

سنجهش تواناییهای شش روش جستجوی ارثی

محمد رضایی پژنده * - محمد بهدادیان **

گروه عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

دریافت ۷۷/۵/۸، پذیرش ۷۷/۱۱/۲۵

چکیده - در این مقاله شش روش مختلف جستجوی ارثی معرفی می‌شود. توپنده‌گان بر اساس کامهای محاسباتی این فنون، برنامه وابیانه‌ای جامعی نوشتارند. این برنامه توانایی بهینه‌سازی شکل خربهای مسترد و غصایی را دارد. مسئله‌های گوناگونی با برنامه مزبور تحلیل شده که به دلیل حجم محدود مقادیر نمی‌تران همه آنها را ارزنه کرد. با جزو این، پاره‌ای از این تحلیلها به همراه ویژگیهای هر شش روش به نظر خواندنگان می‌رسد. در پایان، با ارزیابی کامل این فنون بهینه‌سازی، درجه توانایی روش‌های مورد بحث بیان خواهد شد.

۱- مقدمه

بین بروند، پاسخ بهینه و همگرایی روش به میزان زیادی به چگونگی تصمیم‌گیری و انتخاب رشته‌ها در فرایند «انتخاب و زایش»، بستگی دارد. انتخاب نامناسب، سبب ایجاد ناپایداری عددی و نوسانهای شدید در همگرایی روند جستجو شده، در نهایت به پاسخی دور از بهینه واقعی من انجامد، در مقابل، با انتخاب و تعداد زایش مناسب و صحیح رشته‌ها، پاسخ به بهینه کلی نزدیکتر شده، با احتمال بیشتری پاسخی بهینه کلی به دست می‌آید و همگرایی یکتاخت تری نیز ایجاد می‌گردد.

در ادامه مقاله، نخست به معرفی شش روش جستجوی ارثی پرداخته می‌شود. سپس، به طور خلاصه گامهای محاسباتی و به دنبال آن، برنامه رایانه‌ای هر یک از روش‌های مزبور تشریح می‌گردد. مثالهای گوناگونی که جنبه‌های متفاوتی از مسائل بهینه‌سازی را در بر دارند با روش‌های مزبور حل و پاسخهای بهینه‌ای، که پس از تعداد تکرار (نسلها) مساوی به دست آمده، از یکدیگر مقایسه شده است. همچنین، زمان صرف شده در اجرای برنامه رایانه‌ای برای هر مسئله درج خواهد شد. در ضمن، با رسم نمودارهای پیاپی ارائه و چگونگی نوسان پاسخها در روند بهینه در نسلهای پیاپی ارائه و چگونگی نوسان پاسخها در روند

گامهای محاسباتی ارثی، فرایند جستجویی برای حل مسائل بهینه‌سازی هستند که از اصول انتخاب طبیعی در علم و راثت پیروی می‌کنند. روش‌های مزبور، از «بنای آبروسل»، داروین را در میان رشته‌های مصنوعی (که شبیه به کروموزمهای طبیعی است) وارد می‌نمایند. گرچه روش‌های ارثی فراواتی با راهبردهای گوناگون گزارش شده است، اما همه آنها شامل سه عملگر اساسی: زایش، پیوند و چهش می‌باشند. «زایش»، یا «انتخاب»، فرایندی است که در طی آن در مورد باقی ماندن یا از بین رفتن هر یک از رشته‌ها (کروموزمهای تصمیم‌گیری) می‌شود. همچنین مشخص می‌شود که در صورت باقی ماندن یک رشته، چه تعدادی از آن در حوضجه آبیختگی تکثیر خواهد شد تا به منظور انتخاب رشته‌های پدر و مادر و تولید نسل بعدی - فرزندان - از حوضجه مزبور برگزیده شوند. تصمیم‌گیری بر اساس مقایسه شایستگی رشته‌ها در هر نسل انجام می‌گیرد. در واقع، شایستگی یانگر تران باقی ماندن و قابلیت زایش رشته‌ها در نسلهای بعدی است.

مرحله انتخاب و زایش رشته‌ها (کروموزمهای)، یکی از مراحل بسیار حساس در جستجوی ارثی است. رشته‌های برتر باید در جمعیت باقی مانند و رشته‌های با شایستگی پایبینتر از

* دانشیار دانشگاه فردوسی مشهد

** دانشجوی کارشناسی ارشد سازه

دارد که طرحی که محدودیتها را تضعیف می‌کند به چه میزان در نسلهای بعدی تأثیر داشته باشد. مقدار K در تمام مساله‌ای که این پژوهشگران حل کردند، برابر با $10 \times$ انتخاب شده است. در

جستجوی ارشی، فرایند حل مسأله به معروف تابع شایستگی برای هر طرح نیازمند است؛ زیرا، بر اساس ارزیابی این تابع و محاسبه مقدار آن برای هر طرح، تعداد زایش‌های طرح، مشخص می‌شود. تابع شایستگی باید مثبت باشد. برای این منظور، می‌توان تابع هدف اصلاح شده را از یک عدد مثبت بزرگ - که بزرگتر از تبیین مقدار تابع هدف اصلاح شده است - کم نمود. در روش مورد بحث، عدد ثابت یاد شده در هر نسل برای مجموع نیشته و کمته (F) از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$F_i = [\phi_{\max}(x) + \phi_{\min}(x)] - \phi_i(x) \quad (6)$$

عملگر زایش در فتون جستجوی ارشی، که بر اصل بقای ابتوسل داروین تکیه دارد، طرحها (رشته‌های با شایستگی مناسب را از میان جمعیت نسل کوتوله انتخاب می‌کند. سپس، تعداد زایش هر طرح به روش تصادفی چرخ گردان محاسبه می‌گردد و به این تعداد، طرحها درون حوضجه آبیختگی قرار می‌گیرند. رشته‌های با شایستگی بالاتر، تعداد زایش‌های بیشتری انجام می‌دهند، در حالی که رشته‌های با شایستگی پایین‌تر زایش کمتری را توجه می‌دهند. به همین ترتیب، طرح‌هایی که بدترین شایستگی را دارند، از بین خواهد دفت.

عملگر پیوند در هر زمان دو رشته را از درون حوضجه آبیختگی به طور تصادفی انتخاب می‌کند. این دو رشته به عنوان پدر و مادر برای تولید فرزندان در نسل بعدی برگزینده شده‌اند. بر اساس نوع پیوند - که تک نقطه‌ای، دو نقطه‌ای یا بیشتر است - به ترتیب، یک، دو یا چند نقطه به طور تصادفی بر روی هر رشته معین و اطلاعات قرار گرفته بین این نقاط (بعض رسمهای ϕ و ψ) در دو رشته تعویض می‌شوند تا بدين ترتیب، دو رشته از نسل جدید (فرزندان) به وجود آیند. این کار تا تمام شدن رشته‌های درون حوضجه ادامه می‌باید. آنچه در هی می‌آید گامهای فرایند جستجوی پیشنهادی «راجیو» و «کریشنامورتی» است:

گام اول: ورودی‌های مورد نیاز از قبل: داده‌های مربوط به

جستجو ارزیابی، می‌گردد. سرانجام، بر اساس سنجش توابعی‌های بهینه‌سازی، روش‌های مورد بحث درجه‌بندی می‌شوند.

۲- روش اول

نخست به روشی پرداخته می‌شود که آن را «راجیو» و «کریشنامورتی» ارائه کرده‌اند [1]. آنان با استفاده از یک روش ارشی ساده اصلاح شده، (که «گولبریج» آن را پیشنهاد کرده‌بود)، به بافت طرح بهینه سازه‌های خوبی‌های همت گماشتند. پژوهشگران نامبره در روند جستجوی ارشی تنها از عملگرهای تصادفی رایش و پیوند بهره گرفته‌اند.

در روش‌های جستجوی ارشی، ابتدا باید مسأله بهینه‌یابی مقید به یک مسأله نامقید تبدیل شود. روش‌های معمول برای چنین تبدیلی بهره‌گیری از توابع توانی داخلی و خارجی است. «راجیو» و همکارش رابطه‌سازی جدیدی را پیشنهاد نموده‌اند که بر اساس نقض نمودن محدودیتها، هنجار شده است. محدودیتها تنفس و تغییر مکان این روش در روابط ۱ و ۲ آمده است:

$$g_i = \frac{\sigma}{1} - 1 \leq 0 \quad (1)$$

$$g_j = \frac{u}{l} - 1 \leq 0 \quad (2)$$

در این روابط‌ها، u تنفس در عضو i ، l تنفس مجاز، σ تغییر مکان در درجه آزادی j و u/l تبیین تغییر مکان است. ضریب نقض محدودیت (C) از روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$C = \sum_{j=1}^m C_j \quad (3)$$

$$C_j = \begin{cases} g_j(x) & g_j(x) > 0 \\ 0 & g_j(x) \leq 0 \end{cases} \quad (4)$$

در اینجا، m تعداد کل محدودیت‌هاست. تابع هدف اصلاح شده (ϕ)، با ترکیب نمودن میزان نقض محدودیتها با تابع هدف به صورت زیر پیشنهاد شده است:

$$\phi(x) = f(x) + (1 + KC) \quad (5)$$

که $f(x)$ تابع هدف (وزن‌سازه) و K عاملی است که باید به طور صحیح و مناسب انتخاب گردد و به این موضوع بستگی

هنوزه خربه، خواص مکانیکی عضوها، اندازه جمعیت، طول زیر رشته‌ها، ابعاد مقطع عرضی و غیره وارد می‌شود؛
گام دوم: تولید جمعیت اولیه به طور تصادفی؛
گام سوم: محاسبه وزن سازه، تنشها و تغییر مکانیکی طرح‌های کل جمعیت؛
گام چهارم: محاسبه ضریب C و تابع هدف اصلاح شده (x)^{۲۰} و شایستگی طرحها پلا؛
گام پنجم: اثبات کردن بهترین طرحی که محدودیتها را نقض نکند؛
گام ششم: انجام عملکردهای زایش و پیوند برای تولید نسل بعدی؛

گام هفتم: بروزی معیار همگرایی؛

گام هشتم: یافتن نتایج نهایی که همان نوشتمن بهترین روش با سطح مقطع عضوها و وزن آنهاست.

۳- روش دوم

این روش را «ویو» و «چار» ارائه کردند [۲۱] این پژوهشگران از روش‌های جستجوی ارثی اصلاح شدهای برای یافتن وزن کمینه سازه‌های خرپایی استفاده نمودند. افزون بر ابعاد عضوها، هنوزه خرپایی بهینه شده است. در این شیوه تحلیل، متغیرهای طراحی عبارت است از: متغیرهای مقطع عرضی عضوها و متغیرهای مختصات نقاط گرهی. در جستجوی ارثی، رشته‌های با مقدار شایستگی بالا، برای زایش در راستای تولید جمعیت نسل بعدی، احتمال پیشتری به خود اختصاص می‌دهند. از این رو، تعیین و تنظیم تعداد زایشهای هر رشته، در جلوگیری از تسلط زود هنگام رشته‌های غیر معمول (بیویز) در جمعیت‌های کوچک (آهیت فراوانی پیدا می‌کند. با درجه‌بندی شایستگی، از یک سو، هر رشته، پیشامد (احتمال) محدودی برای زایش خواهد داشت و از سوی دیگر، در نسلهای بعدی که شایستگی رشته‌ها به طور تقریبی در آنها برابر است، درجه‌بندی می‌تواند رقابت مناسبی در میان آنها ایجاد کند. بر این اساس، پژوهشگران مزبور از شایستگی درجه بندی شده در روند جستجوی بهره گرفته‌اند.

در سازه‌های خرپایی، بسته به ابعاد و تعداد عضوهای سازه، تغییرهای شدیدی در وزن آنها وجود دارد. همچنین، اختلاف

بزرگی بین مرتبه محدودیتهای تنش و تغییر مکان موجود است. بنابراین، برای پیشگیری و حذف مشکلات عددی نا مطلوب در روند حل مسئله بهینه، هنجار کردن وزن سازه و محدودیتها، امری ضروری است. افزون بر آن، در اینجا، مسئله بهینه سازی تابع تاوانی مناسب، آسانتر می‌شود. در اینجا، مسئله بهینه سازی مقید با بهره‌گیری از روش تابع تاوانی خارجی، به یک مسئله نامقید تبدیل شده تا به این گونه بتوان فن جستجوی ارثی را به کار برد. تابع هدف اصلاح و هنجار شده در رابطه ۷ آمده است:

$$\phi_i = \frac{W_i}{W_{\max}} + R_p \sum_{k=1}^m \Gamma \quad (7)$$

$$\Gamma = \text{Max} < \frac{\delta_k}{\delta}, \dots > \quad (8)$$

در رابطه (7)، W_i وزن طرح ایم و W_{\max} بیشینه وزن در میان طرح‌های یک نسل و R_p ضریب تابع تاوانی است. در رابطه (8)، نیز یک محدودیتهای تنش و تغییر مکان و δ_k کرانه‌های اعمال شده محدودیتها می‌باشد.

