

تخمین SVD کانال به روش بیشترین درستی مقید شده تکراری

در سیستم‌های MIMO-OFDM

مهدی اسکندری^۱ و حسین ضمیری جعفریان^۱

^۱ دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، گروه برق

^۲ دانشگاه فردوسی مشهد، مرکز پژوهشی مخابرات و کامپیوتر

ma_es1@stu.um.ac.ir , hzamiri@ferdowsi.um.ac.ir

چکیده: در این مقاله به تخمین کانال مخابراتی در سیستم‌های MIMO-OFDM به روش تجزیه مقادیر تکین (SVD) پرداخته می‌شود. در روش پیشنهادی زیرماتریس‌های حاصل از تجزیه ماتریس کانال به طور مستقیم از روی سیگنال‌های آموزشی و در یک روند تکراری با ملاک بیشترین درستی مقید شده (CML) تخمین زده می‌شود. به دنبال راهکار پیشنهادی در [۱] جهت تخمین مستقیم زیرماتریس‌های حاصل از تجزیه مقادیر تکین، در اینجا روش تکراری نوینی بر پایه ملاک بیشترین درستی مقید شده جهت تخمین تجزیه مقادیر تکین کانال در سیستم‌های MIMO-OFDM پیشنهاد می‌شود. نتایج شبیه سازی نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی در این مقاله به طور قابل توجهی دارای کارایی بهتری در مقایسه با الگوریتم پیشنهادی در [۱] می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: تخمین کانال، MIMO، OFDM، تخمین بیشترین درستی مقید شده، تجزیه مقادیر تکین (SVD)

۱- مقدمه

ساده‌تر و با قابلیت اطمینان بیشتری صورت می‌گیرد. تجزیه مقادیر تکین (SVD^۵) روشی است که به کمک آن می‌توان ماتریس کانال را به یک ماتریس قطری تبدیل نمود و بدین ترتیب کانال‌های دارای تداخل به کانال‌های موازی بدون تداخل تبدیل می‌شوند و فرآیند آشکارسازی ساده‌تر می‌گردد. از آنجایی که این عملیات غیرخطی است، تخمین کانال به روش‌های مرسوم و سپس اعمال SVD می‌تواند منجر به خطای زیادی گردد [۲]. بنابراین تخمین مستقیم زیرماتریس‌های SVD مورد توجه طراحان است. در این مقاله به دنبال راهکار پیشنهادی در [۱]، زیرماتریس‌های حاصل از تجزیه مقادیر تکین به روش تکراری بر پایه ملاک بیشترین درستی مقید شده (CML^۶) تخمین زده می‌شود.

امروزه افزایش سرعت مبادله اطلاعات و قابلیت اطمینان بیشتر مورد توجه طراحان سیستم‌های مخابراتی می‌باشد. سیستم‌های چند ورودی- چند خروجی (MIMO^۱) یکی از روش‌هایی است که برای انتقال سریع داده پیشنهاد شده و در آن فرستنده و گیرنده از مجموعه‌ای از آنتن‌ها استفاده می‌کند. همچنین استفاده از تکنیک OFDM^۲ به عنوان روشی بسیار مناسب جهت ارسال داده با سرعت بالا که استفاده بهینه از طیف را به همراه دارد، مطرح است. استفاده از تکنیک OFDM این قابلیت را به سیستم‌های مخابراتی می‌دهد که کانال تارکننده فرکانس‌گزین^۳ به چند کانال تارکننده تخت^۴ تبدیل گردد و فرایند تخمین کانال آسان‌تر گردد. تکنیک OFDM در سیستم چند ورودی- چند خروجی شناخت کانال‌های بین فرستنده و گیرنده را آسان‌تر می‌کند و در نتیجه عملیات آشکارسازی

^۱ Multiple Input Multiple Output

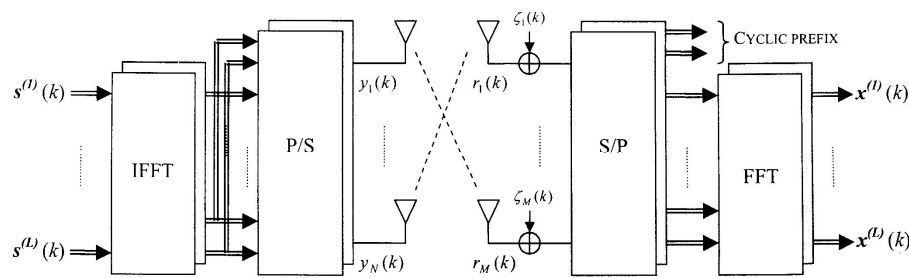
^۲ Orthogonal Frequency Division Multiplexing

^۳ Frequency selective fading channel

^۴ Flat fading channel

^۵ Singular Value Decomposition

^۶ Constrained Maximum Likelihood



شکل ۱- مدل گسسته سیستم مخابراتی MIMO-OFDM

صورت حاصلضرب سه ماتریس که تجزیه مقادیر تکین آن است، نوشت:

$$\mathbf{H}^{(m)} = \mathbf{U}^{(m)} \mathbf{\Sigma}^{(m)} \mathbf{V}^{(m)H} \quad (2)$$

