

بهینه سازی نرخ پیشروی و ناحیه شتاب گیری هنگام فرز کاری CNC در امتداد مسیر منحنی الشكل

بهنام معتکف ایمانی^۱، محمد جواد برکچی فرد^۲

گروه مکانیک دانشکده مهندسی - دانشگاه فردوسی مشهد - صندوق پستی ۹۱۷۷۵-۱۱۱۱

E-mail: imani@ferdowsi.um.ac.ir

چکیده

ماشینهای CNC برای دستیابی به نرخ پیشروی مطلوب (ثابت یا متغیر) در امتداد یک مسیر منحنی محورهای جداگانه ای را بکار می گیرند. قیود فیزیکی بر روی گشتاور و توان موتورهای درایو ماشین وجود دارند که در طول عملیات بهینه ماشینکاری می باید در نظر گرفته شوند. به عبارت دیگر گشتاور و توان مورد نیاز برای غلبه بر اینرسی، نیروهای برش و نیروهای اصطکاک نباید از توانایی درایورهای محورها بیشتر شوند. در این مقاله با در نظر گرفتن حد نهائی جریان و توان موتورهای در طول مسیر مورد نظر، نرخ و شتاب پیشروی مطلوب بدست می آید. همچنین در این تحلیل نیروهای برش نیز گنجانده شده و فرمول بندی جامعی ارائه گردیده است.

واژه های کلیدی: مسیر ماشین کاری; نرخ پیشروی; شتاب پیشروی

۱- مقدمه

برای دستیابی به یک مسیر مطلوب همراه با نرخ پیشروی مناسب ماشینهای CNC چندین محور مستقل را به طور هماهنگ به حرکت در می آورند. این روش انعطاف پذیری مناسبی را برای تولید انواع شکلهای پیچیده بوجود می آورد که نیاز به الگوریتمهای محاسبه نقاط موقعیت در امتداد مسیر دارد. نقاط موقعیت می باید بصورت Real-Time محاسبه شوند که بار محاسباتی زیادی به دستگاه اعمال می نمایند. علاوه بر این اینرسی هر یک از محورها و ظرفیت گشتاور و قدرت درایورهای آنها سرعت ماشینکاری را محدود می نماید.

در ماشینهایی که چندین محور حرکت جداگانه برای ایجاد یک مسیر بکار گرفته می شوند، اثر اینرسی حتی در سرعتهای ثابت بسیار مهم است. در حالت عمومی توان و گشتاور مورد نیاز برای حرکت وابسته به تغییرات جهت و مقدار نرخ پیشروی در طول مسیر می باشد. به عبارتی دیگر توان و گشتاور مورد نیاز به انحنای مسیر و مقدار شتاب بستگی دارد. در نتیجه حتی در سرعتهای ثابت اگر انحنای مسیر تغییر نماید گشتاور و قدرت مورد نیاز هر محور متناسب آن تغییرات خواهد بود [۱]. بنابراین انتخاب نرخ پیشروی و شتاب پیشروی جهت تضمین توانایی درایورهای محورها برای پیمودن مسیر حائز اهمیت می باشد. این مطلب در ماشینکاری با

^۱ استادیار گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

^۲ کارشناس ارشد مهندسی مکانیک

سرعت‌های بالا (High Speed Machining (HSM) از اهمیت زیادی برخوردار است [۲ و ۳].

هنگام فرزکاری CNC در امتداد یک مسیر منحنی شکل ابتدا منحنی به تکه هایی از خط و دایره تقسیم می شود. در نتیجه تابع انحناء مسیر گسسته خواهد بود. که این امر یافتن یک شیوه تحلیلی مناسب برای محاسبه نرخ و شتاب پیشروی بهینه را مشکل و یا غیر ممکن می سازد [۱].

الگوریتمهای متفاوتی برای ایجاد قابلیت ماشین کاری در امتداد یک مسیر منحنی شکل پیشنهاد شده است. این الگوریتمها غالباً بر اساس پارامتر سازی طول کمان می باشند [۴ و ۵]. اما در حالت عمومی محاسبه طول کمان برای منحنی های مختلف به صورت دقیق ریاضی مقدور نیست، لذا این نوع پارامتر سازی با تقریب همراه می باشد. برای رفع این مشکل می توان از منحنی های فیثاغورث - هذوگراف (PH) در واحد درونیاب CNC بهره جست [۶ و ۷].

در این تحقیق ابتدا قیود فیزیکی موجود بر روی درایورهای محورهای CNC بیان می شوند. سپس روابط حاکم بر حرکت صفحه ای در راستای یک منحنی تحلیل می گردد. مساله یافتن نرخ پیشروی و ناحیه شتاب گیری بهینه با پروفیل‌های متفاوت سرعت در ادامه مورد بحث و بررسی قرار می گیرند. نهایتاً ضمن وارد کردن نیروهای برش در معادلات حرکت، فرمول بندی جدیدی ارائه گردیده و مساله جامع تحلیل می گردد.

۲- قیود درایورهای محورهای CNC

درایورهای محورهای یک ماشین CNC می باید که :

الف) بر اثر اینرسی ناشی از تغییر جهت در مسیر حرکت و یا تغییر سرعت در طول مسیر غلبه نمایند .

ب) توانایی تامین نیروهای برشی لازم بین ابزار و قطعه کار را دارا باشند .