در شیوه‌های ارثی، جستجوی به سمت یافتن رشته‌های با شایستگی بالا پیش می‌رود. از این راه، مسئله بیشینه سازی تابع شایستگی، مطرح است. از سوی دیگر، در طبیعت، هر کروموسوم دارای یک شایستگی است که مقداری کبی وغیر منفی می‌باشد. بر این اساس، برای تبدیل مسئله کمینه سازی وزن سازه به مسئله بیشینه سازی شایستگی، به طور معمول، از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$F_i = C_{\max} - W_i \quad (9)$$

در این رابطه، F_i تابع شایستگی، W_i وزن سازه، برای طرح ایم و C_{\max} عددی به اندازه کافی بزرگ برای پیشگیری از منفی شدن شایستگی است. دو کاری که «ویو» و «چار» ارثه داده‌اند، از رابطه زیر برای تابع شایستگی «امین رشته استفاده شده است:

$$F_i = \#_{\max} - \#_i \quad (10)$$

در اینجا، $\#$ تابع هدف اصلاح شده ایم طرح است که از رابطه (7) به دست می‌آید و $\#_{\max}$ نیز مقدار بیشینه تابع هدف اصلاح شده در نسل مورد نظر می‌باشد. پژوهشگران مزبور پس از

بهینه سازمهای ساختمانی قابی مطابق با معیارها و ضوابط آیین نامه های مهندسی کاربردی از شیوه های جستجوی ارثی استفاده کردند [۲۱] شکل کلی تابع شایستگی از رابطه زیر به دست می آید:

$$F = C_{\max} - f - P \quad (12)$$

در این رابطه، C_{\max} یک مقدار بزرگ مثبت و اختیاری است که از منفی شدن F جلوگیری می کند. همچنین، f تابع هدف (که در اینجا وزن سازه را مشخص می کند) و P تابع توانی است که مقدار شایستگی را در اثر نقص محدودیتها کاهش می دهد. تابع توانی P به صورت زیر تعریف می شود:

$$P = \begin{cases} 0 & \text{ناتکر} \\ c \left[\frac{u_j}{u_i} - 1 \right]^n + d & \text{ناتکر} \end{cases} \quad (13)$$

در این رابطه، u_i ها، محدودیتهای مسئله بهینه سازی هستند و عاملهای c و d نیز ضرایب تابی می باشند که توان سنگینی را برای یک نقص شدید محدودیت (و بر عکس، توان سبکتری را برای نقص کمتر) اعمال می کنند. برای نمونه، می توان $C = 20000$ ، $f = 1$ و $P = 0.5$ را به کار برد. یادآوری می شود این ثابتها از یک مسئله به مسئله دیگر تغییر خواهند کرد و پیدا کردن مقادیر مناسب آنها مستلزم تجربیات عددی به طور نسبی زیادی است و این خود یکی از مشکلات روش محاسبه می شود. از آنجا که در اینجا، هدف، مقایسه چندین روش جستجوی ارثی با عملگرهای زیش متفاوت می باشد، لازم است تا حد امکان شرایط یکسانی برای روشها فراهم آید. برای چنین شدن به این مشکل و به منظور دست یافتن به مقایسه بهتر و اصولیتر روشها، در این مقاله نخست تابع هدف مزبور هنجار شده، سپس از تابع توانی خارجی و تابع شایستگی به کار رفته در روش دوم استفاده شده است. پژوهشگران مزبور از عملگر انتخاب و زیش برگردید، مسود جسته اند. در این روش، به جای اینکه شایستگی و نسبتی بهره گرفته شده است، پس از آن، با رود، از شایستگی و نسبتی بهره گرفته شده است. پس از آن، با محاسبه احتمال انتخاب هر رشته بر مبنای شایستگی رده بندی اش و ضرب کردن آن در اندازه جمعیت، تعداد زایشها هر رشته به

بررسی روشهای گوناگون درجه بندی، به این نتیجه رسیدند که درجه بندی نوع توانی بسیار مؤثر است؛ زیرا اختلاف بین شایستگی های متفاوت را افزایش می دهد. بنابراین، از فرایند درجه بندی توانی هنجار شده زیر استفاده کردند:

$$F'_i = \left[1 - \frac{F_{\max} - F_i}{F_{\max} - F_{\min}} \right] \quad (11)$$

در این رابطه، F'_i شایستگی درجه بندی شده طرح i ، F_{\max} و F_{\min} نیز بترتیب، بیشینه و کمینه شایستگی در یک نسل است. عملگر انتخاب و زایش همانند روش پیشین با استفاده از الگوی چرخ گردان انجام گرفته است با این تفاوت که انتخاب و تعداد زایشها هر رشته بر شایستگی های درجه بندی شده صورت می پذیرد. گامهای جستجو در این روش، به طور خلاصه به شرح ذیل است:

گام اول: وارد نمودن داده های مورد نیاز مسئله؛

گام دوم: تولید جمعیت اولیه به طور تصادفی و رمزگشایی طرح های کل جمعیت؛

گام سوم: ارزیابی شایستگی رشته ها برای تعامی جمعیت؛

گام چهارم: محاسبه بیشینه و کمینه شایستگی در جمعیت یک نسل؛

گام پنجم: درجه بندی شایستگیها؛

گام ششم: انتخاب دو رشته به عنوان پدر و مادر؛

گام هفتم: پیوند دو رشته و انجام عملگر جهش بر روی آنها؛

گام هشتم: رمزگشایی دو رشته جدید (فرزنده) و ارزیابی مقدار شایستگی آنها؛

گام نهم: بررسی اینکه تعداد جمعیت تکمیل شده است یا خیر؟ (چنانچه تعداد رشته های جدید به اندازه جمعیت رسیده باشد، به گام بعدی رفته، در غیر این صورت به گام ششم باز می گردد).

گام دهم: آیا به بیشینه تعداد نسلها رسیده است؟ (اگر رسیده باشد به گام بعدی می رود و در غیر این صورت به گام چهارم باز می گردد).

گام یازدهم: گزارش نتایج نهایی و بایان فرایند جستجو.

۴- روش سوم

این روش راه گرسنون و پاک معرفی کردند. آنان درباره طرح

می باشد. R_i چنان تعريف می شود که برای رشته دارای کمترین مقدار شایستگی، $1 = R_i$ گردد. در این صورت با به کار بردن روش چرخ گردان، میزان احتمال زایش رشته نام (P_i) از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$P_i = \frac{F_i}{\sum_{k=1}^N F_k} \quad (18)$$

گامهای مربوط به روند انجام عملکر انتخاب و زایش به قرار زیر است:

کام اول: پرتب شایستگی واقعی، رشته ها به طرز نزولی مرتب می شوند؛

کام دوم: شایستگی نسبی رشته ام از رابطه زیر به دست می آید:

$$F_i = (R_i - N)^2 \quad (19)$$

کام سوم: با استفاده از رابطه زیر، تعداد زایشهای هر رشته محاسبه می گردد:

$$n_i = (N) \frac{F_i}{\sum_{k=1}^N F_k} = \frac{F_i}{F_{avg}} \quad (20)$$

پادآوری می شود n_i برای هیچیک از رشته ها (حتی رشته های با بهترین شایستگی) و با هر اندازه جمعیت، از ۳ تجاوز نخواهد کرد.

۶- روش پنجم

دوش ارثی یکپارچه، را «عادلی» و «چنگ» ارائه کردند [۵]. آنان با یکارگیری این شیوه، خریاهای فضایی با ابعاد واقعی را مورد مطالعه کرده و پاسخ بهینه را با در نظر گرفتن ابعاد مقطع عرضی عضوها (به عنوان متغیرهای طراحی) به دست آورده اند. با بهره گیری از روش تابع توانی خارجی درجه دوم و یک فرایند تغییر ضریب تابع توانی، به یافتن پاسخ بهینه برداخته شده است. در این روش برای هنجار کردن تابع هدف. (وزن خربناک) از ضریبی به نام μ استفاده شده که پیدا کردن مقدار مناسب آن نیاز به تجربیات عددی دارد. در ادامه، نخست رابطه مسازی و سپس گامهای روند جستجوی پیشنهادی پژوهشگران نامبرده آورده می شود.

دست می آید. شایستگی مزبور از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$F_i = \frac{2R_i}{N^2 + N} \quad (14)$$

در این رابطه، N تعداد طرحها (اندازه جمعیت) و R_i رتبه نسبی طرح بر مبنای شایستگی آن است. طرح با بیشترین شایستگی دارای $N = R_i$ می باشد. جمعیت حاصل از رشته های والدین شامل: زایشهای چندتایی طرحها با شایستگی بالا، زایش یکانه طرحها با شایستگی متوسط و بدون زایش برای طرحها با شایستگی پایین است. گامهای این مرحله در زیر درج شده است:

کام اول: تمامی رشته های موجود در جمعیت به ترتیب شایستگی واقعی آنها به طور صعودی مرتب می شوند؛

کام دوم: شایستگی نسبی آنها از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$F_i = \frac{2R_i}{N^2 + N} = \frac{2}{N^2 + N} \quad (i) \quad (15)$$

کام سوم: تعداد زایشهای هر رشته با رابطه زیر بیان می شود:

$$n_i = (N) \frac{F_i}{\sum_{k=1}^N F_k} \quad (16)$$

پادآوری می شود $1 = \sum_{i=1}^N n_i$ است (زیرا مجموع اعداد صحیح از یک تا N برابر با $\frac{N(N+1)}{2}$ می باشد).

۵- روش چهارم

این روش را «اوساکی» برای بهینه سازی پیکره خر پا ارائه کرده است [۴] او برای پیشگیری از تسلط و نفوذ طرحها با شایستگی خیلی بالا، از نوعی عملکر انتخاب و زایش ردیفی استفاده کرد. دیگر مزیت این عملکر، به دست آمدن همگرایی ملایم در مرحله نهایی فرایند جستجوست. چنانچه R_i رتبه نسبی به صورت زیر تعریف می شود:

$$F_i = (R_i - N)^2 \quad (17)$$

در اینجا، N اندازه جمعیت در هر نسل و R_i رتبه هر رشته

نواتی است که باید مقدار مناسبی داشته باشد. با انتخاب یک مقدار کوچک برای این ضریب، جستجوی شرط به یک پاسخ غیر معنی هستگامی شود؛ زیرا سهم تابع نواتی در کمینه‌ای تابع شایستگی کوچک خواهد بود. از سوی دیگر، با انتخاب مقدار بزرگی برای ضریب مزبور پاسخ بهینه، به نوسان می‌افتد [۱۵] «عادلی» و «چنگنگه» برای بهبود و افزایش توان روش جستجوی ارشی پیشنهادی خود، از ضریب تابع نواتی متغیرساز جسته‌اند. آنها پس از چندین چرخه (تسل)، این ضریب را به طور پسیابی افزایش داده‌اند. هسته‌ای در مثالهایی که حل کردند، مقدار ضریب R_p برابر با ۱۰ انتخاب شده و در هر ۲۰ تکرار به مقدار آن ۱۰ نا افزوده شده است.

در ادامه، گامهای محاسباتی شیوه جستجوی مزبور آورده می‌شود:

- گام اول: تولید تصادفی رشته‌ها (کروموزما) برای جمعیت اولیه؛
- گام دوم: انتخاب ضریب تابع نواتی R_p و ضریب هنجارش وزن سازه ϕ_1 ؛
- گام سوم: رمزگشایی هر رشته و انجام تحلیل سازه به منظور محاسبه رشته‌های عضوی و تغییر مکانهای گرهی؛
- گام چهارم: محاسبه تابع شابستگی از رابطه:

$$F_i = \begin{cases} D_{\max} - \phi_1(A) & \phi_1(A) < D_{\max} \\ . & \phi_1(A) \geq D_{\max} \end{cases} \quad (23)$$

در اینجا، D_{\max} کران بالای (A) است. بروز هشکران مزبور D را برابر با شایستگی میانگین جمعیت قرار داده‌اند به گونه‌ای که رشته‌های با شایستگی بزرگر یا مساوی با این مقدار کنار زده می‌شوند. به این ترتیب، رشته‌های با شایستگی پایین‌تر با احتمال بیشتری درون حوضچه آمیختگی قرار می‌گیرند.

پادآوری می‌شود در روش‌های پیشین، رشته‌های با شایستگی بالاتر احتمال بیشتری برای قرار گرفتن در حوضچه آمیختگی داشتند در حالی که در روش مورد بحث، عکس این قصیه حکم‌فرماست. دلیل آن، شیوه رابطه‌سازی شایستگی عضوهای جمعیت است و این موضع سبب بروز مشکلی در روند جستجوی نواتی شود.

۶-۱- رابطه‌سازی مسأله بهینه‌سازی

هدف، یافتن بردار مقطع عرضی $A^L, A^U, \dots, A_1, A_2 = (A)$ به طوری است که وزن کل سازه W کمینه شود؛ یعنی:

$$W = \sum_{i=1}^n \rho L_i A_i \quad (24)$$

$\{\sigma^L\} \leq \{\sigma\} \leq \{\sigma^U\}$ به شرط آنکه (محدودیتهای تنش):

$\{d^L\} \leq \{d\} \leq \{d^U\}$ (محدودیتهای تغییر مکان گرهی):

$\{A^L\} \leq \{A\} \leq \{A^U\}$ (محدودیتهای ساخت):

(24)

در عبارتهای (24)، تعداد عضوها (یا گروهها)، n چگالی مصالح، ρ ، پاره‌بتریب، طول و مقطع اتم است. $\{\sigma^U\}, \{\sigma^L\}, \{d^U\}, \{d^L\}, \{A^U\}, \{A^L\}$ نیز بتریب، کراتهای سالا و پایین بردارهای تنش عضوها (σ)، تغییر مکانهای گرهی (d) و مقطع عرضی عضوها (A) هستند. تابع هدف اصلاح شده با به کار بردن تابع نواتی درجه دوم به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\phi(A) = \frac{1}{L_1} \cdot \sum_{i=1}^n \rho L_i A_i + R_p \left[\sum_{i=1}^n \Gamma_1^i + \sum_{i=1}^m \Gamma_2^i \right] \quad (25)$$

$$\Gamma_1 = \max \left\langle \frac{|\sigma_i|}{|\bar{\sigma}_i|} - 1, + \right\rangle$$

$$\Gamma_2 = \max \left\langle \frac{|d_i|}{|d_i^U|} - 1, + \right\rangle$$

$$\bar{\sigma}_i = \begin{cases} \bar{\sigma}_i^L & \sigma_i < 0 \\ \bar{\sigma}_i^U & \sigma_i \geq 0 \end{cases}$$

$$\bar{d}_i = \begin{cases} d_i^L & d_i < 0 \\ d_i^U & d_i \geq 0 \end{cases} \quad (26)$$

که در این روابط، L_i ضریب هنجارش وزن سازه است که برای سازگاری ابعادی عبارتها در تابع هدف اصلاح شده، مورد نیاز است. مقدار این ضریب چنان انتخاب می‌شود که دو عبارت صفت راست رابطه، به لحاظ عددی نزدیک یکدیگر باشند (تا یک عبارت نتواند بر دیگری ساکم شود). R_p ضریب تابع

کام پنجم: در این کام، رشته‌ها مطابق با شایستگی حاصل از مرحله چهارم تکثیر می‌شوند. زایش، طبق مراحل زیر انجام می‌پذیرد:

الف - مجموع شایستگی کل جمعیت حساب و شایستگی نعمانی رشته‌ها بر این مقدار تقسیم می‌شود، به این ترتیب، برای هر رشته، شایستگی بین صفر تا صد درصد به دست خواهد آمد؛

ب - به میزان شایستگی هر رشته، محدوده‌ای در نظر گرفته می‌شود. این محدوده‌ها با جمع کردن شایستگی هر رشته با رشته قبلی به دست می‌آید؛

ج - برای تشکیل حوضجه آمیختگی، به تعداد اندازه جمعیت، عدد تصادفی بین صفر تا صد درصد تولید و بورسی می‌شود که در محدوده کدامیں رشته قرار دارد. به این ترتیب، رشته‌ها برای قرار گرفتن در حوضجه انتخاب می‌شوند.