به طوری که $\mathbf{U}^{(m)}$ و $\mathbf{V}^{(m)}$ ماتریسهایی یکه^۸ با ابعاد $M \times P$ و $N \times P$ می‌باشند و $\mathbf{\Sigma}^{(m)}$ ماتریس قطری است:

$$\mathbf{U}^{(m)H} \mathbf{U}^{(m)} = \mathbf{I}_P, \quad \mathbf{V}^{(m)H} \mathbf{V}^{(m)} = \mathbf{I}_P$$

$$\mathbf{\Sigma}^{(m)} = \text{diag}(\sigma_1^{(m)}, \sigma_2^{(m)}, \dots, \sigma_P^{(m)})$$

به طوری که $\sigma_i^{(m)}$ i امین مقدار تکین زیرکانال m ام است و $\sigma_1^{(m)} \geq \sigma_2^{(m)} \geq \dots \geq \sigma_P^{(m)} \geq 0$ باشد. هرگاه تخمین SVD زیرکانال‌ها به دست آمد، فرستنده قبل از ارسال سیگنال داده روی زیرکانال m ام، آن را به کمک $\mathbf{V}^{(m)}$ کد نموده و گیرنده نیز سیگنال دریافتی این زیرکانال را با $\mathbf{U}^{(m)H}$ کدبرداری می‌کند، کانال MIMO روی هر زیر حامل از این طریق تبدیل به چند کانال موازی با بهره‌های نامساوی می‌گردد که هیچ اثر تداخلی بر هم ندارند ($\mathbf{\Sigma}^{(m)} = \mathbf{U}^{(m)H} \mathbf{H}^{(m)} \mathbf{V}^{(m)}$). علاوه بر آن در این روش کنترل توان بهینه تر صورت می‌گیرد [۳].

۳- تخمینگر بیشترین درستی مقید شده (CML)

اگر بردار دریافت شده، \mathbf{A} ماتریس داده ها، θ بردار پارامترهای ناشناخته و \mathbf{n} بردار نویز گوسی با میانگین صفر و ماتریس خود همبستگی \mathbf{R}_n باشد، به طوری که داشته باشیم:

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}\theta + \mathbf{n} \quad (3)$$

تخمین θ بر پایه بیشترین درستی ($\hat{\theta}_{ML}$) از رابطه زیر به دست می‌آید [۴]:

$$\hat{\theta}_{ML} = \arg \max_{\theta} \{p(\theta|\mathbf{X})\}$$

$$\hat{\theta}_{ML} = \arg \min_{\theta} \{(\mathbf{X} - \mathbf{A}\theta)^H \mathbf{R}_n^{-1} (\mathbf{X} - \mathbf{A}\theta)\} \quad (4)$$

در این صورت بعد از انجام عملیات ریاضی می‌توان نشان داد:

شبیه‌سازی‌های کامپیوتری نشان دهنده برتری کارایی الگوریتم پیشنهادی در این مقاله در مقایسه با الگوریتم پیشنهادی در [۱] از نظر مقدار خطای نهایی است.

سازماندهی مقاله به ترتیب زیر است. در بخش دو مدل کانال در سیستم های MIMO-OFDM به روش تجزیه مقادیر تکین ارائه می‌گردد. الگوریتم تخمین بیشترین درستی مقید شده (CML)، در بخش سوم معرفی می‌گردد. در بخش چهارم الگوریتم تخمین SVD ماتریس کانال با ملاک بیشترین درستی مقید شده تکراری، ارائه می‌گردد. نتایج شبیه‌سازی در بخش پنج ارزیابی می‌گردد و نهایتاً جمع‌بندی در بخش ششم ارائه می‌شود.

۲- مدل سیستم MIMO-OFDM

مدل سیستم MIMO-OFDM، در شکل (۱) آمده است. سیستم دارای N آنتن فرستنده و M آنتن گیرنده می‌باشد و طول بلوک FFT برابر با L است.

ماتریس سمبول‌های OFDM $\mathbf{s}^{(m)}(k) = [s_1^{(m)}(k), \dots, s_N^{(m)}(k)]^T$ و بردار سمبول $\mathbf{S}_{\text{OFDM}}(k) = [\mathbf{s}^{(1)}(k), \dots, \mathbf{s}^{(L)}(k)]$ ارسالی روی زیرحامل m ام است و $\mathbf{H} = [\mathbf{H}^{(1)}, \dots, \mathbf{H}^{(L)}]^T$ ماتریس کلی کانال است که FFT ماتریس پاسخ ضربه کانال می‌باشد. بعد از حذف پیشوند چرخشی، بردار $M \times I$ دریافتی در زمان k برای زیر حامل m ام به صورت زیر است:

$$\mathbf{x}^{(m)}(k) = \mathbf{H}^{(m)} \mathbf{s}^{(m)}(k) + \mathbf{n}^{(m)}(k) \quad m = 1, \dots, L \quad (1)$$

که سیگنال دریافتی $\mathbf{x}^{(m)}(k) = [x_1^{(m)}(k), \dots, x_M^{(m)}(k)]^T$ است.

