

REDUCING THE NUMBER OF SATELLITES IN COMBINATIONAL NAVIGATION SYSTEM, GPS/INS, USING PARTICLE FILTER

N. Pariz

Gh. Mohammad Dadi

Ferdowsi University of Mashhad
n-pariz@ferdowsi.um.ac.ir

g_mohammaddadi@iau-gonabad.ac.ir

Abstract: The estimation of situation in a combinational navigation GPS/INS with least number of satellites is the main purpose of this paper. As inertial measurement unit uses altimeter for height measurement, we can assume which height poses certain amounts, whereas geographical length and width are unknown to us in this paper. The single difference GPS is employed for updating the inertial navigation system and also there is a proper use of particle filter for filtering and error estimation in this system, although regarding to high dimension of state equations in combinational navigation GPS/INS the use of particle filter needs a lot of calculations and consequently more time. As the kalman filter could be the optimum filter for the linear systems which bear gaussian noise, the use of kalman filter for estimation is recommended for linear equation section and use of particle filter in nonlinear section. The comparison of mentioned algorithm's results with extended kalman filter, indicated when there is two GPS satellites the error estimation of situation is bounded by using this method, whereas the application of extended kalman filter increases the error.

کاهش تعداد ماهواره‌ها در یک سیستم ناوبری ترکیبی با GPS/INS استفاده از فیلتر ذره‌ای

ناصر پریز و غلامرضا محمددادی

چکیده: هدف از این مقاله، تخمین موقعیت در یک سیستم ناوبری ترکیبی GPS/INS با کمترین تعداد ماهواره است. از آنجاییکه واحد اندازه گیری اینرسی برای اندازه گیری ارتفاع از ارتفاع سنج استفاده می کند، فرض می کنیم، ارتفاع مقدار مشخصی است. بنابراین، در این مقاله مجھولها طول و عرض جغرافیائی هستند. برای بهنگام سازی موقعیت در سیستم ناوبری اینرسی از GPS تک تفاضلی و برای فیلترینگ و تخمین خطای این سیستم از فیلتر ذره ای استفاده می کنیم. با توجه به بعد بالای بردار حالت در یک سیستم ناوبری ترکیبی GPS/INS، استفاده مستقیم از فیلتر ذره ای نیاز به زمان زیادی برای محاسبات دارد. در این مقاله، با توجه به اینکه برای سیستمهای خطی با نویز گوسی فیلتر کالمون، فیلتر بهینه است، پیشنهاد می دهیم که می توان قسمت خطی معادلات را با استفاده از فیلتر کالمون و قسمت غیرخطی معادلات را با استفاده از فیلتر ذره‌ای تخمین زد. مقایسه

تاریخ وصول: ۸۳/۵/۲۰

تاریخ تصویب: ۸۷/۱۲/۲۱

دکتر ناصر پریز، دانشیار، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد.
n-pariz@ferdowsi.um.ac.ir

غلامرضا محمددادی، مربی، دانشکده مهندسی دانشگاه آزاد گناباد.
g_mohammaddadi@iau-gonabad.ac.ir

نتایج حاصله از این آلگوریتم با فیلتر کالمون توسعه یافته نشان می‌دهد، وقتی تعداد ماهواره‌های GPS دو عدد است، خطای تخمین موقعیت با استفاده از این آلگوریتم مرزدار است، در حالیکه کاربرد فیلتر کالمون توسعه یافته باعث واگرایی این خطای می‌گردد.

واژه‌های کلیدی: INS, GPS, فیلتر کالمون و فیلتر ذره ای.

محاسبات را نسبت به فیلتر ذره ای به مرتب کمتر کرد. در بخش پایانی نیز نتایج آورده شده است.

۲. سیستم ناوبری ترکیبی GPS/INS

ناوبری ترکیبی به این مفهوم است که از خروجی دو یا چند سنسور ناوبری برای تعیین موقعیت استفاده گردد. هدف، افزایش دقت و قابلیت اطمینان سیستم ناوبری است. به خاطر قابلیت اطمینان و دقت کوتاه مدت سیستم ناوبری اینرسی، این سیستم معمولاً به عنوان اولین منبع اطلاعات ناوبری استفاده می‌گردد.

عمومی‌ترین سیستم ناوبری اینرسی، سیستم ناوبری اینرسی اتصال به بدنه است که در آن سنسورها به طور مستقیم به بدنه جسم متحرک متصل می‌گردند. اندازه گیریها در سیستم مختصات بدنه با استفاده از ماتریس تبدیل R_{b2g} به سیستم مختصات جغرافیائی تبدیل می‌گردد. محورهای این سیستم مختصات در جهت شمال(طول جغرافیائی)، شرق(عرض جغرافیائی) و مرکز زمین است. می‌توان R_{b2g} را به صورت زیر نوشت [1]:

$$\frac{d}{dt} R_{b2g} = \Omega_{gb}^b R_{b2g} \quad (1)$$

که در آن

$$\Omega_{gb}^b = \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

و $\omega_{gb}^b = [p \quad q \quad r]^T$ سرعت زاویه‌ای در فریم بدنه است که به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{p} \\ \tilde{q} \\ \tilde{r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_p \\ b_q \\ b_r \end{bmatrix} - R_{g2b} \begin{bmatrix} \cos \lambda \\ 0 \\ -\sin \lambda \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{v_E}{R+h} \\ \frac{-v_N}{R+h} \\ \frac{v_E g \lambda}{R+h} \end{bmatrix} \quad (3)$$

که در آن $\tilde{p}, \tilde{q}, \tilde{r}$ سرعت زاویه‌ای اندازه گیری شده توسط ژایروها، $[b_p \quad b_q \quad b_r]^T$ بایاس در اندازه گیری سرعت زاویه‌ای و ω_{ie} سرعت زاویه‌ای زمین می‌باشد. اگر فرض کنیم

۱. مقدمه

تخمین موقعیت یکی از موضوعات کلیدی در کنترل اتوماتیک یک جسم متحرک می‌باشد. عمومی‌ترین روش تعیین موقعیت، سیستم ناوبری اینرسی (INS) است. این سیستم از سه ژایروسکوپ، دو شتاب سنج و یک ارتفاع سنج تشکیل شده است و اصول کار آن بر اساس قانون دوم نیوتون می‌باشد که در آن موقعیت هر لحظه از روی موقعیت لحظه ماقبل محاسبه می‌گردد. بهمین دلیل خطاهای در هر لحظه با خطاهای زمانهای ماقبل جمع می‌گردد و با گذشت زمان حتی اگر سیستم ساکن باشد، خطای زیاد می‌گردد [1].

نوع دیگری از سیستم‌های ناوبری، براساس اندازه گیری فاصله یک موقعیت مجهول از چندین مشخص است. دقت این روش وابسته به دقت اندازه گیری و میزان داشت ما از موقعیت نقاط مشخص می‌باشد. برخلاف INS، در این روش، خطای تخمین موقعیت به خطاهای لحظات ماقبل بستگی ندارد. در حقیقت اندازه گیری دقیق‌تر فاصله، باعث تخمین بهتر موقعیت می‌گردد. GPS از دسته این سیستم‌های ناوبری می‌باشد که در آن موقعیت ماهواره‌ها مشخص است و با اندازه گیری فاصله چند ماهواره از یک موقعیت مجهول، می‌توان موقعیت مجهول را بدست آورد. اگر ارتباط بین ماهواره‌های GPS و گیرنده‌ها بدایلی مانند وجود مانع بین آنها قطع گردد، گیرنده نمی‌تواند موقعیت خود را تخمین بزند [1]. با ترکیب دو سیستم GPS و INS می‌توان از خصوصیات

ثبت هر دوی این سیستم‌ها استفاده کرد.

