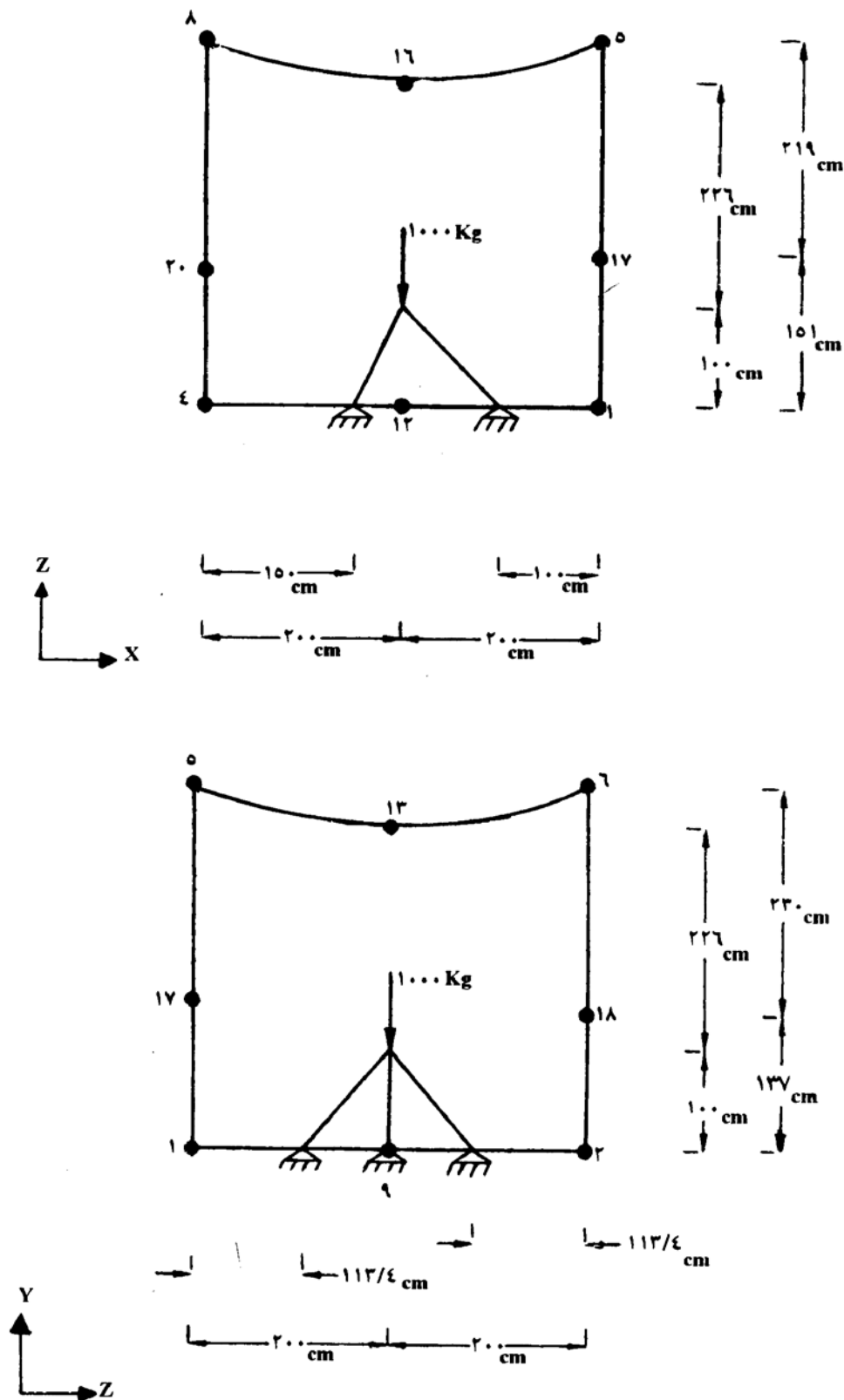
تعداد متغیرهای طراحی و محدودیت ها این بار نیز همانند حالت اول خواهد بود. در این حالت، پاسخ مساله پس از ۱۲۰ تکرار به دست می آید.

زمان بری روش در این حالت ۱/۹ برابر حالت پیشین می باشد. دلیل تکرار زیاد تحلیل در این مرحله وابستگی بسیار کم مختصات قائم گره ۲ خریا با مختصات قائم گره ۱۶ می باشد. به هر حال، هندسه بهینه در شکل (۵) نشان داده شده است.