$\mathbf{H}^{(m)}$ ماتریس زیرکانال m ام به ابعاد $M \times N$ و $\mathbf{n}^{(m)}(k)$ بردار نویز گوسی سفید جمع شونده با میانگین صفر و ماتریس خودهمبستگی $\sigma_n^2 \mathbf{I}_M$ است. $\mathbf{H}^{(m)}$ با مرتبه P را می‌توان به

⁸ Unitary

⁷ Rank

۴-۱ تخمین تکراری ماتریس U

رابطه (۱) به شکل زیر قابل بیان است:

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{W}_l \mathbf{V}^H \mathbf{s}(k) + \mathbf{n}(k) \quad (۱۱)$$

در گیرنده در لحظه k ام پس از دریافت $k+I$ سیگنال، می توان نوشت:

$$\mathbf{X}(k) = \mathbf{W}_l \mathbf{V}^H \mathbf{S}(k) + \bar{\mathbf{n}}(k) \quad (۱۲)$$

که در آن

$$\mathbf{X}(k) = [\mathbf{x}(0), \mathbf{x}(1), \dots, \mathbf{x}(k)] \quad M \times (k+1)$$

$$\mathbf{S}(k) = [\mathbf{s}(0), \mathbf{s}(1), \dots, \mathbf{s}(k)] \quad P \times (k+1)$$

$$\bar{\mathbf{n}}(k) = [\mathbf{n}(0), \mathbf{n}(1), \dots, \mathbf{n}(k)] \quad M \times (k+1)$$

می باشد. با ضرب $\mathbf{S}^H(k)$ در طرفین رابطه (۱۲) داریم:

$$\mathbf{X}(k) \mathbf{S}^H(k) = \mathbf{W}_l \mathbf{V}^H \mathbf{S}(k) \mathbf{S}^H(k) + \bar{\mathbf{n}}(k) \mathbf{S}^H(k) \quad (۱۳)$$

در این صورت با انجام چند عملیات ریاضی به رابطه زیر می رسیم:

$$\mathbf{W}_l = \mathbf{X}(k) \mathbf{S}^H(k) (\mathbf{S}(k) \mathbf{S}^H(k))^{-1} \mathbf{V} - \bar{\mathbf{n}}(k) \mathbf{S}^H(k) (\mathbf{S}(k) \mathbf{S}^H(k))^{-1} \mathbf{V} \quad (۱۴)$$

هرگاه روابط زیر را تعریف نماییم:

$$\Phi_s(k) = (\mathbf{S}(k) \mathbf{S}^H(k))^{-1}$$

$$\mathbf{Y}_l(k) = \mathbf{X}(k) \mathbf{S}^H(k) \Phi_s(k) \mathbf{V}$$

$$\mathbf{Z}_l(k) = \bar{\mathbf{n}}(k) \mathbf{S}^H(k) \Phi_s(k) \mathbf{V}$$

رابطه (۱۴) به صورت زیر قابل نوشتن است:

$$\mathbf{W}_l = \mathbf{Y}_l(k) - \mathbf{Z}_l(k) \quad (۱۵)$$

به طوری که هر ستون \mathbf{W}_l به صورت زیر است:

$$\mathbf{w}_{li} = \mathbf{y}_{li}(k) - \mathbf{z}_{li}(k) = \mathbf{X}(k) \mathbf{S}^H(k) \Phi_s(k) \mathbf{v}_i - \mathbf{z}_{li}(k) \quad i=1, \dots, P \quad (۱۶)$$

به طوری که $\mathbf{y}_{li}(k)$ و $\mathbf{z}_{li}(k)$ به ترتیب i امین ستون $\mathbf{Y}_l(k)$ و $\mathbf{Z}_l(k)$ می باشند. بردار نویز گوسی با میانگین $E[\mathbf{z}_{li}(k)] = 0$ است و ماتریس خودهمبستگی آن برابر است با:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{z_{li}} &= E[\mathbf{z}_{li}(k) \mathbf{z}_{li}^H(k)] \\ &= E[\bar{\mathbf{n}}(k) \mathbf{S}^H(k) \Phi_s(k) \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \Phi_s^H(k) \mathbf{S}(k) \bar{\mathbf{n}}^H(k)] \\ &= \sigma_n^2 \text{tr}(\mathbf{S}^H(k) \Phi_s(k) \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \Phi_s^H(k) \mathbf{S}(k)) \mathbf{I}_M \\ &= \alpha_i \mathbf{I}_M \end{aligned} \quad (۱۷)$$

به طوری که $\text{tr}(\bullet)$ عملگر جمع عناصر قطری ماتریس و α_i مقداری ثابت است. بنابراین $\mathbf{z}_{li}(k)$ بردار نویز سفید

$$\hat{\theta}_{\text{ML}} = (\mathbf{A}^H \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{X} \quad (۵)$$