کام ششم: در هر بار دو رشته از میان جمعیت (حوضجه آمیختگی) به طور تصادف انتخاب و عمل پیوند بر روی آنها انجام می‌شود و این کار تا رسیدن به تعداد مورد نظر ادامه می‌یابد؛

کام هفتم: عمل جهش بر روی رشته‌ها به احتمال p_7 صورت می‌پذیرد؛

کام هشتم: رشته‌های جدید (فرزندان) جانشین رشته‌های قدیم (والدین) می‌شوند؛ سپس به مرحله دوم رفته تا پیشینه تعداد تکرارها به دست آید.

۲- روش ششم

آخرین روش که در این مقاله برسی می‌شود، روش «جستجوی ارثی لاغرانژی افزوده» است که «عادلی» و «چنگ» آن را ارائه کرده‌اند [۶]. در این روش ابتدا مسئله مقید نخست به یک مسئله نامقید، تبدیل و سپس فرایند جستجوی ارثی بر روی آن انجام می‌شود. معمولترین این تبدیلها استفاده از تابع توانی است. پس از تبدیل مسئله نامقید به مسئله نامقید، مسئله می‌باشد که البته یکی از کاسته‌های روش به حساب می‌آید. برای رفع این مشکل، «عادلی» و «چنگ»، از روش

لاگرانژی افزوده (پیشنهادی «پاول» و «فلچر») در جستجوی ارثی استفاده و یک روش ترکیبی بهینه‌سازی را ارائه کرده‌اند. اندیشه اصلی روش لاگرانژی افزوده، ترکیب شیوه تابع توانی با شیوه دوگانی - اصلی است که بر کمینه‌سازی پیاپی تابع لاگرانژی استوار است. در این روش، برای هر محدودیت، از دو عامل استفاده می‌شود؛ در حالی که شیوه تابع توانی تنها یک ضریب برای کل تابع به کار می‌برد. افزون بر آن، برای تضمین همگرایی، اختیار چیز نیست که ضریب تابع لاگرانژی به بینهایت میل کند. بنا به پیشنهاد «پاول» و «فلچر»، از یک حلقة خارجی به منظور تعدیل خودکار ضرایب در برخی نقاط ویرژه (مطابق با اطلاعات پیشین محدودیتها)، استفاده می‌شود. «پاول» نشان داد روش مزبور دارای آهنگ همگرایی ثابتی است و همگرایی خطی دارد.

۱-۷- رابطه سازی با روش ضرایب لاگرانژی

مسئله طراحی بهینه با m متغیر طراحی و n محدودیت را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد:

$$\begin{aligned} f(X) &= \text{کمینه شود (تابع هدف)}: \\ g_i(X) &= \text{به شرط آنکه (محدودیتها)}: \quad i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (24)$$

در این رابطه‌ها، X_1, \dots, X_n بردار متغیرهای طراحی است. با استفاده از ضرایب لاگرانژ، این مسئله را می‌توان به مسئله نامقید زیر تبدیل کرد:

$$\text{کمینه شود (تابع هدف):}$$

$$\begin{aligned} f(X, \gamma, \mu) &= f(X) + \frac{1}{\gamma} \sum_{i=1}^n \gamma_i [(g_i(x) + \mu_i)^+]^{\gamma} \\ [g_i(x) + \mu_i]^+ &= \max [g_i(x) + \mu_i, 0] \end{aligned} \quad (25)$$

در اینجا، $\gamma > 0$ و عاملهای محدودیت آم مسئله هستند. به $\mu_i = 0$ ضریب لاگرانژ این محدودیت گفته می‌شود. بر این اساس، مسئله کمینه سازی وزن خربها به صورت مسئله نامقید زیر در می‌آید:

$$\text{کمینه شود (تابع هدف):}$$

$$f(Ay, \mu) = \frac{1}{\gamma} \sum_{i=1}^n \mu_i L_i A_i + \frac{1}{\gamma} \left\{ \sum_{i=1}^n \gamma_i \left[\left(\frac{|A_i|}{|\sigma_i|} - 1 + \mu_i \right)^+ \right]^{\gamma} \right\}$$

می شود، پاسخ بهینه در بردار $A^{(1)}$ ذکر شده می گردد:

گام چهارم: مقادیر محدودیتهاي $g_i(A_j^{(1)})$ برای هر رشته، ارزیابی و میانگین هر محدودیت ا در کل

جمعیت به صورت زیر محاسبه می گردد:

$$g_{avg}^{(1)} = \frac{\sum_{i=1}^n g_i(A_j^{(1)})}{n} \quad (28)$$

سپس، K^* و مجموعه T مطابق با روابط زیر تعیین می شود:

$$K^* = \max_i \left| \max_{avg} [g_i^{(1)}] - \mu_i^{(1)} \right| \quad (29)$$

$$T = \left\{ i : \left| \max_{avg} [g_i^{(1)}] - \mu_i^{(1)} \right| > \frac{k}{\alpha} \right\} \quad (30)$$

چنانچه $K \leq K^*$ باشد، به اجرای برنامه پایان داده می شود.
در این حالت، پاسخ مسئله $(A^{(1)})$ خواهد بود در غیر این صورت به گام بعدی می رود. باید توجه کرد برای عملی بودن پاسخ حاصل از این مرحله، هیچ نصیحتی وجود ندارد و برای انتخاب پاسخ بهینه در میان جمعیت، باید محدودیتها بررسی شوند.^[5]

گام پنجم: اگر $K \geq K^*$ باشد (یعنی میزان نقض محدودیت بهبود نیافرته است)، آنگاه تصحیح زیر برای همه نهای متعلق به مجموعه T انجام می گیرد.

$$\gamma_i = \beta \theta_i \quad (31)$$

$$\mu_i^{(1)} = \frac{\mu_i^{(1)}}{\beta} \quad (32)$$

سپس، به گام سوم و در غیر این صورت، به گام بعدی می رود. یادآوری می شود در اینجا، β ها (ضرایب توانی) با ضریب β ، انداخته و β ها با همان ضریب، کاهش می بایند و در نتیجه ضرایب لاگرانژ (γ_i) بدون تغییر نگه داشته می شود.

گام ششم: با به کار بردن رابطه زیر، (1) معرفی شده می شود:

$$\mu_i^{(1+1)} = \mu_i^{(1)} + \max_{avg} [g_i^{(1)}] - \mu_i^{(1)} \quad i = 1, \dots, m \quad (33)$$

چنانچه $K \leq K^*/\alpha$ باشد (یعنی نقض محدودیت با ضریب α بهبود یافته است)، $K = K^*$ قرار گرفته، به گام سوم و در غیر این صورت به گام بعدی خواهد وقت. باید توجه کرد این گام

$$+ \sum_{j=n+1}^m \gamma_j \left[\left(\frac{|d_j|}{|d_i|} - 1 + \mu_j \right)^+ \right]^2 \quad (26)$$

در این رابطه، γ_j ضریب هنگارش تابع هدف (وزن خربزا) انش در عضو i ، μ_j تغییر مکان درجه آزادی j است. از سوی دیگر، رابطه های زیر برقرار می باشد:

$$\left[\frac{|\sigma_i|}{|\sigma_j|} - 1 + \mu_i \right]^+ = \max \left[\frac{|\sigma_i|}{|\sigma_j|} - 1 + \mu_i \right] \quad (27)$$

$$\left[\frac{|d_j|}{|d_i|} - 1 + \mu_j \right]^+ = \max \left[\frac{|d_j|}{|d_i|} - 1 + \mu_j \right] \quad (27)$$

۲-۲- گامهای روش ششم

فرایند باتفاق پاسخ بهینه در روش ترکیبی پیشنهادی «عادلی» و «چنگ» شامل دو حلقة کلی خارجی و داخلی است. در حلقة خارجی، ضرایب لاگرانژ مطابق با شبهه لاگرانژی افزوده، بهتگانم می شوند. در حلقة داخلی به کمک «روش جستجوی اولی» یکپارچه و یا استفاده از ضرایب لاگرانژ حاصل از حلقة خارجی، پاسخ کمینه محاسبه می گردد فرایند جستجوی مزبور در هفت گام انجام می شود که گام سوم آن مربوط به حلقة داخلی (کمینه سازی به روش جستجوی اولی) است. آنچه در پی می آید، گامهای روش مزبور می باشد.

گام اول: در شمارشگر حلقة خارجی (مزبور) به تصحیح ضرایب لاگرانژ، $I = 1, \dots, m$ قرار گرفته، مقدار مناسبی برای I انتخاب می شود. همچنین، مقادیر اولیه (y_i) و (u) انتخاب و برای عاملهای $1 < \beta < 0$ مقداری برگزیده می شود. α ضریب کاهش در میزان نقض محدودیت، β ضریب افزایش عاملهای توانی (y_i^m) و γ دقت مورد نظر (یا معیار توقف حلقة خارجی) است. و لیگاندو، α آروراه مقادیر اولیه تغییر را برای عاملهای مزبور پیشنهاد کردند:

$$\mu_i^{(+)} = 0, \quad I = 1, \dots, m; \quad y_i^{(+)} = 0, \quad I = 1, \dots, m; \quad \beta = 1.0; \quad \alpha = 1/5$$

گام دوم: تولید جمعیت اولیه به طور تصادفی؛
گام سوم: $I = 1, \dots, m$ (شمارشگر حلقة داخلی) قرار داده،
مسئله (۲۶) با انجام گامهای جستجوی بخش پیشین حل

تنهای هنگامی انجام می‌شود که میزان نقصهای محدودیت بهبود بافت باشد.

گام هفتم: برای تمامی $T \in \mathbb{A}$ عاملهای زیر بهنگام می‌شوند:

$$\gamma_i = \beta \gamma_i \quad (24)$$

$$\mu_i^{(l+1)} = \mu_i^{(l+1)} / \beta \quad (25)$$

پس از آن، K^* قرار گرفته، به گام سوم بر می‌کردد. شایان ذکر است که این گام، تنها هنگامی انجام می‌شود که نقصهای محدودیت با ضریب «بهبود» بناخته باشد.

۸- برنامه رایانه‌ای

نگارندگان مقاله، برنامه رایانه‌ای هر شش روش را نوشتند. در پنج روش اول، به این دلیل که از تابع تاوونی بهره گرفته شده، از میان طرحهای یک نسل، نخست طرحهای پذیرفتنی (طروحی که تمامی محدودیتها را برقرار می‌کنند) شخص می‌شوند. این کار بسادگی صورت می‌پذیرد زیرا طرحی که مجموع توان آن صفر باشد، هیچ محدودیتی را نقض نمی‌کند و طرحی پذیرفتنی و عملی است. در برنامه مزبور، مجموع توان طرحها در متغیری اثبات شده است. از این رو، با بررسی این متغیر می‌توان به پذیرفتنی یا غیرپذیرفتنی بودن طرح بی بود. سپس، در بین طرحهای پذیرفتنی، طرحی که کمترین وزن و داشته باشد به عنوان طرح بهینه آن نسل انتخاب می‌گردد. در روش ششم چون از ضوابط لاگرانژ برای غیر مقتضی کردن مسئله استفاده شده، هر طرح بسته به تعداد محدودیتها، ضوابط لاگرانژ زیادی دارد و بررسی صفر بودن همه این ضوابط برای تمامی طرحها در هر نسل، زمان بی و مشکل است. از این رو، در هر نسل، طرحی که کمترین وزن را از این میان می‌کند به عنوان طرح بهینه انتخاب می‌شود. این طرح ممکن است پذیرفتنی یا غیر پذیرفتنی باشد. گامهای محاسباتی در روش لاگرانژی افزوده به گونه‌ای است که در هر چند نسل (بسته به تعداد حلقه‌های داخلی)، یک بار ضوابط لاگرانژ تعديل می‌شود که این خود سبب کم شدن میزان نقص محدودیتها خواهد شد. بتایابی این لازم نیست که در همه نسلها بوقاری محدودیتها بررسی گردد، بلکه همان گونه که «عادلی» و «چنگ»، پیشنهاد کردند، تنها در چند نسل آخری محدودیتهای مسئله بررسی شود تا بدین ترتیب از پذیرفتنی بودن طرح بهینه، اطمینان حاصل شود [۶].

در برنامه رایانه‌ای، رابطه‌سازی تابع شایستگی سومین و چهارمین روش به صورت رابطه‌های (۷) تا (۱۰) در نظر گرفته شده است، این کار به دلایل زیر بوده است:

الف- انتخاب مقادیر C_{max} ، به ابعاد و وزن سازه بستگی دارد و باید با آزمون و خطای تعیین شود؛ زیرا مقادیر بسیار بزرگ عدد ثابت مزبور، سبب حاکم شدن این ضریب بر عبارتهای دیگر معادله (۱۲) خواهد شد که به لحاظ عددی موجب افزایش بروز مشکلاتی می‌گردد. از سوی دیگر با کوچک انتخاب کردن C_{max} ، تابع شایستگی، متفاوت خواهد شد.

ب- از آنجاکه هدف از مقایسه روش‌های اشاره شده، بررسی عملکرد و چگونگی انجام عملگر «انتخاب و زایش» آنهاست، این رابطه‌سازی هیچ خللی به نتایج وارد نمی‌آورد. حقیقتی با یکسان شدن رابطه‌های تابع شایستگی، مقایسه روشها بهتر انجام می‌گیرد.

ج- با هنگار کردن تابع مدقق اصلاح شده، انتخاب تابع توانی مناسب، آسانتر می‌گردد.

در روش‌های چستجوی ارشی، اندازه جمعیت کم، احتمال افتادن در بهینه محلی را بالا می‌برد و اندازه جمعیت زیاد، سبب زیاد شدن تعداد تحلیل سازه در روند چستجو می‌گردد. این افزایش، طولانی شدن اجرای برنامه را در پی دارد. بتایابی، در تمامی مسئله‌های حل شده، اندازه جمعیت در هر نسل ۵۰ در نظر گرفته شده است. پژوهشگران احتمال انجام عملگر پیوند بر روی یک رشته را بین ۰/۶ تا ۰/۸ بیان کرده‌اند که در اینجا ۰/۸ به کار رفته است. در واقع، احتمال پیوند به این معناست که بر روی ۰/۸٪ رشته‌ها در کل جمعیت، پیوند انجام می‌گیرد و ۰/۲۰٪ یقینه، بدون پیوند باقی می‌مانند. یادآوری می‌شود زیر روال مربوط به پیوند، قادر به اجرای پیوندهای تک نقطه‌ای، دو نقطه‌ای، سه نقطه‌ای، چهار نقطه‌ای و همچنین پیوند پکتواخت منی باشد. افزون بر اینها با توجه به تجزیه‌های عددی به دست آمده، پیوند سه نقطه‌ای مناسبت‌کار می‌کند؛ از این رو برای تمامی روشها و مثالها از این نوع پیوند استفاده شده است.

