نشریه بین المللی علوم مهندسی دانشگاه علم وصنعت ایران
ویژه‌نامه مهندسی عمران، جلد ۱۹، شماره ۸، سال ۱۳۸۷، صفحه ۸۷-۷۷

TRUSS DAMAGE DETECTION UTILIZING PSEUDO-DUAL SLMPLEX METHOD

M. Rezaiee-Pajand
Civil Engineering Department,
Ferdowsi University of Mashhad
**mrpajand@yahoo.com*

A. Aftabi Sani
Civil Engineering Department,
Ferdowsi University of Mashhad

Abstract: *In the beginning, a matrix formulation for damage detection of static structures by use of elemental stress measurements is suggested. Then, a new approach is proposed to solve the related nonlinear programming utilizing the pseudo-dual simplex technique. Since the mentioned scheme works with the linear model and binary variables, the linearization of the related functions and binary-converting of the variables are explained. Finally, the suggested method is implemented on some plane trusses and its validity is checked.*

برآورد خسارت خرپاها به روش سادک شبه دوگان

محمد رضایی پژند و احمد آفتابی ثانی

چکیده: در آغاز به رابطه‌سازی ماتریسی یکی از روشهای آسیب‌یابی سازه‌های ایستا، با بهره‌جویی از اندازه‌گیری تنشهای عضوی پرداخته می‌شود. در ادامه، رهیافتی تازه برای حل برنامه‌ریزی غیرخطی مسأله با شیوه سادک شبه‌دوگان پیشنهاد می‌گردد. چون روش مزبور تنها برای حل برنامه‌های خطی با متغیرهای دودویی بکار می‌رود، فرآیندهای خطی‌سازی و همچنین دودویی نمودن متغیرهای طراحی مسأله انجام می‌پذیرد. سرانجام، روش پیشنهادی برروی چند خرپای مستوی آزمون و درستی آن وارسی می‌شود.

واژه‌های کلیدی: آسیب‌یابی تحلیلی، برآورد خسارت، سازه‌های خرپایی، برنامه خطی دودویی، روش سادک شبه‌دوگان، خطی‌سازی، بهینه‌سازی.

۱. مقدمه

تمامی سازه‌های مهندسی، پس‌از طراحی و ساخت، نیاز به پایش و نگهداری دارند. در این میان، آسیب‌یابی و برآورد خسارتهای احتمالی، یکی از اساسی‌ترین بخشهای فرآیند پایش سازه‌ها و مراقبت از آنها می‌باشد. آشکار است، سازه آسیب‌دیده بطور مطلوب و مورد انتظار رفتار نمی‌کند و چه‌بسا گسترش خسارتهای محلی و ناچیز، به خرابی و ناکارامدی کل سازه بینجامد. بنابراین، بحث آسیب‌یابی و پایش کارآیی، از دیرباز مورد توجه پژوهشگران بوده و از پیشرفتهای شایانی برخوردار گردیده است [۱]. تاکنون روشهای گوناگونی برای برآورد خسارت سازه‌ها پیشنهاد شده‌اند که می‌توان آنها را در دسته‌بندیهای متفاوتی گنجاند. به عنوان نمونه، روشهای مخرب، شیوه‌های وابسته به کاربر انسانی، راهکارهای پرتونگاری با اشعه X، نمونه‌گیری و بازرسیهای چشمی و ...، پاره‌ای از گونه‌های مختلف آسیب‌یابی می‌باشند. در روشهای تحلیلی آسیب‌یابی، با سازه همانند یک سیستم برخورد شده و به کمک مدلهای تحلیلی، مراقبت و پایش از آن انجام می‌پذیرد. در این میان، سازه همانند سیستمی پنداشته می‌شود که هر ورودی را به خروجی خاصی تبدیل می‌نماید. در سازه‌های ایستا، می‌توان بارهای خارجی و

تاریخ وصول: ۸۵/۵/۱۵
تاریخ تصویب: ۸۷/۱۱/۲۷

دکتر محمد رضایی پژند، استاد گروه عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، mrpajand@yahoo.com
احمد آفتابی ثانی، گروه عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، ahmad_aftabi@yahoo.com

تنشهای عضوی را، به ترتیب، ورودی و خروجی سازه در نظر گرفت. آشکار است، روند شکل‌گیری خروجی به ویژگیهای ساختاری سیستم بستگی دارد. بنابراین، درصورت بررسی ورودی و خروجی وابسته به آن، می‌توان به ویژگیهای سازه پی‌برد و به پایش آن پرداخت. روشهای تحلیلی برآورد آسیب، با بکارگیری این دیدگاه و تنها به یاری خروجیهای سازه، مانند کرنشها و تنشهای عضو در فنهای ایستا و یا بسامد و پاسخ زمانی در روشهای پویا (دینامیکی)، وضعیت کنونی سازه را در دسترس قرار می‌دهند [۲-۴]. به عنوان مثال، تغییر تنشهای عضوی سازه‌ای که زیر اثر یک بارگذاری مشخص و ثابت (ورودی همسان) رخ می‌دهد، از آسیب‌دیدن و تغییر سختی پاره‌ای از عضوهای سازه حکایت دارد. باید دانست، خروجیهای مزبور با استفاده از دستگاههای اندازه‌گیری بدست می‌آیند و به یاری آنها و با حل مسأله‌ای وارون، ویژگیهای ساختاری سازه تعیین می‌گردند. از این رو، می‌توان با بکاربستن این فرآیند، سازه‌های دور از دسترس را نیز مورد پایش قرار داد. برای انجام این کار، باید از دستگاههایی برای اندازه‌گیری خروجی سازه بهره جست که امکان ارسال داده‌ها به مکانی دور را داشته باشند. آسیب‌یابی تحلیلی ایستگاه فضایی میر، نمونه‌ای از کاربرد این شیوه‌ها در برآورد خسارت سازه‌های دور از دسترس است [۵]. همچنین، پایش پاره‌ای از سازه‌ها مانند لوله‌های موجود در نیروگاههای هسته‌ای، با روشهای معمول خطرهای فراوانی به دنبال دارد. از این رو، پژوهشگران به آسیب‌یابی تحلیلی این گونه سازه‌ها نیز پرداخته‌اند [۶]. در این مقاله، به بررسی گروهی از شیوه‌های آسیب‌یابی استاتیکی پرداخته می‌شود. در این دسته روشها، سازه با استفاده از تنشهای درون‌عضوی مورد پایش قرار می‌گیرد. با این فرآیند، عاملهای مجهول سازه آسیب‌دیده محاسبه می‌گردد. درباره این عاملهای مجهول و چگونگی رابطه‌سازی مسأله برای یافتن آنها، بحث خواهد شد. همچنین، به راهکارهای گوناگون حل مسأله پرداخته می‌شود. سرانجام، روشی نوین برای آسیب‌یابی با بهره‌جویی از شیوه سادک شبه‌دوگان پیشنهاد می‌گردد. در این رهیافت، مجهولهای مسأله به متغیرهایی دودویی تبدیل می‌شوند که تنها دارای مقدارهای صفر یا یک‌اند. سپس، تابع هدف غیرخطی مربوطه به کمک چند تغییر متغیر، یک تابع خطی و دودویی شده و کار بهینه‌یابی بر روی آن صورت می‌پذیرد. در پایان، درستی راهکار با بررسی چند نمونه عددی ارزیابی می‌گردد.

۲. آسیب‌یابی ایستای خرپاها

در این بخش به معرفی دسته‌ای از شیوه‌های ایستای تخمین خسارت پرداخته می‌شود. در این روشها، تنشهای موجود در عضوهای سازه اندازه‌گیری می‌گردد و به یاری آنها ویژگیهای مجهول سازه بدست می‌آیند. یادآوری می‌کند، خروجیهای ایستای سازه‌ها، همانا تغییر مکانهای گرهی، کرنشها و تنشهای عضوی می‌باشند. باید دانست، اندازه‌گیری کرنش و در پی آن محاسبه تنش، با فرض معلوم بودن ضریب کشسانی، بسیار ساده‌تر و کم‌هزینه‌تر از سنجش تغییرمکان و بویژه دورانهاست [۷]. بنابراین، استفاده از کرنشها و تنشهای سازه آسیب‌دیده در فرآیند تخمین خسارت از دیدگاه عملی و اجرایی مناسبتر می‌باشد.