ج) بر نیروهای اصطکاک و اتلافی در ماشین غلبه نمایند. از میان سه مورد فوق، اولین مورد در کاربردهای عملی مهمتر می باشد. زیرا مورد الف) کاملاً به مسیر حرکت ابزار و نرخ پیشروی بستگی دارد. از طرف دیگر با تمایل شدید بسوی ماشینکاری با سرعت‌های بالا (HSM) اثر اینرسی در تقاضای گشتاور و قدرت مورد نیاز بیشتر می گردد [۱]. عملکرد موتورهای DC که غالباً به عنوان درایورهای محورهای ماشین به کار می روند را می توان با دو معادله زیر بیان کرد :

$$T = K_T I \quad , \quad E = K_E \omega \quad (1)$$

که در این معادلات T گشتاور موتور، I جریان عبوری از روتور، E ولتاژ تولید شده بوسیله موتور و ω سرعت زاویه ای می باشد. همچنین K_E, K_T که به نام ثابت گشتاور و ثابت back emf شناخته می شوند دارای مقادیر یکسانی می باشند .

سرعت خطی (v) یک محور متحرک متناسب با سرعت زاویه ای موتور (ω) و شتاب خطی آن متناسب با توان $P = T\omega$ است. لذا عملیات ماشین کاری مطمئن می باید با تبعیت از حدود جریان، ولتاژ و توان موتورها صورت گیرد.

حد نهایی جریان باعث اعمال قیدی بر روی شتاب خطی هر یک از محورها به صورت زیر می گردد :

$$|a| \leq a_{\max} \quad (2)$$

همچنین فرض می شود که توان مورد نیاز برای حرکت هر یک از محورها متناسب با قدر مطلق مقدار حاصلضرب

می باشد. در نتیجه می توان نوشت :

$$|va| \leq p_{\max} \quad (3)$$

حال می توان گفت ماشین کاری مطمئن زمانی صورت می گیرد که دو قید ارائه شده در فوق همواره در طول مسیر برقرار باشند. در حقیقت با برقراری این دو قید

توانایی موتورهای دستگاه برای عملیات ماشین کاری تضمین می گردد.

۳- تحلیل حرکت صفحه ای در راستای یک منحنی

منحنی صفحه ای $r(\xi) = (x(\xi), y(\xi))$ با پارامتر $\xi \in [0, 1]$ را در نظر می گیریم که شروع حرکت در $\xi = 0$ می باشد. با دانستن میزان توان و گشتاور موتورهای هر یک از محورها و سایر مشخصات ماشین، می توان حدود p_{max}, a_{max} را در روابط (۲) و (۳) مشخص نمود. اکنون می توان دو سوال زیر را مطرح کرد:

الف) بیشترین مقدار نرخ پیشروی ثابت V_m در طول منحنی با توجه به قيود (۲) و (۳) چیست؟
 ب) کوچکترین طول کمائی که بر روی آن نرخ پیشروی می تواند با پروفیل سرعت مناسب (خطی یا درجه ۲) از صفر به V_m برسد در حالیکه قيود (۲) و (۳) نیز برآورده شوند چیست؟

به منظور پاسخ به این دو سؤال در ابتدا یادآوری می شود که برای یک منحنی صفحه ای $r(\xi)$ سرعت پارامتری به صورت زیر بیان می گردد [۶]:

$$\sigma(\xi) = |r'(\xi)| = \sqrt{x'^2(\xi) + y'^2(\xi)} \quad (4)$$

که این رابطه نمایانگر تغییرات طول کمان نسبت به پارامتر منحنی $\left(\frac{ds}{d\xi}\right)$ می باشد. برای محاسبه مشتق نسبت به

زمان بر حسب نرخ پیشروی $V = \frac{ds}{dt}$ و σ می توان نوشت:

$$\frac{d}{dt} = \frac{V}{\sigma} \frac{d}{d\xi} \quad (5)$$

بنابراین با بکاربردن رابطه (۵) برای $r(\xi)$ می توان شتاب در امتداد منحنی را به صورت زیر نوشت:

$$a = \ddot{r} = \dot{V}\hat{t} + \kappa V^2 \hat{n} \quad (6)$$

که \hat{n}, \hat{t} بردارهای یکه مماس و عمود بر منحنی بوده و κ انحناء می باشد و علامت نقطه بیانگر مشتق نسبت به زمان می باشد. جمله اول در رابطه (۶) شتاب مماسی بوده و هنگامی که مقدار سرعت ثابت است این عبارت نیز صفر می شود. دومین جمله در این رابطه شتاب جانبی به مرکز بوده و این جمله نیز زمانی که انحناء صفر باشد (حرکت روی یک خط راست) صفر می شود .