اگر بین عناصر بردار θ یک رابطه خطی برقرار باشد، و تخمین تحت شرط خطی $\mathbf{B}\theta = \mathbf{b}$ انجام پذیرد، تخمین بیشترین درستی مقید شده ($\hat{\theta}_{\text{CML}}$) تحت ملاک زیر صورت می گیرد:

$$\hat{\theta}_{\text{CML}} = \arg \min_{\theta} \{ (\mathbf{X} - \mathbf{A}\theta)^H \mathbf{R}_n^{-1} (\mathbf{X} - \mathbf{A}\theta) + \lambda^H (\mathbf{B}\theta - \mathbf{b}) \} \quad (۶)$$

به طوری که λ بردار ضرایب لاگرانژ می باشد. می توان نشان داد:

$$\hat{\theta}_{\text{CML}} = \hat{\theta}_{\text{ML}} - \frac{1}{2} (\mathbf{A}^H \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}^H \lambda \quad (۷)$$

با انجام چند عملیات ریاضی و با قرار دادن $\hat{\theta}_{\text{CML}}$ در قید $\mathbf{B}\theta = \mathbf{b}$ داریم:

$$\lambda = 2 [\mathbf{B} (\mathbf{A}^H \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}^H]^{-1} (\mathbf{B} \hat{\theta}_{\text{ML}} - \mathbf{b}) \quad (۸)$$

که با جایگذاری λ در رابطه (۷) داریم:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_{\text{CML}} &= \hat{\theta}_{\text{ML}} - (\mathbf{A}^H \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}^H \\ &\quad \times [\mathbf{B} (\mathbf{A}^H \mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}^H]^{-1} (\mathbf{B} \hat{\theta}_{\text{ML}} - \mathbf{b}) \end{aligned} \quad (۹)$$

اگر \mathbf{A} ماتریس همانی (\mathbf{I}) و $\mathbf{b} = 0$ باشد، این رابطه به فرم ساده شده زیر در می آید:

$$\hat{\theta}_{\text{CML}} = [\mathbf{I} - \mathbf{R}_n \mathbf{B}^H (\mathbf{B} \mathbf{R}_n \mathbf{B}^H)^{-1} \mathbf{B}] \mathbf{X} \quad (۱۰)$$

۴-۲ تخمین تکراری SVD ماتریس کانال

در این بخش بر پایه روابط ارائه شده در بخش سوم الگوریتم تخمین تکراری SVD ماتریس کانال ارائه می شود. برای سادگی و بدون از دست دادن کلیت، اندیس m را حذف می کنیم. در نتیجه SVD ماتریس کانال در هر زیرحامل به صورت $\mathbf{H} = \mathbf{U} \Sigma \mathbf{V}^H = \mathbf{W}_1 \mathbf{V}^H = \mathbf{U} \mathbf{W}_2^H$ قابل بیان است که $\mathbf{W}_1 = \mathbf{U} \Sigma$ و $\mathbf{W}_2 = \mathbf{V} \Sigma$ می باشد. همچنین \mathbf{u}_i و \mathbf{v}_i را به عنوان i امین ستون \mathbf{U} و \mathbf{V} و \mathbf{w}_{2i} و \mathbf{w}_{1i} را به عنوان i امین ستون \mathbf{W}_2 و \mathbf{W}_1 تعریف می کنیم، در این صورت داریم [۱]:

$$\mathbf{w}_{1i} = \mathbf{H} \mathbf{v}_i = \sigma_i \mathbf{u}_i$$

$$\mathbf{w}_{2i}^H = \mathbf{u}_i^H \mathbf{H} = \sigma_i \mathbf{v}_i^H$$

در روش ارائه شده، تخمین تجزیه مقادیر تکین کانال در دو مرحله انجام می شود. در مرحله نخست ماتریس \mathbf{U} و در مرحله دوم ماتریس \mathbf{V} تخمین زده می شود.

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{2i} &= \mathbf{y}_{2i}(k) - \mathbf{z}_{2i}(k) \\ &= \Phi_s(k) \mathbf{S}(k) \mathbf{X}^H(k) \mathbf{u}_i - \mathbf{z}_{2i}(k) \quad i = 1, \dots, P \quad (24) \end{aligned}$$

به طوری که $\mathbf{y}_{2i}(k)$ و $\mathbf{z}_{2i}(k)$ به ترتیب i امین ستون $\mathbf{Y}_2(k)$ و $\mathbf{Z}_2(k)$ می باشند.

$\mathbf{z}_{2i}(k)$ بردار نویز گوسی با میانگین $E[\mathbf{z}_{2i}(k)] = 0$ است و ماتریس خودهمبستگی آن برابر است با:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{z_{2i}} &= E[\mathbf{z}_{2i}(k) \mathbf{z}_{2i}^H(k)] \\ &= E[\Phi_s(k) \mathbf{S}(k) \bar{\mathbf{n}}^H(k) \mathbf{u}_i \mathbf{u}_i^H \bar{\mathbf{n}}(k) \mathbf{S}^H(k) \Phi_s(k)] \\ &= \sigma_n^2 \Phi_s(k) \quad (25) \end{aligned}$$