خاطر نشان می‌سازد، روشهای تحلیلی آسیب‌یابی خرپاها زمانی بکار می‌آیند که امکان الگوسازی خسارت با بهره‌جویی از تغییر سطح مقطع عضوها فراهم باشد. زنگ‌زدگی و از میان رفتن کامل عضو، نمونه‌هایی از این گونه خسارت‌اند. بنابراین، هندسه و پیکره سازه آسیب‌دیده، معلوم و همسان سازه سالم پنداشته می‌شود. عاملهای معلوم دیگر مسأله، ورودی (بارها) و خروجی اندازه‌گیری‌شده سازه‌اند. در اینجا فرض بر این است که کرنش تمامی عضوهای خرپا اندازه‌گیری می‌گردد و به یاری آن، تنش عضوها در دسترس قرار می‌گیرد. بنابراین، تنها عامل مجهول اصلی، همانا سطح مقطع عضوهای خرپای آسیب‌دیده خواهد بود. یادآوری می‌کند، مقدار تنش در هر عضو، از ضرب‌نمودن ضریب کشسانی (مدول الاستیسیته) در مقدار کرنش عضوی بدست می‌آید. در نتیجه، برای یافتن تنش به یاری کرنش اندازه‌گیری شده، باید مقدار ضریب کشسانی معلوم باشد. بطور معمول، ضریب کشسانی برای هر عضو سازه آسیب‌دیده و سالم یکسان پنداشته می‌شود. باید آگاه بود، تحلیلگران، خسارت را تنها با کاهش و یا صفرشدن سطح مقطع عضوها الگوسازی می‌کنند [۸].

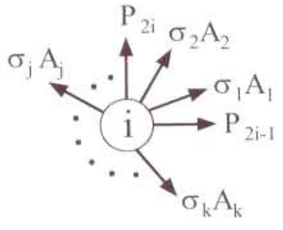
شایان توجه است، پژوهشگران برای بررسی درستی این روشها از دو راهکار بهره می‌جویند. در شیوه نخست، با ساخت نمونه‌ای آزمایشگاهی و وارد ساختن آسیبی مشخص به آن، کرنشهای سازه را اندازه‌گیری کرده و از آنها در حل مسأله بهره می‌جویند [۹]. در روش دوم، این کار برروی مدل رایانه‌ای انجام می‌پذیرد. به سخن دیگر، تنشهای عضوی با تحلیل سازه آسیب‌دیده (با ویژگیهای عضوی معلوم) در دسترس قرار می‌گیرد. در ادامه، ویژگیهای عضوی سازه آسیب‌دیده برآورد می‌گردد تا در صورت یکسانی با مقدارهای فرض‌شده، نشانگر درستی روش آسیب‌یابی باشد [۱۰].

۳. رابطه‌سازی ماتریسی

اکنون پس‌از معرفی عاملهای معلوم و مجهول که دو بخش اصلی هر مسأله مهندسی‌اند، به رابطه‌سازی ماتریسی فرآیند برآورد خسارت خرپا بر اساس تنشهای عضوی پرداخته می‌شود. برای انجام این کار، معادله‌های تعادل نیرو در گره کلی خرپا برپا می‌گردد. خاطر نشان می‌کند، معادله تعادل تنها برای جهت‌های با درجه آزادی نوشته می‌شود و درصورت وجود تکیه‌گاه در هریک از دو جهت x و یا y، از برپایی معادله تعادل در جهت مزبور خودداری می‌گردد. به‌هرحال، معادله‌های تعادل برای گره i در شکل ۱، که دارای دو درجه آزادی می‌باشد، به قرار زیر درمی‌آید:

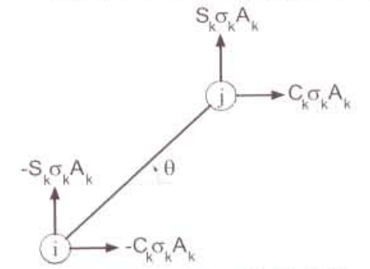
$$\begin{cases} \Sigma F_x = 0: C_1\sigma_1 A_1 + C_2\sigma_2 A_2 + ... + C_k\sigma_k A_k + P_{2i-1} = 0 \\ \Sigma F_y = 0: S_1\sigma_1 A_1 + S_2\sigma_2 A_2 + ... + S_k\sigma_k A_k + P_{2i} = 0 \end{cases} \qquad (۱)$$

در رابطه کنونی، σ_j و A_j، به ترتیب، تنش و سطح مقطع عضو j ام و C_j و S_j، کسینوسهای هادی محور آن نسبت به محورهای x و y اند. همچنین، P_{2i-1} و P_{2i} نیروهای وارد به گره i در دو جهت x و y می‌باشند.



شکل ۱. یک گره کلی خرپای دوبعدی

رابطه (۱) را می‌توان برای تمامی گره‌های سازه برپا ساخت. در نتیجه، به تعداد درجه‌های آزادی سازه معادله بدست می‌آید که هر یک، ترکیبی خطی از سطح مقطع عضوهای سازه‌اند. از آنجا که هر عضو خرپا دارای دو گره می‌باشد، سطح مقطع هر عضو در دو دسته از معادله‌ها وارد می‌شود. در دسته نخست این معادله‌ها، که مربوط به گره آغازین عضو مزبورند، کسینوسهای هادی با علامت منفی به چشم می‌خورد. اما کسینوسهای هادی همان عضو، در معادله‌های تعادل مربوط به گره پایانی عضو دارای علامت مثبت می‌باشند. شکل ۲، عضو k ام سازه که دارای گره آغازین i و گره پایانی j است را نشان می‌دهد. نیروهای به نمایش در آمده، مؤلفه‌های نیروی محوری عضوند و در برقراری تعادل گره بکار می‌آیند.



شکل ۲. یک عضو کلی خرپای دوبعدی

با بکارگیری رابطه (۱) و با توجه به علامت تنشهای عضو k ام در دو گره دور و نزدیک آن، می‌توان معادله‌های تعادل را به قرار زیر برپا نمود:

$$[T]\{A\} = \{P\} \qquad (۲)$$

در این رابطه، [T] ماتریس نگاشت، {A} بردار شامل سطح مقطع عضوهای خرپای سالم و {P} بردار بارهای وارد به آن است. باید دانست، این بارها تنها در مدل رایانه‌ای سازه وارد می‌شوند و هزینه‌ای در پی ندارند. در ادامه، ستون k ام ماتریس [T]، که به عضو شکل ۲ مربوط می‌باشد، به نمایش در می‌آید:

$$[T_k] = \begin{array}{c} \\ \left[\begin{array}{cccccc} 0...0 & -C_k\sigma_k & -S_k\sigma_k & C_k\sigma_k & S_k\sigma_k & 0...0 \end{array} \right]^T \end{array} \qquad (۳)$$

$$\begin{array}{cccccc} & (2i-1) & (2i) & (2j-1) & (2j) & \end{array}$$

خاطر نشان می‌کند، به جز چهار درایه درج‌شده، سایر درایه‌های ستون k ام ماتریس [T] صفرند. بنابراین، با در کنار هم قراردادن تمامی ستونهای ماتریس [T] دستگاه معادله (۲) برپا می‌گردد و رابطه میان بارهای خارجی و تنشهای درون عضوی کامل می‌شود. آشکار است، رابطه مزبور را می‌توان برای هر دو سازه سالم و آسیب‌دیده بدست آورد. اگر ماتریس نگاشت رابطه مزبور، برای سازه آسیب‌دیده با [T*] مشخص گردد، با فرض بردار آشفتگی {δA}، به صورت {δA} = {A} − {A*}، رابطه زیر بدست می‌آید:

$$[T^*]\{\delta A\} = [T^*]\{A\} - \{P^*\} = \{G\} \qquad (۴)$$

در برابری کنونی، {P*}، بردار بارهای وارده به سازه واقعی و {A} بردار سطح مقطع عضوهای سالم می‌باشد. باید افزود، در بارگذاری بر روی سازه واقعی، از همان بردار بار مدل رایانه‌ای، یعنی {P}، بهره‌جویی می‌شود. بنابراین، طرف دوم رابطه (۴)، با فرض معلوم‌بودن تمامی تنشهای درون‌عضوی، برداری معلوم است. در نتیجه، تنها مجهول رابطه مزبور بردار آشفتگی سطح مقطع می‌باشد. آشکار است، با حل دستگاه (۴)، می‌توان میزان آشفتگی سطح مقطع عضوها را بدست آورد و سطح مقطع عضوهای سازه آسیب‌دیده را پیدا کرد. باید دانست، حل دستگاه (۴) بآسانی امکان‌پذیر نیست. زیرا، این دستگاه برای سازه‌های نامعین، فرومعین است و تعداد مجهولهای آن بیش از معادله‌های وابسته به آن می‌باشد. همچنین، در سازه‌های معین، ماتریس [T*] همواره وارون‌پذیر نیست و در بیشتر موارد تکین می‌باشد. بنابراین، حل دستگاه مزبور به شیوه‌های خاصی نیازمند است. خاطر نشان می‌کند، یکی از شیوه‌های کارا و مناسب حل این گونه دستگاه‌ها، کمینه‌سازی نُرم خطای دو طرف معادله و سود جستن از راهکارهای بهینه‌سازی می‌باشد. در این صورت، مقدارهای مجهول آشفتگی سطح مقطع عضوها (بردار {δA})، به یاری حل مسأله برنامه‌ریزی غیرخطی زیر حساب می‌شود:

$$\begin{cases} \underset{\{\delta A\}}{Min}\ \varepsilon = \left\| [T^*]\{\delta A\} - \{G\} \right\| \\ \{0\} \text{ £ } \{\delta A\} \text{ £ } \{A\} \end{cases} \qquad (۵)$$

۴. رهیافتی نوین

اینک، روشی نوین برای یافتن سطح مقطع عضوهای خرپای آسیب‌دیده براساس اندازه‌گیری تنش درون‌عضوی پیشنهاد می‌گردد.