۴- بیشترین نرخ پیشروی ثابت مجاز بر روی یک منحنی

برای حرکت بر روی یک منحنی قاعدتاً سعی می گردد تا از سرعت ثابت استفاده گردد. زیرا در این حالت تنها عامل بوجود آورنده شتاب در طول مسیر تغییرات انحناء خواهد بود. یا به عبارتی در صورت ثابت بودن نرخ پیشروی در طول مسیر مؤلفه مماسی شتاب در رابطه (۶) حذف می گردد و تنها مؤلفه قائم شتاب باقی می ماند. به همین دلیل است که سعی می شود که ناحیه سرعت ثابت بر روی یک منحنی افزایش یابد. قيود بیان شده در قسمت قبل را می توان برای هر یک از محورها به طور جداگانه به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$|a_x| \leq a_{x,max} \quad |a_y| \leq a_{y,max} \quad (7)$$

$$|V_x a_x| \leq p_{x,max} \quad |V_y a_y| \leq p_{y,max}$$

که V_x, V_y, a_x, a_y به ترتیب مولفه های سرعت و شتاب در راستای محورهای x, y می باشند. بر این اساس با جایگذاری $\hat{t} = (\cos\theta, \sin\theta), \hat{n} = (-\sin\theta, \cos\theta)$ و همچنین قرار دادن $V = V_m, \dot{V} = 0$ در رابطه (۶) می توان رابطه (۷) را بصورت زیر تبدیل نمود:

مقدار V_m برسد (سرعت ثابت حرکت بر روی منحنی). در چنین ناحیه ای، هم مقدار سرعت و هم جهت سرعت در حال تغییر می باشد. لذا در این ناحیه قیود ارائه شده در رابطه (۷)، دارای عبارتهای ناشی از تغییر جهت سرعت و عبارتهای ناشی از تغییر مقدار سرعت می باشند. با

جایگذاری $V_x = V \cos \theta$ ، $V_y = V \sin \theta$ و مؤلفه های شتاب در راستای محورهای y, x در قیود رابطه (۷) بصورت:

$$a_x = \dot{V} \cos \theta - \kappa V^2 \sin \theta \quad (10)$$

$$a_y = \dot{V} \sin \theta + \kappa V^2 \cos \theta$$

این قیود را می توان به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$a_{x,\max} \pm (\kappa V^2 \sin \theta - \dot{V} \cos \theta) \geq 0$$

$$a_{y,\max} \pm (\kappa V^2 \cos \theta + \dot{V} \sin \theta) \geq 0 \quad (11)$$

$$p_{x,\max} \pm V \cos \theta (\kappa V^2 \sin \theta - \dot{V} \cos \theta) \geq 0$$

$$p_{y,\max} \pm V \sin \theta (\kappa V^2 \cos \theta + \dot{V} \sin \theta) \geq 0$$

این قیود که بعنوان حدودی بر روی شتاب پیشروی مطرح می گردند پیچیده تر از قیودی هستند که برای سرعت ثابت بیان گردید. زیرا این قیود نه تنها به هندسه مسیر بلکه به نرخ پیشروی لحظه ای V نیز وابسته اند. نرخ پیشروی لحظه ای را می توان بصورت تابعی از طول کمان در نظر گرفت در حالی که خواص هندسی κ, θ تابعی از پارامتر ξ اند.

در این تحقیق نرخ پیشروی برای دو حالت زیر در ناحیه شتاب گیری بررسی می شوند:

(الف) نرخ پیشروی به صوت تابعی خطی از طول کمان

(ب) نرخ پیشروی به صورت تابعی درجه ۲ از طول کمان

$$| -V_m^2 \kappa \sin \theta | \leq a_{x,\max} \quad | V_m^2 \kappa \cos \theta | \leq a_{y,\max} \quad (8)$$

$$| -V_m^3 \kappa \sin \theta \cos \theta | \leq p_{x,\max} \quad | V_m^3 \kappa \sin \theta \cos \theta | \leq p_{y,\max}$$

سرانجام با در نظر گرفتن $p = \min(p_{x,\max}, p_{y,\max})$ و ترکیب دو نامعادله آخر می توان نوشت:

$$V_m \leq \left[\frac{2p}{|\kappa \sin 2\theta|} \right]^{\frac{1}{3}} \quad V_m \leq \left[\frac{a_{x,\max}}{|\kappa \sin \theta|} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

$$V_m \leq \left[\frac{a_{y,\max}}{|\kappa \cos \theta|} \right]^{\frac{1}{2}}$$

بنابراین اگر V_m طوری انتخاب گردد که سه نامعادله فوق را برآورده سازد می توان مطمئن بود که توان و گشتاور مورد نیاز برای طی کردن منحنی $r(\xi) = (x(\xi), y(\xi))$ از توانایی موتورهای محرک بیشتر نخواهد بود.

شکل (۱) یک منحنی PH درجه پنج را نمایش می دهد. همچنین قیود ارائه شده در رابطه (۹) با بکارگیری این منحنی در شکل (۲) شبیه سازی شده اند. در رسم این شکل $a_x = a_y = 18$ و $p_x = p_y = 30$ (در واحد دلخواه) در نظر گرفته شده است. همانطوری که در شکل ملاحظه می شود کمترین مقدار $V_m = 7.3$ بر اساس نقطه ای از منحنی محاسبه شده که دارای تغییرات انحناء بیشتری می باشد.

