



حل تحلیلی معادله دو بعدی جریان در مقاطع مرکب متقارن با دیواره‌های قائم

- سید محمدرضا علوی مقدم، استادیار گروه عمران، دانشگاه آزاد اسلامی مشهد،
alavimoghaddam@yahoo.com
- سید محمود حسینی، دانشیار گروه عمران، دانشگاه فردوسی مشهد

خلاصه

راه حل‌های تحلیلی که عموماً برای مسائلی با شرایط هندسی و محیطی ساده از یک مساله پیچیده و غیر قابل حل تحلیلی ارایه می‌شوند، به عنوان نقاط مرجعی در صحت سنجی روش‌های عددی و طرح‌ریزی اولیه پژوهش‌های آزمایشگاهی به کار می‌آیند. در این مقاله معادلاتی جبری و بسیار آسان برای حل معادلات دو بعدی جریان در کانال‌های مرکب متقارن با دیواره‌های قائم ارایه می‌شود. از آنجائیکه تحقیقات بر روی کانال‌های مرکب به دلیل شرایط هیدرولیکی خاص آنها و همچنین فراوانی این مقاطع در رودخانه‌ها و آبراهه‌های طبیعی مورد توجه بسیاری از پژوهشگران هیدرولیک است، حل تحلیلی مذکور می‌تواند در طرح‌ریزی مدل مفهومی پژوهش، تعیین ابعاد اولیه در تحقیقات آزمایشگاهی و صحت‌سنجی مدل‌های عددی بکار آید. در این مقاله پس از استخراج این معادلات از معادلات متوسط‌گیری شده ناویر-استوکس در عمق کانال، نتایج آنها با تعدادی داده‌های آزمایشگاهی دقیق و همچنین نتایج حاصل از حل معمول عددی مقایسه می‌شود.

واژه‌های کلیدی: حل تحلیلی، کانال مرکب، معادله Shiono و Knight.

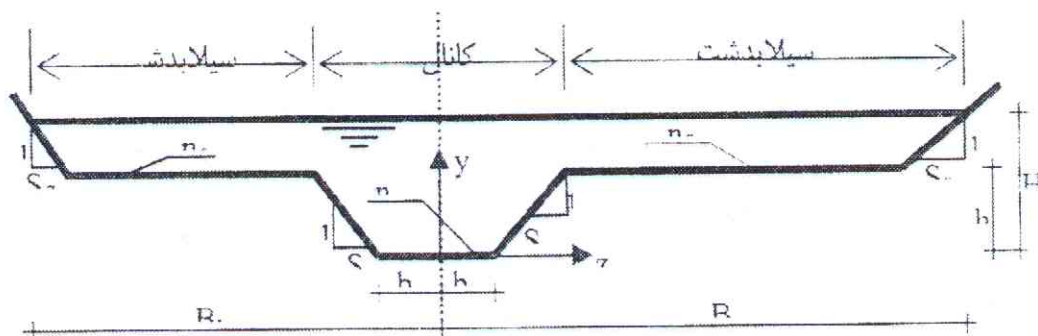
مقدمه

توسعه روش‌های عددی حل معادلات دیفرانسیل از یکسو و تولید رایانه‌های پیشرفته از سوی دیگر موجب شده است که امکان حل معادلات جریان آب در کانال‌های باز در بسیاری از شرایط مرزی پیچیده و در فضاها دو یا حتی سه بعدی امکان‌پذیر گردد. عموماً برای صحت سنجی روش‌های عددی و ارزیابی میزان خطای این روش‌ها، مطالعات آزمایشگاهی یا میدانی متناسب با مساله مورد نظر صورت می‌پذیرد و سپس داده‌هایی با دقت و اعتبار مطلوب اندازه‌گیری می‌شود. مقایسه مقادیر برآوردی روش عددی مربوطه با داده‌های تجربی، اعتبار و میزان دقت یا خطای روش را معین می‌کند. اما انجام مطالعات آزمایشگاهی یا میدانی، غالباً نیازمند صرف زمان و هزینه می‌باشند و امکانات سخت افزاری و