احتمال جهش در چستجوی ارشی به این مفهوم است که از میان تمامی ارقام صفر و یک رشته‌ها (کروموزمها) چند درصد از ارقام، تغییر ماهیت می‌دهند. به سخن دیگر، از صفر به یک یا بر عکس تبدیل خواهند شد. در زیر روال مربوط به عملگر جهش،

نسبت، یافتن پاسخ بهینه مشکلت و زمان دستیابی به آن بیشتر من شود. در مثالها دو نوع متغیر پیوسته و گستره به کار رفته است که در برخی از آنها هر دو متغیر به طور همزمان وجود دارد. این موضوع، مسئله را به یک مسئله بهینه گستره تبدیل می‌کند که حل آن با روش‌های برنامه‌ریزی ریاضی بسیار مشکل می‌باشد. مسائل گستره به لحاظ کاربردی، واقعی تر و عملی تر هستند. زیرا یا بد مخصوصی سازه از میان مجموعه معینی از نیزه‌های معمولی یا نیزه‌های مرگب ساخته شده از آنها، انتخاب شود. روشن است که این سطح مقاطع، مقادیری گستره هستند.

ج - محدودیتها مسائل بهینه سازی: به طور کلی برای طراحی سازه، به بررسی سه محدودیت تنش، کمانش و تغیر مکان گرهی نیاز است. در مثالهای حل شده، هر سه این محدودیتها یا به طور همزمان و یا جداگانه وارد شده‌اند. محدودیت کمانش به شکل زیر به کار رفته است:

- ج - ۱ تنش کمانش اول؛
- ج - ۲ تنش کمانش آبین نامه امریکا (AISC) باشعاع چرخشی که تابع صریحی از سطح مقطع عضو می‌باشد ($r = 0.88^b$)
- ج - ۳ تنشهای آبین نامه امریکا با شعاع چرخش گرفته شده از جدول نیزه‌ها.

۹ - خربای دو بعدی

یافتن شکل بهینه خربای دو بعدی مستوی هجده، عضوی نشان داده شده در شکل (۱) مورد نظر می‌باشد. «سلاچه»، «واندرلایت» با به کارگیری شبیه شاخه و گرانه و با استفاده از متغیرهای میانی و تقریب خطی، به حل مسئله می‌پرداخته‌اند. آن در این کار، نیروهای عضوی را به عنوان متغیر میانی در نظر گرفته‌اند [۷]. محدودیتها مسئله شامل تنش و کمانش اولر می‌باشد. تنش فشاری کمانش اولر عضوی نام، به مقدار σ_{tension} محدود شده است و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\sigma_{\text{tension}} = \frac{-K_1 E A_1}{l_1^2} \quad (۲۶)$$

در این رابطه، K_1 ضریب ثابتی است که بستگی به هندسه مقطع عرضی عضوهای سازه دارد. در مثال اخیر، برای تعامل عضوهای $A_1 = 2$ پنداشته شده است. E ضریب کشسانی مصالح سازه،

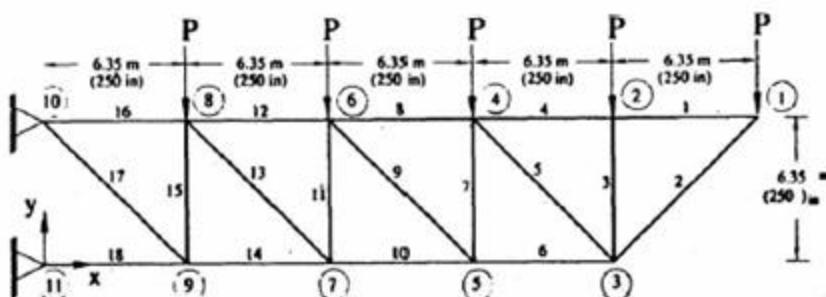
نخست، تعداد کل ارقام صفر و یک موجود در هر نسل تعیین می‌شود. سپس، به احتمال کمی (که در اینجا ۵ / ۰۰۰ است)، ارقامی از میان آنها به تصادف انتخاب شده، تغییر می‌باشند. در روش‌های جستجوی ارثی، بهترین طرح در هر نسل نسبت به نسل قبل بهبود می‌باشد؛ بنابراین عملیات بر روی رشته‌ها تا رسیدن به مقدار بیشینه نسلها ادامه می‌باشد. در اینجا، بیشینه تکرارها به حد محدود شده است. ضریب تابع توانی در تمامی مثالها برابر باشد است. در ضمن، برنامه نوشته شده قادر به نشان دادن زمان اجرای تحلیل و بهینه سازی در هر روش می‌باشد.

۹ - مثالهای عددی

مثالهای تحلیل شده، طبیعتی متفاوت دارد و گستره وسیعی از سازه‌های خربایی را پوشش می‌دهد. این مسائل از چند نظر با یکدیگر اختلاف داشته که در ادامه به طور خلاصه بیان می‌شود:

الف - بهینه سازی اندازه و شکل سازه: در پارهای از مسائل، بهینه سازی ابعاد مقطع عرضی عضوها در پاره‌ای دیگر، بهینه سازی شکل سازه مورد نظر بوده است. در مسائل نوع اول، ابعاد مقطع عرضی عضوها تنها متغیرهای طراحی مسئله‌اند. تابع هدف (وزن سازه) و محدودیتها فقط تابعی از سطح مقطع عضوها هستند. بنابراین، تابع هدف، خطی و محدودیتها توابع به طور نسبی ساده‌ای بر حسب متغیرها می‌باشند. در بهینه سازی شکل خربایاه، موقعیت گرهی تغییر می‌باشد که این موضوع، تغییر طول عضو را در بین دارد. بدین ترتیب، افزون بر سطح مقطع عضوها، مختصات گرهی که متغیرهای هندسی نامیده می‌شود، متغیرهای طراحی مسئله را تشکیل می‌دهد. بنابراین، با وارد شدن متغیرهای هندسی به مسئله، تعداد متغیرها افزایش یافته، سبب غیر خطی شدن شدید مسئله و پیچیدگی آن خواهد شد. از سوی دیگر، ماهیت متفاوت دو نوع متغیر (متغیرهای اندازه و هندسی) ممکن است آنگهای متفاوتی از همگرایی پیدا کرد و سبب ناهنجاری مسئله گردد.

ب - ابعاد سازه‌ای: سازه‌ای انتخاب شده ابعاد گوناگونی دارند. پاره‌ای از آنها مسائلی به طور کامل عملی با ابعاد کاربردی هستند. تعداد زیاد عضو و گره در این گونه سازه‌ها، متغیرهای طراحی مسئله بهینه سازی را افزایش خواهد داد. به همین



شکل ۱ خریای دو بعدی هجده عضوی

در مسئله مورد بحث، فرض بر این است که تنها گروههای ۳، ۵، ۷، ۹ می‌توانند در امتدادهای π و θ حرکت کنند. بر این اساس، متغیرهای شکل، عبارت است از π : ۸، ۱۲، ۶، ۴، ۲، ۱؛ θ : ۱۰، ۱۶، ۱۵، ۱۷، ۱۴، ۱۳، ۱۱، ۱۰، ۷، ۹، ۵، ۳، ۲، ۱؛ σ : ۷، ۹، ۱۱، ۱۰، ۵، ۳، ۶، ۴، ۲، ۱؛ ϵ : ۱۷، ۱۵، ۱۳، ۱۱، ۱۰، ۷، ۵، ۳، ۲، ۱. برای این گونه متغیرها مناسب است. چون متغیرهای طراحی کل شامل چهار متغیر اندازه و هشت متغیر شکل است، تعداد ارقام در مبنای دو هر رشته (طرح) در جمعیت برابر با ۱۳۶ می‌باشد. نتایج به دست آمده از بهینه‌سازی شکل این سازه با استفاده از شش روش مورد مقایسه، در جدول (۳) درج شده است. روشن ششم، سازه‌ای با کمترین وزن را داده است، اما سازه مذبور غیرعملی می‌باشد و محدودیتها را برقرار نمی‌سازد. از میان دیگر روشها، بهترین پاسخ مربوط به روش سوم و پس از آن روش چهارم است. در ضمن، زمان برای روش پنجم کمتر از بقیه روشهاست. تاریخچه همگرایی پاسخ بهینه سازه مورد بحث در شکل (۲) آمده است. نوسان پاسخها در روش اول و دوم بسیار زیاد می‌باشد، در حالی که هریک از روشهاي سوم، چهارم و پنجم همگرایی بسیار خوب و نوسانهای کمی را از خود نشان می‌دهند.

۲-۹-۴ دکل ۴۷ عضوی

در این مثال به بهینه‌سازی شکل دکل انتقال نیروی ۴۷ عضوی (شکل (۳)) می‌پردازم. این مسئله را «سلامجهفه» و

سطوح مقطع و L (که تابعی از متغیرهای شکل (مختصه گرهای) است) طول عضو Δ سازه می‌باشد. مقادیر عددی ضریب کشسانی، چگالی مصالح (ρ)، کرانهای محدودیت تنش (σ_{max}) و همچنین بارهای وارد شده به سازه (P) به شرح ذیل است:

$$E = 6.895 \times 10^{10} \text{ N/m}^2 (10^7 \text{ psi}), \rho = 2768 \text{ kg/m}^3 (1 \text{ lbm/in}^3)$$

$$\sigma_{max} = \pm 1/379 \times 10^8 \text{ N/m}^2 (20000 \text{ psi}), P = 88962 \text{ N} (20000 \text{ lbf})$$

عضوهای سازه به چهار گروه تقسیم شده‌اند که هر کدام از آنها به یک متغیر طراحی واپس‌آید. این گروه‌بندی در جدول (۱) درج شده است. در اینجا، متغیرهای سطوح مقطع عرضی، پیوسته فرض شده‌اند که دارای کران پاسخ $(1 \text{ in})^2$ و 645 mm^2 و دقت $\epsilon = 0.01$ و 19354 Amm^2 باشند. با این حساب، طول هر زیر رشته متغیر طراحی برابر با ۱۲ خواهد بود.

جدول ۱ گروه‌بندی عضوهای خریای هجده عضوی

گروه	شماره عضو
۱	۱، ۴، ۸، ۱۲، ۱۶
۲	۲۵، ۱۰، ۱۴، ۱۸
۳	۳۷، ۱۱، ۱۵
۴	۵، ۹، ۱۳، ۱۷

جدول ۲ کرمان پایین و بالای متغیرهای شکل (mm)

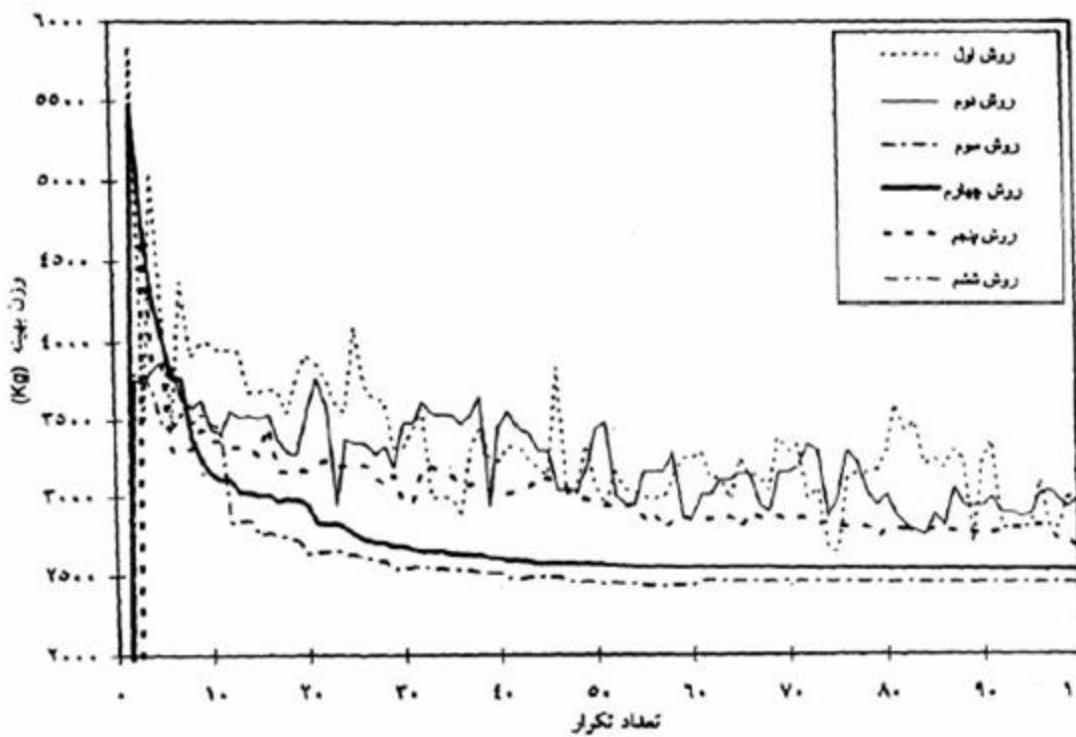
متخصصة کلی	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
متخصصة واقعی	y_1	y_5	y_7	y_4	y_3	y_5	y_7	y_1
کرمان پایین	۲۲۸۶۰	۱۵۲۴۰	۱۰۱۶۰	۲۵۴۰	*	*	*	*
کرمان بالا	۲۰۲۰۰	۲۰۲۲۰	۱۵۲۴۰	۷۶۲۰	۵۰۸۰	۵۰۸۰	۵۰۸۰	۵۰۸۰