۵- مینیمم ناحیه شتاب گیری بر حسب طول کمان

در حالت عمومی مؤلفه های شتاب مماسی و جانب به مرکز در رابطه (۶) هر دو غیر صفر می باشند. این حالت را می توان برای ناحیه ای از منحنی در نظر گرفت که در طول این ناحیه سرعت از مقدار اولیه صفر به مقدار V_m می رسد. در حالت عمومی همواره ناحیه ای از منحنی برای شتاب گیری تعیین می گردد. در این ناحیه سرعت بر روی منحنی به نحوی تغییر می نماید که در انتهای ناحیه به

۱-۵- نرخ پیشروی به عنوان تابعی خطی از طول

کمان در ناحیه شتاب گیری

نرخ پیشروی را می توان به صورت تابعی از تغییر طول کمان در راستای منحنی بصورت زیر در نظر گرفت :

$$V(s) = V_0 \left(1 - \frac{s}{S}\right) + V_m \left(\frac{s}{S}\right) \quad (12)$$

که در این رابطه S طول کل کمان در ناحیه شتاب گیری (یعنی طولی از کمان که باید برای رسیدن به سرعت پیشروی مطلوب V_m طی شود) و s طول کمان در هر نقطه در ناحیه شتاب گیری می باشند ($0 \leq s \leq S$). همچنین V_0 سرعت اولیه در $s = 0$ بوده و V_m سرعت ثابت مطلوب برای پیمودن منحنی می باشد. که بر اساس الگوریتم ارائه شده در قسمت (۴) محاسبه شده است.

با مشتق گیری از نرخ پیشروی ارائه شده در رابطه (۱۲)، شتاب پیشروی \dot{V} به صورت تابعی خطی از s بدست می آید:

$$\dot{V} = V \frac{dV}{ds} = \frac{V_m - V_0}{S} \left[V_0 \left(1 - \frac{s}{S}\right) + V_m \left(\frac{s}{S}\right) \right] \quad (13)$$

با در نظر گرفتن رابطه فوق و تابع f به صورت :

$$f = (V_m - V_0)s + V_0 S \quad (14)$$

هشت قید ارائه شده در رابطه (۱۱) به صورت زیر بازنویسی می گردند :

$$G_{a,x}^{\pm}(\xi, S) = a_{x,\max} S^2 \pm f [k f \sin \theta - (V_m - V_0) \cos \theta] \geq 0$$

$$G_{a,y}^{\pm}(\xi, S) = a_{y,\max} S^2 \pm f [k f \cos \theta + (V_m - V_0) \sin \theta] \geq 0 \quad (15)$$

$$G_{p,x}^{\pm}(\xi, S) = p_{x,\max} S^3 \pm f^2 \cos \theta [k f \sin \theta - (V_m - V_0) \cos \theta] \geq 0$$

$$G_{p,y}^{\pm}(\xi, S) = p_{y,\max} S^3 \pm f^2 \sin \theta [k f \cos \theta + (V_m - V_0) \sin \theta] \geq 0$$

همانند قبل در اینجا نیز $a_{x,\max}$, $a_{y,\max}$, $p_{x,\max}$, $p_{y,\max}$ مقادیر ثابت و s, θ, κ توابعی بر حسب ξ می باشند V_m, V_0 نیز به عنوان سرعتهای اولیه و نهایی مشخص

اند. تنها مقدار مجهول قیود (۱۵) متغیر S و یا به عبارتی طول کل کمان برای ناحیه شتاب گیری می باشد.

حال برای یافتن S یا کوچکترین طول کمان مجاز برای ناحیه شتاب گیری می توان مساله را تحت عنوان یک مساله بهینه سازی به صورت زیر مطرح کرد :

مساله - طول کمان S را با توجه به قیدهای

$$G_{a,x}^{\pm}(\xi, S), G_{a,y}^{\pm}(\xi, S), G_{p,x}^{\pm}(\xi, S), G_{p,y}^{\pm}(\xi, S) \geq 0$$

$$Q(\xi, S) = s(\xi_s) - S = 0, \quad \xi \in [0, \xi_s] \quad (16)$$

مینیمم کنید .

برای حل این مساله می توان از روش ترسیمی استفاده نمود [۱]. بدین منظور اگر منحنی ارائه شده در شکل (۱) را دوباره در نظر بگیریم می توان قیود ارائه شده در رابطه (۱۵) را برای این منحنی بصورت شکل (۳) ترسیم کرد . قید مساوی در این شکل بر اساس رابطه طول کمان منحنی های (PH) درجه پنج رسم شده است [۶].

با توجه به صورت مساله بهینه سازی (۱۶) واضح است که ناحیه مطمئن در شکل (۳) ناحیه بالای منحنی های $G_i(\xi, S)$ و سمت چپ منحنی $Q(\xi, S)$ می باشد. حال اگر خطهایی به صورت افقی در نظر بگیریم که از محور $\xi = 0$ شروع شده و تا قید $Q(\xi, S)$ ادامه یابند می توان با بررسی این خطوط کوچکترین S مجاز را یافت.

بدین ترتیب که اگر این خطوط تا رسیدن به قید تساوی هیچکدام از قیدهای $G_i(\xi, S)$ را قطع نکنند، نقطه برخورد این خطوط با محور $\xi = 0$ می تواند نمایانگر جواب مساله باشد. با یافتن مینیمم مقدار بدست آمده توسط این خطوط می توان ادعا کرد که کوچکترین ناحیه شتاب گیری مجاز بر روی منحنی بدست آمده است. برای مثال مطرح شده این مقدار برابر $S_{\min} = 13.76$ محاسبه شده است .