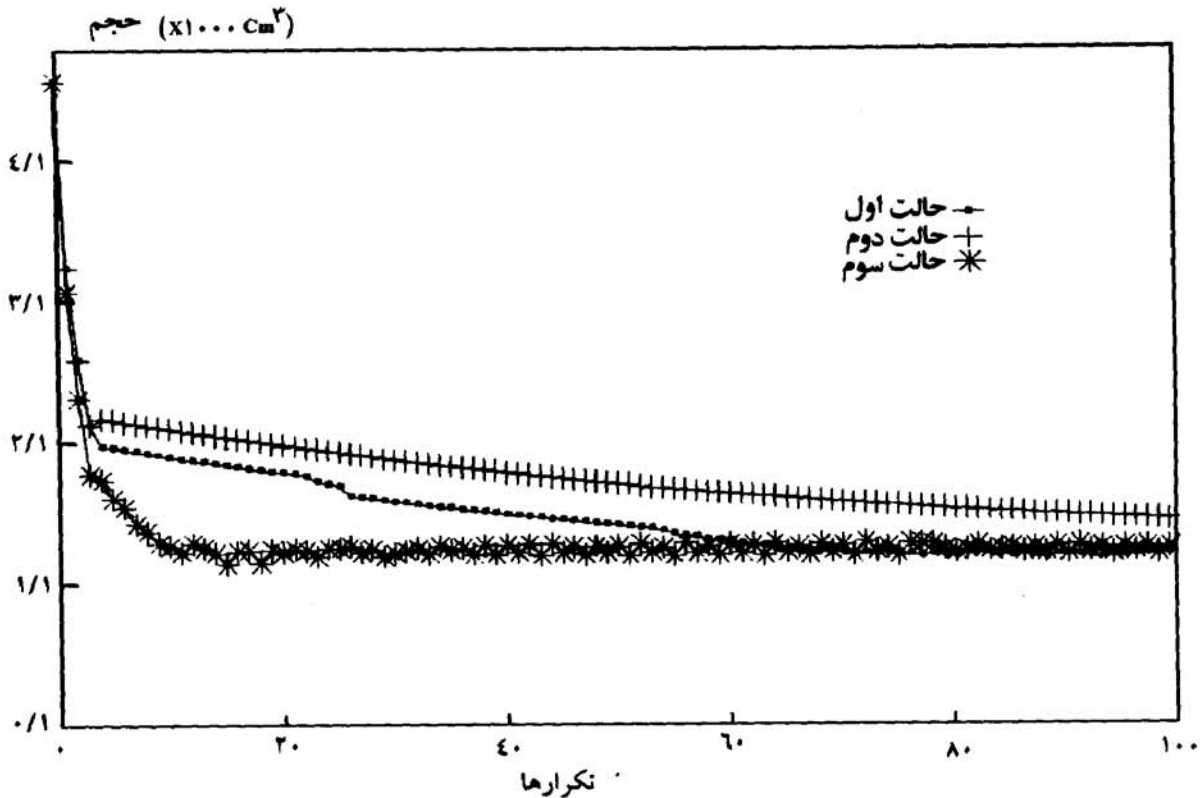
شکل ۵ - خریای بهینه شده در حالت دوم

در ادامه برای کم نمودن تعداد تکرارها در حالت دوم، مختصات قائم گره‌های ۵ تا ۸ و ۱۳ تا ۲۰ از جزء طراحی به عنوان متغیر طراحی در نظر گرفته شده‌اند. تعداد متغیرهای طراحی برابر با ۱۶ و تعداد محدودیتها برابر با ۳۷ می‌شود. در حالت سوم، پاسخ بهینه پس از ۲۵ تکرار به دست آمده است. شکل (۶) خرپای بهینه را نشان می‌دهد.



شکل ۶- خرپای بهینه شده در حالت سوم

نمودار شکل (۷) سه روش را با هم مقایسه کرده است. پاسخ متغیر سطح مقطع در هر سه حالت برابر با  $۳/۳۶۷۳$  سانتی متر مربع می‌باشد. شایان توجه است که تحلیل حالت سوم - با  $۱۰$  متغیر طراحی - از نظر زمان‌بری حدود  $۳/۴$  برابر حالت اول است. علت این امر در زیاد شدن تعداد متغیرهای مختصات است.