در این شیوه، از رابطه‌سازی پایانی بخش پیشین استفاده می‌شود. همچنین، فرض می‌گردد که تنها یک گونه بارگذاری بر هر دو سازه سالم و آسیب‌دیده اثر می‌نماید. یادآوری می‌کند، منظور از سازه سالم، همان مدل ریاضی و رایانه‌ای سازه در حالت سالم و پیش از وارد آمدن آسیب است و بارگذاری آن، هزینه‌ای در پی ندارد. افزون بر اینها، فرض می‌شود که تنش در تمامی عضوهای سازه آسیب‌دیده در دسترس می‌باشد.

حل مسأله‌های برنامه‌ریزی غیرخطی، با دشواریهای فراوانی روبرو می‌باشد. از این رو، روشهای گوناگونی برای تبدیل آن به حالت خطی ارائه شده است. به عنوان نمونه، می‌توان به شیوه سادک پیاپی (SLP) اشاره کرد. در این فن، با برپایی بسط تیلور تابع هدف و قیدهای غیرخطی مسأله و گزینش جمله‌های خطی آن، مسأله را به یک برنامه‌ریزی خطی تبدیل می‌نمایند. سپس، با بکارگیری روش سادک به حل دقیق برنامه‌های خطی می‌پردازند و پاسخ را بدست می‌آورند.

بنابراین، تنها خطای فرآیند حل، همانا خطی‌سازی تابعهای غیرخطی می‌باشد. زیرا روش سادک برای حل برنامه‌های خطی، دقیق و بدون خطاست. در نتیجه، می‌توان با استفاده از روش سادک پیاپی و با تبدیل برنامه غیرخطی (مسأله‌ای که در حالت کلی روشی دقیق و کامل برای حل آن وجود ندارد) به برنامه خطی، پاسخ را بدست آورد. در این مقاله، شیوه‌ای برای یافتن بردار مجهول رابطه (۴) پیشنهاد می‌گردد. در این فن، برنامه‌ریزی غیرخطی چندجمله‌ای، به یک برنامه خطی دودویی تبدیل می‌شود. باید دانست، در برنامه‌های دودویی متغیرهای طراحی تنها مقدارهای صفر و یک را به خود می‌گیرند و برای حل این گونه برنامه‌ها، روشی دقیق به نام سادک شبه‌دوگان وجود دارد. این شیوه، همانند فن سادک، با بررسی تعداد محدودی از تمامی پاسخهای پذیرفتنی و قابل قبول مسأله، پاسخ بهینه آن را در دسترس قرار می‌دهد [۱۱].

۴-۱. رابطه‌سازی دودویی

برای استفاده از روش سادک شبه‌دوگان باید تمامی متغیرهای مسأله را به متغیرهایی دودویی تبدیل نمود. در اینجا، متغیرهای طراحی همان آشفتگیهای موجود در سطح مقطع عضوهای خرپا هستند. این عامل در عضوهای سالم برابر صفر و در عضوهای آسیب‌دیده دارای مقداری بین صفر و سطح مقطع عضو در حالت سالم می‌باشد. بنابراین، با فرض تغییر گسسته سطح مقطع عضو i ام خرپا (با سطح مقطع سالم A_i)، می‌توان δA_i را به قرار زیر نشان داد:

$$\delta A_i = (Z_{1i} + Z_{2i} + \ldots + Z_{pi})\frac{A_i}{p} = \Delta_i \sum_{j=1}^{p} Z_{ji} \qquad (۶)$$

$$i = 1, \ldots, m \;;\; p \geq 1$$

در رابطه کنونی، p عددی صحیح و نشانگر تعداد تقسیمهای گسسته برای تغییر سطح مقطع عضوهای خرپاست. همچنین، Z_{ji}ها متغیرهای دودویی می‌باشند که برابر یک‌بودن هریک از آنها، کاهش مشخص سطح مقطع عضو i ام را در پی دارد. مقدار کاهش سطح مقطع در هر گام گسسته با Δ_i مشخص شده است. باید افزود، مقدارهای p و Δ_i را می‌توان برای عضوهای خرپا متفاوت پنداشت. همچنین، می‌توان مقدار Δ_i را کوچکتر از حاصل تقسیم A_i بر p گرفت. در نتیجه، تغییر سطح مقطع می‌تواند تمامی دامنه ممکن را نپوشاند و تنها تا میزان مشخصی، از سطح مقطع را بکاهد. شایان توجه است، این دو فرض تأثیری در کلی‌بودن مسأله ندارد و تنها به کوچکی بُعد آن کمک می‌کنند. در مثالهای عددی و بررسیهایی که برای نشان‌دادن درستی روش پیشنهادی می‌آیند، به دلیل در دسترس‌بودن پاسخ درست مسأله، گزینش Δ_i چندان دشوار نیست. اما در کارهای واقعی، باید مقدارهای Δ_i و p را بطور سنجیده انتخاب نمود. برای این منظور، می‌توان در عضوهای با احتمال خرابی کم، مقدار p را اندک و Δ_i را بسیار کوچکتر از A_i/p در نظر گرفت. همچنین، برای سازه‌هایی که تنها گونه خسارت ممکن عضو، از بین رفتن کامل آن می‌باشد، می‌توان عاملهای p و Δ_i را، به ترتیب، برابر یک و A_i پنداشت.

همانگونه که در بخش مثالهای عددی نشان داده می‌شود، روشهای غیرخطی در حالتهایی که پاره‌ای از عضوها بطور کامل از بین می‌روند، پاسخهای بسیار نامناسبی بدست می‌دهند. یادآوری می‌نماید، رابطه (۵) برنامه‌ای غیرخطی است که می‌توان پاسخ آن را به یاری شیوه‌های تکراری، مانند فن گرادیان مزدوج، راهکارهای نیوتنی و شبه‌نیوتنی (DFP و BFGS) حساب کرد. این روشها، تاکنون در حل مسأله برآورد خسارت، فراوان بکار رفته‌اند [۱۲]. با وجود این، هیچیک از آنها توانایی یافتن خسارتهای شدید را ندارند. زیرا، در این حالتها نقطه بهینه فاصله زیادی با نقطه آغازین دارد که بطور معمول همان بردار {A} پنداشته می‌شود. بنابراین، روند پیمایش فضای پذیرفتنی متغیرهای طراحی، در نقطه‌ای دیگر می‌ایستد و به پاسخ بهینه همگرا نمی‌گردد. اما روش پیشنهادی در این مقاله، به دلیل نهاد گسسته خود، توانایی پیمودن گامهای بزرگتری در فضای مزبور را دارد و به خوبی نقطه بهینه را شناسایی می‌کند. این امر را می‌توان به خوبی در مثالهای حل شده در این مقاله مشاهده کرد.