۲-۵- نرخ پیشروی به عنوان تابعی درجه دو از طول

کمان در ناحیه شتاب گیری

رابطه سرعت درجه دو بر حسب طول کمان در ناحیه شتاب گیری را می توان به صورت زیر نوشت [۶]:

$$V(s) = V_0 \left(1 - \frac{s}{S}\right)^2 + 2V_1 \left(1 - \frac{s}{S}\right) \left(\frac{s}{S}\right) + V_m \left(\frac{s}{S}\right)^2 \quad (17)$$

مجدداً یادآوری می شود که در رابطه فوق مقدار S طول کل ناحیه شتاب گیری و S طول کمان طی شده تا نقطه مورد نظر می باشد. همچنین ضرایب (V_0, V_1, V_m) به صورت وزنه هایی بر روی پروفیل سرعت عمل می کنند. ضریب V_m همان نرخ پیشروی ثابت در امتداد منحنی می باشد. این ضریب قبل از شروع محاسبات ناحیه شتاب گیری به عنوان بیشترین سرعت ثابت مجاز برای پیمودن مسیر محاسبه می شود. بر این اساس:

$$\dot{V} = V \frac{dV}{ds} = \frac{2}{S} \left[V_0 \left(1 - \frac{s}{S}\right)^2 + 2V_1 \left(1 - \frac{s}{S}\right) \left(\frac{s}{S}\right) + V_m \left(\frac{s}{S}\right)^2 \right] \times \left[(V_1 - V_0) \left(1 - \frac{s}{S}\right) + (V_m - V_1) \left(\frac{s}{S}\right) \right] \quad (18)$$

با در نظر گرفتن رابطه فوق و توابع A, B, C بصورت:

$$\begin{aligned} A &= V_0 - 2V_1 + V_m \\ B &= 2(V_1 - V_0) \\ C &= As + BS \end{aligned} \quad (19)$$

هشت قید ارائه شده در رابطه (۱۱) با بکارگیری پروفیل سرعت درجه دو به صورت زیر ارائه می گردد:

$$\begin{aligned} F_{a,x}^{\pm}(\xi, S) &= a_{x,\max} S^4 \pm \left[(Cs + V_0 S^2) k \sin \theta (Cs + V_0 S^2) - (As + C) \cos \theta \right] \geq 0 \\ F_{a,y}^{\pm}(\xi, S) &= a_{y,\max} S^4 \pm \left[(Cs + V_0 S^2) k \cos \theta (Cs + V_0 S^2) + (As + C) \sin \theta \right] \geq 0 \quad (20) \\ F_{p,x}^{\pm}(\xi, S) &= p_{x,\max} S^6 \pm \left[(Cs + V_0 S^2)^2 \cos \theta \left[k \sin \theta (Cs + V_0 S^2) - (As + C) \cos \theta \right] \right] \geq 0 \\ F_{p,y}^{\pm}(\xi, S) &= p_{y,\max} S^6 \pm \left[(Cs + V_0 S^2)^2 \sin \theta \left[k \cos \theta (Cs + V_0 S^2) + (As + C) \sin \theta \right] \right] \geq 0 \end{aligned}$$

در این قیود s, k, θ توابعی از پارامتر ξ اند و S مقدار طول کمانی است که می باید محاسبه گردد. در اینجا نیز مشابه حالت قبل هدف مینیمم کردن مقدار طول کمان S می باشد.

در این قسمت نیز برای یافتن کوچکترین ناحیه شتاب گیری مجدداً نیاز به حل مسأله بهینه سازی ارائه شده در بخش قبلی می باشد. با این تفاوت که در اینجا قیود $F_i(\xi, S)$ در نظر گرفته می شوند.

براین اساس شکل (۴) با بکارگیری قیود ارائه شده در رابطه (۲۰) شبیه سازی شده است. در این شکل $S_{\min} = 4.25$ محاسبه می شود. یعنی برای رسیدن به سرعت پیشروی $V_m = 7.3$ بر روی این منحنی ابتدا با بکارگیری پروفیل سرعت همانند رابطه (۱۷) در طول کمانی با اندازه S_{\min} شتاب گرفته و سپس بقیه منحنی با سرعت V_m طی می گردد. ملاحظه می شود که با بکارگیری پروفیل سرعت درجه دو طول ناحیه شتاب گیری به مراتب از حالت قبلی کوچکتر است. این امر می تواند مزیت بزرگی در ماشینکاری با سرعتهای بالا محسوب گردد.

انتخاب S کوچکتر از جواب مسأله فوق باعث می شود که توان یا گشتاور مورد نیاز برای رسیدن به سرعت V_m بیشتر از توانایی موتورهای محرک باشد.

نکته دیگری که با تأمل در شکل (۴) مشخص می گردد این است که هر طول کمان بزرگتر از S_{\min} نمی تواند به عنوان ناحیه شتاب گیری مطمئن نامیده شود. شاید تصور بر این باشد که با یافتن کوچکترین طول کمان مجاز، هر طول کمانی بزرگتر از آن می تواند به عنوان ناحیه ای مطمئن محسوب شود ولی همانطوری که در شکل (۴) ملاحظه می شود نواحی مانند $S_1 \leq S \leq S_2$ در این منحنی وجود دارند که در این نواحی بعضی از قیود نقض شده و لذا امن نمی باشند. بنابراین پس از تعیین S_{\min} می توان این نواحی را نیز مشخص نمود.