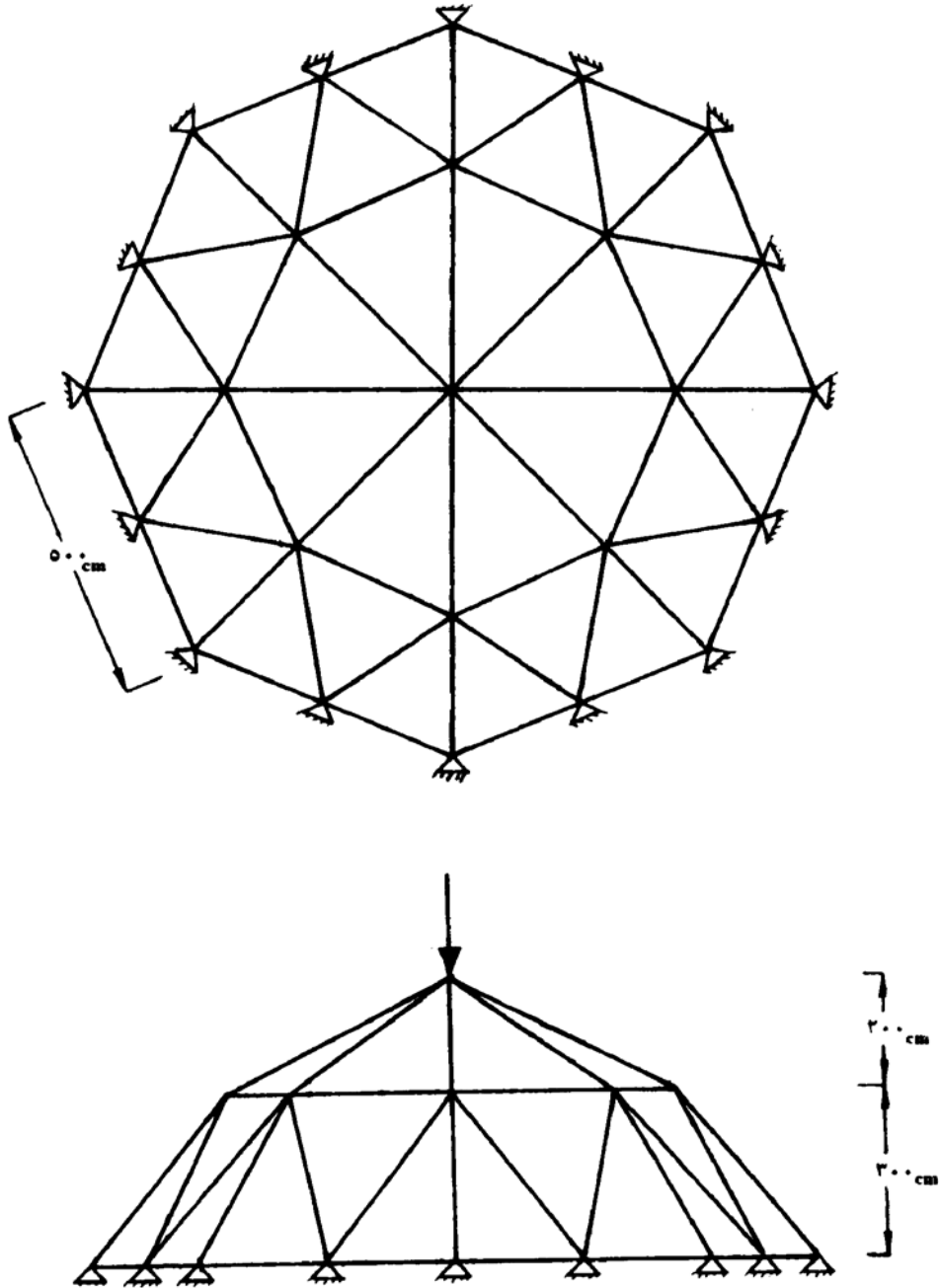
شکل ۷ - فرآیند کاهش حجم خریای سه عضوی در سه حالت مثال (۱)

مثال ۲:

بهینه سازی شکل و مقطع یک خریای  $۴۰$  عضوی که طرح اولیه آن در شکل (۸) نشان داده شده مورد نظر است. برای این خریا  $۴$  متغیر سطح مقطع  $A1$  تا  $A4$  در نظر گرفته شده است. مقدار تنشهای مجاز کششی و فشاری برابر  $۱۴۰۰$  کیلوگرم بر سانتی متر مربع می‌باشد و عامل کشسانی برابر با  $E = ۲۰۰۰۰۰۰۰$  کیلوگرم بر سانتی متر مربع است. سطح مقطع تمامی اعضا در آغاز تحلیل برابر  $۱۰$  سانتی متر مربع و حد بالا و پائین این متغیرها برابر با  $۱۲$  و  $۱$  سانتی متر مربع در نظر گرفته شده است.