با استفاده از روابط بخش سوم، هنگامی که $\hat{\mathbf{u}}_i^{(l)}$ تخمین ستون i ام \mathbf{U} در تکرار l ام باشد، تخمین \mathbf{w}_{2i} با معیار بیشترین درستی مقید شده و با اعمال قید $\mathbf{w}_{2i}^H \mathbf{w}_{2j} = 0$ برای $i \neq j$ برابر است با:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{w}}_{2i}^{(l)} &= \arg \min_{\mathbf{w}_{2i}} \left\{ \left(\mathbf{w}_{2i} - \hat{\mathbf{y}}_{2i}^{(l)}(k) \right)^H \mathbf{R}_{z_{2i}}^{-1} \left(\mathbf{w}_{2i} - \hat{\mathbf{y}}_{2i}^{(l)}(k) \right) \right. \\ &\quad \left. + \lambda_{2i}^{(l)H} \hat{\mathbf{W}}_{2i}^{(l)H} \mathbf{w}_{2i} \right\} \quad (26) \end{aligned}$$

که در آن $\hat{\mathbf{y}}_{2i}^{(l)}(k) = \Phi_s(k) \mathbf{S}(k) \mathbf{X}^H(k) \hat{\mathbf{u}}_i^{(l)}$ می باشد و همچنین $\lambda_{2i}^{(l)} = [\lambda_{2i}^{(l)}, \dots, \lambda_{2i-1}^{(l)}]^T$ بردار ضرایب لاگرانژ و $\hat{\mathbf{W}}_{2i}^{(l)} = [\hat{\mathbf{w}}_{2i}^{(l)}, \dots, \hat{\mathbf{w}}_{2i-1}^{(l)}]^T$ ماتریسی است که تعامد ستونهای \mathbf{W}_2 را اعمال می نماید [۱]. در این صورت طبق رابطه (۱۰) و با جایگذاری $\mathbf{R}_{z_{2i}}$ از رابطه (۲۵) برای $i = 1, \dots, P$ داریم:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{w}}_{2i}^{(l)} &= \left(\mathbf{I}_N - \Phi_s(k) \hat{\mathbf{W}}_{2i}^{(l)} \left(\hat{\mathbf{W}}_{2i}^{(l)H} \Phi_s(k) \hat{\mathbf{W}}_{2i}^{(l)} \right)^{-1} \right. \\ &\quad \left. \times \hat{\mathbf{W}}_{2i}^{(l)H} \right) \hat{\mathbf{y}}_{2i}^{(l)}(k) \quad (27) \end{aligned}$$

در این مرحله از رابطه فوق ستونهای ماتریس \mathbf{V} در تکرار l ام برابر است با:

$$\hat{\mathbf{v}}_i^{(l)} = \left(\hat{\mathbf{w}}_{2i}^{(l)H} \hat{\mathbf{w}}_{2i}^{(l)} \right)^{-\frac{1}{2}} \hat{\mathbf{w}}_{2i}^{(l)} \quad i = 1, \dots, P \quad (28)$$

همچنین مقادیر تکین ماتریس از رابطه زیر به دست می آید:

$$\hat{\sigma}_i^{(l)} = \left(\hat{\mathbf{w}}_{2i}^{(l)H} \hat{\mathbf{w}}_{2i}^{(l)} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad i = 1, \dots, P \quad (29)$$

بعد از انتخاب $\mathbf{V}^{(l)}$ برای تمام زیرکانالها، می توان به صورت پردازش موازی مقادیر مورد نظر را برای هر زیرحامل به دست آورد. تخمین SVD ماتریس کانال به روش بیشترین درستی مقید شده تکراری برای هر زیرکانال به صورت زیر خلاصه می گردد:

گوسی با میانگین صفر می باشد. هرگاه $\hat{\mathbf{y}}_{li}^{(l-1)}(k)$ تخمین $\mathbf{y}_{li}(k)$ در تکرار $(l-1)$ باشد، با استفاده از روابط به دست آمده در بخش سوم تخمین \mathbf{w}_{li} در تکرار l ام با ملاک بیشترین درستی مقید شده و در چهارچوب $\mathbf{w}_{li}^H \mathbf{w}_{lj} = 0$ برای $i \neq j$ به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{w}}_{li}^{(l)} &= \arg \min_{\mathbf{w}_{li}} \left\{ \left(\mathbf{w}_{li} - \hat{\mathbf{y}}_{li}^{(l-1)}(k) \right)^H \mathbf{R}_{z_{li}}^{-1} \left(\mathbf{w}_{li} - \hat{\mathbf{y}}_{li}^{(l-1)}(k) \right) \right. \\ &\quad \left. + \lambda_{li}^{(l)H} \hat{\mathbf{W}}_{li}^{(l)H} \mathbf{w}_{li} \right\} \quad (18) \end{aligned}$$

که در آن $\hat{\mathbf{y}}_{li}^{(l-1)}(k) = \mathbf{X}(k) \mathbf{S}^H(k) \Phi_s(k) \hat{\mathbf{v}}_i^{(l-1)}$ و به طوری که تخمین نامین ستون ماتریس \mathbf{V} در تکرار $l-1$ ام است و $\lambda_{li}^{(l)} = [\lambda_{li}^{(l)}, \dots, \lambda_{li-1}^{(l)}]^T$ بردار ضرایب لاگرانژ و $\hat{\mathbf{W}}_{li}^{(l)} = [\hat{\mathbf{w}}_{li}^{(l)}, \dots, \hat{\mathbf{w}}_{li-1}^{(l)}]^T$ ماتریسی است که تعامد ستونهای \mathbf{W}_l را اعمال می نماید [۱].