۴-۲. تابع هدف

تابع هدف برنامه غیرخطی (۵) را می‌توان به قرار زیر نوشت:

$$\underset{\{\delta A\}}{\mathrm{Min}}\,\varepsilon = \sum_{i=1}^{n}\left(G_i - \sum_{j=1}^{m} T^{*}_{ij}.\delta A_j\right)^2 \qquad (۷)$$

در رابطه کنونی n و m، به ترتیب، تعداد درجه‌های آزادی و عضوهای سازه، G_i درایه i ام بردار معلوم {G}، T^{*}_{ij} درایه سطر i ام

ماتریس معلوم [T*] و δA_j میزان کاهش سطح مقطع عضو j ام خرپا می‌باشد. شکل گسترش‌یافته برابری (۷) به صورت زیر در می‌آید:

$$\underset{\{\delta A\}}{\mathrm{Min}}\ \varepsilon = \sum_{i=1}^{n}\left(\begin{array}{l} G_i^2 + \sum_{j=1}^{m} T_{ij}^{*2}.\delta A_j^2 - 2G_i \sum_{j=1}^{m} T_{ij}^{*}\delta A_j \\ + 2\sum_{j=1}^{m-1}\sum_{k=j+1}^{m} T_{ij}^{*}T_{ik}^{*}\delta A_j.\delta A_k \end{array}\right) \qquad (۸)$$

در ادامه، با استفاده از رابطه (۶) و با فرض یکسانی دو عامل p و Δ_j برای تمامی عضوها، رابطه‌های زیر بدست می‌آید:

$$\begin{cases} \delta A_j^2 = \left(\sum_{l=1}^{p} Z_{jl}^2 + 2\sum_{l=1}^{p-1}\sum_{q=l+1}^{p} Z_{jl}Z_{jq}\right)\Delta^2 \\ \delta A_j.\delta A_k = \left(\sum_{l=1}^{p}\sum_{q=1}^{p} Z_{jl}.Z_{kq}\right)\Delta^2 \end{cases} \qquad (۹)$$

اینک، با جایگزینی برابریهای (۹) در رابطه (۸)، تابع هدف دودویی مسأله به شکل زیر برپا می‌گردد:

$$\underset{[Z]}{\mathrm{Min}}\ \varepsilon = \sum_{i=1}^{n}\left[\begin{array}{l} G_i^2 + \Delta^2\sum_{j=1}^{m}\sum_{l=1}^{p} T_{ij}^{*2}.Z_{jl}^2 \\ + 2\Delta^2\sum_{j=1}^{m}\sum_{l=1}^{p-1}\sum_{q=l+1}^{p} T_{ij}^{*2} Z_{jl}Z_{jq} \\ - 2G_i\Delta\sum_{j=1}^{m}\sum_{l=1}^{p} T_{ij}^{*}Z_{jl} \\ + 2\Delta^2\sum_{j=1}^{m-1}\sum_{k=j+1}^{m}\sum_{l=1}^{p} p\sum_{q=1}^{p} T_{ij}^{*}T_{ik}^{*}Z_{jl}Z_{kq} \end{array}\right] \qquad (۱۰)$$

در تابع هدف کنونی، تنها متغیرهای دودویی Z_{ij}، که در ماتریس مجهول $[Z]_{m\times p}$ جای گرفته‌اند، به چشم می‌خورند. بنابراین، تابع هدف m متغیره رابطه (۷)، به تابع هدفی با mp متغیر دودویی تبدیل می‌شود. با وجود این، هنوز امکان بکارگیری روش سادک شبه‌دوگان فراهم نمی‌باشد. زیرا، تابع هدف رابطه (۱۰) غیرخطی است و راهکار مزبور، تنها به حل برنامه‌های خطی می‌پردازد.

۴-۳. خطی‌سازی

آشکار می‌باشد، تابع هدف رابطه (۱۰) از دو بخش خطی و چندجمله‌ای از متغیرهای Z_{ij} تشکیل شده است. در بخش چندجمله‌ای، عبارتهایی برحسب توان دوم Z_{ij} و نیز حاصلضربهای $Z_{ij}Z_{kl}$ وجود دارند. شایان توجه می‌باشد، از آنجا که متغیرهای Z_{ij} دودویی‌اند، هر توان صحیح از آنها و همچنین حاصلضرب چند تایی آنها نیز متغیری دودویی خواهد بود.

بنابراین، می‌توان هریک از عبارتهای Z_{ij}^2 و $Z_{ij}Z_{kl}$ را متغیرهای جدیدی مانند Z_r و Z_s (که خود متغیرهایی دودویی می‌باشند) انگاشت. با این کار، به تعداد متغیرهای موجود در تابع هدف افزوده می‌شود. اما افزایش شمار متغیرها به خطی‌شدن تابع مزبور می‌انجامد. دقت شود که صفر و یا یک‌بودن Z_r و Z_s به مقدارهای Z_{ij} و Z_{kl} وابسته است. به سخن دیگر، صفرشدن هریک از دو مقدار Z_{ij} و Z_{kl}، باید سبب صفرشدن Z_r و Z_s گردد. همچنین، برابر یک‌شدن متغیرهای نخستین، باید Z_r و Z_s را نیز برابر یک سازد. برای واردساختن این وابستگی‌ها، از دو قید خطی به‌ازای هر تغییر متغیر جدید بهره‌جویی می‌شود:

$$Z_r = Z_{ij}.Z_{kl} \quad : \quad Z_r, Z_{ij}, Z_{kl} = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases} \qquad (۱۱)$$

$$\begin{cases} Z_r \geq Z_{ij} + Z_{kl} - 1 \\ Z_r \leq \frac{1}{2}(Z_{ij} + Z_{kl}) \end{cases} \qquad (۱۲)$$

برابری (۱۱)، تغییر متغیر جدید و دو رابطه (۱۲) قیدهای اضافی وابسته به آن را نشان می‌دهد. با کمی دقت در این دو قید و با توجه به دودویی‌بودن تمامی متغیرها، می‌توان دریافت که مقدار Z_r به درستی به Z_{ij} و Z_{kl} وابسته است. در نتیجه، با معرفی متغیرهای جدید بجای هریک از جمله‌های غیرخطی تابع هدف، صورت خطی آن بدست می‌آید. در اینجا، برای همسانی متغیرها، تمامی عاملهای خطی و غیرخطی تابع هدف با متغیر X_i جایگزین می‌گردد. با انجام این کار، تعداد کل متغیرهای تابع هدف از mp متغیر به مقدار زیر افزایش می‌یابد:

$$n_V = \frac{mp}{2}(mp + 3) \qquad (۱۳)$$

همچنین، تعداد قیدهای اضافه‌شده، به دلیل خطی‌سازی و تغییر متغیرهای جدید، به صورت زیر بدست می‌آید:

$$n_C = 2(n_V - mp) \qquad (۱۴)$$

سرانجام، صورت مناسب برنامه خطی دودویی را می‌توان به قرار زیر نوشت:

$$\begin{cases} \underset{\{X\}}{Min}\ F = F_0 + \{C\}^T\{X\} \\ [A]\{X\} \leq \{B\} \\ X_i = 0 \text{ یا } ۱ \qquad i = ۱, \ldots, n_v \end{cases} \qquad (۱۵)$$

در این رابطه‌ها، باید تمامی قیدها به صورت کوچکتر مساوی با

طرف راست مثبت و یا منفی باشند. بنابراین، باید قیدهای مساوی را به دو قید کوچکتر مساوی و بزرگتر مساوی تبدیل نمود. پس از افزودن متغیرهای کمبود و مثبت $\{Y\}$، دستگاه معادلات قید به قرار زیر در می‌آید:

$$[A]\{X\}+\{Y\}=\{B\} \tag{۱۶}$$

همانگونه که مشاهده شد، فرآیند خطی‌سازی تابعهای چندجمله‌ای در روش سادک شبه‌دوگان هیچ خطایی در پی ندارد. زیرا این فرآیند، برخلاف فن سادک پیاپی، به بسط تیلور تابع غیرخطی نمی‌پردازد و تنها با استفاده از ویژگی دودویی (صفر و یک) بودن متغیرها، تابع هدف را خطی می‌سازد. همچنین، روند مزبور در این راهکار به انجام محاسبات اضافی نیازمند نیست و تنها از تغییر متغیرهای جدید سود می‌جوید. پس از برپایی صورت مناسب برنامه خطی مسأله، حل آن با بکارگیری فن سادک شبه‌دوگان در بخش آتی انجام می‌پذیرد.

۴-۴. روش حل

می‌توان بآسانی نشان داد که بردار n بعدی $\{X\}$، با n متغیر دودویی X_i، دارای 2^n حالت ممکن و متفاوت است. به عنوان نمونه، بردار دودویی $\{X\}=\{X_1\ \ X_2\ \ X_3\}^T$، می‌تواند یکی از هشت حالت زیر را دارا باشد:

$$\begin{aligned}\{X\}=&\{1\ 1\ 1\}^T;\{1\ 1\ 0\}^T;\{1\ 0\ 1\}^T;\{1\ 0\ 0\}^T;\\ &\{0\ 1\ 1\}^T;\{0\ 1\ 0\}^T;\{0\ 0\ 1\}^T;\{0\ 0\ 0\}^T\end{aligned} \tag{۱۷}$$

بنابراین برنامه دودویی رابطه (۱۵)، 2^{n_v} گونه مختلف از بردار متغیرهای طراحی $\{X\}$ را در برمی‌گیرد. از میان تمامی این بردارهای ممکن، پاره‌ای از آنها در قیدهای مسأله می‌گنجند و پاسخهایی پذیرفتنی‌اند. به عنوان مثال، اگر در بردار $\{X\}=\{X_1\ \ X_2\ \ X_3\}^T$، متغیر X_3 برابر حاصلضرب X_1X_2 باشد، تنها چهار بردار زیر از میان هشت بردار رابطه (۱۷) پذیرفتنی‌اند:

$$\{X\}=\{1\ 1\ 1\}^T;\{1\ 0\ 0\}^T;\{0\ 1\ 0\}^T;\{0\ 0\ 0\}^T \tag{۱۸}$$

به‌هرحال، برنامه‌های خطی دودویی به تعدادی شمارا پاسخ پذیرفتنی دارند که تنها یکی از آنها سبب کمینه‌شدن تابع هدف می‌شود. نخستین و ساده‌ترین راه‌حلی که برای این گونه مسأله‌ها به نظر می‌رسد، آزمودن تمامی حالتهای ممکن برای پاسخ و گزینش پاسخ بهینه از میان آنهاست. خاطر نشان می‌کند، این راهکار برای مسأله‌های واقعی بسیار دشوار و غیرعملی می‌باشد و حل رایانه‌ای آن به زمان زیادی نیاز دارد. بنابراین، باید به صورتی هدفمند و نظامدار و با وارسی‌نمودن تنها پاره‌ای از حالتها، به سوی پاسخ بهینه گام برداشت و آن را بدست آورد. این همان روندی است که روش سادک شبه‌دوگان می‌پیماید.