جدول ۳ نتایج پاسخ بهینه خوبی دو بعدی هجده عضوی

متغیرها	روش اول	روش دوم	روش سوم	روش چهارم	روش پنجم	روش ششم
$A_1 (mm^3)$	۹۷۱۶/۷۸	۸۳۷۲/۸۵	۷۷۳۴/۶۶	۱۰۰۱۸/۲۵	۸۱۵۰/۰۳	۹۶۴/۹۰
A_7	۱۲۱۴۶/۸۴	۱۴۴۸۵/۵۴	۱۴۶۷۷/۳۹	۱۲۲۲۸/۶۹	۱۴۸۵۵/۵۳	۷۷۰۵/۴۸
A_7	۶۲۱۷/۸۶	۷۷۵/۲	۵۳۷۷/۳۸	۵۳۲۲/۰۷	۵۸۷۵/۲۷	۲۲۹۸/۷۰
A_7	۵۲۷۵/۶۲	۴۴۰۹/۰۱	۳۰۱۵/۸۴	۵۳۲۲/۰۷	۵۴۵۹/۶۰	۱۱۹۷/۸۶
$X_1 (mm)$	۲۴۷۵۲/۶۰	۲۵۱۴۹/۴۷	۲۴۵۲۴/۳۹	۲۲۹۰/۷/۱۳	۲۲۴۸۷/۰۶	۲۲۵۲۷/۲
X_7	۱۶۷۷۲/۹۳	۱۸۰۸۷/۵۸	۱۶۵۲۲/۴۰	۱۰۹۸۴/۱۴	۱۰۰۹۷/۱۹	۱۸۷۶۴/۷۵
X_7	۱۱۰۰۸/۲۲	۱۰۵۰۷/۲۷	۱۱۲۴۷/۳۶	۱۰۳۸۰/۷۶	۱۰۸۲۴/۷۷	۱۱۶۷۳/۰۹
X_7	۵۱۰۴/۸۰	۶۰۸۴/۰۹	۵۸۷۸/۷۱	۵۱۰۹/۷۷	۵۳۷۲/۳۲	۵۶۰۷/۷۷
X_5	۲۳۵۷۱/۸۸	۴۷۲۵/۲۹	۴۹۲۸/۹۹	۴۳۷۸/۸۱	۴۵۹۸/۷۹	۲۷۴۰/۹۲
X_5	۲۱۰۵/۰۳	۲۰۷۶/۱۵	۳۷۸۵/۲۰	۴۳۹۰/۴۲	۴۹۴۱/۸۲	۳۹۰۲/۸۷
X_7	۱۶۷۱/۸۴	۱۷۸۸/۴۲	۲۲۷۸/۷۷	۲۰۳۵/۰۴	۲۱۶۷/۹۳	۴۰۷۲/۹۸
X_A	۱۲۵۳/۵۵	۴۸۱/۲۱	۷۹۶/۲۳	۱۸۰۷/۸۷	۱۲۶۲/۵۶	۳۷۱۰/۷۴
وزن کل مسازه (kg)	۲۶۴۵/۹۳	۲۷۵۰/۸۰	۲۴۲۰/۱۳	۲۰۳۶/۸۰	۲۶۸۴/۰۷	۲۹۹/۰۲
زمان اجرا (sec)	۸۰/۴۱	۸۰/۲۰	۸۴/۷۰	۸۲/۴۷	۷۷/۹۱	۸/۰۷

جدول ۴ کرانهای پایین و بالای متغیرهای شکل دکل

متخصصة کلی	متخصصة واقعی	کرمان پایین (mm)	کرمان بالا (mm)	متخصصة کلی	متخصصة واقعی	کرمان پایین (mm)	کرمان بالا (mm)
x_1	y_2	۱۲۷۰ (۰-۰)	۲۳۰۲ (۱۷-۰)	x_{11}	y_4	۲۰۳۲ (۰-۰)	۲۰۶۴ (۱۶-۰)
x_2	y_4	۱۲۷۰	۲۳۰۲	x_{11}	y_5	۰۰۸۰ (۰-۰)	۷۱۱۲ (۷۸-۰)
x_3	y_5	۱۲۷۰	۲۳۰۲	x_{12}	y_6	۰۹۷۰ (۰-۰)	۹۵۰۲ (۹۸-۰)
x_4	y_8	۱۲۷۰	۲۳۰۲	x_{13}	y_1	۰۹۵۰ (۰-۰)	۱۱۵۰۴ (۱۶-۰)
x_5	y_{10}	۷۰۴ (۱۰-)	۲۲۸۶ (۹-)	x_{14}	y_{12}	۱۱۱۷۶ (۴۴-)	۱۳۲۰۸ (۴۷-)
x_6	y_{12}	۷۰۴	۲۲۸۶	x_{15}	y_{14}	۱۰۷۰۰ (۰-۰)	۱۲۷۲۲ (۰-۰)
x_7	y_{12}	۷۰۴	۲۲۸۶	x_{16}	y_{15}	۱۴۲۲۸ (۰-۰)	۱۴۷۰۰ (۰-۰)
x_A	y_{17}	۷۰۴	۲۲۸۶	x_{17}	y_{17}	۱۴۷۲۲ (۰-۰)	۱۴۹۶۴ (۰-۰)
x_8	y_{11}	۱۲۷۰	۲۳۰۲				



شکل ۲ ناریحجه همگرایی پاسخ بهینه خربای هجدو، عضوی

۲۵۸/۰۶(۰/۴)،	۳۲۲/۵۸(۰/۵)،	۳۸۷/۱۰(۰/۶)،
۴۵۱/۶۱(۰/۷)،	۵۱۶/۱۳(۰/۸)،	۵۸۰/۶۴(۰/۹)،
۶۴۵/۱۶(۱)،	۷۰۹/۶۸(۱/۱)،	۷۷۴/۱۹(۱/۲)،
۸۳۸/۷۱(۱/۳)،	۹۰۳/۲۲(۱/۴)،	۹۶۷/۷۴(۱/۵)،
۱۰۳۲/۲۶(۱/۶)،	۱۰۹۶/۷۷(۱/۷)،	۱۱۶۱/۲۹(۱/۸)،
۱۲۲۵/۸(۱/۹)،	۱۲۹۰/۳۲(۲)،	۱۳۵۴/۸۴(۲/۱)،
۱۴۱۹/۳۵(۲/۲)،	۱۴۸۳/۸۷(۲/۳)،	۱۵۴۸/۳۸(۲/۴)،
۱۶۱۲/۹(۲/۵)،	۱۶۷۷/۴۲(۲/۶)،	۱۷۴۱/۹۳(۲/۷)،
۱۸۰۶/۴۵(۲/۸)،	۱۸۷۰/۹۶(۲/۹)،	۱۹۳۵/۴۸(۳)،
۲۰۰۰(۳/۱)،	۲۰۶۴/۵۲(۳/۲)،	mm ² (in ²)

برای این مسئله، گرهای ۱۵، ۱۶، ۱۷ و ۲۲ در قضا تابت نگه داشته شده‌اند. گرهای ۱ و ۲ تنها در جهت x قادر به حرکت هستند. موقعیت گرهای دیگر در جهات x، z تغییر خواهند

داشتند. وایز باره، گیری از روش شاخه و کرانه حل کردند [۷]. به این سازه، نیروهای افقی (R_{ff}) (۶۰۰۰ N) و نیروهای فاصل (R_{ff}) (-۱۴۰۰ lbf) -۶۲۲۷۷N در جهت x و نیروهای بارگذاری باکرمان (P_{bar}) (۱۵۰۰۰ N/m²) $10^{18} \times 10^{12} \times 10^{-1}$ و نیش کش فشاری باکرمان (P_{bar}) (۲۰۰۰ Psi) $10^{18} \times 10^{12} \times 10^{-1}$ و کمانش اولو سا ضربی $= 3/96 K$ می‌باشد. ضربی کشسانی ($3 \times 10^7 \text{ Psi}$) $3 \times 10^7 \text{ N/m}^2$ E (۲/۰۷ $\times 10^{11} \text{ N/m}^2$) و چگالانی مواد ($10/3 \text{ lbm/in}^3$) 83 kg/m^3 فرض شده است. متغیرهای سطح مقطع عرضی از مجموعه ۳۲ عضوی گسته زیر (برحسب میلیمتر و اینچ مربع) انتخاب می‌شوند: از این رو زیر رشته‌ای که بسیانگر متغیرهای مزبور است طولی برابر با پنج خواهد داشت.

$$S = 192/55(0/2), 129/0/2(0/1), 64/52(0/1)$$

در تمامی متغیرهای شکل برابر با 80×10^3 فرض شده‌اند. طول زیر رشته مریوط به متغیرهای شکل، ۳ می‌باشد. با توجه به تعداد کل متغیرهای طراحی در مسأله، طول هر رشته (کروموزم) برابر با 356×10^3 خواهد بود.

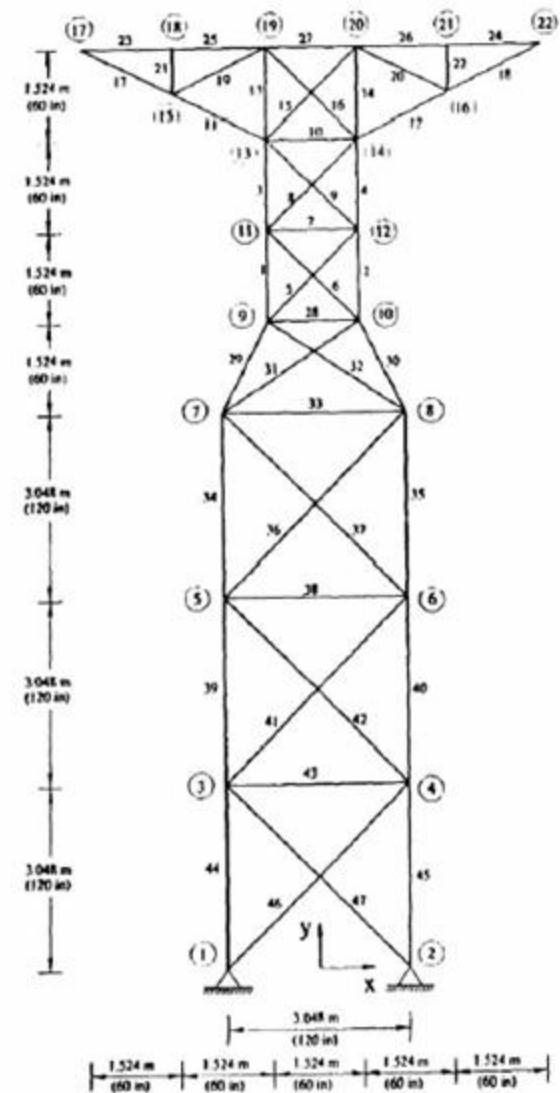
پاسخهای بهینه حاصل از حل مسأله به کمک شبیه‌های جستجوی ارشی و نیز زمانی که رایانه برای یافتن پاسخ، صرف کرده، در جدول (۵) آورده شده است. در طی یک‌صد تکرار انجام شده، با روش اول هیچ‌کدام از طرحها در ناحیه پذیرفتش نبوده‌اند. به همین دلیل، در جدول (۵) وزن سازه بهینه، صفر مطلق شده است؛ چون برنامه رایانه‌ای نوشته شده به گونه‌ای است که تنها طرحهای پذیرفتش را در خلال فرایند جستجو ذخیره می‌کند. روش ششم سازه‌ای با وزن بسیار پایین را نتیجه داده است، در حالی که این سازه محدودیتها را برقرار نمی‌سازد. از میان روش‌های دیگر، بهترین پاسخ مریوط به روش چهارم است.

شکل (۴)، تاریخچه همگرایی روش‌های مورد بحث را در سلسله‌ای پایی نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل مذکور مشاهده می‌گردد، روش اول در هیچ یک از تکرارها به طرح قابل قبول دست نیافرته است. روش دوم از نسل 80×10^3 به بعد، به طرح پذیرفتش رسیده و در سلسله‌ای بعدی، در چند مورد، آن را نیز لز دست داده است. به لحاظ همگرایی، نوسان کم و سریعتر رسیدن به طرح قابل قبول، روش چهارم بهترین نتیجه را ارائه داده است. در این روش از تکرار 25×10^3 ، به طرح قابل قبول رسیده و آن را تا آخر حفظ کرده است. یادآوری می‌شود طرحها در سلسله‌ای بعدی بهبود می‌باشد. در دیگر روش‌ها، نوسان در پاسخها همچنان وجود داشته و افزون بر آن، همگرایی یک‌نیزه صورت پذیرفته است.