در قسمت ۲ نحوه ترکیب این دو سیستم با یکدیگر بیان و با فرض مشخص بودن ارتفاع، دو متغیر طول و عرض جغرافیائی تعیین می‌گردد. شبیه سازی این سیستم با استفاده از فیلتر کالمون توسعه یافته نشان می‌دهد وقتی تعداد ماهواره‌های GPS دو عدد است، تخمین خطای با استفاده از این فیلتر به مرور زمان واگرا می‌گردد. برای محدود کردن اختلاف بین موقعیت تخمینی و موقعیت واقعی در قسمت ۳ فیلتر ذره ای معرفی می‌گردد. کاربرد مستقیم این فیلتر نیاز به صرف زمان زیادی برای محاسبات دارد. با توجه به خطی بودن معادلات حالت خطای یک سیستم ناوبری ترکیبی GPS/INS، در قسمت ۴ ابتدا معادلات حالت را به دو قسمت خطی و غیرخطی تقسیم می‌کنیم و سپس قسمت خطی معادلات را با استفاده از فیلتر کالمون و قسمت غیرخطی معادلات را با استفاده از فیلتر ذره ای تخمین می‌زنیم. با استفاده از این روش می‌توان زمان

$$R_{b2g} = R_{g2b}^T \quad (5)$$

فرض می‌شود سیستم ناوبری ترکیبی GPS/INS روی یک هواپیما نصب شده است. می‌توان مدل سیستم ناوبری اینرسی را به صورت زیر نوشت [۱]:

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_N \\ \dot{v}_E \\ \dot{v}_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{v_E^2}{R+h} \operatorname{tg}\lambda - 2\omega_i e \sin\lambda \cdot v_E + \frac{v_N v_D}{R+h} \\ \frac{v_N v_E}{R+h} \operatorname{tg}\lambda + \omega_i e \sin\lambda \cdot v_N + \frac{v_E v_D}{R+h} + 2\omega_i e \cos\lambda \cdot v_D \\ -\frac{v_N^2}{R+h} - \frac{v_E^2}{R+h} - 2\omega_i e \cos\lambda \cdot v_E \end{bmatrix} + R_{b2g} \begin{bmatrix} \tilde{a}_u \\ \tilde{a}_v \\ \tilde{a}_w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\lambda} \\ \dot{\tau} \\ \dot{h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R+h} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{(R+h)\cos\lambda} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_N \\ v_E \\ v_D \end{bmatrix}.$$

۵۰۰ متر است. بنابراین، هدف تعیین طول و عرض جغرافیائی است.

داریم:

$$v_D = -\dot{h} = 0 \quad (6)$$

با توجه به مشخص بودن مقادیر h و v_D در کل زمان پرواز، با قرار دادن مقادیر این دو متغیر و همچنین (۶) در (۵) داریم:

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_N \\ \dot{v}_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{v_E^2}{R+h} \operatorname{tg}\lambda - 2\omega_i v_E \sin\lambda \\ \frac{v_N v_E}{R+h} \operatorname{tg}\lambda + \omega_i v_N \sin\lambda \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_{b2g}(1,1) & R_{b2g}(1,2) & R_{b2g}(1,3) \\ R_{b2g}(2,1) & R_{b2g}(2,2) & R_{b2g}(2,3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_u \\ b_v \\ b_w \end{bmatrix} \quad (1-11)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\lambda} \\ \dot{\tau} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R+h} & 0 \\ 0 & \frac{1}{(R+h)\cos\lambda} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_N \\ v_E \end{bmatrix} \quad (2-11)$$

$$h = 500 \text{ m}$$

$$x = \frac{1}{R_{b2g}(3,3)} \quad (3-11)$$

$$\left[\frac{v_N^2}{R+h} + \frac{v_E^2}{R+h} + 2\omega_i v_E \cos\lambda - g - R_{b2g}(3,1)b_u - R_{b2g}(3,2)b_v \right]$$

از آنجائی که فرض می‌شود در سیستم ناوبری اینرسی فقط از دو شتاب سنج استفاده شده است و شتاب در جهت عمود بر سطح زمین اندازه گیری نمی‌شود، به همین دلیل در معادلات (۶)، b_w

که در فاصله زمانی $[t, t + \delta t]$ یک ماتریس ثابت باشد، داریم [۱]:

$$R_{g2b}(t + \delta t) = \exp(-\Omega_{gb}^b(t)\delta t)R_{g2b}(t) \quad (7)$$

تبديل از فریم بدن به فریم جغرافیائی، R_{b2g} به صورت زیر است:

$$\begin{bmatrix} \tilde{a}_u \\ \tilde{a}_v \\ \tilde{a}_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \quad (8)$$

که در آن $g = 9.780327 \text{ m/s}^2$ شتاب جاذبه زمین و شتاب اندازه گیری شده توسط شتاب سنجها در فریم بدن است که آنرا می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \tilde{a}_u &= a_u + b_u \\ \tilde{a}_v &= a_v + b_v \\ \tilde{a}_w &= a_w + b_w \end{aligned} \quad (9)$$

$[b_u \ b_v \ b_w]^T$ شتاب واقعی حرکت هواپیما و $[a_u \ a_v \ a_w]^T$ بایاس اندازه گیری شتاب سنجها است. فرض می‌کنیم $[a_u \ a_v \ a_w]^T = [0 \ 0 \ 0]^T$ باشد. بنابراین:

$$\begin{aligned} \tilde{a}_u &= b_u \\ \tilde{a}_v &= b_v \\ \tilde{a}_w &= b_w \end{aligned} \quad (10)$$

همچنین فرض می‌شود که در زمان $t = 0$ داریم:

$$[v_N \ v_E \ v_D]^T = [50 \ 50 \ 0]^T \quad (11)$$

در سیستم ناوبری اینرسی با گذشت زمان کانال ارتفاع ناپایدار می‌گردد [۱]. در این سیستم، معمولاً برای اندازه گیری ارتفاع از ارتفاع سنج استفاده می‌شود. فرض می‌شود ارتفاع مقداری ثابت و برابر

$$\begin{aligned}\rho_i &= r_i + C\delta_i + v_i(t) - \sqrt{(X_i - b_x)^2 + (Y_i - b_y)^2 + (Z_i - b_z)^2} \\ r_i &= \sqrt{(X_i - u)^2 + (Y_i - v)^2 + (Z_i - w)^2}\end{aligned}\quad (13)$$