روش مزبور در سال ۱۹۶۵ و به وسیله بالاس [۱۱]، برای یافتن پاسخ بهینه برنامه‌ریزیهای خطی دودویی پیشنهاد شد. این فرآیند از سه گام اصلی تشکیل شده است و به شکلی تکراری به سوی پاسخ بهینه حرکت می‌نماید.

باید دانست، عملگرهای ریاضی هر گام، بیشتر به صورت مقایسه‌ای و منطقی می‌باشند و عملهای جمع و ضرب نیز به مقداری محدود در روند مزبور بکار می‌آیند. از این رو، زمان مورد نیاز برای پیمایش گامهای روش چندان زیاد نیست و برخلاف بعد بزرگ مسأله، پاسخ آن در زمانی کوتاه بدست می‌آید.

شایان توجه می‌باشد، در هر تکرار، مقداردهی به متغیرهای طراحی بگونه‌ای صورت می‌پذیرد که هم به پذیرفتنی پاسخ کمک کند و هم سبب کمینه‌شدن تابع هدف گردد. این روند تکراری از پاسخی نخستین (با مقدار صفر برای تمامی متغیرها که ممکن است پاسخی ناپذیرفتنی باشد) آغاز و تا رسیدن به پاسخ بهینه پیگیری می‌شود. همچنین، این شیوه توانایی تشخیص ناممکن‌بودن مسأله و پاسخ پذیرفتنی نداشتن آن را دارد و مشابه روش سادک، ناپذیرفتنی بودن تمامی پاسخها را نمایان می‌سازد.

پس از بکارگیری این فن، مقدار هریک از متغیرهای دودویی مسأله و همچنین مقدار کمینه تابع هدف (که در اینجا باید برابر صفر باشد) در دسترس قرار می‌گیرد. سپس، می‌توان با جایگذاری متغیرهای X_i، $i=1,...,mp$ (که همانا متغیرهای Z_{ij}، برای $i=1,...,m$ و $j=1,...,p$ هستند) در رابطه (۶)، به محاسبه کاهش سطح مقطع در عضوهای خرپا پرداخت. برای انجام این کار، می‌توان رابطه زیر را بکار بست:

$$\{\delta A\}=\Delta.[Z]\{I\} \tag{۱۹}$$

در برابری کنونی، $\{\delta A\}$ میزان کاهش سطح مقطع در عضوهای خرپا را در خود جای داده است. همچنین، Δ اندازه گام کاهش سطح مقطع (دقت فرض‌شده برای کاهش سطح مقطع)، $[Z]$ ماتریس دودویی با درایه کلی Z_{ij} و $\{I\}$ برداری p تایی با درایه‌های یکه می‌باشد. یادآوری می‌کند، درایه‌های ماتریس $[Z]$، به یاری روش بالاس بدست می‌آیند و سبب کمینه‌شدن خطای بین الگوی ریاضی و سازه واقعی می‌شوند. بنابراین، سطح مقطعهای برآورد شده همان سطح مقطعهای وابسته به سازه آسیب‌دیده‌اند.

۵. نمونه‌های عددی

در این بخش چند خرپای دوبعدی آسیب‌یابی می‌گردند. نخست در هر مسأله، شکل سازه به همراه هندسه و شماره‌گذاری عضوها درج

می‌شود. در پی آن، سطح مقطعهای عضوهای سازه، پیش و پس از آسیب‌دیدگی، می‌آید. یادآوری می‌کند، برای هر خرپا، در آغاز سطح مقطع عضوهای آسیب‌دیده، برابر مقدارهای مشخصی فرض می‌گردند. سپس، با استفاده از این عاملها، سازه ناسالم تحلیل می‌شود و تنشهای آن در دسترس قرار می‌گیرد.

در ادامه، به یاری این تنشها، مسأله برآورد خسارت سازه برپا می‌گردد. سرانجام، سطح مقطع عضوهای ناسالم با حل مسأله مزبور بدست می‌آیند و با اندازه‌های دقیق مقایسه می‌شوند. آشکار است، این مقدارهای دقیق همان فرضهای نخستین بکار رفته در یافتن تنشهای سازه آسیب دیده‌اند. پس از محاسبه بردار تنش سازه آسیب‌دیده، می‌توان تابع هدف مسأله را برپا نمود و به کمینه‌سازی آن پرداخت. در ادامه، تابع هدف مزبور به دو صورت بدست می‌آید. در گونه نخست، از رابطه (۵) بهره‌جویی می‌شود. آشکار می‌باشد، به دلیل نهاد غیرخطی بردار خطا، برنامه‌ریزی وابسته به آن غیرخطی است. در نتیجه، برای حل آن باید از شیوه‌های بهینه‌سازی غیرخطی بهره جست. در این مقاله، برنامه مزبور با بکارگیری پاره‌ای از شیوه‌های نیوتنی و شبه‌نیوتنی حل می‌شود و پاسخهای آن برای سنجش درستی راهکار پیشنهادی بکار می‌روند. در روش دوم، تابع هدف به صورت دودویی برپا و با استفاده از روش سادک شبه‌دوگان، کمینه می‌گردد. یادآوری می‌کند، برای تبدیل مجهولهای مسأله به متغیرهای دودویی، از رابطه (۶) استفاده می‌شود. بنابراین، برای هر نمونه عددی، مقدارهای p و Δ درج خواهد شد.

خاطر نشان می‌نماید، اندازه نمو سطح مقطع (عامل Δ)، برای تمامی عضوهای خرپا، یکسان پنداشته می‌گردد. از این رو، پس از یافتن پاسخهای برنامه خطی دودویی، بردار کاهش سطح مقطع عضوها، به یاری برابری (۱۹) بدست می‌آید. باید افزود، در سرتاسر مقاله، از درج واحدها و یکاهای وابسته به عددهای مسأله خودداری می‌شود. این عددها، در یکای مناسب بکار رفته‌اند و به گونه‌ای برگزیده شده‌اند که به سازگاری میان اندازه‌ها بینجامند.

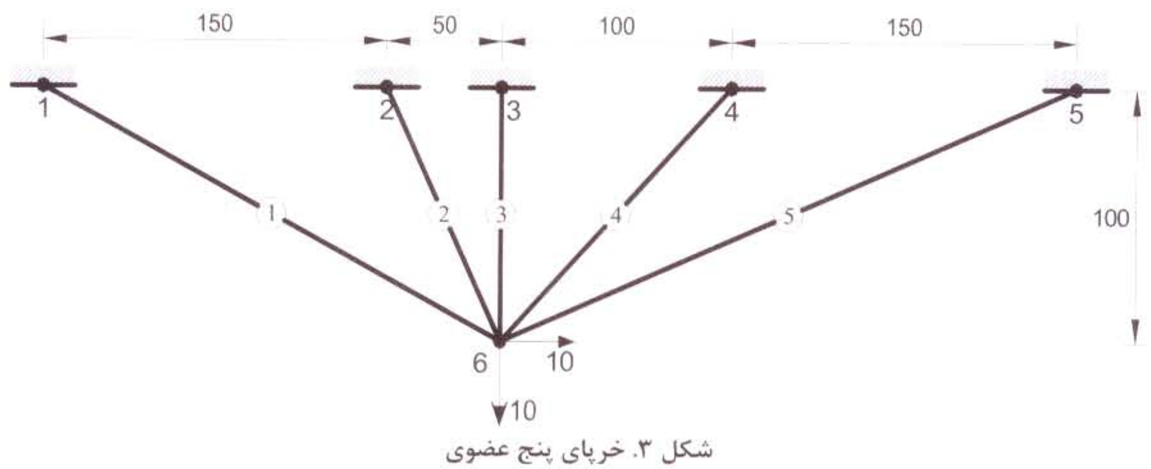
۵-۱. خرپای پنج عضوی

این سازه دارای پنج عضو و دو درجه آزادی است. هندسه و بارگذاری این خرپا، به همراه شماره‌گذاری گره‌ها و عضوهای آن، در شکل ۳، نمایان می‌باشد. در این نمونه، سطح مقطع تمامی عضوها، در حالت سالم برابر ۱۰۰ می‌باشد. در ادامه، دو حالت، برای آسیب‌دیدگی سازه، پنداشته می‌شود.