با استفاده از رابطه (۱۰) و با توجه به این که $\mathbf{z}_{li}(k)$ نویز سفید است، برای $i = 1, \dots, P$ داریم:

$$\hat{\mathbf{w}}_{li}^{(l)} = \left(\mathbf{I}_M - \hat{\mathbf{W}}_{li}^{(l)} \left(\hat{\mathbf{W}}_{li}^{(l)H} \hat{\mathbf{W}}_{li}^{(l)} \right)^{-1} \hat{\mathbf{W}}_{li}^{(l)H} \right) \hat{\mathbf{y}}_{li}^{(l-1)}(k) \quad (19)$$

در رابطه فوق $\hat{\mathbf{W}}_{li}^{(l)H} \hat{\mathbf{W}}_{li}^{(l)}$ یک ماتریس قطری است که وارون آن به راحتی به دست می آید. در این مرحله از رابطه فوق ستونهای ماتریس \mathbf{U} در تکرار l ام به دست می آیند. بنابر این تخمین ستونهای ماتریس \mathbf{U} برابر است با:

$$\hat{\mathbf{u}}_i^{(l)} = \left(\hat{\mathbf{w}}_{li}^{(l)H} \hat{\mathbf{w}}_{li}^{(l)} \right)^{-\frac{1}{2}} \hat{\mathbf{w}}_{li}^{(l)} \quad i = 1, \dots, P \quad (20)$$

۲-۴ تخمین تکراری ماتریس \mathbf{V}

مشابه آنچه در قسمت قبل بیان گردید، هرگاه ماتریس \mathbf{U} در دست باشد، می توان نوشت:

$$\mathbf{U}^H \mathbf{X}(k) = \mathbf{W}_2^H \mathbf{S}(k) + \mathbf{U}^H \bar{\mathbf{n}}(k) \quad (21)$$

با انجام عملیات مشابه بخش ۴-۱ می توان نوشت:

$$\mathbf{W}_2 = \Phi_s(k) \mathbf{S}(k) \mathbf{X}^H(k) \mathbf{U} - \Phi_s(k) \mathbf{S}(k) \bar{\mathbf{n}}^H(k) \mathbf{U} \quad (22)$$

هرگاه روابط زیر را تعریف نماییم:

$$\mathbf{Y}_2(k) = \Phi_s(k) \mathbf{S}(k) \mathbf{X}^H(k) \mathbf{U}$$

$$\mathbf{Z}_2(k) = \Phi_s(k) \mathbf{S}(k) \bar{\mathbf{n}}^H(k) \mathbf{U}$$

از رابطه (۲۲)، \mathbf{W}_2 به صورت زیر قابل نوشتن است:

$$\mathbf{W}_2 = \mathbf{Y}_2(k) - \mathbf{Z}_2(k) \quad (23)$$

به طوری که هر کدام از ستونهای ماتریس \mathbf{W}_2 برابر است با:

که $\|\cdot\|_F$ نرم فروبنیوس ماتریس است و $\widehat{\mathbf{H}}^{(m)} = \widehat{\mathbf{U}}^{(m)} \widehat{\Sigma}^{(m)} \widehat{\mathbf{V}}^{(m)H}$ تخمین حاصل از SVD ماتریس کانال روی زیر حامل m ام است.

در شکل (۲) خطای تخمین کانال سیستم MIMO-OFDM برای سیستمی با دو آنتن فرستنده و دو آنتن گیرنده، براساس معیار معرفی شده در رابطه (۳۰)، بر حسب مقدار سیگنال به نویز رسم شده است. در این شکل کارایی الگوریتم ارائه شده به میزان قابل توجهی بهتر از روش ارائه شده در [۱] که نوعی ملاک کمترین مجذور خطا (MMSE-T¹⁰) است، می‌باشد. شکل (۳) میزان خطای کانال بر اساس تعداد تکرار الگوریتم (NI) نشان داده شده است که با افزایش تعداد آنتن‌ها و بزرگ شدن ابعاد ماتریس کانال، تعداد تکرار الگوریتم برای رسیدن به یک خطای مشخص افزایش می‌یابد. همچنین در شکل (۴) میزان خطای کانال بر حسب تعداد سمبول‌های آموزشی (NS) رسم شده است. معیار دیگری که برای محاسبه خطا معرفی می‌شود، میزان تداخل ناشی از خطای تخمین است؛ هرگاه $\Delta^{(m)}$ را به صورت زیر تعریف نماییم:

$$\Delta^{(m)} = \widehat{\mathbf{U}}^{(m)} \mathbf{H}^{(m)} \widehat{\mathbf{V}}^{(m)H} \quad m = 1, \dots, L \quad (31)$$