که در این معادله، ρ_i فاصله کاذب بین ماهواره i ام و گیرنده، r_i فاصله واقعی بین ماهواره i ام و گیرنده، C سرعت نور، δ_i کلاک گیرنده، $v_i(t)$ نویز گوسی با مقدار متوسط صفر و ماتریس کوواریانس مشخص، (X_i, Y_i, Z_i) موقعیت ماهواره i ام، (b_x, b_y, b_z) مختصات ایستگاه پایه و (u, v, w) موقعیت گیرنده است که باید محاسبه گردد. محاسبات GPS در سیستم مختصات مستطیلی ECEF انجام می‌پذیرد که در آن محور X از تقاطع طول و عرض جغرافیائی صفر درجه می‌گذرد، محور Z میانه زمین را کندا می‌کند. اگر فرض شعبت جسم در سیستم مختصات مستطیلی ECEF و جغرافیائی محلی باشد، داریم [1]:

$$\begin{aligned}x &= (R + h)\cos \lambda \cos \tau \\ y &= (R + h)\cos \lambda \sin \tau \\ z &= (R + h)\sin \lambda\end{aligned}$$

$$r_i = \sqrt{(X_i - (R + h)\cos \lambda \cos \tau)^2 + (Y_i - (R + h)\cos \lambda \sin \tau)^2 + (Z_i - (R + h)\sin \lambda)^2} \quad (15)$$

محاسبه شده توسط سیستم ناوبری اینرسی باشند. $\delta\lambda$ و $\delta\tau$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\begin{aligned}\lambda - \lambda_{ins} &= \delta\lambda \\ \tau - \tau_{ins} &= \delta\tau\end{aligned}\quad (16)$$

$\delta\lambda$ و $\delta\tau$ به خاطر وجود بایاس در شتاب سنجها می‌باشند. فرض می‌شود که در محاسبه ارتفاع، هیچ گونه خطای وجود ندارد. با اعمال (16) در (15) و سپس ساده سازی آن داریم:

$$U^2 = X_i^2 + Y_i^2 + Z_i^2 + (R + h)^2$$

$$\begin{aligned}r_i &= \sqrt{U^2 - 2(R + h)\{\cos(\lambda_{ins} + \delta\lambda)[X_i \cos(\tau_{ins} + \delta\tau) + Y_i \sin(\tau_{ins} + \delta\tau)] + Z_i \sin(\lambda_{ins} + \delta\lambda)\}} \\ h &= 500\end{aligned}\quad (17)$$

$$\begin{aligned}\zeta_i &= -a_\zeta \zeta_i + w_i^\zeta(t) \\ \dot{\zeta}_i &= \zeta_i\end{aligned}\quad (18)$$

معنی ندارد و به جای آن x قرار می‌دهیم. معادله (11-۲) از این فرض تعیین شده است که در کل زمان پرواز v_D و در نتیجه \tilde{v}_D برابر صفر است. بایاس در شتاب سنجها را می‌توان به صورت زیر مدل کرد:

$$\begin{aligned}\dot{b}_u &= -a_b b_u + w_u(t) \\ \dot{b}_v &= -a_b b_v + w_v(t)\end{aligned}\quad (12)$$

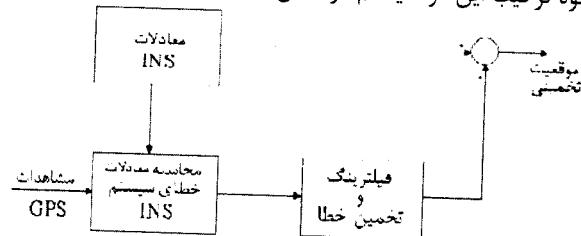
که در آن a_b مقداری ثابت، $w_u(t)$ و $w_v(t)$ نویز سفید گوسی با مقدار متوسط صفر و ماتریس کوواریانس مشخص است. برای محاسبه R_{b2g} می‌توان از (4) استفاده کرد.

فرض می‌شود که $\tilde{p} \tilde{q} \tilde{r}^T = [0 \ 0 \ 0]^T$ و همچنین در اندازه گیری سرعت زاویه‌ای توسط ژایروها بایاس وجود ندارد، یعنی $[b_p \ b_q \ b_r]^T = [0 \ 0 \ 0]^T$.

نتیجه شد، عمدۀ این سیستم، خطاهای سنجشی است که به خاطر رانش در شتاب سنج‌ها و ژایروها به وجود می‌آید. با این نسبت، رانش و دقت بلند مدت سیستم ناوبری با یک سیستم ناوبری کمکی دیگر ترتیب می‌گردند. این دو مکانیزم از نظر تفاصلی استفاده می‌کنیم که مدل آن به صورت زیر است [1]:

کمکی استاندارد، همان سیستم موقعیت مساحتی، برای بهنگام سازی معادلات استفاده می‌کنیم که مدل آن به صورت زیر است [1]:

نحوه ترکیب این دو سیستم در شکل (1) نشان داده شده است.



شکل 1. سیستم ناوبری ترکیبی GPS/INS

در این شکل، معادلات INS همان معادلات (11-۱)، (11-۲) و (11-۳) است. فرض می‌کنیم λ و τ به ترتیب طول و عرض جغرافیائی واقعی و λ_{ins} و τ_{ins} به ترتیب طول و عرض جغرافیائی

رانش کلاک گیرنده، δ را می‌توان با انتگرال گیری از یک فرآیند تصادفی، ζ به صورت زیر مدل کرد [1]:

می‌توان معادله حالت خطای سیستم ناوبری ترکیبی GPS/INS را به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} x &= [\delta v_N \quad \delta v_E \quad \delta \lambda \quad \delta \tau \quad b_u \quad b_v \quad \varsigma_i \quad \delta_i]^T \\ \dot{x} &= Ax + w(t) \\ A &= [A1 \quad A2 \quad A3] \end{aligned} \quad (1-19)$$

a_ζ یک عدد ثابت و w^5 نویز سفید گوسی با مقدار متوسط صفر و ماتریس کوواریانس مشخص است. فرض می‌کنیم شتاب سنج‌ها به اندازه $[b_u \quad b_v]^T$ بایاس داشته باشند. این بایاس باعث ایجاد خطای $[\delta \lambda \quad \delta \tau \quad \delta v_N \quad \delta v_E]^T$ در محاسبه سرعت و موقعیت جغرافیائی می‌گردد. برای تعیین معادله حالت این خطای می‌توان از معادلات (۱-۱۱)، (۱-۱۱)، (۲-۱۱) و (۳-۱۱) دیفرانسیل گرفت. با دیفرانسیل گیری از این معادلات و با توجه به معادلات (۱۲) و (۱۸) دیفرانسیل گیری از این معادلات و با توجه به معادلات (۱۲) و (۱۸)

$$A1 = \begin{bmatrix} \frac{v_D}{R+h} & \frac{-2v_E}{R+h} \operatorname{tg}\lambda - 2\omega_{ie} \sin \lambda & \frac{v_N}{R+h} \\ \frac{v_E}{R+h} \operatorname{tg}\lambda + \omega_{ie} \sin \lambda & \frac{v_N}{R+h} \operatorname{tg}\lambda + \frac{v_D}{R+h} & \frac{v_E}{R+h} + 2\omega_{ie} \cos \lambda \\ \frac{1}{R+h} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{(R+h)\cos \lambda} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-19)$$