در حالت نخست، تنها سطح مقطع عضو چهارم، به میزان ۵۰٪ کاهش می‌یابد و سایر عضوها، سالم فرض می‌گردند. سپس، با بهره‌جویی از بردار تنش کامل سازه و روش پیشنهادی، برآورد خسارت خرپا صورت می‌پذیرد. همچنین، برای نشان دادن کارایی رهیافت مزبور، این کار به یاری حل برنامه‌ریزی غیرخطی مسأله نیز به انجام می‌رسد. برای این منظور، تابع هدف رابطه (۵)، برپا و با بکارگیری فن گرادیان مزدوج کمینه می‌شود.

خاطر نشان می‌کند، بهینه‌یابی غیرخطی، با بهره‌گیری از تواناییهای صفحه‌های گسترده و نرم‌افزار Excel انجام پذیرفته‌است. باید افزود، برای انجام این کار، باید ماتریس سختی و تنش خرپا را به صورت پارامتری و درحالت کلی بدست آورد. در واقع، ماتریسهای مزبور به صورت تابعهایی از سطح مقطع تمامی عضوهای خرپا، در صفحه گسترده وارد می‌گردند. در نتیجه، با تغییر سطح مقطع عضوها، ماتریسهای مزبور و در پی آنها تغییر مکانها و تنشهای سازه دگرگون می‌شوند.

آشکار می‌باشد، روند مزبور تا رسیدن به پاسخ بهینه و کمینه شدن تفاوت میان تنشهای تحلیلی و تجربی ادامه می‌یابد. نتیجه‌های آسیب‌یابی، با فرض مقدارهای ۲ و ۵۰ برای عاملهای p و Δ، در جدول ۱ درج شده‌اند.



شکل ۳. خرپای پنج عضوی

جدول ۱. نتایج آسیب‌یابی خرپای پنج عضوی (آسیب جزئی)

عضو	سطح مقطع سالم	سطح مقطع آسیب دیده (واقعی)	برآورد سطح مقطع آسیب دیده: روش غیرخطی	برآورد سطح مقطع آسیب دیده: روش خطی دودویی
۱	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰
۲	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰
۳	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰
۴	۱۰۰	۵۰	۴۹/۹۹۹	۵۰
۵	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰

گونه دوم خرابی سازه شکل ۳، با از میان رفتن کامل عضوهای یکم و پنجم ساماندهی می‌گردد. باید دانست، الگوسازی این حالت آسیب‌دیدگی، با صفر پنداشتن سطح مقطع عضوهای مزبور صورت می‌پذیرد. بدین ترتیب، تنشهای خرپای ناسالم با تحلیل الگوی آسیب‌دیده آن بدست می‌آید تا در روند برآورد خسارت، به عنوان خروجیهای اندازه‌گیری شده بکار رود. خاطر نشان می‌نماید، همانند حالت پیشین، کمینه‌سازی تابع هدف، با دو روش خطی دودویی و غیرخطی به انجام می‌رسد.

در روش نخست، عاملهای p و Δ، به ترتیب، برابر ۱ و ۱۰۰ پنداشته می‌شوند. با این فرض، تنها یک امکان برای آسیب‌دیدگی عضوها فراهم می‌آید و آن از بین رفتن کامل عضوهاست. به سخن دیگر، در این حالت، برابر یک شدن هر متغیر دودویی، سالم بودن عضو وابسته به آن را مشخص می‌کند. باید آگاه بود، از میان رفتن یک عضو، همان صفر شدن تنها متغیر دودویی وابسته به آن است. جدول ۲، پاسخهای دو روش خطی و غیرخطی را در خود جای داده است و از برتری شایان روش خطی دودویی حکایت دارد.

جدول ۲. نتایج آسیب‌یابی خرپای پنج عضوی (آسیب کلی)

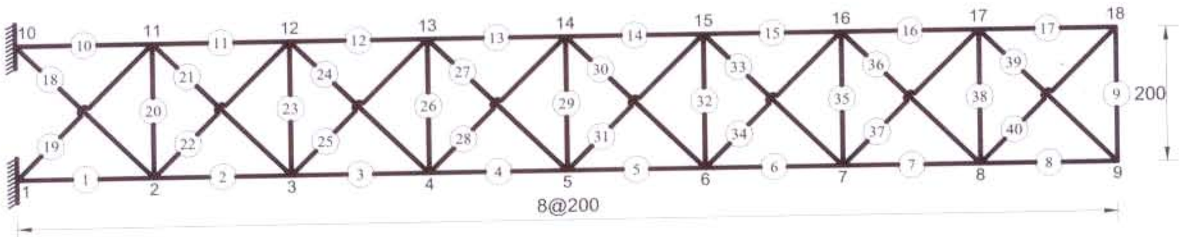
عضو	سطح مقطع سالم	سطح مقطع آسیب دیده (واقعی)	برآورد سطح مقطع آسیب دیده: روش غیرخطی	برآورد سطح مقطع آسیب دیده: روش خطی دودویی
۱	۱۰۰	۰	۳۱	۰
۲	۱۰۰	۱۰۰	۶۹	۱۰۰
۳	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰
۴	۱۰۰	۱۰۰	۴۴	۱۰۰
۵	۱۰۰	۰	۳۷	۰

همانطور که از جدول کنونی آشکار می‌باشد، روش حل غیرخطی به یکی از نقطه‌های نزدیک به نقطه بهینه، همگرا شده است. اما راهکار پیشنهادی این گونه نمی‌باشد و به دلیل نهاد گسسته خود، پاسخ دقیق را بدست می‌دهد. یادآوری می‌کند، در پاره‌ای از سازه‌ها، احتمال رخ‌دادن چنین خسارتی، بیش از گونه‌های دیگر است. این ویژگی، پایش آنها در برابر این حالت از آسیب‌دیدگی را ضروری می‌نماید. از سوی دیگر، ناتوانی روشهای برنامه‌ریزی غیرخطی در برآورد خرابیهای شدید، مانند از میان رفتن کامل پاره‌ای عضوها، نارسایی مهم فراروی پایش این سازه‌ها می‌باشد. بنابراین، بکار بردن رهیافت پیشنهادی با پنداشتن مقدارهای یک و A_i، به ترتیب برای عاملهای p و Δ، از برتری شایانی در آسیب‌یابی خسارتهای مزبور برخوردار است. باید افزود، گزینش عاملهای دوگانه حل خطی، در این حالت بسیار ساده و به ترتیب اشاره شده می‌باشد.

۵-۲. خرپای چهل عضوی

سازه شکل ۴، به عنوان یک مسأله سنگ نشانه در بسیاری از پژوهشهای وابسته به آسیب‌یابی بکار می‌رود. این خرپا، هشت درجه نامعین است و سی و دو درجه آزادی دارد. شماره‌گذاری گره‌ها و عضوهای این سازه در شکل مزبور آمده‌اند. همچنین فرض می‌گردد، سطح مقطع تمامی عضوهای آن برابر ۱۰ می‌باشد.

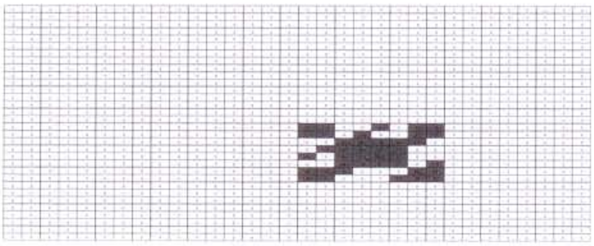
با خسارت دیدن سازه، ماتریس سختی آن دگرگون می‌گردد. از آنجا که آسیبها بطور معمول محلی‌اند، دگرگونی مزبور، تنها در بخشهایی از ماتریس سختی صورت می‌پذیرد. به عنوان نمونه، آسیب‌دیدگی عضوهای ۶، ۱۵، ۳۲، ۳۳، ۳۴ و ۳۵، سبب می‌شود که پاره‌ای از درایه‌های ماتریس سختی سازه سالم و خسارت‌دیده با یکدیگر متفاوت گردند. در نتیجه، با برپایی ماتریس آشفتگی (تفاوت دو ماتریس مزبور) و مشخص نمودن درایه‌های غیر صفر آن، می‌توان ناحیه آسیب‌دیده را بر روی ماتریس سختی نشان داد. در شکل ۵، تفاوت ماتریسهای سختی خرپا، پیش و پس از وارد آمدن خسارت، به نمایش در آمده و درایه‌های ناصفر آن مشخص شده‌اند.