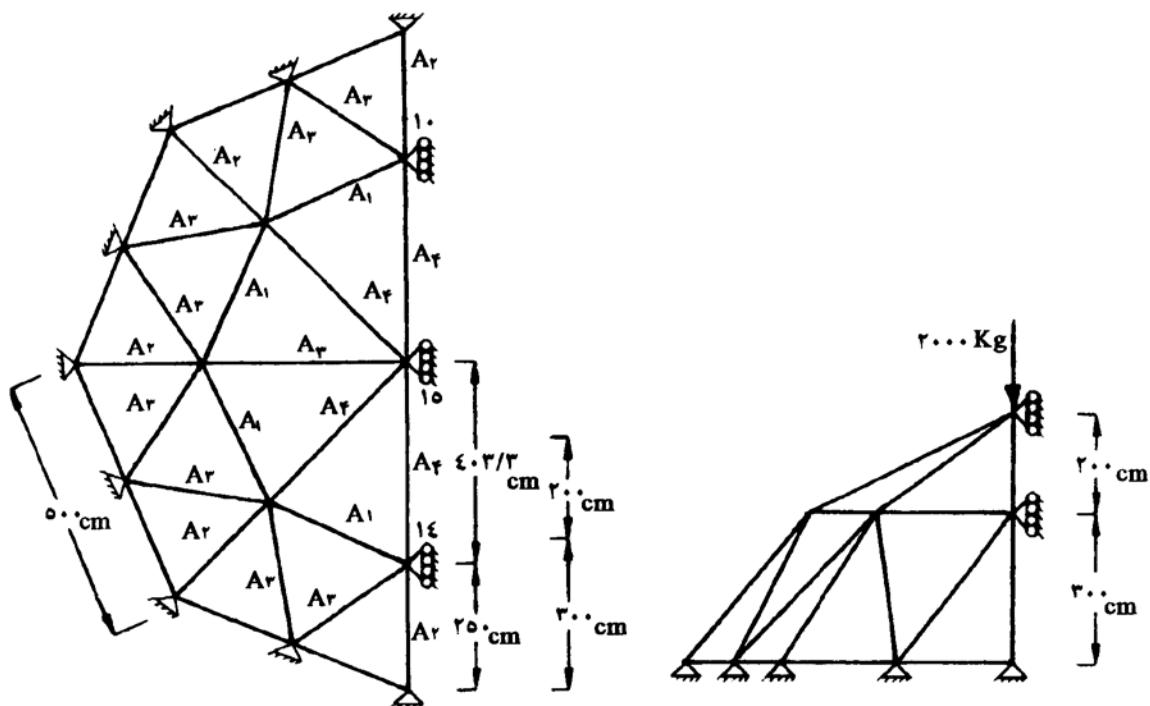
به سبب تقارن شکل سازه نسبت به محور  $Y$  ها، نیمی از خریا بهینه یابی می‌گردد. شکل (۹) خریای مورد مطالعه را نشان می‌دهد. در این شکل تکیه گاههایی در راستای  $X$  گرههای  $۱۰$  و  $۱۴$  و  $۱۵$  گذاشته شده‌اند.

در روش مستقیم مختصات در راستای  $Z$  گرههای  $۱۰$  تا  $۱۵$  به عنوان متغیر مختصات در برنامه  $SOT3D$  معرفی گردیده‌اند. در این حالت، تعداد محدودیتها  $۸۷$  عدد و تعداد متغیرهای طراحی  $۲۵$  عدد است. شکل بهینه این خریا پس از  $۳۷$  تکرار به دست آمد. در نتیجه، حجم خریا از  $۸۵۵۶۲/۰$  سانتی متر مکعب به  $۲۱۲۵۷/۶$  سانتی متر مکعب کاهش یافته است. متغیرهای سطح مقطع، به ترتیب، برابر با  $۱/۰۰۰۰۰$ ،  $۲/۸۸۷۹$ ،  $۱/۰۰۰۰۰$  و  $۳/۹۳۵۲$  سانتی متر مربع به دست آمد. هندسه بهینه شده خریا در شکل (۱۰) نشان داده شده است.