$$A2 = \begin{bmatrix} \frac{-v_E^2}{R+h} (1 + \operatorname{tg}^2 \lambda) - 2\omega_{ie} \cos \lambda & 0 & \frac{1}{(R+h)^2} + v_E^2 \operatorname{tg}\lambda \\ \frac{v_N v_E}{R+h} (1 + \operatorname{tg}^2 \lambda) + \omega_{ie} v_N \cos \lambda - 2\omega_{ie} v_N \sin \lambda & 0 & \frac{-1}{(R+h)^2} v_N v_E \operatorname{tg}\lambda \\ 0 & 0 & \frac{-v_N}{(R+h)^2} \\ \frac{\sin \lambda}{(R+h)\cos^2 \lambda} v_E & 0 & \frac{-1}{(R+h)^2 \cos \lambda} \\ 0 & -a_b & 0 \\ 0 & 0 & -a_b \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3-19)$$

$$R = 6360 \text{ km}$$

$$a_b = \frac{1}{1500}$$

$$a_\zeta = \frac{1}{500}$$

$$C = 300000000 \text{ m/s}$$

معادله مشاهده که با استفاده از مشاهدات GPS بدست می‌آید، همان معادله (۱۷) است. مقادیر پارامترها و همچنین مقادیر عددی مشاهدات GPS از مرجع [۲] انتخاب شده است. برای افزایش سرعت محاسبات، معادلات بیان شده را از فضای زمان پیوسته به فضای زمان گستته انتقال می‌دهیم. مدل زمان گستته سیستم به صورت زیر است:[۳]:

$$A3 = \begin{bmatrix} R_{h2g}(1,1) & R_{h2g}(1,2) \\ R_{h2g}(2,1) & R_{h2g}(2,2) \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -a_\zeta & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4-19)$$

$w(t)$ نویز سفید گوسی با مقدار متوسط صفر و ماتریس کوواریانس $Q = 10^5 I$ و مقادیر نوعی پارامترها به صورت زیر است.

$$\omega_{ie} = 7.292115 \times 10^{-5} \text{ rad/sec} \quad (20)$$

$$I_N(g) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g(x^{(i)}) \quad (24)$$

که در آن $\{x^{(i)} ; i = 1, 2, \dots, N\}$ به صورت مستقل از (y) نمونه برداری شده اند. اگر تعداد نمونه های N بسمت بی نهایت میل کند، مقدار این جمع معادل با انتگرال (۲۳) خواهد شد [۳].
یعنی:
با احتمال یک

$$\lim_{N \rightarrow \infty} I_N(g) = I(g) \quad (25)$$

عموماً این غیرممکن است که بتوان مستقیماً ازتابع توزیع $p(x|y)$ نمونه برداری کرد. برای این منظور، تابع توزیع $\pi(x|y) \neq p(x|y)$ را در نظر می گیریم. رابطه انتگرالی (۲۳) را می توان به صورت زیر نوشت:

$$I(g) = \frac{1}{p(y)} \int g(x) \frac{p(y|x)p(x)}{\pi(x|y)} \pi(x|y) dx \quad (26)$$

$$= \frac{\int g(x) \frac{p(y|x)p(x)}{\pi(x|y)} \pi(x|y) dx}{\int \frac{p(y|x)p(x)}{\pi(x|y)} \pi(x|y) dx} \quad (27)$$

$$= \frac{E_\pi[g(x)\omega(x)|y]}{E_\pi[\omega(x)|y]} \quad (28)$$

که در آن:

$$\omega(x) = \frac{p(y|x)p(x)}{\pi(x|y)} \quad (29)$$

مقدار تقریبی $I(g)$ بصورت زیر است:

$$\hat{I}_N(g) = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g(x^{(i)}) \omega^{(i)}}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \omega^{(i)}} = \sum_{i=1}^N g(x^{(i)}) \varpi^{(i)} \quad (30)$$

$\omega^{(i)}$ همان $a(x^{(i)})$ است و

$$\varpi^{(i)} = \frac{\omega^{(i)}}{\sum_{j=1}^N \omega^{(j)}} = \frac{\omega(x^{(i)})}{\sum_{j=1}^N \omega(x^{(j)})} \quad (31)$$

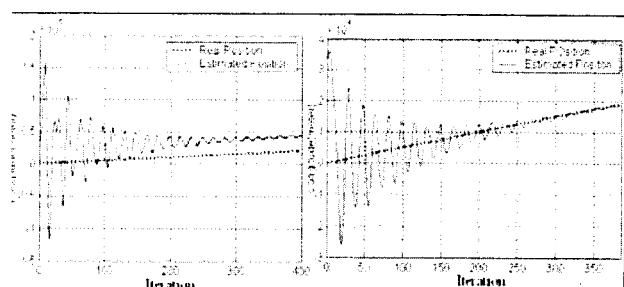
$$x_{t+1} = \Phi(t + T_s, t)x_t + G_t u_t \quad (21)$$

که در آن T_s پریود نمونه برداری است. برای محاسبه $\Phi(t + T_s, t)$ و G_t می توان از روابط زیر استفاده کرد [۳]:

$$\Phi(t + T_s, t) \cong I + T_s A \quad (22)$$

$$G_t = T_s \left(I + \frac{T_s A}{2} \right)$$

I ماتریس واحد و A در رابطه (۱-۱۹) تعریف شده است. مسئله تخمین مقدار خطأ در محاسبه طول و عرض جغرافیائی با توجه به مشاهدات GPS است. برای این منظور ابتدا از فیلتر کالمون توسعه یافته استفاده می کنیم. نتایج شبیه سازی سیستم ناوبری ترکیبی GPS/INS با این فیلتر در شکل (۲) نشان داده شده است.



شکل ۲-۱. تخمین موقعیت با فیلتر کالمون و سه ماهواره

شکل ۲-۲. تخمین موقعیت با فیلتر کالمون و دو ماهواره

با توجه به این شکل، وقتی تعداد ماهواره های GPS دو عدد است، اختلاف بین مسیر واقعی و مسیر تخمینی به مرور زمان زیاد می گردد. در قسمت بعد، ابتدا فیلتر ذره ای را معرفی می کنیم و سپس نشان می دهیم که می توان این اختلاف را با استفاده از فیلتر ذره ای مزدیار کرد.

۳. فیلتر ذره ای

در این قسمت، ابتدا مقدمات مورد نیاز برای بحث در مورد فیلتر ذره ای بیان می گردد. برای این منظور انتگرال زیر را در نظر می گیریم:

$$I(g) = \int g(x) p(x|y) dx \quad (23)$$

با توجه به اینکه انتگرال گیری در فضای x بعدی صورت می پذیرد و $p(x|y)$ ممکن است چند متغیره باشد، محاسبه این انتگرال، کاری دشوار است. به همین دلیل، بجای محاسبه دقیق این انتگرال از یک مقدار تقریبی که با نماد $I_N(g)$ نمایش داده می شود و به تقریب مونت کارلو مشهور است، می توان استفاده کرد:

ذره‌ای را بخصوص زمانی که سرعت محاسبات اهمیت پیدا می‌کند محدود می‌کند. در [۶] سعی شده است که با تطبیقی کردن فیلتر ذره‌ای همگرایی یکنواخت برای آن تضمین شود ولی این دستاوردهای باعث پیچیده و طولانی تر شدن محاسبات می‌گردد. روش پیشنهادی در [۳] برای کاهش اثرات تباہیدگی آلگوریتم، نمونه برداری مجدد است. در این روش ابتدا عدد موثر نمونه برداری به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$N_{eff} \cong \frac{1}{\sum_{i=1}^N (\varpi_k^{(i)})^2} \quad (38)$$