نیروی انسانی خاصی را مطالبه می‌کنند. یکی از ابزارهای معمول و مورد استفاده در توسعه یک روش عددی، علاوه بر مطالعات تجربی مورد نیاز، بهره‌گیری از حل تحلیلی مساله در شرایط مرزی و محیطی ساده‌سازی شده، است. هرچند حل تحلیلی جایگزین اطلاعات تجربی نمی‌شود، اما در کنار آنها و عموماً به عنوان یک آغازگر یا ابزار کمکی، در طرح‌ریزی مدل مفهومی پژوهش، ارزیابی اولیه روش عددی، واسنجی اولیه پارامترهای دخیل در مساله و تعیین ابعاد و مقادیر اولیه در مطالعات آزمایشگاهی یا میدانی، به شدت بکار می‌آید. به عبارتی می‌توان گفت که در این شرایط، هرچند حل‌های تحلیلی تمامی ابعاد مساله واقعی را روشن و نورانی نمی‌کنند، اما بر برخی از جوانب و ابعاد مساله پرتویی می‌افکنند که چه بسا در آغاز راه یا میانه آن بسیار راهگشا باشند. در هر حال این راه‌های تحلیلی را می‌توان به عنوان «نقاط مرجع» در کاربری مذکور یا دیگر شرایط مانند کاربری‌های آموزشی کلاسیک مورد توجه قرار داد.

مقاله حاضر در پی آن است که حلی تحلیلی برای محاسبه توزیع سرعت دوبعدی در مقطع عرضی جریان در یک کانال مرکب با شرایط هندسی ساده‌سازی شده ارائه نماید. کانال‌های مرکب، همانند آنچه در شکل ۱ مشاهده می‌شود، دارای مقطع عرضی متشکل از یک ناوه در تراز ارتفاعی پایینتر و یک یا دو پهنه سیلگیر در تراز ارتفاعی بالاتر می‌باشند که به ترتیب تحت عناوین «کانال اصلی» و «سیلابدشت» نامیده می‌شوند. این کانال‌ها با تنوع در ابعاد هندسی (عرض، ارتفاع و شیب‌های جانبی کانال اصلی و سیلابدشت)، مقطع عرضی عمومی بسیاری از رودخانه‌های آبرفتی و آبراهه‌های طبیعی را تشکیل می‌دهند. این مقاطع به دلیل شرایط هندسی خاص خود، واجد شرایط هیدرولیکی خاص و پیچیده‌ای می‌باشند که توجه بسیاری از پژوهشگران هیدرولیک را به خود جلب نموده است. از سوی دیگر شناخت دقیق رفتار هیدرولیکی این مقاطع با توجه به اهمیت تحلیل‌های هیدرولیکی دقیق در طرح‌های مهندسی رودخانه و کنترل و هشدار سیل، در دستور کار برخی سازمان‌ها و مراکز تحقیقاتی عمده در کشورهای پیشرفته می‌باشد. در شرایط اصطلاحاً سیلابی که جریان در هر دو بخش کانال اصلی و سیلابدشت روان است، سرعت متوسط جریان در این دو بخش دارای اختلاف فاحشی است، بگونه‌ای که جریان در کانال اصلی با سرعتی به مراتب بیشتر از سیلابدشت حرکت می‌کند. این اختلاف موجب بروز تنش برشی داخلی قابل توجهی مابین جریان‌های در حال عبور از این دو ناحیه می‌شود و این عامل نیز به نوبه خود، ساختارهای آشفتگی را ایجاد می‌کند که سبب ساز شکل‌گیری جریان‌های ثانویه پیچیده‌ای می‌گردد. این جریان‌های ثانویه از یکسو در پلان و مقطع عرضی و از سوی دیگر در مقیاس‌های کوچک و بزرگ در این کانال‌ها مشاهده می‌شود [1]. لذا در این کانال‌ها عموماً با یک جریان ماهیتاً غیر یک بعدی سروکار داریم. این رفتار، در کانال‌های مرکب دارای پیچ و خم در پلان، کاملاً سه بعدی و در کانال‌های مرکب مستقیم و منشوری، با دقت قابل قبولی، دو بعدی است. لذا از