شکل ۴. خرپای چهل عضوی

در آغاز، با حل برنامه‌ریزی غیرخطی وابسته به این گونه آسیب‌دیدگی، سطح مقطع عضوهای خرپای ناسالم بدست می‌آید. یادآوری می‌کند، این کار به یاری رابطه (۵) صورت می‌پذیرد.

سپس، با استفاده از عاملهای بدست آمده، ماتریس سختی سازه آسیب‌دیده برپا و تفاوت آن با حالت سالم حساب می‌شود.

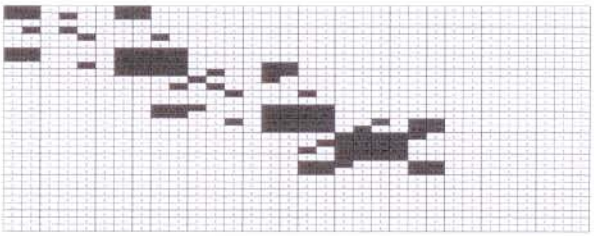


شکل ۵. تغییرات ماتریس سختی خرپای چهل عضوی به علت آسیب‌دیدگی (دقیق)

آشکار می‌باشد، این ماتریس آشفتگی، باید برابر ماتریس شکل ۵ گردد. اما به دلیل وجود خطا در پاسخهای بهینه حاصل از حل غیرخطی، ماتریس آشفتگی به صورت شکل ۶ در می‌آید. پاسخ برنامه خطی دودویی مسأله، با فرض مقدارهای ۴ و ۱ برای عاملهای p و Δ، همانند جدول ۳ است. باید دانست، این پاسخها ماتریس آشفتگی را دقیق و به صورت شکل ۵ بدست می‌دهند.

جدول ۳. نتایج آسیب‌یابی خرپای چهل عضوی

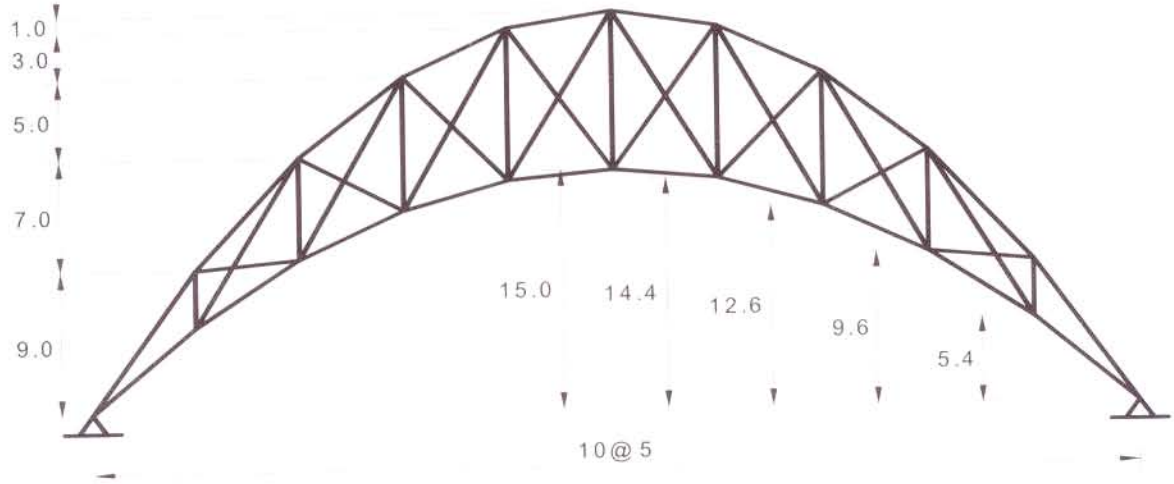
عضو	سطح مقطع سالم	سطح مقطع آسیب دیده (واقعی)	برآورد سطح مقطع آسیب دیده	خطا (٪)
۱	۱۰	۱۰	۱۰	۰
۲	۱۰	۱۰	۱۰	۰
۳	۱۰	۱۰	۱۰	۰
۴	۱۰	۱۰	۱۰	۰
۵	۱۰	۱۰	۱۰	۰
۶	۱۰	۹	۹	۰
۷	۱۰	۱۰	۱۰	۰
۸	۱۰	۱۰	۱۰	۰
۹	۱۰	۱۰	۱۰	۰
۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۰
۱۱	۱۰	۱۰	۱۰	۰
۱۲	۱۰	۱۰	۱۰	۰
۱۳	۱۰	۱۰	۱۰	۰
۱۴	۱۰	۱۰	۱۰	۰
۱۵	۱۰	۹	۹	۰
۱۶	۱۰	۱۰	۱۰	۰
۱۷	۱۰	۱۰	۱۰	۰
۱۸	۱۰	۱۰	۱۰	۰
۱۹	۱۰	۱۰	۱۰	۰
۲۰	۱۰	۱۰	۱۰	۰
۲۱	۱۰	۱۰	۱۰	۰
۲۲	۱۰	۱۰	۱۰	۰
۲۳	۱۰	۱۰	۱۰	۰
۲۴	۱۰	۱۰	۱۰	۰
۲۵	۱۰	۱۰	۱۰	۰
۲۶	۱۰	۱۰	۱۰	۰
۲۷	۱۰	۱۰	۱۰	۰
۲۸	۱۰	۱۰	۱۰	۰
۲۹	۱۰	۱۰	۱۰	۰
۳۰	۱۰	۱۰	۱۰	۰
۳۱	۱۰	۱۰	۱۰	۰
۳۲	۱۰	۷	۷	۰
۳۳	۱۰	۸	۸	۰
۳۴	۱۰	۸	۸	۰
۳۵	۱۰	۷	۷	۰
۳۶	۱۰	۱۰	۱۰	۰
۳۷	۱۰	۱۰	۱۰	۰
۳۸	۱۰	۱۰	۱۰	۰
۳۹	۱۰	۱۰	۱۰	۰
۴۰	۱۰	۱۰	۱۰	۰



شکل ۶. تغییرات ماتریس سختی خرپای چهل عضوی به علت آسیب‌دیدگی (محاسباتی)

۵-۳. خرپای چهل و پنج عضوی

امکان استفاده از شکلهای هندسی مقاوم و کارا، در سازه‌های خرپایی بیش از سایر گونه‌های سازه‌ای فراهم می‌باشد. خاطر نشان می‌کند، یکی از کارامدترین هندسه‌های موجود در سازه‌های طبیعت، خمهای سهمی‌گونه است که از پایداری چشمگیری برخوردار می‌باشد. خاطر نشان می‌کند، یکی از کارامدترین هندسه‌های موجود در سازه‌های طبیعت، خمهای سهمی‌گونه است که از پایداری چشمگیری برخوردار می‌باشد. از این رو، مهندسان می‌توانند با الهام گرفتن از این شکل هندسی، سازه‌هایی مانند شکل ۷ طراحی نمایند که در پلهای فلزی فراوان مورد استفاده قرار می‌گیرد. این خرپا، دارای ۳۶ درجه‌های آزادی و ۹ درجه نامعینی می‌باشد. همچنین، در این خرپا سطح مقطع عضوها در حالت سالم به سان جدول ۴ می‌باشد. آسیب‌دیدگی دو عضو دهانه پایانی سمت راست خرپا، حالتی از آسیب‌دیدگی است که برآورد آن صورت می‌پذیرد. در اینجا، سطح مقطع دو عضو مزبور، در حالت ناسالم، بیست درصد حالت سالم پنداشته می‌گردد. همچنین، برای استفاده از روش پیشنهادی، عاملهای p و Δ، به ترتیب، برابر ۴ و ۱۰ در نظر گرفته می‌شوند. جدول ۴ نتایج پایش تحلیلی سازه را در دسترس قرار می‌دهد. در این حالت، عضوهای آسیب‌دیده به درستی شناسایی شده‌اند. اما به دلیل نبود همپوشانی کامل میان سطح مقطع عضوهای ناسالم و تغییر متغیرهای دودویی، برآورد خسارت با خطا همراه گشته است.