اگر این عدد از یک مقدار آستانه N_{thresh} کوچکتر باشد، نمونه برداری مجدد صورت می‌پذیرد. فرض می‌شود که $x_k^{(i)}$ و $\tilde{x}_k^{(i)}$ به ترتیب بردار حالت قبل و بعد از نمونه برداری مجدد است. روش نمونه برداری مجدد را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$\{\tilde{x}_k^{(i)}, \varpi_k^{(i)}\}_{i=1}^N \rightarrow \left\{x_k^{(i)}, \frac{1}{N}\right\}_{i=1}^N \quad (39)$$

$$pr(x_k^{(i)} = \tilde{x}_k^{(j)}) = \varpi_k^{(j)} \quad (40)$$

به قسمی که

نمونه برداری مجدد با ایجاد مجموعه‌ای جدید از نقاط و وزنهای مرتبط با آن، از تباہیدگی آلگوریتم جلوگیری می‌کند. معادله (۴۰) نشان می‌دهد که نمونه برداری مجدد، امکان رشد برای حالتها با وزنهای بزرگتر را فراهم می‌سازد و حالتها با وزنهای کوچکتر را کنار می‌گذارد. با توجه به مطالب بیان شده، می‌توان آلگوریتم زیر را نوشت [۳]:

آلگوریتم فیلتر ذره‌ای

۱- برای $i = 1, 2, \dots, N$ نمونه برداری $x_0^{(i)} \sim \pi(x_0 | y_0)$ را انجام می‌دهیم.

۲- برای $i = 1, 2, \dots, N$ وزنهای نرمالیزه نشده زیر را محاسبه می‌کنیم:

$$\omega_0^{(i)} = \frac{p(y_0 | x_0^{(i)}) p(x_0^{(i)})}{\pi(x_0^{(i)} | y_0)}$$

۳- برای $i = 1, 2, \dots, N$ وزنهای نرمالیزه شده زیر را محاسبه می‌کنیم:

$$\varpi_0^{(i)} = \frac{\omega_0^{(i)}}{\sum_{j=1}^N \omega_0^{(j)}}$$

در ادامه، $\{\varpi^{(i)}\}$ و $\{\varpi^{(i)}\}$ را بترتیب وزنهای تقاضای نرمالیزه نشده و نرمالیزه شده، می‌نامیم. معادله (۳۰) را به گونه‌ای دیگر نیز می‌توان نوشت.تابع دلتای $(x - x^{(i)})\delta_{x^{(i)}}(x)$ را با $\delta_{x^{(i)}}(x)$ نمایش می‌دهیم. داریم:

$$\hat{I}_N(g) = \sum_{i=1}^N \left(\int g(x) \delta_{x^{(i)}}(x) dx \right) \varpi^{(i)} \quad (32)$$

$$= \int g(x) \sum_{i=1}^N \varpi^{(i)} \delta_{x^{(i)}}(x) dx$$

$\hat{p}_N(x|y)$ که از نمونه‌های $\{x^{(i)}\}_{i=1}^N$ بدست آمده است را بصورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\hat{p}_N(x|y) = \sum_{i=1}^N \varpi^{(i)} \delta_{x^{(i)}}(x) \quad (33)$$

با مقایسه (۳۳) و (۳۰) داریم:

$$\hat{I}_N(g) = \int g(x) \hat{p}_N(x|y) dx \approx \int g(x) p(x|y) dx \quad (34)$$

ثبت می‌شود که رابطه بازگشته زیر را می‌توان برای وزنهای نرمالیزه شده $\varpi^{(i)}$ بدست آورد [۳]:

$$\varpi_k^{(i)} = \frac{p(y_k | x_k^{(i)}) p(x_k^{(i)} | x_{k-1}^{(i)})}{\pi(x_k^{(i)} | x_{k-1}^{(i)}, y_k^{(i)})} \varpi_{k-1}^{(i)} \quad (35)$$

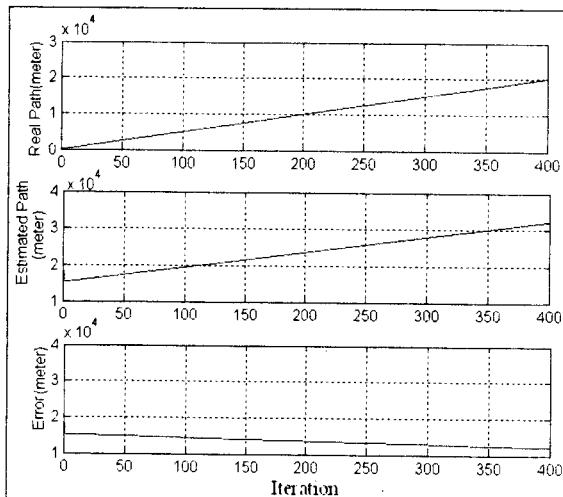
اگرچه، از نظر تئوری این آلگوریتم، یک روش آماری پایدار است ولی در عمل دارای یک نقطه ضعف عمده می‌باشد. نقطه ضعف آلگوریتم، این است که واریانس غیر شرطی وزنهای تقاضاً نسبت به زمان نمی‌تواند کاهش یابند. یعنی:

$$\text{var}_{\pi(x_{0:k-1}, y_{1:k})}[\varpi_{k-1}] \leq \text{var}_{\pi(x_{0:k}, y_{1:k})}[\varpi_k] \quad (36)$$

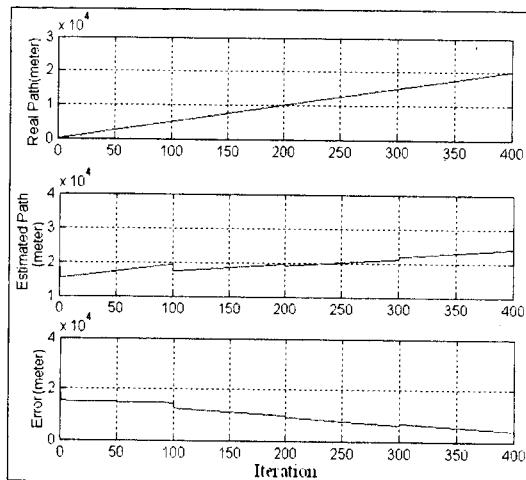
که در آن:

$$\text{var}_{\pi(x_{0:k}, y_{1:k})}[\varpi_k] = E_{p(y_{1:k})}[\text{var}_{\pi(x_{0:k}, y_{1:k})}[\varpi_k | y_{1:k}]] \quad (37)$$

این مسئله، باعث تباہیدگی آلگوریتم می‌گردد و از N وزن $\varpi^{(i)}$ $N-1$ وزن به سمت صفر و یک وزن به سمت ۱ میل می‌کند. پیچیدگی محاسبات [۴] و نتایج همگرایی آن [۵] کاربرد فیلترهای



شکل ۳. تخمین موقعیت با فیلتر ذره ای و دو ماهواره



شکل ۴. تخمین موقعیت با فیلتر ذره ای و سه ماهواره

۴. ترکیب فیلتر ذره ای و فیلتر کالمن

با توجه به خطی بودن بردار حالت در یک سیستم ناوبری ترکیبی GPS/INS، می خواهیم قسمت خطی معادلات را با استفاده از فیلتر کالمن و قسمت غیرخطی معادلات را با استفاده از فیلتر ذره ای تخمین بزنیم [۷-۱۲]. همچنین می توان برای هر ذره ای فیلتر کالمن استفاده نمود [۱۲].