حدود یک دهه قبل محور پژوهش‌ها در زمینه هیدرولیک کانال‌های مرکب از فضای یک بعدی به بررسی‌های دو یا سه بعدی گردش نمود [2] که در واقع به علت عدم کفایت دیدگاه‌ها یا مدل‌های یک بعدی بود. این در حالی است که همانند بسیاری شرایط دیگر در هیدرولیک کانال‌های باز، معادلات دیفرانسیل حاکم با توجه به شرایط هندسی و امکان تنوع عوامل هیدرولیکی و محیطی عموماً به صورت تحلیلی قابل حل نمی‌باشند و لزوم استفاده از روش‌های عددی کاملاً وجود دارد. در ادامه، ابتدا معادله حاکم بر جریان در شرایط دو بعدی و روش‌های حل آن معرفی می‌شود. سپس برای یک شرایط خاص هندسی، یعنی مقطع مرکب متقارن با دیواره‌های قائم در کانال اصلی و سیلابدشت، که معادله دیفرانسیل حاکم، قابل حل تحلیلی است، نتیجه حل در شکل معادلاتی ساده و جبری ارائه می‌شود. جهت اطمینان از صحت استخراج روابط حل تحلیلی، نتایج حاصل از آنها با داده‌های آزمایشگاهی چندی مقایسه خواهد شد.



شکل ۱: کانال مرکب و معرفی پارامترهای آن

نتیجه گیری

از آنجایی که حل تحلیلی معادلات دیفرانسیل در مسایل مهندسی و در شرایط مرزی و محیطی ساده‌سازی شده، از اهمیت و کاربرد فراوانی برخوردار است و همچنین نظر به رویکرد زیاد محققین هیدرولیک به تحلیل جریان در کانال‌های مرکب، در این مقاله، یک راه حل تحلیلی برای محاسبه توزیع سرعت متوسط‌گیری شده در عمق در کانال مرکب متقارن با دیواره‌های قائم، ارائه شده است. این حل تحلیلی بر روی معادله دیفرانسیل Shiono و Knight گسترش یافته است. جهت اطمینان از صحت فرایند استخراج روابط جبری ارائه شده، نتایج حاصل از حل تحلیلی، با تعدادی داده‌های دقیق آزمایشگاهی و همچنین نتایج حل عددی معادله دیفرانسیل مذکور مقایسه و تطبیق داده شده‌اند. از حل تحلیلی پیشنهادی می‌توان در تعیین ابعاد اولیه فلوم آزمایشگاهی، صحت سنجی روش‌های عددی، طرح‌ریزی مدل مفهومی پژوهش در تحقیقات نظری یا آزمایشگاهی در کانال مرکب و همچنین کاربری‌های کلاسیک و آموزشی بهره گرفت.