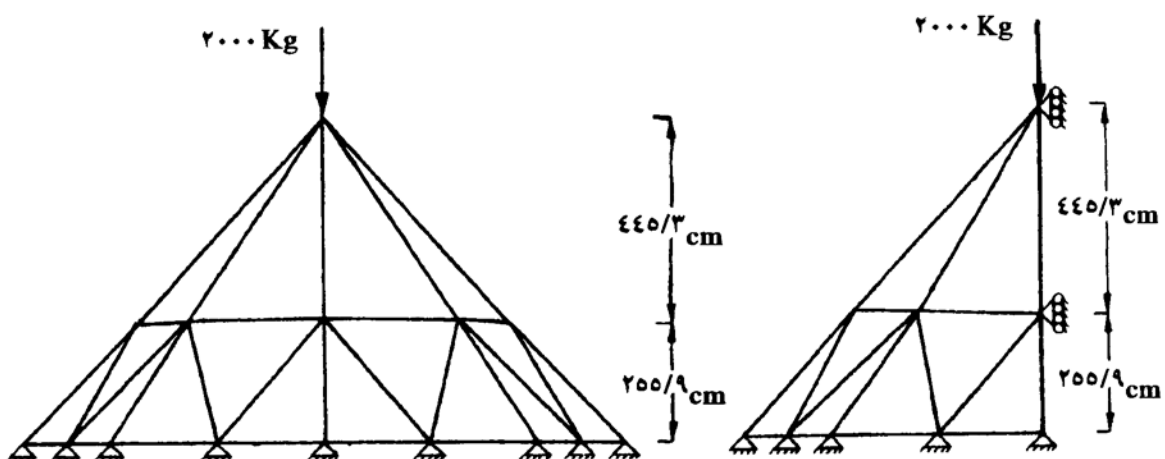


شکل ۸ - خرپای چهار عضوی

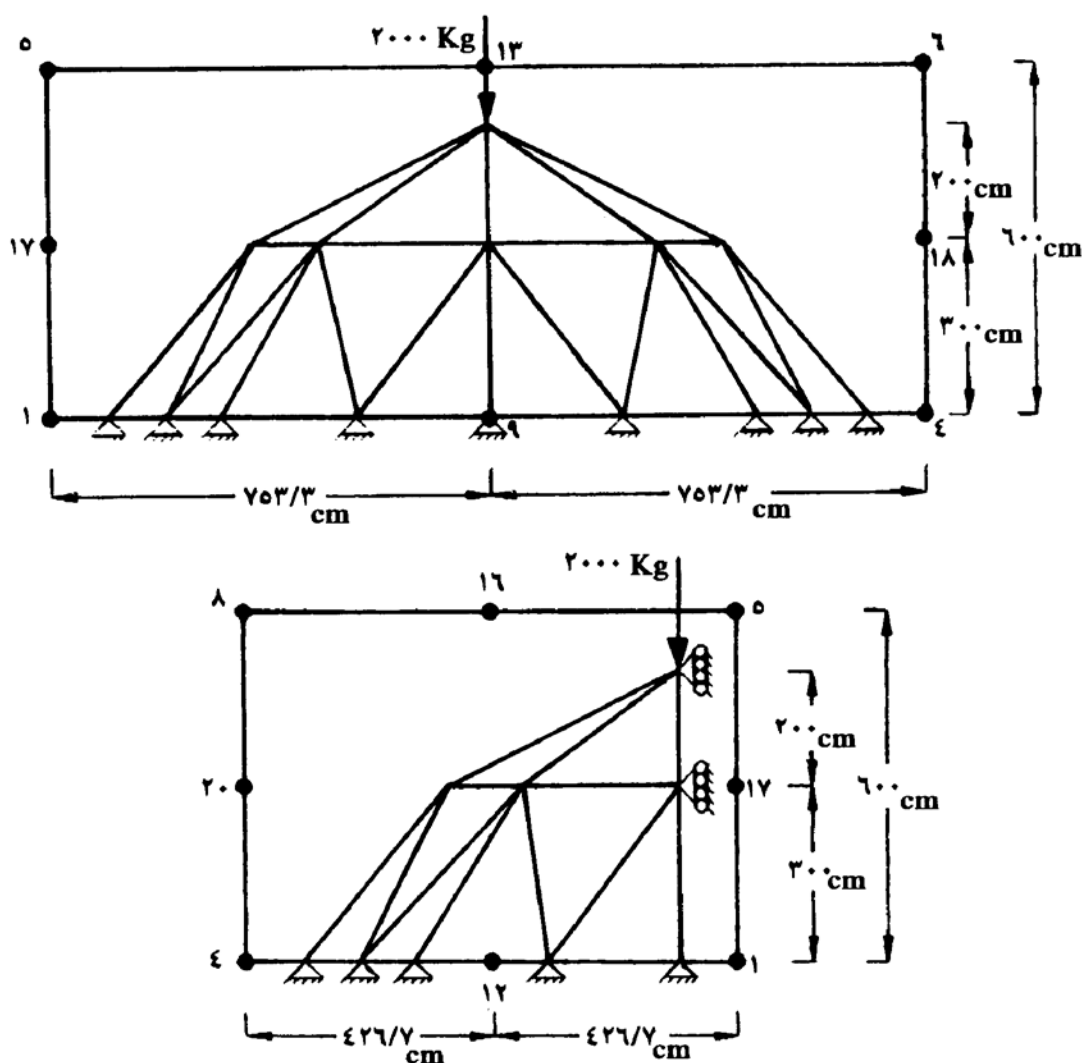
از سوی دیگر، خرپای شکل (۹) با استفاده از جزء طراحی نیز بهینه‌یابی شده است. شکل (۱۱) نحوه قرار گرفتن خرپا در جزء طراحی را نشان می‌دهد.