۶- تحلیل حرکت با احتساب نیروهای برش

تحلیلی که تا به حال ارائه شده فقط بر اساس غلبه بر اینرسی محورهای ماشین می باشد. اما در عمل توان مکانیکی برای غلبه بر نیروهای اصطکاک و نیروهای برشی اعمال شده بین قطعه کار و ابزار نیز مصرف می گردد. به عبارت دیگر تحلیل فوق در مواقعی که این نیروها چشمگیر باشند نمی تواند مبنای صحیحی برای انتخاب نرخ پیشروی و ناحیه شتاب گیری باشد. به علت اینکه منابع اتلاف توان متعددی در سیستم به وجود می آید بسط و توسعه یک مدل جامع برای در نظر گرفتن تمامی اتلافات موجود غیر ممکن به نظر می رسد. با این حال می توان با توجه به نوع کاربرد، هر یک از این منابع که اغتشاش بیشتری را در سیستم به وجود می آورند در معادلات وارد نمود.

یکی از این منابع می تواند نیروهای برش اعمالی بین ابزار و قطعه باشد. اگر چه وارد کردن تمامی جزئیات تئوری نیروهای برش در معادلات نیاز به محاسبات پیچیده و پرحجمی دارد، اما می توان با ساده سازی اثر نیروی برش را با تقریب مناسبی در سیستم وارد نمود.

بر این اساس مرجع [۱] نیروهای برشی میانگین را با تقریب بسیار زیادی به عنوان تابعی از انرژی مخصوص وارد معادلات می نماید. بدین ترتیب که اگر u به عنوان انرژی مخصوص کل (انرژی مورد نیاز برای برداشتن واحد حجم) و w, h به ترتیب عمق برش و عرض برش در نظر گرفته شود، نیروی برشی را در راستای حرکت بر روی منحنی به صورت زیر بیان نمود:

$$F_T = uhw \quad (21)$$

که در این معادله u وابسته به جنس ماده بوده و به پارامترهای مختلفی بستگی دارد. لازم به ذکر است که نیروی عمودی بر راستای مسیر (F_n) را نیز می توان بصورت کسری از F_T نمایش داد اما این نیرو در مقابل

حرکت کار انجام نمی دهد لذا توان مصرفی آن نیز در نظر گرفته نمی شود.

در این مدل نیروهای برش ساده سازی زیادی انجام شده که در نتیجه اثر نرخ پیشروی بر روی نیروی برشی لحاظ نگردیده است. به عنوان مثال نیروی برشی که برای نرخ پیشروی 200 mm/min به سیستم اعمال می گردد با نیروی برشی که بر اثر نرخ پیشروی 1000 mm/min به وجود می آید یکسان در نظر گرفته می شود. و این مساله می تواند منبع خطای بزرگی در محاسبه نرخ و شتاب پیشروی بهینه باشد.

در این تحقیق نیروی برش بصورت دیگری وارد معادلات می گردد. قبل از ارائه مدل نیروی مورد نظر فرضیات زیر در نظر گرفته می شوند:

(الف) در هر لحظه فقط یک دندانه از ابزار را با قطعه کار درگیر می باشد.

(ب) نیروی برش را به صورت دو مولفه عمودی و مماس بر مسیر در نظر گرفته شده که فقط نیروی مماس بر مسیر توان مصرف می نماید.

(ج) عمق برش (h) در مقایسه با قطر ابزار کوچک فرض می گردد.

مرجع [۸] نیروی فرزکاری میانگین را به صورت زیر تخمین می زند:

$$F_T = \frac{C_p}{\pi} \cdot \frac{ws_0^{(1-m)} h^{(1-m/2)} Z}{D^{(1-m/2)}} \quad \text{kg} \quad (22)$$

که در این معادله m, C_p ضرایبی ثابت و وابسته به جنس قطعه کار می باشند. همچنین D, w, h به ترتیب عمق برش، عرض برش و قطر ابزار برشی بوده و Z تعداد کل دندانه های ابزار و s_0 پیشروی بر دندانه می باشد این پارامترهای در شکل (۵) مشخص شده اند. با وارد کردن پیشروی بر دندانه بر حسب نرخ پیشروی و تعداد دور اسپیندل (N) معادله فوق به صورت زیر قابل بیان است:

نرخ پیشروی ثابت مجاز را یافت. همچنین قیود توان مربوط به ناحیه شتاب گیری را می توان به صورت زیر بیان نمود :

$$I_x V \left| \dot{V} \cos^2 \theta - V^2 \kappa \sin \theta \cos \theta \right| + RV^{(2-m)} \cos^2 \theta \leq P_{x,\max} \quad (29)$$

$$I_y V \left| \dot{V} \sin^2 \theta + V^2 \kappa \sin \theta \cos \theta \right| + RV^{(2-m)} \sin^2 \theta \leq P_{y,\max}$$

که برای حل معادلات فوق می باید نرخ پیشروی را بر اساس طول کمان وارد کرد.

بعنوان مثال منحنی نمایش داده شده در شکل (۱) را در مجددا در نظر می گیریم و فرض می نماییم که حد اکثر شتاب موتورهای محورهای $a_x = a_y = 18$ و $p_x = p_y = 30$ (در واحد دلخواه) باشد .