حل تحلیلی معادله دو بعدی جریان در مقاطع مرکب متقارن با دیواره‌های قائم

سید محمدرضا علوی مقدم¹، سید محمود حسینی²

1- استادیار گروه عمران، دانشگاه آزاد اسلامی مشهد

2- دانشیار گروه عمران، دانشگاه فردوسی مشهد

alavimoghaddam@yahoo.com

خلاصه

راه حل‌های تحلیلی که عموماً برای مسائلی با شرایط هندسی و محیطی ساده از یک مساله پیچیده و غیر قابل حل تحلیلی ارائه می‌شوند، به عنوان نقاط مرجعی در صحت سنجی روش‌های عددی و طرح‌ریزی اولیه پژوهش‌های آزمایشگاهی به کار می‌آیند. در این مقاله معادلاتی جبری و بسیار آسان برای حل معادلات دو بعدی جریان در کانال‌های مرکب متقارن با دیواره‌های قائم ارائه می‌شود. از آنجائیکه تحقیقات بر روی کانال‌های مرکب به دلیل شرایط هیدرولیکی خاص آنها و همچنین فراوانی این مقاطع در رودخانه‌ها و آبراهه‌های طبیعی مورد توجه بسیاری از پژوهشگران هیدرولیک است، حل تحلیلی مذکور می‌تواند در طرح‌ریزی مدل مفهومی پژوهش، تعیین ابعاد اولیه در تحقیقات آزمایشگاهی و صحت‌سنجی مدل‌های عددی بکار آید. در این مقاله پس از استخراج این معادلات از معادلات متوسط‌گیری شده ناور-استوکس در عمق کانال، نتایج آنها با تعدادی داده‌های آزمایشگاهی دقیق و همچنین نتایج حاصل از حل معمول عددی مقایسه می‌شود.

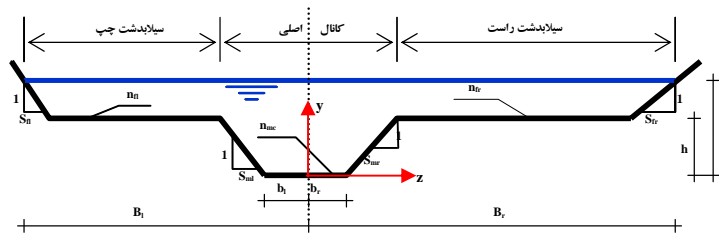
کلمات کلیدی: حل تحلیلی، کانال مرکب، معادله Knight و Shiono.

1. مقدمه

توسعه روش‌های عددی حل معادلات دیفرانسیل از یکسو و تولید رایانه‌های پیشرفته از سوی دیگر موجب شده است که امکان حل معادلات جریان آب در کانال‌های باز در بسیاری از شرایط مرزی پیچیده و در فضاهای دو یا حتی سه بعدی امکان‌پذیر گردد. عموماً برای صحت سنجی روش‌های عددی و ارزیابی میزان خطای این روش‌ها، مطالعات آزمایشگاهی یا میدانی متناسب با مساله مورد نظر صورت می‌پذیرد و سپس داده‌هایی با دقت و اعتبار مطلوب اندازه‌گیری می‌شود. مقایسه مقادیر برآوردی روش عددی مربوطه با داده‌های تجربی، اعتبار و میزان دقت یا خطای روش را معین می‌کند. اما انجام مطالعات آزمایشگاهی یا میدانی، غالباً نیازمند صرف زمان و هزینه می‌باشند و امکانات سخت‌افزاری و نیروی انسانی خاصی را مطالبه می‌کنند. یکی از ابزارهای معمول و مورد استفاده در توسعه یک روش عددی، علاوه بر مطالعات تجربی مورد نیاز، بهره‌گیری از حل تحلیلی مساله در شرایط مرزی و محیطی ساده سازی شده، است. هرچند حل تحلیلی جایگزین اطلاعات تجربی نمی‌شود، اما در کنار آنها و عموماً به عنوان یک آغازگر یا ابزار کمکی، در طرح‌ریزی مدل مفهومی پژوهش، ارزیابی اولیه روش عددی، واسنجی اولیه پارامترهای دخیل در مساله و تعیین ابعاد و مقادیر اولیه در مطالعات آزمایشگاهی یا میدانی، به شدت بکار می‌آید. به عبارتی می‌توان گفت که در این شرایط، هرچند حل‌های تحلیلی تمامی ابعاد مساله واقعی را روشن و نورانی نمی‌کنند، اما بر برخی از جوانب و ابعاد مساله پرتویی می‌افکنند که چه بسا در آغاز راه یا میانه آن بسیار راهگشا باشند. در هر حال این راه حل-های تحلیلی را می‌توان به عنوان «نقاط مرجع» در کاربری مذکور یا دیگر شرایط مانند کاربری‌های آموزشی کلاسیک مورد توجه قرار داد.