هنگامی که خطایی در تخمین SVD نباشد، $\Delta^{(m)}$ یک ماتریس قطری خواهد بود. لذا معیار زیر برای میزان تداخل ناشی از عدم قطری سازی کامل ماتریس کانال معرفی می‌گردد:

$$D = \frac{1}{L} \sum_{m=1}^L E \left[\frac{\|\Delta^{(m)}\|_F^2 - \|\delta^{(m)}\|_F^2}{\|\Delta^{(m)}\|_F^2} \right] \quad (32)$$

که در آن $\delta^{(m)}$ ماتریس قطری است که عناصر روی قطر آن عناصر قطری ماتریس $\Delta^{(m)}$ می‌باشد.

در شکل (۵) میزان تداخل (D) بر حسب دسی بل را برای یک سیستم با چهار آنتن فرستنده و چهار آنتن گیرنده نشان می‌دهد. همانطور که انتظار می‌رود تداخل در الگوریتم ارائه شده در این مقاله از الگوریتم ارائه شده در [۱] کمتر است.

For $l = 1, \dots, \{$

For $i = 1, \dots, P \{$

Step I:

$$\Phi_s(k) = (\mathbf{S}(k) \mathbf{S}^H(k))^{-1}$$

$$\widehat{\mathbf{y}}_{li}^{(l-1)}(k) = \mathbf{X}(k) \mathbf{S}^H(k) \Phi_s(k) \widehat{\mathbf{v}}_i^{(l-1)}$$

$$\widehat{\mathbf{w}}_{li}^{(l)} = \left(\mathbf{I}_M - \widehat{\mathbf{W}}_{li}^{(l)} \left(\widehat{\mathbf{W}}_{li}^{(l)H} \widehat{\mathbf{W}}_{li}^{(l)} \right)^{-1} \widehat{\mathbf{W}}_{li}^{(l)H} \right) \widehat{\mathbf{y}}_{li}^{(l-1)}(k)$$

$$\widehat{\mathbf{u}}_i^{(l)} = \left(\widehat{\mathbf{w}}_{li}^{(l)H} \widehat{\mathbf{w}}_{li}^{(l)} \right)^{-\frac{1}{2}} \widehat{\mathbf{w}}_{li}^{(l)}$$

Step II:

$$\widehat{\mathbf{w}}_{2i}^{(l)} = \left(\mathbf{I}_N - \Phi_s(k) \widehat{\mathbf{W}}_{2i}^{(l)} \left(\widehat{\mathbf{W}}_{2i}^{(l)H} \Phi_s(k) \widehat{\mathbf{W}}_{2i}^{(l)} \right)^{-1} \times \widehat{\mathbf{W}}_{2i}^{(l)H} \right) \widehat{\mathbf{y}}_{2i}^{(l)}(k)$$

$$\widehat{\mathbf{v}}_i^{(l)} = \left(\widehat{\mathbf{w}}_{2i}^{(l)H} \widehat{\mathbf{w}}_{2i}^{(l)} \right)^{-\frac{1}{2}} \widehat{\mathbf{w}}_{2i}^{(l)}$$

$$\widehat{\sigma}_i^{(l)} = \left(\widehat{\mathbf{w}}_{2i}^{(l)H} \widehat{\mathbf{w}}_{2i}^{(l)} \right)^{-\frac{1}{2}}$$

}
}

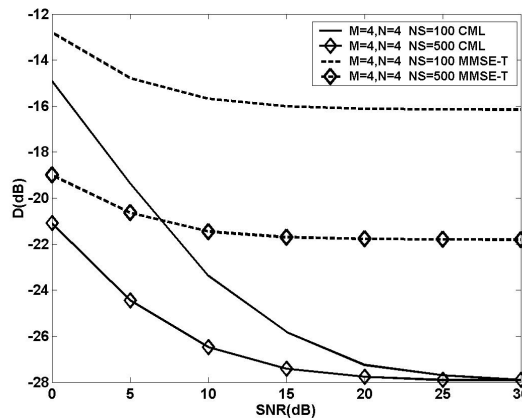
۶- نتایج شبیه سازی

یک سیستم MIMO-OFDM با ۶۴ زیر حامل و مقادیر مختلف M و N برای شبیه‌سازی در نظر گرفته می‌شود. به طوری که هر زیرحامل از سمبولهای 16QAM به طور پیشا، با توزیع یکنواخت و مستقل از هم می‌گردد. هر کانال در سیستم MIMO دارای نمایه گسترش تاخیر نمایی^۹ با حداکثر ۱۶ مسیر است که به صورت پیشا با توزیع گوسی مختلط و میانگین صفر و واریانس برابر با یک در نظر گرفته شده است. میزان خطای کانال بر اساس معیار میانگین مربع خطای نرمالیزه شده، محاسبه می‌شود:

$$\text{NMSE}(\widehat{\mathbf{H}}) = \frac{1}{L} \sum_{m=1}^L E \left[\frac{\|\widehat{\mathbf{H}}^{(m)} - \mathbf{H}^{(m)}\|_F^2}{\|\mathbf{H}^{(m)}\|_F^2} \right] \quad (30)$$