به منظور مقایسه بهتر با حالت بدون نیرو روابط (۲۸) و (۲۹) بر واحد جرم در نظر گرفته می شوند. همچنین فرض می شود، که قطعه از جنس فولاد نرم و $m = 0.28$ بوده و کل ضریب نیرویی موجود در این روابط بر اساس مشخصات ابزار برابر $R = 0.2$ محاسبه شده باشد. بر این اساس قیود ارائه شده در ناحیه سرعت ثابت در شکل (۶) رسم شده اند و بیشترین سرعت ثابت مجاز پیشروی $V_m = 6.54$ محاسبه می گردد. همچنین قیود مربوط به ناحیه شتاب گیری در شکل (۷) نمایش داده شده اند. که بر اساس این شکل کوچکترین ناحیه مجاز شتاب گیری $S_{\min} = 11.35$ محاسبه می گردد.

ملاحظه می شود که سرعت پیشروی بدست آمده از مقدار V_m محاسبه شده در حالت صرف نظر کردن از نیروهای برش کمتر است.

۷- بحث و نتیجه گیری

در این مقاله مساله یافتن بهترین نرخ پیشروی و ناحیه شتاب گیری برای ماشینکاری یک مسیر منحنی شکل بررسی شده است. بر این اساس مساله با بکار گیری

$$F_T = \frac{C_p}{\pi} \frac{w V^{(1-m)} h^{(1-m/2)} Z^m}{N^{(1-m)} D^{(1-m/2)}} \quad (23)$$

توان مصرفی توسط این نیرو عبارت است از :

$$P_{cut} = F_T \cdot V \quad (24)$$

همچنین توان مصرفی در امتداد هر یک از محورها را می توان با تصویر توان کل بدست آورد:

$$P_{x,cut} = F_T V \cos^2 \theta \quad (25)$$

$$P_{y,cut} = F_T V \sin^2 \theta$$

در نتیجه کل توان مصرفی ناشی از نیروهای اینرسی و برشی را می توان به صورت زیر محاسبه نمود :

$$P_{x,inertia} + P_{x,cut} \leq P_{x,\max} \quad (26)$$

$$P_{y,inertia} + P_{y,cut} \leq P_{y,\max}$$

در اکثر کاربردها می توان از در نظر گرفتن توأمان هر دو عبارت موجود در معادلات فوق دوری جست. در حقیقت پیشنهاد می شود که ابتدا با تخمینی، عبارت غالب در معادلات فوق را یافت و از عبارت دیگر صرفنظر نمود. به عنوان مثال در ماشین کاری یک قطعه سخت ممکن است نیروهای برش آنقدر زیاد باشند که اثر اینرسی در مقابل آن قابل صرف نظر کردن باشد. در چنین مواقعی می توان با تقریب مناسبی از عبارت اول معادلات فوق صرفنظر کرد و از پیچیدگی معادلات کاست. زیرا حل معادلات فوق حتی در حالت منحنی های PH نیز پیچیده است .

بر این اساس با تعریف:

$$R = \frac{C_p}{\pi} \cdot \frac{wh^{(1-m/2)} Z^m}{N^{(1-m)} D^{(1-m/2)}} \quad (27)$$

قیود توان برای ناحیه سرعت ثابت با احتساب نیروی برش بصورت زیر تبدیل می گردند :

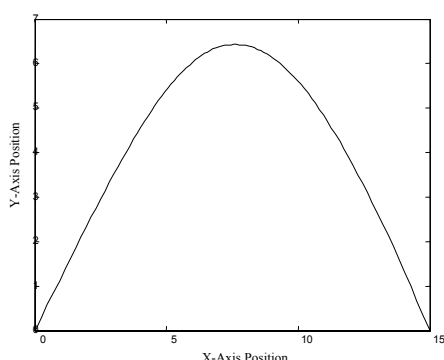
$$I_x V_m^3 |K \sin \theta \cos \theta| + R V_m^{(2-m)} \cos^2 \theta \leq P_{x,\max} \quad (28)$$

$$I_y V_m^3 |K \sin \theta \cos \theta| + R V_m^{(2-m)} \sin^2 \theta \leq P_{y,\max}$$

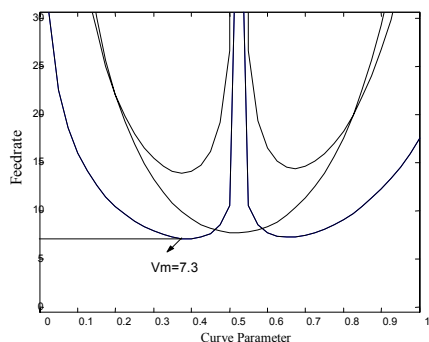
که I_x, I_y اینرسی محورها می باشند. با بکار گیری معادلات فوق به عنوان قیود توان می توان مقدار بیشترین

[7] R .T. Farouki, J. Manjunathaiah, G.F. Yuan,“ G codes for the Specification of Pythagorean-Hodograph tool Paths and associated feed rate functions on open-architecture CNC machines “, International Journal of Machine Tools & Manufacture, 39, 1999

[8] A. Bhattacharyya,“ Metal Cutting Theory and Application “, New Center Book Agency , 1998



شکل ۱-نمایش یک منحنی PH درجه پنج



شکل ۲-نمایش قیود سرعت برای یافتن بیشترین نرخ

پیشروی ثابت در امتداد منحنی شکل ۱

پروفیل‌های سرعت متفاوت حل شده و ملاحظه شده است که پروفیل سرعت بصورت تابعی درجه دو از طول کمان می تواند برای ماشینکاری با سرعت‌های بالا بکار گرفته شود. زیرا بر اساس این پروفیل، می توان در ناحیه کوچکی بسرعت شتاب گرفته و به نرخ پیشروی مورد نظر رسید بدون اینکه قیود فیزیکی ماشین نقض گردند. همچنین با وارد کردن نیروهای برش ضمن ارائه فرمول بندی جدیدی برای مساله ، جوابهای قابل قبولتری برای مساله بدست آمده است.