مقاله حاضر در پی آن است که حلی تحلیلی برای محاسبه توزیع سرعت دوبعدی در مقطع عرضی جریان در یک کانال مرکب با شرایط هندسی ساده سازی شده ارائه نماید. کانال‌های مرکب، همانند آنچه در شکل 1 مشاهده می‌شود، دارای مقطع عرضی متشکل از یک ناوه در تراز ارتفاعی پایینتر و یک یا دو پهنه سیلگیر در تراز ارتفاعی بالاتر می‌باشند که به ترتیب تحت عناوین «کانال اصلی» و «سیلابدشت» نامیده می‌شوند. این کانال‌ها با تنوع در ابعاد هندسی (عرض، ارتفاع و شیب‌های جانبی کانال اصلی و سیلابدشت)، مقطع عرضی عمومی بسیاری از رودخانه‌های آبرفتی و آبراهه‌های طبیعی را تشکیل می‌دهند. این مقاطع به دلیل شرایط هندسی خاص خود، واجد شرایط هیدرولیکی خاص و پیچیده‌ای می‌باشند که توجه بسیاری از پژوهشگران هیدرولیک را به خود جلب نموده است. از سوی دیگر شناخت دقیق رفتار هیدرولیکی این مقاطع با توجه به اهمیت تحلیل‌های هیدرولیکی دقیق در طرح‌های مهندسی رودخانه و کنترل و هشدار سیل، در دستور کار برخی سازمان‌ها و مراکز تحقیقاتی عمده در کشورهای پیشرفته می‌باشد. در شرایط اصطلاحاً سیلابی که جریان در هر دو بخش کانال اصلی و سیلابدشت روان است، سرعت متوسط جریان در این دو بخش دارای

اختلاف فاحشی است، بگونه‌ای که جریان در کانال اصلی با سرعتی به مراتب بیشتر از سیلابدشت حرکت می‌کند. این اختلاف موجب بروز تنش برشی داخلی قابل توجهی مابین جریان‌های در حال عبور از این دو ناحیه می‌شود و این عامل نیز به نوبه خود، ساختارهای آشفتگی را ایجاد می‌کند که سبب- ساز شکل‌گیری جریان‌های ثانویه پیچیده‌ای می‌گردد. این جریان‌های ثانویه از یکسو در پلان و مقطع عرضی و از سوی دیگر در مقیاس‌های کوچک و بزرگ در این کانال‌ها مشاهده می‌شود [1]. لذا در این کانال‌ها عموماً با یک جریان ماهیتاً غیر یک بعدی سروکار داریم. این رفتار، در کانال‌های مرکب دارای پیچ و خم در پلان، کاملاً سه بعدی و در کانال‌های مرکب مستقیم و منشوری، با دقت قابل قبولی، دو بعدی است. لذا از حدود یک دهه قبل محور پژوهش‌ها در زمینه هیدرولیک کانال‌های مرکب از فضای یک بعدی به بررسی‌های دو یا سه بعدی گردش نمود [2] که در واقع به علت عدم کفایت دیدگاه‌ها یا مدل‌های یک بعدی بود. این در حالی است که همانند بسیاری شرایط دیگر در هیدرولیک کانال‌های باز، معادلات دیفرانسیل حاکم با توجه به شرایط هندسی و امکان تنوع عوامل هیدرولیکی و محیطی عموماً به صورت تحلیلی قابل حل نمی‌باشند و لزوم استفاده از روش‌های عددی کاملاً وجود دارد. در ادامه، ابتدا معادله حاکم بر جریان در شرایط دو بعدی و روش‌های حل آن معرفی می‌شود. سپس برای یک شرایط خاص هندسی، یعنی مقطع مرکب متقارن با دیواره‌های قائم در کانال اصلی و سیلابدشت، که معادله دیفرانسیل حاکم، قابل حل تحلیلی است، نتیجه حل در شکل معادلاتی ساده و جبری ارائه می‌شود. جهت اطمینان از صحت استخراج روابط حل تحلیلی، نتایج حاصل از آنها با داده‌های آزمایشگاهی چندی مقایسه خواهد شد.