مدل فضای حالت زیر را در نظر می گیریم:

$$\begin{aligned} x_{t+1} &= Ax_t + w_t \\ y_t &= h(x_t) + v_t \end{aligned} \quad (41)$$

فرض می شود که نویزهای معادله حالت w_t و مشاهده v_t مستقل از هم هستند و تابع چگالی احتمالشان، یعنی $p(v_t|x_t) = p(y_t|x_t)$ و $p(w_t) = p(x_t)$ مشخص فرض می گردد. فرض می کنیم که بتوان معادلات (۴۱) را به دو قسمت خطی و غیرخطی بصورت زیر تقسیم بندی کرد:

برای زمانهای $t > 0$

۴- برای $i = 1, 2, \dots, N$ نمونه برداری زیر را انجام می دهیم:

$$x_t^{(i)} \sim \pi(x_t | x_{t-1}^{(i)}, y_t)$$

۵- برای $N = 1, 2, \dots, N$ وزنهای نرمالیزه نشده زیر را محاسبه می کنیم:

$$\omega_t^{(i)} = \omega_{t-1}^{(i)} \frac{p(y_t | x_t^{(i)}) p(x_t^{(i)} | x_{t-1}^{(i)})}{\pi(x_t^{(i)} | x_{0:t-1}^{(i)}, y_{0:t})}$$

۶- برای $i = 1, 2, \dots, N$ وزنهای نرمالیزه شده زیر را محاسبه می کنیم:

$$\varpi_t^{(i)} = \frac{\omega_t^{(i)}}{\sum_{j=1}^N \omega_t^{(j)}}$$

۷- نمونه برداری مجدد

اگر $N_{thresh} \leq N_{eff}$ باشد (معمولا مقدار استاندارد

برابر با $\frac{2N}{3}$ می باشد)، داریم:

$$pr(x_k^{(i)} = \tilde{x}_k^{(j)}) = \varpi^{(j)}$$

$$\left\{ \tilde{x}_k^{(i)}, \varpi_k^{(i)} \right\}_{i=1}^N \rightarrow \left\{ x_k^{(i)}, \frac{1}{N} \right\}_{i=1}^N$$

$x_k^{(i)}$ و $\tilde{x}_k^{(i)}$ بترتیب بردار حالت قبل و بعد از نمونه برداری مجدد است.

$$\hat{x} = \sum_{i=1}^N \varpi_i^{(i)} x_i^{(i)} - 8$$

۹ و به مرحله $t \leftarrow t + 1$ برو

هم اکنون، با استفاده از این روش فیلتر، به شبیه سازی سیستم ناوبری ترکیبی GPS/INS در شکل (۱) می پردازیم. نتایج شبیه سازی این سیستم برای حالت دو و سه ماهواره در شکل های (۳) و (۴) نشان داده شده است. شبیه سازی برای $N = 10000$ صورت پذیرفته است. با رجوع به شکل (۳) کاملا مشخص است که با گذشت زمان اختلاف بین مسیر تخمینی و مسیر واقعی برای هر دو حالت دو ماهواره و سه ماهواره کم می گردد. مدت زمان اجرای برنامه ۵ ساعت است که زمان زیادی می باشد. با توجه به اینکه معادله مشاهده GPS که فقط شامل $\delta\lambda$ و $\delta\tau$ است، غیرخطی و معادله حالت خطای سیستم ناوبری ترکیبی GPS/INS خطی است، پیشنهاد می دهیم که می توان معادلات سیستم را به دو قسمت خطی $x^k = [\delta v_N \ \delta v_E \ b_u \ b_v \ \zeta \ \delta_i]^T$ و غیرخطی $x^p = [\delta\lambda \ \delta\tau]^T$ تقسیم بندی و برای تخمین هر کدام از این دو قسمت به ترتیب از فیلتر کالمن و ذره ای استفاده کرد. نحوه این تقسیم بندی در قسمت بعد آورده شده است.

x_t^k مربوط است را در بردارد، بنابراینتابع چگالی در معادله (۴۶) بصورت زیر است:

$$x_t^k | x_{l,t}^p \in N(\hat{x}_{t|t-1}^k, p_{t|t-1}^k) \quad (48)$$

در این رابطه تخمین $\hat{x}_{t|t-1}^k$ و $p_{t|t-1}^k$ با استفاده از فیلتر کالمون بدست می‌آید. وقتی نویز معادله حالت وابسته است، در معادله (۴۲) و معادلات حالت در (۴۲) باید تنظیم^۱ گردد. برای این منظور فرض می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \bar{w}_t^k &= w_t^k - E[w_t^k (w_t^p)^T] [E[w_t^p (w_t^p)^T]^{-1}] w_t^p \\ &= w_t^k - M_t^T (Q_t^p)^{-1} w_t^p \end{aligned} \quad (49)$$

با توجه به (۴۹)، نتیجه می‌شود که $E[\bar{w}_t^k (w_t^p)^T] = 0$. بنابراین، نویز معادله حالت w_t^p و \bar{w}_t^k با یکدیگر ناهمبسته می‌باشند و داریم:

$$\bar{Q}_t^k = E[\bar{w}_t^k (\bar{w}_t^k)^T] = \bar{Q}_t^k - M_t^T (Q_t^p)^{-1} M_t \quad (50)$$

هم اکنون، با استفاده از $w_t^k = \bar{w}_t^k + M_t^T (Q_t^p)^{-1} z_t$ و $w_t^p = (B_t^1)^{-1} (z_t - A_t^1 x_t^k)$ نتیجه می‌شود:

$$x_{t+1}^k = A_t^3 x_t^k + A_t^4 x_t^p + B_t^2 (\bar{w}_t^k + M_t^T (Q_t^p)^{-1} (B_t^1)^{-1} (z_t - A_t^1 x_t^k)) \quad (51)$$

با ساده سازی (۵۱) داریم:

$$\begin{aligned} x_{t+1}^k &= (A_t^3 - C_t A_t^2) x_t^k + B_t^2 \bar{w}_t^k \\ &\quad + A_t^4 x_t^p + C_t (x_{t+1}^p - f(x_t^p)) \end{aligned} \quad (52)$$

که در آن:

$$C_t = B_t^2 M_t^T (Q_t^p)^{-1} ((B_t^1)^T B_t^1)^{-1} (B_t^1)^T \quad (53)$$

تابع چگالی دوم در طرف راست معادله (۴۵) را می‌توان بصورت بازگشتی زیر نوشت:

$$p(x_{l,t}^p | y_{l,t}) = \frac{p(y_t | x_t^p) p(x_t^p | x_{l,t-1}^p)}{p(y_t | y_{l,t-1})} p(x_{l,t-1}^p | y_{l,t-1}) \quad (54)$$