۹-۳- خربای فضای ۲۵ عضوی

سازه شکل (۵) از مرجع [۸] برگزیده شده است. هدف، پیدا کردن شکل بهینه خوبی ای مذکور زیر از حدود دینهای تش و تغییر مکان گرمی است. حد مجاز تستهای کششی و فشاری برابر با $2758 \times 10^8 \text{ N/mm}^2$ ($\pm 4000 \text{ psi}$) بوده و پیشنهاد تغییر مکان در همه گره‌ها و تمامی جهات به 0.25in (6.35 mm) محدود شده است. مواد مصرف شده در عضوهای خربای دارای

گرد. متغیرهای شکل و کوانهای پایین و بالای آنها در جدول (۴) درج شده است. سطح مقطع عضوهای سازه و مختصات گرهی چنان‌گروه‌بندی شده‌اند که سازه نسبت به محور z متقاضان باشد. به طور کلی، متغیرهای مستقل مسأله، شامل ۲۷ متغیر ابعاد و هفده متغیر مختصات گرمی است. تقابل کرانهای بالا و پایین



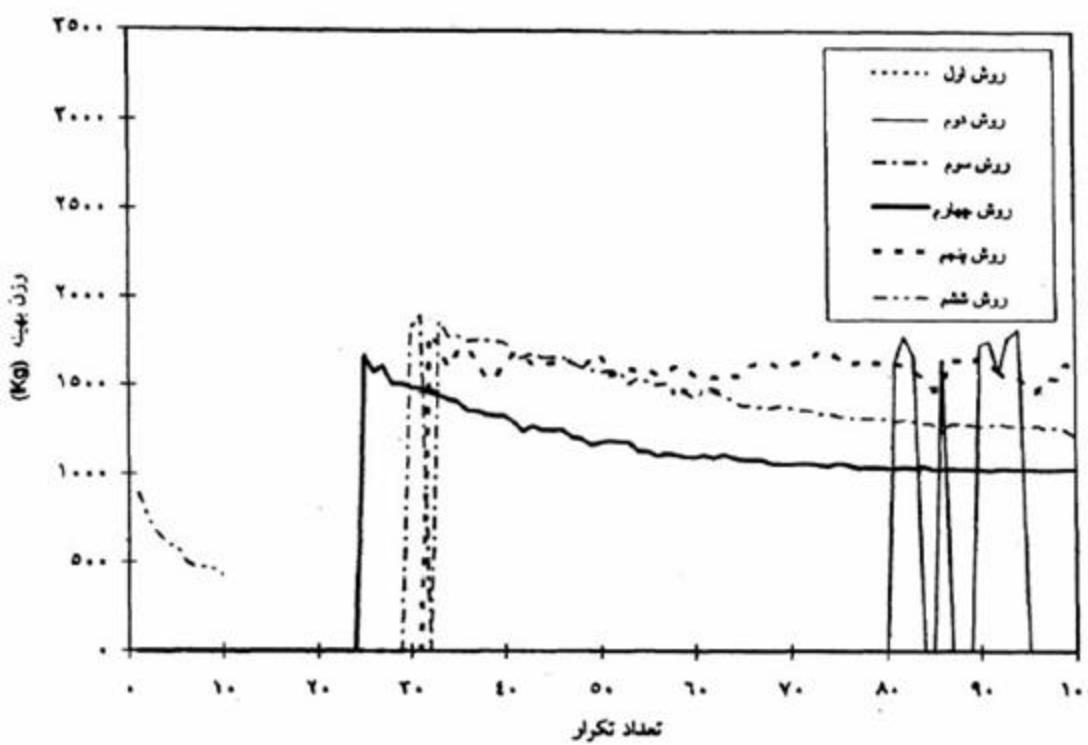
شکل ۳ دکل خربای ۲۷ عضوی

جدول ۵ نتایج پاسخ بهینه خوبی در مدلی ۴۷ حضوری

متغیرها	روش اول	روش دوم	روش سوم	روش چهارم	روش پنجم	روش ششم
$A_1(\text{mm}^2)$	•	۱۴۸۳/۸۷	۱۶۷۷/۴۲	۱۶۱۲/۹	۲۰۰۰/۰۰	۴۵۱/۶۱
A_T	•	۱۶۷۷/۲۲	۲۰۴۲/۰۱	۹۶۷/۷۴	۱۶۱۲/۹	۱۲۹/۲۲
$A_{T\perp}$	•	۱۰۲۲/۲۶	۱۱۶۱/۲۹	۴۰۱/۶۱	۹۰۳/۲۲	۷۷۴/۱۹
A_T	•	۱۹۲۵/۲۸	۱۹۲/۰۰	۱۲۹/۰۳	۵۱۶/۱۳	۹۶۷/۷۴
A_S	•	۲۰۰۰/۰۰	۱۲۹/۰۲	۱۱۶۱/۲۹	۱۴۱۹/۳۰	۱۹۲/۰۰
A_p	•	۱۷۴۱/۹۳	۱۱۶۱/۲۹	۹۶۷/۷۴	۱۰۹۶/۷۷	۱۳۰۴/۸۴
$A_{T\perp}$	•	۱۱۶۱/۲۹	۱۴۹۱/۳۰	۱۰۴۸/۲۸	۱۴۸۳/۸۷	۹۴/۰۲
A_A	•	۳۰۹۶/۷۷	۰۸۱/۰۴	۱۱۶۱/۲۹	۱۳۰۴/۸۴	۱۰۹۶/۷۷
A_R	•	۱۷۴۱/۹۳	۱۰۹۶/۷۷	۰۸۱/۰۴	۱۰۵۰/۸۷	۸۷۸/۷۱
A_{11}	•	۲۰۰۰/۰۰	۱۴۱۹/۳۰	۱۶۷۷/۴۲	۲۰۰۰/۰۰	۹۴/۰۲
A_{11}	•	۷۷۴/۱۹	۹۰۳/۲۲	۴۰۱/۰۰	۴۰۱/۶۱	۱۲۹/۰۳
A_{12}	•	۱۸۰۶/۴۰	۹۰۳/۲۲	۴۰۸/۰۶	۱۱۶۱/۲۹	۱۲۹/۰۳
A_{13}	•	۷۷۴/۱۹	۷۷۴/۱۹	۱۰۳۲/۲۶	۱۲۲۰/۸۰	۱۲۹/۰۳
A_{14}	•	۱۸۰۶/۴۰	۹۰۳/۲۲	۱۶۷۷/۴۲	۱۶۷۷/۴۲	۱۳۰۴/۸۴
A_{15}	•	۱۶۷۷/۴۲	۹۶۰/۱۶	۷۷۴/۱۹	۱۰۳۲/۲۶	۳۲۲/۵۸
A_{16}	•	۷۷۴/۱۹	۹۶۰/۱۶	۴۰۱/۶۱	۵۱۶/۱۳	۵۱۶/۱۳
A_{17}	•	۱۸۷۰/۹۶	۱۹۳۰/۴۸	۱۰۴۸/۲۸	۱۸۷۰/۹۶	۷۰۸/۰۶
A_{18}	•	۹۴۰/۱۶	۷۰۹/۶۸	۴۰۱/۶۱	۱۱۶۱/۲۹	۱۹۲/۰۰
A_{19}	•	۱۲۹/۰۲	۸۳۸/۷۱	۴۰۸/۰۶	۹۶۰/۱۶	۱۳۰۴/۸۴
$A_{T\perp}$	•	۱۶۱۲/۹	۱۷۴۱/۹۳	۱۶۱۲/۹	۱۶۷۷/۴۲	۳۸۷/۱۰
$A_{T\perp}$	•	۹۶۷/۷۴	۱۰۵۰/۸۷	۱۱۶۰/۰	۹۶۷/۷۴	۹۴/۰۲
A_{TT}	•	۳۸۷/۱۰	۰۸۱/۰۴	۴۰۸/۰۶	۹۶۰/۱۶	۷۰۸/۰۶
A_{TT}	•	۱۸۷۰/۹۶	۲۰۰۰/۰۰	۱۸۷۰/۹۶	۲۰۶۴/۰۱	۳۲۲/۵۸
A_{TT}	•	۱۶۱۲/۹	۱۳۰۴/۸۴	۱۰۴۸/۰۶	۱۴۸۳/۸۷	۹۴/۰۲
A_{TO}	•	۷۷۴/۱۹	۷۰۹/۱۰	۹۶۰/۰۲	۱۴۸۳/۸۷	۱۱۶۱/۲۹
A_{TP}	•	۲۰۰۰/۰۰	۲۰۴۲/۰۱	۲۰۴۲/۰۱	۲۰۰۰/۰۰	۳۸۷/۱۰
A_{TV}	•	۱۸۷۰/۹۶	۲۳۲/۰۸	۰۸۱/۰۴	۱۰۵۰/۸۷	۹۴/۰۲
$X_1(\text{mm})$	•	۲۲۱۲/۷۵	۲۷۷۱/۲۲	۲۸۰۲/۲۹	۲۸۰۲/۲۹	۲۲۶۲/۲۰
X_T	•	۲۷۸۰/۶۱	۲۱۱۰/۰۸	۲۱۱۶/۰	۲۲۲۲/۰۰	۱۴۲۸/۲۲
$X_{T\perp}$	•	۲۱۷۳/۲۹	۱۸۱۲/۰۴	۲۰۰۱/۰۸	۲۰۷۳/۹۸	۱۳۷۳/۶۸
X_T	•	۱۹۰۸/۲۲	۲۱۱۹/۲۱	۹۱/۲۶	۱۸۷۳/۰۵	۱۳۷۹/۸۸
X_B	•	۱۲۹۲/۲۲	۱۴۱۴/۰۱	۱۲۰۵/۰۵	۱۸۱۷/۹۹	۱۶۸۳/۹۰
X_p	•	۱۱۶۱/۳۷	۱۳۰۲/۹۹	۱۲۱۲/۰۰	۹۷۲/۱۰	۱۲۷۸/۹۳
X_V	•	۴۹۷/۰۷	۱۲۲۰/۰۲	۱۰۳۰/۰۱	۱۲۹۹/۲۲	۱۲۰۰/۰۸
X_A	•	۰۱۹/۶۶	۹۶۱/۱۸	۹۰۳/۹۹	۹۷۴/۸۹	۱۱۰۶/۱۰
X_q	•	۲۸۰۴/۱۷	۱۸۹۲/۲۲	۱۰۰۶/۱۴	۱۹۰۴/۰۱	۲۰۹۲/۲۸
X_{11}	•	۲۰۰۰/۰۰	۲۰۲۸/۰۷	۲۹۲۶/۰۲	۲۹۰۲/۰۱	۲۲۶۶/۱۰
X_{11}	•	۹۹۸۰/۰۰	۹۹۱۲/۱۹	۹۹۸۰/۰۱	۵۷۳۰/۰۳	۰۳۳۳/۷۱
X_{11}	•	۸۹۷۴/۰۹	۸۹۱۲/۰۷	۹۳۳۹/۰۶	۹۱۴۲/۰۲	۸۹۲۲/۹۸

ادامه جدول ۵

متغیرها	روش اول	روش دوم	روش سوم	روش چهارم	روش پنجم	روش ششم
X_{12}	•	۱۰۹۴۴/۹۳	۱۰۷۲۶/۰۴	۱۰۹۴۳/۰۸	۱۰۷۹۲/۷۷	۱۱۴۲۵/۷۱
X_{13}	•	۱۲۹۹۸/۶۵	۱۲۴۵۶/۴۲	۱۱۶۲۸/۱۹	۱۲۴۷۸/۹۹	۱۱۷۵۴/۲۰
X_{15}	•	۱۳۸۷۰/۲۹	۱۲۹۴۰/۰۷	۱۳۹۸۹/۸۴	۱۳۵۴۴/۸۵	۱۳۹۹۲/۲۲
X_{16}	•	۱۳۸۷۰/۲۹	۱۲۹۴۰/۰۷	۱۳۹۸۹/۸۴	۱۳۵۴۴/۸۵	۱۳۹۹۲/۲۲
X_{17}	•	۱۶۱۹۴/۴۸	۱۰۷۶/۲۲	۱۰۵۹۷/۱۹	۱۰۴۸۲/۰۹	۱۴۲۱۵/۰۳
وزن کل سازه (kg)	•	۱۰۶۹/۸۷	۱۲۱۹/۹۱	۱۰۲۳/۲۱	۱۴۷۳/۰۱	۲۲۸/۸
زمان اجرا (Sec)	۱۶۱/۷	۱۶۲/۸۰	۱۷۱/۸۷	۱۷۱/۳۷	۱۵۷/۴۲	۱۵/۷۶



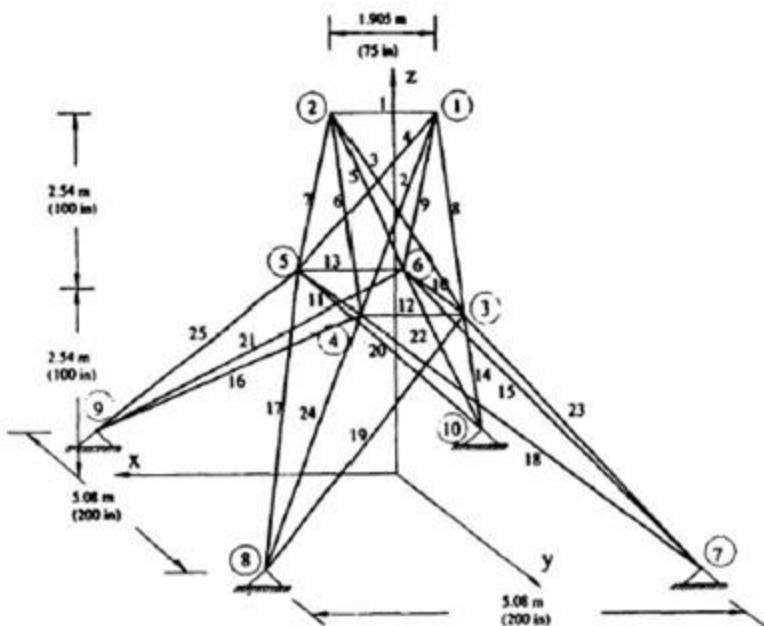
شکل ۴ تاریخچه همگرامی با ساخته هسته دکل ۲۷ عضوی

ضریب کشسانی (10^7 psi) $(10^1 \text{ N/mm}^2 \times 10^6 / 895 \times 10^1 \text{ lb/inch}^2) = 6 / 895 = 6.895 \text{ kg/m}^2$ و پیگالی $= 2768 \text{ kg/m}^2$ (۰.۱ lb/inch²) می‌باشد.

بارهای وارد شده به سازه در جدول (۶) درج شده است.
همانگونه که در جدول (۷) آمده، سطح مقطع عضوهای خوبیا به هشت گروه تقسیم شده‌اند. متغیرهای اندازه - سطح مقطع

عصرها (بر حسب میلیمتر و اینچ مریع) - از مجموعه زیر
انتخاب گردیده‌اند:

$S = 5 \dots 129/0.3(0/1), 129/0.3(0/2), 1677/42(2/6), 1806/45(2/8), 1935/48(3/3), 2042/52(3/2), 2193/54(3/4) \text{ mm}^2 (\text{in}^2)$



شکل ۵ خربایی فضایی ۲۵ عضوی

جدول ۷ گروه‌بندی عضوهای خربایی فضایی ۲۵ عضوی

گروه	شماره عضو
۱	۱
۲	۲، ۳، ۴، ۵
۳	۶، ۷، ۸، ۹
۴	۱۰، ۱۱
۵	۱۲، ۱۳
۶	۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷
۷	۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۱
۸	۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵

متقارن هستند. محدودیتهای کناری برای متغیرهای شکل در جدول (۸) درج گردیده است.

فرض برایین است که هر یک از متغیرهای اندازه، تنها می‌توانند یکی از شاتزه مقدار محدود مشخص شده از مجموعه ۵ را به خود اختصاص دهند. بنابراین، طول زیر رشته نمایش دهنده یک متغیر اندازه برابر ۴ انتخاب شده است.