شکل ۹ - نیمی از خرابی مثال



شکل ۱۰ - خرابی بهینه شده در حالت اول

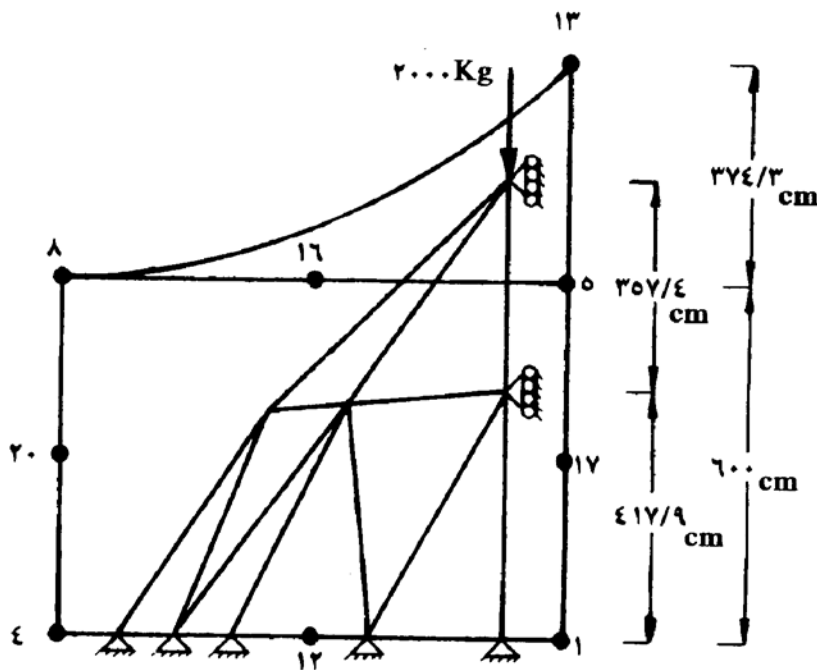
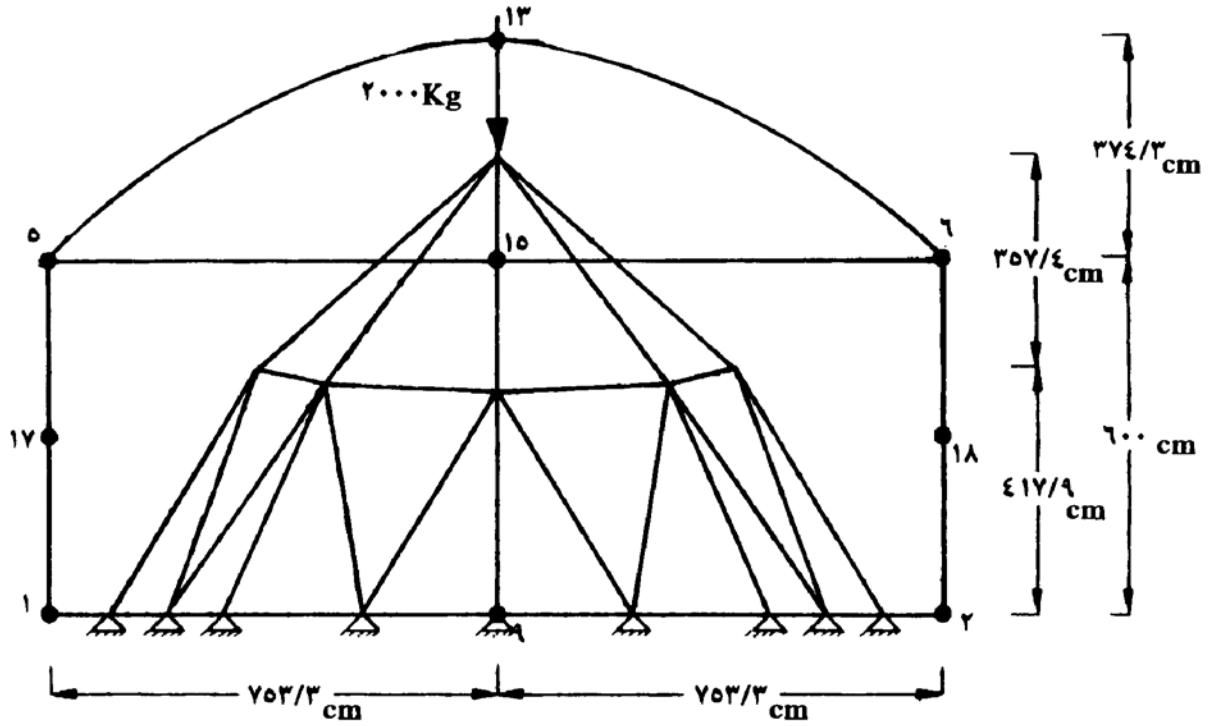