¹⁰ Minimum Mean Square Error-Type

⁹ Exponential delay spread profile



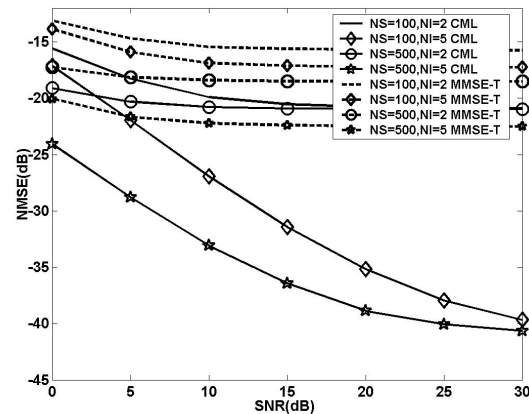
شکل ۵ - میزان تداخل ناشی از عدم قطری سازی کامل در اثر خطای تخمین SVD کانال ($M=4, N=4$) بر حسب SNR برای تعداد سمبول‌های آموزشی متفاوت (NS) و تعداد تکرار الگوریتم (NI) برابر با ۵.

۷- نتیجه گیری

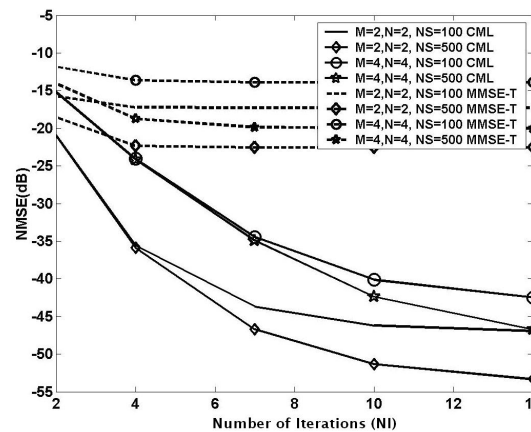
در این مقاله روش نوینی جهت تخمین تکراری SVD ماتریس کانال در سیستم‌های MIMO-OFDM به شیوه مستقیم و بر پایه ملاک بیشترین درستی مقید شده ارائه گشت و کارایی آن با روش پیشنهادی در [۱] مورد مقایسه قرار گرفت. نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهد که روش ارائه شده در این مقاله در مقایسه با روش ارائه شده در [۱] دارای خطای نهایی کمتری می‌باشد و نیز برای رسیدن به یک خطای تخمین مشخص به تعداد سمبول‌های آموزشی کمتری نیاز دارد.

مراجع

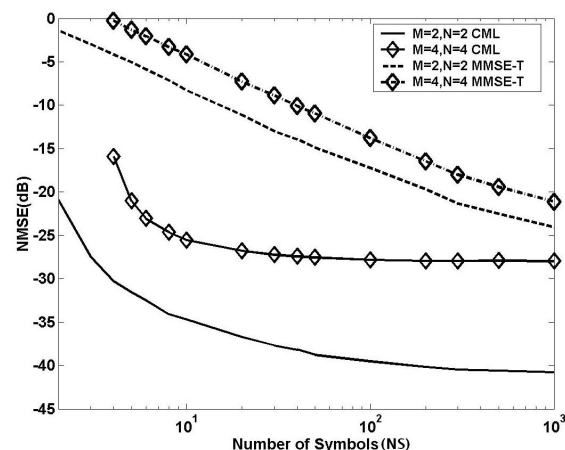
- [1] H. Zamiri-Jafarian and G. Gulak, "Iterative MIMO channel SVD estimation," *IEEE International Conference on Communications*, vol.2, pp. 1157-1161, May 2005.
- [2] G. Lebrun, S. Spiteri and M. Faulker, "Channel estimation for an SVD-MIMO system," *IEEE International Conference on Communications*, vol.5, pp. 3025-3029, June 2004.
- [3] A. Paulraj, R. Nabar and D. Gore, *Introduction to Space-Time Wireless Communications*. Cambridge University Press, 2003.
- [4] S. M. Kay, *Fundamental of statistical signal processing: Estimation Theory*. New Jersey: Prentice-Hall, 1993.



شکل ۶ - میانگین مربع خطای نرمالیزه شده تخمین SVD ماتریس کانال ($M=2, N=2$) به روش ICML برای تعداد سمبول‌های آموزشی (NS) متفاوت و تعداد تکرار الگوریتم (NI) متفاوت.



شکل ۷ - میانگین مربع خطای نرمالیزه شده تخمین SVD ماتریس کانال بر حسب تکرار الگوریتم (NI) و برای تعداد سمبول‌های آموزشی متفاوت (NS) و $SNR=30dB$.



شکل ۸ - میانگین مربع خطای نرمالیزه شده تخمین SVD ماتریس کانال بر حسب تعداد سمبول‌های آموزشی متفاوت (NS) و تعداد تکرار الگوریتم برابر با ۵ و $SNR=30dB$.