شکل ۷. خرپای چهل و پنج عضوی

جدول ۴. نتایج آسیب‌یابی خرپای چهل و پنج عضوی

عضو	سطح مقطع سالم	سطح مقطع آسیب دیده (واقعی)	برآورد سطح مقطع آسیب دیده	خطا (٪)
۱	۴۰	۴۰	۴۰	۰
۲	۳۵	۳۵	۳۵	۰
۳	۳۵	۳۵	۳۵	۰
۴	۳۵	۳۵	۳۵	۰
۵	۳۵	۳۵	۳۵	۰
۶	۳۵	۳۵	۳۵	۰
۷	۳۵	۳۵	۳۵	۰
۸	۳۵	۳۵	۳۵	۰
۹	۳۵	۳۵	۳۵	۰
۱۰	۴۰	۲۵	۲۰	۲۰
۱۱	۳۵	۳۵	۳۵	۰
۱۲	۳۵	۳۵	۳۵	۰
۱۳	۳۵	۳۵	۳۵	۰
۱۴	۳۵	۳۵	۳۵	۰
۱۵	۳۵	۳۵	۳۵	۰
۱۶	۳۵	۳۵	۳۵	۰
۱۷	۳۵	۳۵	۳۵	۰
۱۸	۳۵	۳۵	۳۵	۰
۱۹	۳۵	۳۵	۳۵	۰
۲۰	۴۰	۲۵	۳۰	۲۰
۲۱	۳۰	۳۰	۳۰	۰
۲۲	۳۰	۳۰	۳۰	۰
۲۳	۳۰	۳۰	۳۰	۰
۲۴	۳۰	۳۰	۳۰	۰
۲۵	۳۰	۳۰	۳۰	۰
۲۶	۳۰	۳۰	۳۰	۰
۲۷	۳۰	۳۰	۳۰	۰
۲۸	۳۰	۳۰	۳۰	۰
۲۹	۳۰	۳۰	۳۰	۰
۳۰	۳۰	۳۰	۳۰	۰
۳۱	۳۰	۳۰	۳۰	۰
۳۲	۳۰	۳۰	۳۰	۰
۳۳	۳۰	۳۰	۳۰	۰
۳۴	۳۰	۳۰	۳۰	۰
۳۵	۳۰	۳۰	۳۰	۰
۳۶	۳۰	۳۰	۳۰	۰
۳۷	۳۰	۳۰	۳۰	۰
۳۸	۳۰	۳۰	۳۰	۰
۳۹	۳۰	۳۰	۳۰	۰
۴۰	۳۰	۳۰	۳۰	۰
۴۱	۳۰	۳۰	۳۰	۰
۴۲	۳۰	۳۰	۳۰	۰
۴۳	۳۰	۳۰	۳۰	۰
۴۴	۳۰	۳۰	۳۰	۰
۴۵	۳۰	۳۰	۳۰	۰
-	-	-	-	-

به عنوان نمونه، روش پیشنهادی با مقدارهای ۸ و ۵ برای عاملهای p و Δ به پاسخ دقیق می‌رسد. بنابراین، گزینش مناسب عاملهای p و Δ از اهمیت شایانی برخوردار می‌باشد.

برای بدست آوردن نتیجه شایسته، می‌توان مقدار p را بزرگتر و Δ_1 را کوچکتر در نظر گرفت. با این کار دامنه تغییرات آشفتگی سطح مقطع، با دقت بیشتری پوشانده شده و در نتیجه، رابطه‌سازی دودویی، با خطای کمتری به پاسخ درست همگرا می‌گردد.

۶. نتیجه‌گیری

مسأله برآورد خسارت سازه‌ها را می‌توان به صورت تحلیلی و با یک برنامه‌ریزی غیرخطی رابطه‌سازی نمود. برای انجام این کار، تابع هدف برنامه، به صورت تفاوت میان پاسخهای سازه واقعی و الگوی اجزای محدود آن برپا می‌گردد. سپس، فرایند بهینه‌یابی به یاری راهکارهای حل برنامه‌ریزیهای ریاضی به انجام می‌رسد. بطور معمول، تابعهای هدف مزبور بسیار پیچیده و به صورت ضمنی، تابع

متغیرهای طراحی‌اند. تاکنون تابعهای هدف فراوانی برای حل مسأله پیشنهاد شده‌اند. این مقاله، تابعی صریح از متغیرهای طراحی (سطح مقطع عضوهای سازه آسیب‌دیده) را بکار بُرد. در ادامه، با بهره‌جویی از ویژگی چندجمله‌ای بودن تابع مزبور و به یاری تغییر متغیر پیشنهادی، روند خطی‌سازی و دودویی نمودن آن به انجام رسید.

پس از خطی و دودویی شدن برنامه، امکان حل آن با بهره‌گیری از روش سادک شبه‌دوگان، که شیوه‌ای دقیق برای حل برنامه‌های دومقداری است، فراهم گردید. تحلیل نمونه‌های عددی، که پاره‌ای از آنها در مقاله آمد، درستی راهکار پیشنهادی را نشان داد. باید افزود، دقت پاسخهای این راهکار، در گرو گزینش درست عاملهای p و Δ (تعداد نموهای کاهش سطح مقطع و اندازه هر یک از آنها) می‌باشد. در واقع، به کمک این دو عامل، مجهولهای حقیقی مسأله به متغیرهایی دودویی تبدیل می‌شوند. به دنبال آن، روش پیشنهادی تنها به یافتن بهینه مقدارهای صفر و یک می‌پردازد. آشکار است، در مواردی که عضو بطور کامل از بین می‌رود، باید عاملهای دوگانه را، به ترتیب، برابر با یک و سطح مقطع سالم عضو پنداشت. باید آگاه بود، روشهای غیرخطی بهینه‌سازی، توانایی حل درست این گونه مسائل را ندارند و به دلیل دور بودن پاسخ بهینه از نقطه آغازین، به پاسخ درست همگرا نمی‌گردند. در سایر موارد، گزینش این دو عامل، به صورتی که با دقتی مناسب دامنه دگرگونی متغیرهای طراحی حقیقی را بپوشانند، به همگرایی شایسته روش می‌انجامد. این امر به خوبی در مثالهای عددی درج‌شده در مقاله مشخص گردید.

مراجع

[1] Doebling, S.W., Farrar, C.R., Prime, M.B., Sheritz, D.W., *Damage Identification and Health Monitoring of Structural and Mechanical Systems from Changes in their Vibration Characteristics: a Literature Review*, Los Alamos National Laboratory, Report LA-13070-MS, Los Alamos, NM, 1996.

[2] Sanayei, M., McClain, J.A.S., Wadia-Fascetti, S., Santini, E.M., "*Parameter Estimation Incorporating Modal Data and Boundary Conditions*," Journal of Structural Engineering, Vol. 125, 1999, pp 1048-1055.

[3] Carneiro, S.H.S., *Model-Based Vibration Diagnostic of Cracked Beams in the Time Domain*, Ph.D. Dissertation, Faculty of the Virginia Polytechnic Institue and State University, Blacksburg, VA, 2000.

[4] Castello, D.A., Stutz, L.T., Rochinha, F.A., "*A Structural Defect Identification Approach Based on a Continuum Damage Model*," Computers and Structures, Vol. 80, 2002, pp 417-436.

[5] Kammer, D.C., Steltzner, A.D., "*Structural Identification Mir Using Inverse System Dynamics and Mir/Shuttle Docking Data*," Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 123, 2001, pp 230-237.

[6] Sinha, J.K., Mujumdar, P.M., Moorthy, R.I.K., "*Detection of Spring Support Location in Elastic Structures Using a Gradient-Based Finite Element Model Updating Technique*," Journal of Sound and Vibration, Vol. 240, 2001, pp 499-518.

[7] Reich, G.W., Park, K.C., "*A Theory for Strain-Based Structural System Identification*," Journal of Applied Mechanics, Vol. 68, 2001, pp 521-527.

[8] Moslem K., Nafaspour, R., "*Structural Damage Detection by Genetic Algorithms*," AIAA Journal, Vol. 40, 2002, pp31-40.

[9] Duffey, T.A., Doebling, S.W., Farrar, C.R., Baker, W.E., Rhee, W.H., "*Vibration-Based Damage Identification in Structures Exhibiting Axial and Torsional Response*," Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 123, 2001, pp 84-91.

[10] Kim, J.-T., Stubbs, N., "*Improved Damage Identification Method Based on Modal Information*," Journal of Sound and Vibration, 252, 2002, pp 223-238.

[۱۱] شهیدی‌پور، محمد مهدی.، *بهینه‌سازی*، دانشگاه فردوسی مشهد، ۱۳۷۳.

[12] Denyor, K.K., Peterson, L.D., "*Method for Structural Model Update Using Dynamically Measured Static Flexibility Matrices*," AIAA Journal, Vol. 35, 1997, pp 362-368.