شکل ۱۱ - خرپا داخل یک جزء بیست گرهی

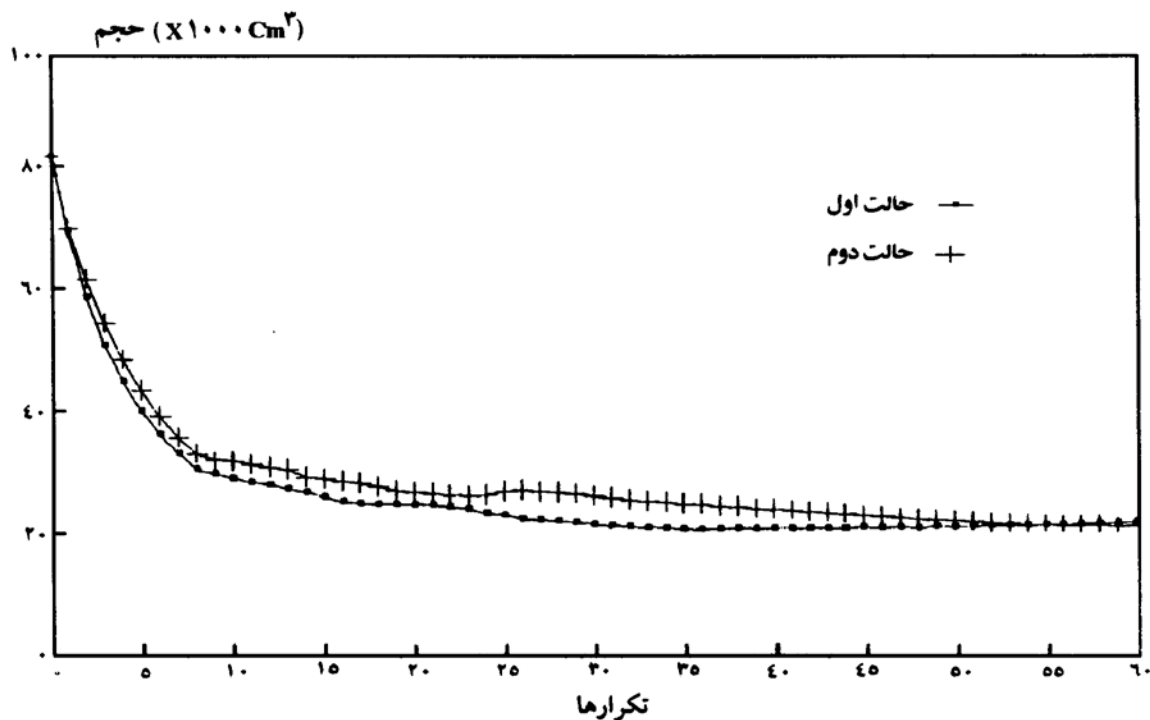
اینک مختصات در راستای Z گره کلیدی ۱۳ به عنوان متغیر طراحی مختصات در نظر گرفته می شود. همه مشخصات دیگر مساله همانند حالات پیشین اختیار شده است. با این فرضها تعداد محدودیتها برابر با ۷۷ عدد و تعداد متغیرهای طراحی برابر با ۲۰ عدد می باشد. در مقایسه با تحلیل پیشین، کاهش چشمگیری در تعداد محدودیتها و متغیرهای طراحی پدید می آید. پاسخ نهایی پس از ۵۹ تکرار به دست آمده است. در نتیجه، حجم خرپا برابر با  $21460/7$  سانتی متر مکعب می باشد. سطوح مقطع، به ترتیب، برابر با  $1/0000$ ،  $2/6468$ ،  $1/0000$  و  $3/6873$  سانتی مترمربع هستند. شکل (۱۲) هندسه بهینه شده خرپا را نشان می دهد.