شکل 1: کانال مرکب و معرفی پارامترهای آن

2. معادله دیفرانسیل جریان در فضای دو بعدی

Shiono و Knight با انتگرال‌گیری در عمق از معادله «ناویر - استوکس» حاکم بر المانی از سیال در محیط جریان آزاد در یک کانال باز، رابطه زیر را به عنوان معادله توزیع سرعت متوسط‌گیری شده در عمق، برای کانالی با عمق جریان H ارائه داده‌اند [3]:

$$\rho g H S_0 - \frac{1}{8} \rho f U_d^2 \left(1 + \frac{1}{S^2} \right)^{1/2} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \rho \lambda H^2 \left(\frac{f}{8} \right)^{1/2} U_d \frac{\partial U_d}{\partial z} \right\} = \Gamma \quad (1)$$

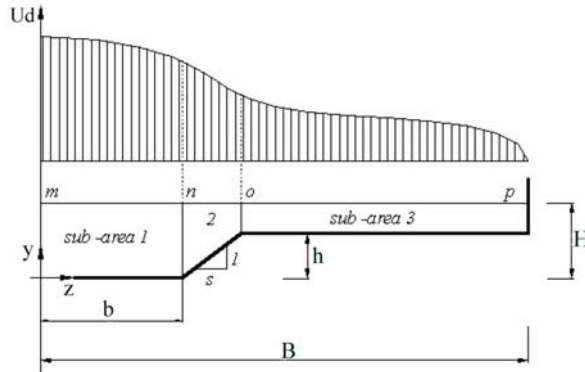
که در آن f ، ضریب اصطکاک داری، U_d ، سرعت متوسط‌گیری شده در عمق، S ، شیب جانبی کانال اصلی یا سیلابدشت، λ ضریب بدون بعد لزجت گردابه‌ای، z ، موقعیتی از عرض مقطع که سرعت آن محاسبه می‌شود و Γ عبارت جریان ثانویه می‌باشد و توسط معادله زیر بیان می‌شود [3]:

$$\Gamma = \frac{\partial}{\partial z} \{ H(\rho \overline{UV})_d \} \quad (2)$$

که در آن \overline{U} و \overline{V} به ترتیب سرعت‌های متوسط در دو راستای طولی (x) و عرضی (z) می‌باشند. برای یک کانال مرکب متقارن، شکل 2 می‌تواند در تعریف عوامل مؤثر در معادله 1 کمک نماید. تلاش‌های ارزشمندی جهت واسنجی عوامل مؤثر در این معادله، یعنی f ، λ و Γ برای کانال‌های مرکب با اتکا به اطلاعات آزمایشگاهی دقیق، توسط Shiono و Knight [3]، Knight و Abril [4]، و Ervine و همکاران [5] صورت پذیرفته است.

ضریب اصطکاک داری برای کانال اصلی (f_{mc}) را می‌توان طبق رابطه متعارف آن به ضریب زبری مانینگ (n) و شعاع هیدرولیکی (R) مرتبط ساخت (در روابطی که در ادامه می‌آید، زیرنویس های mc و fp به ترتیب اشاره به کانال اصلی و سیلابدشت دارند) [6]:

$$f_{mc} = \frac{8gn_{mc}^2}{R_{mc}^{1/3}} \quad (3)$$



شکل 2: تعریف برخی عوامل مؤثر در معادله دیفرانسیل Shiono و Knight [3]

Abril و Knight [4]، رابطه زیر را برای محاسبه ضریب اصطکاک داری در سیلابدشت (f_{fp}) پیشنهاد نموده‌اند:

$$f_{fp} = \left(\frac{n_{fp}}{n_{mc}}\right)^2 \left[0.669 + 0.331 H_r^{-0.719}\right] f_{mc} \quad (4)$$