مختصات x و y و z گره‌های ۱، ۴، ۳ و ۶ مجاز به تغییر هستند؛ در حالی که موقعیت گره‌های ۲ و ۷ بدون تغییر باقی می‌مانند. مختصات ۵، ۸، ۹، ۱۰ و ۲ به عنوان متغیرهای شکل انتخاب شده‌اند. گره‌های سازه نسبت به صفحات xy و yz

جدول ۶ بارگذاری خربایی فضایی ۲۵ عضوی

گره	$F_x N(\text{lb})$	$F_y N(\text{lb})$	$F_z N(\text{lb})$
۱	۲۲۲۸(۱۰۰)	-۲۲۲۸*(-۱۰۰)	-۲۲۲۸*(-۱۰۰)
۲	-	-۲۲۲۸*(-۱۰۰)	-۲۲۲۸*(-۱۰۰)
۳	۲۲۲۴(۵۰)	-	-
۶	۲۶۶۸/۸(۵۰)	-	-

سازه شامل بار قائم رو به پایین (1000 lb) = $-4/448 \text{ KN}$ در تعامی گرهات غیرتکیه گاهی است. ضرب کشسان مصالح (10^7 psi) (10^7 pa) $E = 6/9 \times 10^1$ و چگالی آن برابر با $\rho = 2780 \text{ kg/m}^3$ (0.1 lb/in^3) می‌باشد. به دلیل تقارن سازه نسبت به صفحه‌های قائم x_2 و y_2 ، تعداد متغیرهای طراحی (سطح مقطع عرضها) به ۳۶ کاهش می‌باید. گروه‌بندی عضوهای سازه در جدول (۱۰) آمده است.

همانگونه که در جدول (۱۱) آمده، سبکترین سازه، دارای وزن ۷۷ کیلوگرم بوده، که با روش چهارم حاصل شده است. از روش سوم، با $12/5$ درصد افزایش وزن نسبت به چهارمین روش، سازه‌ای بهینه به وزن $86/76$ کیلوگرم به دست آمده است. پس از آن، روش پنجم است که سازه‌ای بهینه به وزن $93/8$ کیلوگرم را نتیجه داده است. اختلاف وزن این سازه با بهترین پاسخ، $21/8$ درصد است. پاسخهای بهینه سایر روشها، اختلاف بسیار زیادی با روش چهارم دارند که به طور کلی پاسخهای خوبی نیستند. شکل (۸) تاریخچه همگرایی سازه مزبور را با روش‌های ششگانه نشان می‌دهد. بادآوری منشود هیچیک از شیوه‌ها، همگرایی کامل‌یا یکنواختی را به دست نداده‌اند. این ویژگی، به تعداد زیاد متغیرهای طراحی مسئله ارتباط دارد، زیرا با پیشرفت شدن متغیرها، تعداد نقاط مورد بررسی در فضایی جستجو، به طور نمایی افزایش می‌باید. از این‌رو، پاسخ بهینه در نسلهای پایین با نوسان همراه است.

۱۳-نتیجه‌گیری

هرچند نمی‌توان همه کوشش‌های انجام شده برای سنجش شش روش جستجوی ارشی را به طور کامل در این مقاله تشریح کرد، با وجود این، براساس نتایج به دست آمده قدرت این روشها ارزیابی و در ادامه درجه‌بندی می‌شوند. روش چهارم به عنوان بهترین شیوه تحلیل شناخته شد. در درجه دوم و سوم، پنجم، روش‌های سوم و پنجم قرار دارند. ضمناً سایر شیوه‌ها دارای ضعف می‌باشند و توصیه نمی‌شوند.

جدول ۸ کران پایین و بالای متغیرهای شکل خربای ۲۵ عضوی

کران بالا	کران پایین	مختصه	مختصه	کلی
mm(in)	mm(in)	واقعی	واقعی	
۱۵۲۴(۶۰)	۵۰۸(۲۰)	x_1	x_2	
۲۰۳۲(۸۰)	۱۰۱۶(۴۰)	x_2	x_8	
۲۰۳۲(۸۰)	۱۰۱۶(۴۰)	x_4	y_4	
۳۵۰۶(۱۴۰)	۲۵۲۰(۱۰۰)	x_4	y_8	
۳۳۰۲(۱۳۰)	۲۲۸۶(۹۰)	x_5	z_4	

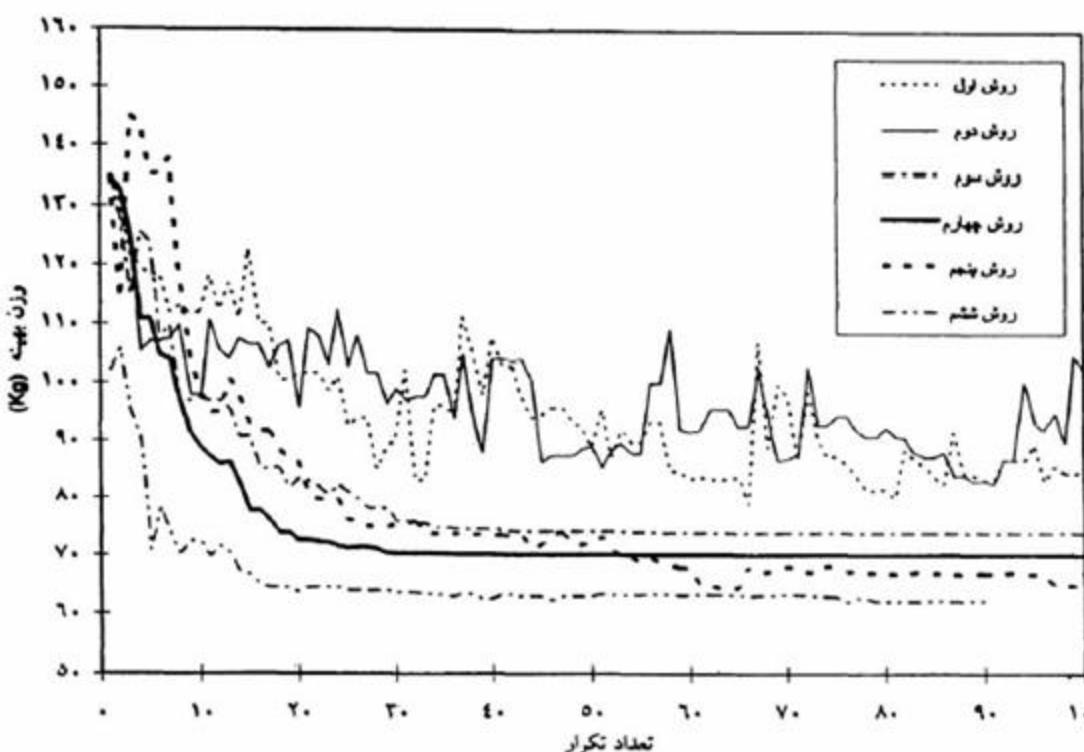
در جدول (۹) پاسخهای بهینه حاصل از تحلیل با شش روش مورد مقایسه، آورده شده است. بهترین پاسخ متعلق به روش ششم، پس از آن روش پنجم و سپس روش چهارم می‌باشد. روش اول و دوم همچنان بالاترین وزن را داده‌اند. شکل (۶) تاریخچه همگرایی پاسخها را نمایش می‌دهد. نکته قابل اشاره اینکه در ششین روش، جستجو تا نسل (نکار)، ۹۰، انجام شده، و پس از آن اجرای برنامه پایان یافته و به همین سبب زمان اجرای آن کمتر از یک‌چهارم بوده است. ضمناً بعد از روش اول و دوم، پنجمین روش نوسان زیادی از خود نشان می‌دهد.

۹- خربای فضایی گنبدی شکل ۱۳۲ عضوی

در آخرین مثال، به حل مسئله بهینه خربای گنبدی ژئودزی شکل (۷) پرداخته می‌شود. این سازه شامل ۱۳۲ عضو و ۴۱ گره می‌باشد. تعامی گرهات خارجی، گرهاتی که به گاههای سازه را تشکیل می‌دهند، در مقادی‌های متعدد و با استفاده از روش‌های مختلف، ابعاد مقطع عرضی عضوهای سازه، بهینه شده است [۶، ۹، ۱۰]. سازه، تحت اثر محدودیت‌های تنش، تغییر مکان و سطح مقطع کمبینه قرار دارد. تنشهای مجاز عضوهای کششی و فشاری با یکدیگر مساوی و برابر با $\pm 170 \text{ MPa}$ (25000 psi) است. تغییر مکان گرهی در گرهات از ۱ تا 37.5% گرهات غیرتکیه گاهی، در جهت‌های x و y به مقدار $2/54 \text{ mm}$ (0.1 in) محدود شده است. در این مثال، کرانهای پایین و بالای سطح مقطع عرضی، بترتیب برابر با $0/65 \text{ cm}^2$ و $0/1 \text{ in}^2$ (5 in^2 و 65 cm^2) می‌باشد. بارگذاری روی

جدول ۹ نتایج پاسخ بهینة خوبی ای فضایی ۲۵ عضوی

متغیرها	روش اول	روش دوم	روش سوم	روش چهارم	روش پنجم	روش ششم
$A_1(\text{mm}^2)$	۱۹۳/۰۵	۱۲۹/۰۳	۶۴/۵۲	۶۴/۵۲	۱۲۹/۰۳	۱۲۹/۰۳
A_7	۱۲۹/۰۳	۲۲۲/۵۸	۶۴/۵۲	۶۴/۵۲	۱۲۹/۰۳	۱۲۹/۰۳
$A_۷$	۹۶۷/۷۴	۱۰۹۶/۷۷	۹۶۷/۷۴	۹۶۷/۷۴	۹۶۷/۷۴	۹۶۷/۷۴
$A_۴$	۶۴/۵۲	۱۲۹/۰۳	۶۴/۵۲	۶۴/۵۲	۶۴/۵۲	۶۴/۵۲
$A_۵$	۱۲۹/۰۳	۱۹۳/۰۵	۹۴/۵۲	۹۴/۵۲	۱۲۹/۰۳	۹۴/۵۲
$A_۶$	۳۲۲/۵۸	۱۹۳/۰۵	۳۲۲/۵۸	۶۴/۵۲	۶۴/۵۲	۶۴/۵۲
$A_۷$	۱۲۹/۰۳	۱۲۹/۰۳	۶۴/۵۲	۱۲۹/۰۳	۶۴/۵۲	۶۴/۵۲
$A_۸$	۵۸۰/۶۲	۳۸۷/۱۰	۵۸۰/۶۲	۸۳۸/۷۱	۵۸۰/۶۲	۵۱۶/۱۲۸
$X_1(\text{mm})$	۷۴۸/۱۱	۵۴۲/۷۳	۸۷۷/۹۸	۷۶۲	۵۹۵/۸۱	۶۹۳/۷۹
$X_۷$	۱۱۱۶/۷۱	۱۱۲۲/۱۶	۱۲۰۶/۵	۱۰۱۶	۱۰۸۳/۹۶	۱۱۰۸/۵۲
$X_۷$	۱۲۱۰/۳۹	۱۸۰۱/۰۷	۱۵۲۴/۰۰	۱۰۱۶	۱۵۲۸/۲۲	۱۵۰۰/۲۹
$X_۷$	۲۶۴۰/۷۱	۳۱۷۵/۰۰	۲۶۹۷	۲۷۹۲	۳۲۲۴/۲۲	۳۲۸۹/۳۱
$X_۰$	۳۱۵۲/۶۸	۲۸۰۱/۲۰	۳۱۹۴/۲۵	۳۲۹۴/۳۱	۳۰۰۷/۵۷	۲۹۲۶/۷۱
وزن کل سازه (kg)	۷۸/۸۳	۸۲/۲۲	۷۳/۸۹	۷۰/۰۶	۶۴/۵۲	۶۲/۱۶
زمان اجرا (sec)	۱۲۶/۹۳	۱۲۵/۸۴	۱۲۱/۲۷	۱۲۱/۷۱	۱۲۴/۳۰	۱۱۶/۶۶



شکل ۶ نتایج میگرایی پاسخ بهینة خوبی ای فضایی ۲۵ عضوی

جدول ۱۰ گروه‌بندی عضو‌های خریابی گبدی ۱۲۲ عضوی

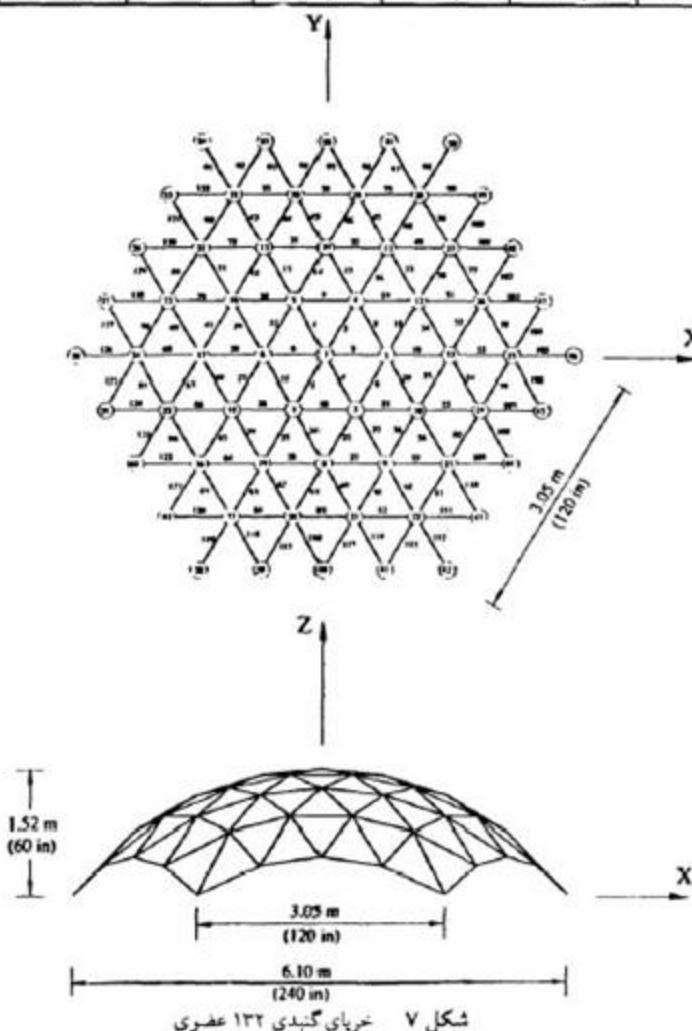
گروه	شماره عضو	گروه	شماره عضو	گروه	شماره عضو
۱	۳۶	۱۳	۵۳۶۸	۲۵	۸۳۷۴
۲	۱۰۲۴۴۵	۱۴	۵۲۰۵۴۶۷۶۹	۲۶	۱۰۵۱۲۶
۳	۸۹۰۱۱۰۱۲	۱۵	۵۱۰۵۵۶۶۷۰	۲۷	۱۰۲۰۱۰۴۰۱۲۵۰۱۲۷
۴	۱۰۰۷	۱۶	۵۰۰۵۶۵۷۱	۲۸	۱۰۳۰۱۰۷۰۱۲۴۰۱۲۸
۵	۱۹۰۲۸	۱۷	۴۹۰۵۷۶۴۷۲	۲۹	۱۰۲۰۱۰۸۰۱۲۳۰۱۲۹
۶	۱۸۰۲۰۰۷۷۰۳۹	۱۸	۴۸۰۵۸۰۲۲۶۳	۳۰	۱۰۱۰۱۰۹۰۱۲۲۰۱۳۰
۷	۱۷۰۲۱۰۲۶۰۳۰	۱۹	۴۷۰۵۹۰۴۴۶۲	۳۱	۱۰۰۰۱۱۰۰۱۲۱۰۱۳۱
۸	۱۶۰۲۲۰۱۳۰۲۵	۲۰	۶۰۰۵۱۰۴۵۰۶۶	۳۲	۹۹۰۱۱۱۰۱۲۰۰۱۲۲
۹	۲۲۰۲۴۰۱۰۱۵	۲۱	۷۸۰۷۹۰۷۷۸۸	۳۳	۹۸۰۱۱۲۰۹۱۰۱۱۹
۱۰	۲۴۰۳۵۰۰۴۰۰۴۱	۲۲	۷۷۰۸۰۰۶۶۰۹	۳۴	۹۷۰۱۱۳۰۹۲۰۱۱۸
۱۱	۲۶۰۳۹۰۳۳۰۴۲	۲۳	۷۶۰۸۱۰۵۰۹۰	۳۵	۱۱۴۰۱۱۷۰۹۳۰۹۶
۱۲	۳۷۰۳۸۰۳۱۰۳۲	۲۴	۸۲۰۷۴۰۷۳۰۷۵	۳۶	۱۱۵۰۱۱۶۰۹۴۰۹۵