بخاطر غیرخطی بودن معادله حالت و اندازه‌گیری x_t^p برای حل (۵۴) از فیلتر ذره‌ای استفاده می‌کنیم. نمونه‌ها مطابق با $p(x_t^{p,i} | x_{l,t-1}^{p,i})$ نمونه برداری می‌شوند. با توجه به معادله حالت $p(x_t^{p,i} | x_{l,t-1}^{p,i})$ و معادله (۴۲) و همچنین معادله (۴۸)، x_t^p گوسی است:

$$\begin{aligned} x_{l,t+1}^p &= A_t^1 x_t^p + A_t^2 x_t^k + B_t^1 w_t^p \\ x_{l,t+1}^k &= A_t^3 x_t^k + A_t^4 x_t^p + B_t^2 w_t^k \\ y_t &= h(x_t^p) + v_t \end{aligned} \quad (42)$$

که در این معادلات x_t^p و x_t^k به ترتیب قسمت غیرخطی و خطی معادلات x_t ، و ماتریس‌های $B_t^2, A_t^1, A_t^4, A_t^3, A_t^2, A_t^1$ و B_t^1 بیان کننده تبدیل از مجموعه معادلات (۴۱) به (۴۲) است. فرض می‌کنیم تمام مشخصه‌های سیستم (۴۱) برای سیستم (۴۲) نیز صادق است. علاوه بر این تابع چگالی احتمال نویز معادله حالت، گوسی فرض می‌شود. بنابراین:

$$w_t = \begin{bmatrix} w_t^p \\ w_t^k \end{bmatrix} = N \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} Q_t^p & M_t \\ M_t^T & Q_t^k \end{bmatrix} \right\} \quad (43)$$

تابع چگالی احتمال x_0^k, x_0^p است که گوسی فرض شده است. تابع چگالی احتمال برای v_t و x_0^p نیز فرض می‌شود که مشخص است. در معادلات (۴۱) هدف، بدست آوردن تخمینی بازگشتی از

$$p(x_t | y_{l,t}) = p(x_t^p, x_t^k | y_{l,t}) \quad (44)$$

می‌باشد. تخمین این تابع با استفاده از فیلتر ذره‌ای در قسمت قبل توضیح داده شد. اغلب برای کلاسی از سیستمها به شکل سیستم (۴۲) روش بهتری برای محاسبه این تابع چگالی احتمال شرطی وجود دارد. تابع چگالی احتمال $p(x_{l,t}^p, x_t^k | y_{l,t})$ را در نظر می‌گیریم. با استفاده از قانون بای، می‌توان این تابع را به صورت زیر نوشت:

$$p(x_{l,t}^p, x_t^k | y_{l,t}) = p(x_t^k | x_{l,t}^p, y_{l,t}) p(x_{l,t}^p | y_{l,t}) \quad (45)$$

اولین تابع چگالی سمت راست معادله (۴۵) را می‌توان بصورت زیر بازنویسی کرد:

$$p(x_t^k | x_{l,t}^p, y_{l,t}) = p(x_t^k | x_{l,t}^p) \quad (46)$$

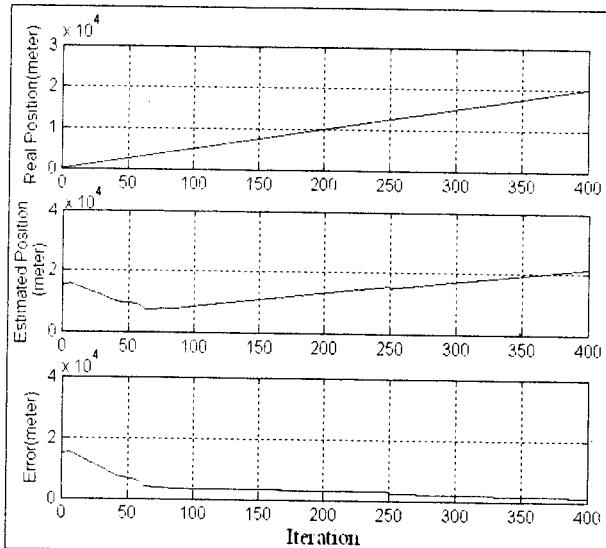
مشاهدات $y_{l,t}$ ، مستقل از $x_{l,t}^p$ هستند. با توجه به (۴۲) داریم:

$$\begin{aligned} z_t &= A_t^2 x_t^k + B_t^1 w_t^p \\ x_{l,t+1}^k &= A_t^3 x_t^k + A_t^4 x_t^p + B_t^2 w_t^k \end{aligned} \quad (47)$$

که در آن $z_t = x_{l,t+1}^p - A_t^1 x_t^p$ است. با توجه به خطی بودن معادلات (۴۷)، تخمینی از $x_{l,t+1}^k$ را با استفاده از فیلتر کالمون می‌توان بدست آورد. از آنجایی که z_t اطلاعات مشابه $x_{l,t+1}^p$ که به

$$x_t^{p,i} \mid x_{t-1}^{p,i} \in N(f(x_{t-1}^{p,i}) + A_t^1 \hat{x}_{t-1|t-2}^{k,i}, A_t^1 p_{t-1|t-2}^{k,i} (A_t^1)^T + B_t^1 Q_t^p (B_t^1)^T) \quad (55)$$

الگوریتم، تخمین موقعیت با دو ماهواره نیز دقت قابل قبولی به دست می دهد. با استفاده از این آلگوریتم می توان با صرف زمانی به مراتب کمتر از حالت فیلتر ذره ای به تخمین دقیق موقعیت در حالتی که تعداد ماهواره های GPS دو عدد است، پرداخت.



شکل ۵. تخمین موقعیت با فیلتر ترکیبی ذره ای-کالمن و دو ماهواره

در جدول ۱ نتایج تخمین موقعیت در تکرارهای مختلف با استفاده از فیلتر کالمن و فیلتر ترکیبی ذره ای-کالمن برای حالت دو ماهواره آورده شده است. مقایسه در صد خطای نسی در تکرارهای مشابه برای دو الگوریتم نشان می دهد که موقیت تخمین زده شده با استفاده از فیلتر ترکیبی ذره ای-کالمن به مراتب سریعتر از فیلتر کالمن به سمت موقعیت واقعی میل می کند.