Knight و Abril مقادیری را برای «ضریب بدون بعد لزجت گردابه‌ای»، در شرایط مختلف توصیه نموده‌اند که در این تحقیق از آن مقادیر استفاده شده است [7]. همچنین Abril و Knight [4]، مقدار ضریب بدون بعد لزجت گردابه‌ای را در کانال اصلی (λ_{mc}) برابر 0/07 و در سیلابدشت‌ها (λ_{fp})، بر مبنای رابطه زیر پیشنهاد داده‌اند:

$$\lambda_{fp} = (-0.2 + 1.2 H_r^{-1.44}) \lambda_{mc} \quad (5)$$

اما در خصوص عبارت جریان ثانویه (Γ)، در این تحقیق از توصیه Shiono و Knight [3] مطابق رابطه زیر استفاده شده است:

$$\Gamma = \beta_s \rho g H S_0 \quad (6)$$

که در آن β_s ضریب بدون بعدی است که در شرایط جریان غیر سیلابدشتی (جریان در کانال اصلی)، 0/05 و در جریان سیلابدشتی در مقاطع همگن، 0/15 برای کانال اصلی و 0/25- برای سیلابدشت‌ها توصیه شده است [6].

3. حل معادله دیفرانسیل Shiono و Knight

معادله دیفرانسیل Shiono و Knight تاکنون توسط روش‌های عددی اجزاء محدود و تفاضلات محدود حل شده و همچنین روش حل تحلیلی نیز برای آن ارائه شده است.

Knight و Abril [7]، با هدف واسنجی عوامل مؤثر در این معادله دیفرانسیل، آنرا با روش اجزاء محدود حل نموده‌اند.

از سوی دیگر معادله دیفرانسیل رابطه 1 را می‌توان با روش تفاضلات محدود نیز حل کرد. از آنجایی که این معادله، یک معادله دیفرانسیل

جزئی غیر خطی می‌باشد با اعمال تبدیل $U_d \frac{\partial U_d}{\partial z} = \frac{1}{2} \frac{\partial U_d^2}{\partial z}$ به یک معادله دیفرانسیل خطی تبدیل می‌شود که در حل آن به روش تفاضلات

محدود سهولت زیادی ایجاد می‌کند [6].

علاوه بر این توسط Shiono و Knight [3] و Ervine و همکاران [5] دو روش حل تحلیلی نسبتاً مشابه برای معادله دیفرانسیل Shiono و

Knight ارائه شده است. اختلاف ناچیز این دو روش از ساده سازی اعمال شده متفاوت، برای عبارت جریان ثانویه ناشی می‌شود. بکارگیری هر یک

از این دو روش حل تحلیلی، پس از اعمال شرایط مرزی، منجر به یک دستگاه معادلات غیر خطی می‌شود. تعداد معادلات و مجهولات این دستگاه

معادلات جبری، دو برابر تعداد زیر مقاطع کانال مرکب می‌باشد. طبیعتاً متقارن بودن کانال، باعث می‌شود که تعداد معادلات و مجهولات به نصف

کاهش یابد. به عنوان مثال اگر در شکل 2، کانال مرکب نشان داده شده متقارن باشد، با توجه به آنکه از سه زیر مقطع تشکیل شده است، دستگاه

معادلات حاصل از بکارگیری حل تحلیلی پیشنهادی، مشتمل بر 6 معادله خواهد بود و در صورت عدم تقارن، این تعداد به 12 عدد افزایش می‌یابد. غیر

خطی بودن دستگاه معادلات مذکور موجب می‌شود که حل آن مجدداً به روش‌های عددی نیازمند باشد. از اینرو است که در کاربردهای عملی مشاهده

شده در مقالات، از جمله مراجعی که در این مقاله نیز ذکر آنها رفت، حل عددی معادله دیفرانسیل Shiono و Knight به حل تحلیلی پیشنهادی، ترجیح داده شده است.