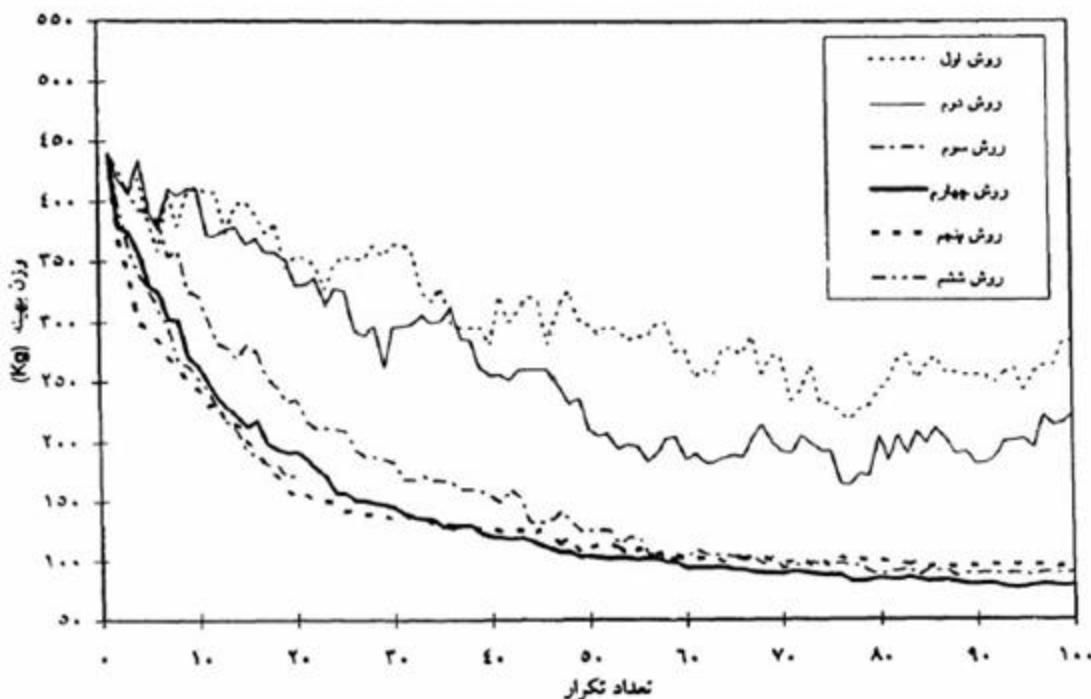
جدول ۱۱ نتایج پاسخ بهینهٔ خریابی گبدی ۱۲۲ عضوی

متغیرها	روش اول	روش دوم	روش سوم	روش چهارم	روش پنجم	روش ششم
A _۱ (mm ^۳)	۷۹۳۰/۹	۷۰۰۰/۴۸	۶۲۰/۲۱	۳۲۲۰/۸۴	۵۷۰/۸۲	۴۹۶۰/۷۲
A _۲	۱۱۸۸/۲۵	۵۳۲۳/۷۷	۴۸۴/۳۷	۸۷۹/۵۲	۹۹۰/۶۸	۵۰۹/۰۷
A _۳	۱۸۱/۰۲	۳۵۲/۷۱	۴۹۰/۶۴	۳۱۷/۶۷	۴۷۲/۰۳	۱۱۸۲/۰۸
A _۴	۸۶۷/۱۹	۹۲۲/۷۶	۲۷۴/۴۰	۲۶۲/۱	۷۸۰/۷۴	۲۱۰۲/۰۶
A _۵	۱۱۳۸/۸۶	۸۴۴/۴۹	۴۰۹/۵۸	۲۸۶/۷۹	۴۸۴/۳۷	۱۷۵/۹۶
A _۶	۲۳۷/۴	۲۱۲/۷۰	۲۱۲/۷	۱۸۱/۸۲	۱۶۲/۳۱	۱۳۴۸/۷۹
A _۷	۵۶۴/۹۴	۸۷۹/۳۱	۷۳۷/۰۲	۱۰۰/۹۶	۲۲۰/۰۵	۰۶۴/۹۴
A _۸	۶۸۱/۹۵	۱۸۱/۸۳	۳۲۳/۸۴	۳۱۱/۴۹	۱۰۷/۱۳	۲۸۰/۹۲
A _۹	۸۳۰/۱۴	۱۰۷/۷۴	۳۳۰/۰۱	۴۹۷/۹۷	۶۸۸/۱۲	۵۸۳/۱۶
A _{۱۰}	۴۴۱/۱۵	۱۹۷/۱۸	۲۶۲/۱۰	۱۶۹/۴۸	۱۰۰/۹۶	۱۱۶۹/۷۳
A _{۱۱}	۲۷۴/۲۵	۶۰۱/۶۹	۳۳۰/۰۱	۳۱۷/۶۷	۴۰۴/۱۱	۵۷۰/۷۸
A _{۱۲}	۲۰۰۸۰/۰۴	۱۰۴۰/۰۷	۴۶۵/۸۰	۲۲۰۰/۰۵	۴۴۷/۲۳	۵۰۱/۰۸
A _{۱۳}	۴۷۲/۰۳	۳۷۲/۲۴	۶۷۵/۷۸	۲۸۰/۶۲	۵۶۴/۶۴	۷۶۲/۲۲
A _{۱۴}	۷۸۶/۹۲	۴۲۸/۸	۱۲۰/۰۹	۳۹۷/۹۲	۱۰۰/۹۶	۲۲۰/۰۵
A _{۱۵}	۴۹۰/۸۰	۴۲۲/۹۸	۲۲۵/۰۵	۱۶۳/۳۱	۳۹۷/۰۶	۷۰۶/۰۰
A _{۱۶}	۱۴۷۲/۲۸	۳۲۲/۸۴	۴۹۰/۸۰	۴۱۶/۴۶	۴۹۰/۹۸	۴۹۰/۸۰
A _{۱۷}	۱۰۰۹/۳۲	۸۹۸/۰۶	۲۰۰/۲۰	۱۰۷/۷۴	۷۷۴/۴۰	۱۰۷/۱۳
A _{۱۸}	۱۱۴۰/۰۳	۲۱۸/۸۸	۳۰۴/۷۱	۴۰۴/۱۲	۷۸۲/۱۰	۳۰۴/۷۱
A _{۱۹}	۲۶۲/۱۰	۱۰۰۲/۴۲	۲۶۸/۲۷	۱۰۱/۰۶	۷۸۸/۲۷	۷۹۹/۱۴
A _{۲۰}	۳۳۰/۰۱	۵۷۶/۹۹	۲۰۵/۹۲	۱۲۴/۷۸	۴۴۷/۲۲	۵۸۹/۲۲
A _{۲۱}	۵۶۴/۶۴	۱۱۲/۹۱	۱۲۸/۲۶	۱۰۱/۰۶	۳۹۷/۰۶	۵۷۶/۹۹
A _{۲۲}	۱۸۸	۷۰/۶۹	۲۴۹/۷۰	۷۶/۸۷	۱۰۷/۷۴	۲۰۰/۰۵
A _{۲۳}	۱۱۳/۹۱	۲۲۲/۶۲	۱۰۷/۱۳	۱۰۱/۰۶	۱۴۴/۷۸	۱۳۸/۶۱
A _{۲۴}	۱۰۷۷/۱۱	۲۲۲/۱۸	۱۲۰/۰۹	۷۰/۶۹	۹۵/۳۹	۶۳۲/۵۶
A _{۲۵}	۱۶۵۱/۲۲	۱۲۶/۲۶	۱۲۲/۴۲	۲۱۲/۷	۴۴۱/۱۵	۲۱۶/۴۶
A _{۲۶}	۱۹۷۸/۵۷	۷۷۰/۱۷	۲۶۲/۱۰	۲۳۷/۴	۷۰۰/۹۲	۱۲۸۰/۸۷
A _{۲۷}	۹۴۷/۴۵	۶۰۱/۶۹	۱۶۹/۴۸	۱۰۷/۷۴	۲۱۸/۸۸	۲۱۲/۷۰

ادامه جدول ۱۱

متغیرها	روش اول	روش دوم	روش سوم	روش چهارم	روش پنجم	روش ششم
A _{۲۸}	۶۰۷/۲۶	۱۰۰۲/۴۲	۱۱۳/۹۱	۲۲۲/۸۴	۲۶۸/۲۷	۲۶۸/۲۷
A _{۲۹}	۴۰۴/۱۱	۳۲۳/۸۴	۴۰۴/۱۱	۳۰۵/۶۲	۸۳/۰۴	۶۵۱/۰۸
A _{۳۰}	۷۳۱/۳۵	۶۱۴/۰۴	۴۹۵/۸۵	۱۶۹/۴۸	۲۲۷/۴	۳۷۹/۲۱
A _{۳۱}	۱۴۴/۷۸	۸۰۵/۲۴	۱۱۳/۹۱	۱۹۲/۱۸	۱۶۳/۳۱	۹۸۸/۰۵
A _{۳۲}	۹۱۶/۵۸	۵۰۲/۹۰	۱۸۸	۷۰/۹۹	۱۸۸/۰۰	۱۷۰/۰۹
A _{۳۳}	۶۸۲/۷۳	۳۱۱/۴۹	۱۶۹/۴۸	۲۲۷/۴	۲۰۰/۲۵	۹۵/۷۳
A _{۳۴}	۲۶۸/۲۷	۱۱۸۸/۲۵	۷۰/۹۹	۶۴/۵۲	۲۱۲/۷۰	۲۶۲/۰۴
A _{۳۵}	۴۲۴/۹۸	۵۲۷/۰۹	۲۳۱/۲۲	۹۱۶/۵۸	۲۲۷/۴	۷۳۳/۹۹
A _{۳۶}	۴۲۲/۶۲	۵۸۲/۲۱	۸۹/۲۱	۸۳۰/۴	۰۳۹/۹۴	۸۸۲/۷۱
وزن کل سازه(kg)	۲۱۷/۴۱	۱۶۴/۱۳	۸۶/۷۶	۷۶/۹۹	۹۳/۸	۱۷۱/۸
زمان اجرا(sec)	۲۲۲۲/۹۵	۲۲۲۷/۹۸	۲۲۲۹/۲۳	۲۵۰/۱/۲۵	۲۲۲۷/۲۴	۴۸۱/۱۴





شکل ۸ تاریخچه همگرایی پاسخ بهینه سازی گنبدی ۱۲۲ عضوی

۱۴- مراجع

- Optimization of Trusses;" *Computers & Structures*; Vol. 57; No. 2; 1995; pp. 219-225.
- [5] Adeli, H. and N.T. Cheng; "Integrated Genetic Algorithm for Optimization of Space Structures;" *J. Aerosp. Eng.; ASCE*; Vol. 6; No. 4; 1993.
- [6] Adeli, H. and M.T. Cheng; "Augmented Lagrangian Genetic Algorithm for Structural Optimization;" *J. Aerosp. Eng.; ASCE*; Vol. 7; No. 1; 1994; pp. 104-118.
- [7] Salajegheh, E. and G.N. Vanderplaats; "Optimum Design of Trusses with Discrete Sizing and Shape Variables"; *Structural Optimization*; Vol. 6; 1993;
- [1] Rajeev, S. and C.S. Krishnamoorthy; "Discrete Optimization of Structures Using Genetic Algorithms;" *J. Struct. Eng. ASCE*; Vol. 118; No. 5; 1992.
- [2] Wu, S.-J. and P.T. Chow; "Integrated Discrete and Configuration Optimization of Trusses Using Genetic Algorithms;" *Computers & Structures*; Vol. 55; No. 4; 1995; pp. 695-702.
- [3] Grierson, D.E., and W.H. Pak; "Optimal Sizing, Geometrical and Topological Design Using a Genetic Algorithm"; *Structural Optimization*; Vol. 6; 1993; pp. 151-159.
- [4] Ohsaki, M.; "Genetic Algorithm for Topology

pp. 79-85.

- [8] Wu, S. J. and P.T. Chow; "Steady-State Genetic Algorithms for Discrete Optimization of Trusses"; *Computers & Structures*; Vol. 56; No. 6; 1995; pp. 979-991.

- [9] Adeli, H. and N.T. Cheng; "Concurrent Genetic Algorithms for Optimization of Large Structures," *J. Aerosp. Eng.; ASCE*; Vol. 7; No. 3; 1994.

- [10] Salajegheh, E. and G.N. Vanderplaats; "Efficient Optimum Design of Structures with Discrete Design Variables"; *Int. J. Space Structures*; Vol. 8; No. 3; 1993.