از نظر زمان بری، هر چند که روش دوم با تکرار بالاتری به پاسخ رسیده است، با وجود این، روش اول دوبار برابر روش دوم زمان برده است. علت کم شدن زمان تحلیل در کاهش چشمگیری است که در تعداد متغیرهای طراحی و محدودیتها در روش پیشنهادی ایجاد شده است. از سوی دیگر، روش جدید حساسیت کمتری نسبت به انتخاب اندازه حدود حرکت دارد. به دیگر سخن، در اندازه حدهای حرکت متفاوت به دلیل کم بودن تعداد متغیرهای مختصات همواره همگرا می شود. با این حال، روش استفاده از مختصات گرهی خرپا به عنوان متغیر طراحی در اندازه حدود حرکت خاصی همگرا شده و پاسخ بهینه را ارائه می نماید. علت این امر در افزایش تعداد متغیرهای

طراحی می‌باشد. فرآیند کاهش حجم خرپا در دو حالت در شکل (۱۳) نشان داده شده است.



شکل ۱۲- خریای بهینه شده در حالت دوم



شکل ۱۳- فرآیند کاهش حجم خرپای چهل عضوی در دو حالت مثال (۲)

#### ۴- نتیجه

در این نوشته، روابطه‌های جدیدی برای بهینه‌سازی شکل خرپاهای سه بعدی ارائه شد. روابط مورد بحث از توابع شکل جزء بیست گرمی هم عامل و جزء طراحی استفاده می‌کنند. بر اساس رابطه‌های مزبور، برنامه رایانه‌ای، توسط نویسندگان مقاله نوشته شده و با آن شکل خرپاهای فضایی بهینه گردید. از سوی دیگر، برنامه رایانه‌ای دومی مهیا شد که با متغیرهای طراحی مختصات گرمی کار می‌کند. این برنامه برای واریسی نتایج مورد استفاده قرار گرفته است. با روابط ارائه شده و دو برنامه مزبور، خرپاهای فضایی گوناگونی بهینه گردیدند. به دلیل حجم محدود مقاله، امکان درج همه تجربیات عددی وجود ندارد. با این حال، تمامی نتایج عددی نشان دهنده قابلیت‌های خوب روش ارائه شده در بهینه‌سازی شکل خرپاهای فضایی می‌باشند.

#### مراجع

- [۱] Ricketts, R. E. and Zienkiewicz, O. C., "Shape Optimization of Continuum Structures," in NEW DIRECTIONS IN OPTIMUM STRUCTURAL DESIGN (Edited by Atrek, E., Gallagher, R. H., Ragsdell, K. M. and Zienkiewicz, O.C.), Wiley, New York, PP. 139-166, (1984).
- [۲] Schmit, L. A., "Structural Optimization - Some Key Ideas and Insights," in NEW DIRECTIONS IN OPTIMUM STRUCTURAL DESIGN (Edited



by Atrek. E., Gallagher, R. H., Ragsdell, K. M. and Zienkiewicz, O. C.), Wiley, New York, PP. 1 - 45, (1984).

- [۳] زارع بهاری، علی، "بهینه سازی خرپاهای با استفاده از اجزاء هم عامل"، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، (۱۳۷۳).
- [۴] Topping, B. H. V., "Shape Optimization of Skeletal Structures: A Review," Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 109, NO. 8, PP. 1933 - 1951, (1983).
- [۵] Vanderplaats, G. N. and Moses, F., "Automated Design of Trusses for Optimum Geometry," Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 98, No. ST3, PP 8762 - 8795, March, (1972).
- [۶] Tabata, M., Yamamoto, K. and Miura, K., "Optimal Configuration Analysis of Adaptive Structures for Space Application," Theoretical and Applied Mechanics, University of Tokyo Press, Vol. 36, PP. 263 - 272, (1986).
- [۷] Zhou, M. and Xia, R., "An Efficient Method of Truss Design for Optimum Geometry," Computers & Structures, Vol. 35, No. 2, PP. 115 - 119, (1990).
- [۸] Saka, M. P., "Optimum Design of Space Trusses With Buckling Constraints," Proc. of Third Int. Conference on Space Structures University of Surrey Guildford, PP. 656 - 670 (1984).
- [۹] Saka, M. P., "Optimum Geometry Design of Roof Trusses by Optimality, Criteria Method," Computers & Structures, Vol. 38, No. 1, PP. 83 - 92, (1991).
- [۱۰] Imam, M. H., "Three - Dimensional Shape Optimization," International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 19, PP. 217 - 235, (1982).

تاریخ دریافت: ۱۳۷۳/۹/۱۴

تاریخ تصویب: ۱۳۷۵/۱/۲۵