در ادامه این تحقیق می توان اثر تغییرات انحنا بر روی عمق برش را نیز وارد معادلات نمود و یا اثرات نیروهای اصطکاک و یا نیروهای ناشی از ارتعاشات خود برانگیخته را نیز در نظر گرفت.

[1] R.T. Farouki, Y.F.Tsai, C.S.Wilson , “ Physical Constraints on Feed rates and Feed Accelerations along Curved Tool Paths “, Computer Aided Geometric Design , 17 , 2000

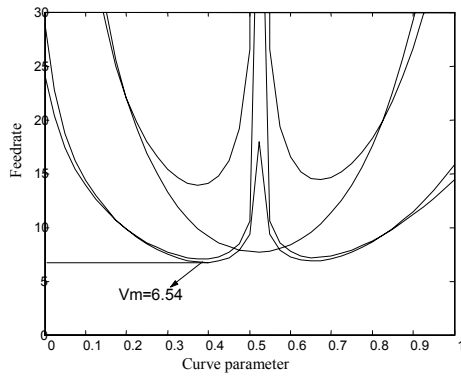
[2] J. Tlusty,“ High – Speed Machining“ Annals of CIRP, Vol.42/2, 1993

[3] J.Tlusty,“ Current Trends in High-Speed Machining”, Transactions of ASME, Vol.119, 1997

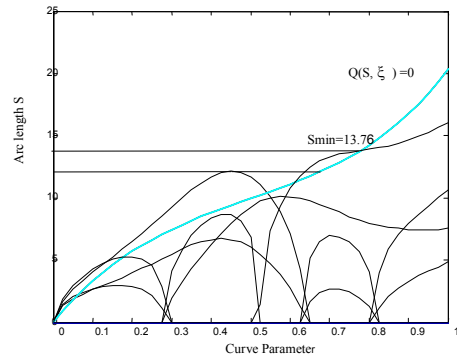
[4] F.C. Wang, P. K. Wright, “ Open Architecture Controllers for Machine Tools, part2: A Real Time Quintic Spline Interpolator “, ASME Journal of Manufacturing Science and engineering, Vol. 120, May 1998

[5] Y.Altintas , “ Manufacturing Automation “ , Cambridge University Press , 2000

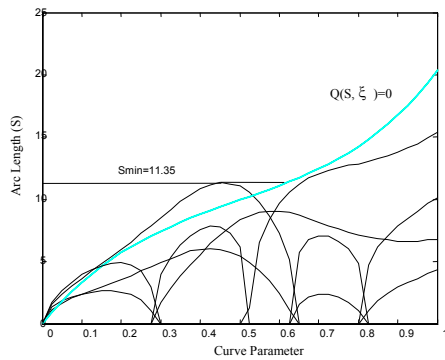
[6] R. T. Farouki, S. Shah,“ Real-Time CNC Interpolators for Pythagorean-Hodograph Curves “, Computer Aided Geometric Design 13, 1996



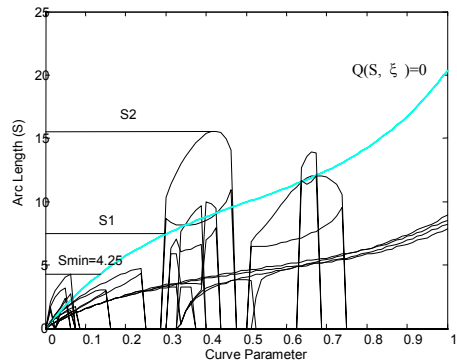
شکل ۶- نمایش قیود سرعت برای یافتن بیشترین نرخ پیشروی ثابت در امتداد منحنی شکل ۱ با احتساب نیروی برش



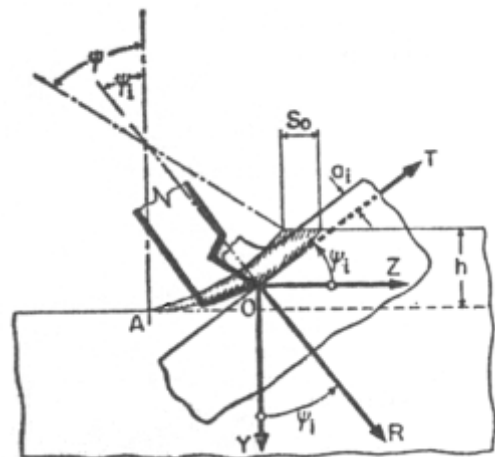
شکل ۳- نمایش قیود ناحیه شتاب گیری بر اساس تغییر سرعت بصورت تابعی خطی از طول کمان



شکل ۷- نمایش قیود ناحیه شتاب گیری بر اساس تغییر سرعت بصورت تابعی خطی از طول کمان با احتساب نیروی برش



شکل ۴- نمایش قیود ناحیه شتاب گیری بر اساس تغییر سرعت بصورت تابعی درجه دو از طول کمان



شکل ۵- نمایش عملیات فرز کاری [۸]