جدول ۱. تخمین موقعیت با استفاده از فیلتر کالمن و فیلتر ترکیبی ذره ای-کالمن برای حالت دو ماهواره

تکرار k ام	تخمین موقعیت با استفاده از فیلتر کالمن	در صد خطای نسی	تخمین موقعیت با استفاده از فیلتر ترکیبی ذره ای-کالمن	در صد خطای نسی	موقعیت واقعی
k=۱۰۰	۴۹۹۰۰	%۸۹۸	۹۵۰۰	%۹۰	۵۰۰۰
k=۲۰۰	۳۸۰۰۰	%۱۵۳	۱۸۰۰۰	%۲۰	۱۵۰۰۰
k=۴۰۰	۴۱۰۰۰	%۱۰۵	۲۰۵۰۰	%۲۵	۲۰۰۰۰

۵. نتیجه گیری

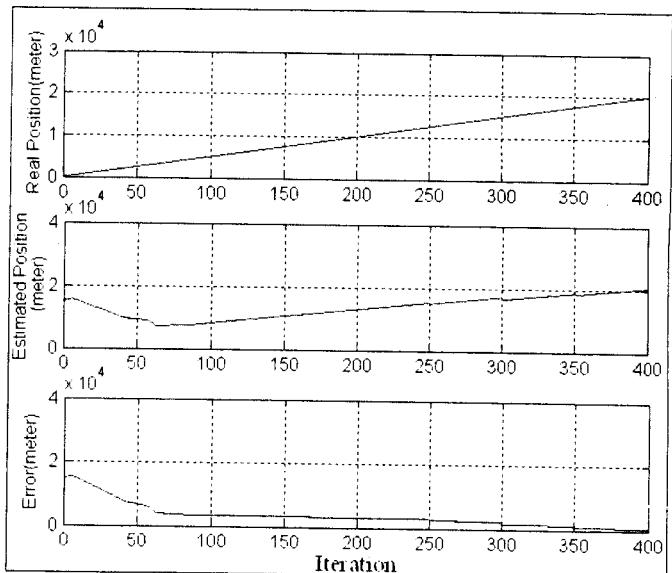
در این مقاله، با استفاده از شبیه سازی نشان دادیم که استفاده از فیلتر کالمن توسعه یافته در یک سیستم ناوبری ترکیبی GPS/INS در حالت دو ماهواره نمی تواند تخمین خوبی از موقعیت

با استفاده از کمیت های محاسبه شده توسط فیلتر کالمن داریم:

$$\begin{aligned} \hat{x}_{t|t-1}^{k,i} &= E_{p(x_t^k | x_{t-1}^{p,i})}[x_t^k] \\ p_{t|t-1}^{k,i} &= E_{p(x_t^k | x_{t-1}^{p,i})}[(x_t^k - \hat{x}_{t|t-1}^{k,i})^2] \end{aligned} \quad (56)$$

تخمین متوسط مینیمم مربعهای x_t^k و کوواریانس آن بصورت زیر محاسبه می گردد:

$$\begin{aligned} \hat{x}_{t|t}^{k,MMS} &= E_{p(x_t^k | y_{1:t})}[x_t^k] \cong \sum_{i=1}^N \varpi_k^{(i)} x_{t|t-1}^{k,i} \\ p_{t|t}^{k,MMS} &= E_{p(x_t^k | y_{1:t})}[(x_t^k - \hat{x}_{t|t}^{k,MMS})^2] \\ &\cong p_{t|t-1}^k + \sum_{i=1}^N \varpi_k^{(i)} (\hat{x}_{t|t-1}^{k,i} - \hat{x}_{t|t}^{k,MMS})^2 \end{aligned} \quad (57)$$



شکل ۶. تخمین موقعیت با فیلتر ترکیبی ذره ای-کالمن و سه ماهواره

توجه شود که کوواریانس های فیلتر کالمن همگی مشابهند، بنابراین کافی است که $p_{t|t-1}^{k,i} = p_{t|t-1}^k$ را برای هر بار تکرار آلگوریتم، بهنگام برسانیم. برای قسمت غیرخطی نیز می توان مشابه روابط بالا عمل کرد.

نتایج شبیه سازی با استفاده از این روش در شکل های (۵) و (۶) آورده شده است. در این شبیه سازی $N = 500$ فرض شده است. این شکل ها به ترتیب تخمین موقعیت را برای حالت دو ماهواره و سه ماهواره نشان می دهد. با مقایسه این دو شکل نتیجه می شود که همگرایی الگوریتم پیشنهادی در صورت استفاده از سه ماهواره نسبت به دو ماهواره اندکی بهبود می یابد، ولی پس از ۴۰۰ تکرار

- Trans. On Signal Processing, Vol. 50, No. 2, February 2002.
- [12] Yufei Huanh, Peter, M., Djuri, "A New Importance Function for Particle Filtering and Its Application to Blind Detection in Flat Fading Channels", Proceeding of the 3rd International Conference on Inverse Problems in Engineering: Theory and Practice, Port Ludlow, Washington, USA, June 13-18 1999.
- [13] Schon, T., Gustafsson, F., Nordlund, P.J., "Marginalized Particle Filters for Mixed Linear/Nonlinear State-Space Models", IEEE Transactions on Signal Processing Volume 53, N 7, July 2005 Page(s): 2279 – 2289.
- را بدست آورد. به همین دلیل، از فیلتر ذره‌ای استفاده کردیم. در این فیلتر تخمین دقیق موقعیت نیاز به تعداد زیادی نمونه دارد و زمان اجرای شبیه‌سازی طولانی است. با استفاده از فیلتر ترکیبی ذره‌ای-کالمن می‌توان زمان اجرای شبیه‌سازی را با حفظ دقت مورد نظر به مراتب کمتر کرد.
- ### مراجع
- [1] محمددادی، غ.، سیستم موقعیت یاب جهانی و سیستم ناوبری اینرسی، سمینار کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد، تیرماه ۱۳۸۱.
 - [2] محمددادی، غ.، "فیلترهای ذره‌ای در ناوبری"، پایان نامه کارشناسی ارشد برق-کنترل، دانشکده مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد، شهریور ماه ۱۳۸۲.
 - [3] محمددادی، غ.، پریز، ن.، "تخمین موقعیت در یک سیستم ناوبری ترکیبی GPS/INS با استفاده از فیلترهای جزئی" یازدهمین کنفرانس مهندسی برق ایران، دانشگاه شیراز، ص ۱-۸، فروردین ۱۳۸۲.
 - [4] Mark, L., Psiaki, "Satellite Orbit Determination Using a Single-Channel Global Positioning System Receiver", University of Minnesota IMA Workshop on Mathematical Challenges in GPS, August 16-18, 2000.
 - [5] Rickard Karlsson, Thomas Schön, Fredrik Gustafsson, "Complexity Analysis of the Marginalized Particle Filter", IEEE Transactions on Signal Processing, 53(11): Nov. 2005, 4408-4411.
 - [6] Xiao-Li, Hu, Thomas, B., Schön, Lennart Ljung, "A Basic Convergence Result for Particle Filtering" IEEE Transactions on Signal Processing, 56(4):1337-1348, Apr. 2008.
 - [7] Papavasiliou, A., "A Uniformly Convergent Adaptive Particle Filter", J. Appl. Probab. Volume 42, Number 4, 2005, pp. 1053-1068.
 - [8] Jacek Osiewalski, "Numerical Tools for the Bayesian Analysis of Stochastic Frontier Models", IEEE Transactions On Signal Processing, Vol. 50, No. 3, March 2002.
 - [9] Arnaud Doucet, Simon Godsill, Christophe Andrieu, "Sequential Monte Carlo Sampling Methods for Bayesian Filtering", Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control, Sydney, Australia, December, 2000.
 - [10] Carnie Hue, Jean Pierre, Le Carde, "Sequential Monte Carlo Methods for Multiple Target Tracking and Fussion", IEEE Trans. On Signal Processing, Vol. 50, No. 2, February 2002.
 - [11] Gier Storvik, "Particle Filters for State Space Models with the Presence of Unknown Static Parameters", IEEE