آنچه در ادامه به عنوان دستاورد این مقاله آورده می‌شود، نتایج حاصل از گسترش حل پیشنهادی Shiono و Knight برای مقطع مرکب متقارنی با دیواره‌های قائم در کانال اصلی و سیلابدشت است. در یک چنین مقطعی، با توجه به شکل 2، ناحیه شماره 2 که دارای کف شیبدار است، حذف می‌شود. این مقطع ساده در مسائل آموزشی و کلاسیک هیدرولیک و همچنین تحقیقات نظری و آزمایشگاهی در زمینه کانال‌های مرکب، بسیار پر کاربرد است. نمونه‌هایی از این پژوهش‌ها در مراجع [8] و [9] مورد مرور قرار گرفته‌اند. خوشبختانه گسترش حل تحلیلی فوق‌الذکر، برای مقاطع مرکب فاقد شیب جانبی در کانال اصلی و سیلابدشت، منجر به روابط جبری ساده شده‌ای گردید که به راحتی قابل استفاده می‌باشند. توابع محاسباتی سرعت متوسط گیری شده در عمق برای دو ناحیه 1 (کانال اصلی) و 2 (سیلابدشت)، به ترتیب U_1 و U_2 ، توسط روابط زیر بیان می‌شوند:

$$U_1 = [C_{11}e^{\gamma_1 z} + C_{12}e^{-\gamma_1 z} + D_1]^{1/2} \quad (7)$$

$$U_2 = [C_{21}e^{\gamma_2 z} + C_{22}e^{-\gamma_2 z} + D_2]^{1/2} \quad (8)$$

که در آنها:

$$\gamma_1 = \left(\frac{2}{\lambda_{mc}}\right)^{1/2} \left(\frac{f_{mc}}{8}\right)^{1/4} \frac{I}{H} \quad (9)$$

$$\gamma_2 = \left(\frac{2}{\lambda_{fp}}\right)^{1/2} \left(\frac{f_{fp}}{8}\right)^{1/4} \frac{I}{H-h} \quad (10)$$

$$D_1 = \frac{8g S_0 H}{f_{mc}} (1 - \beta_{smc}) \quad (11)$$

$$D_2 = \frac{8g S_0 (H-h)}{f_{fp}} (1 - \beta_{sfp}) \quad (12)$$

در صورتیکه $e_1 = \exp(\gamma_1)$ ، $e_2 = \exp(\gamma_2)$ ، $e_{11} = \exp(\gamma_1 b)$ ، $e_{21} = \exp(\gamma_2 b)$ و $e_{22} = \exp(\gamma_2 B)$ تعریف شوند، ضرایب ثابت روابط 7 و 8 به شرح زیر قابل محاسبه‌اند:

$$C_{11} = C_{12} = \frac{N_2 O_1 - N_1 O_2}{M_1 N_2 - M_2 N_1} \quad (13)$$

$$C_{22} = \frac{M_2 O_1 - M_1 O_2}{M_2 N_1 - M_1 N_2} \quad (14)$$

$$C_{21} = -\frac{1}{e_{22}^2} C_{22} - \frac{D_2}{e_{22}} \quad (15)$$

که در آنها:

$$M_1 = \frac{e^{2\gamma_1} + 1}{e_{11}} \quad \text{و} \quad N_1 = \frac{e^{2\gamma_1} - e^{2\gamma_2}}{e_{21} e_{22}^2} \quad \text{و} \quad O_1 = \frac{e_{22} - e_{21}}{e_{22}} D_2 - D_1 \quad (16)$$

$$M_2 = \frac{e^{2\gamma_1} - 1}{e_{11}} \gamma_1 \quad \text{و} \quad N_2 = \frac{e^{2\gamma_1} + e^{2\gamma_2}}{e_{21} e_{22}^2} \gamma_2 \quad \text{و} \quad O_2 = -\frac{e_{21}}{e_{22}} \gamma_2 D_2 \quad (17)$$

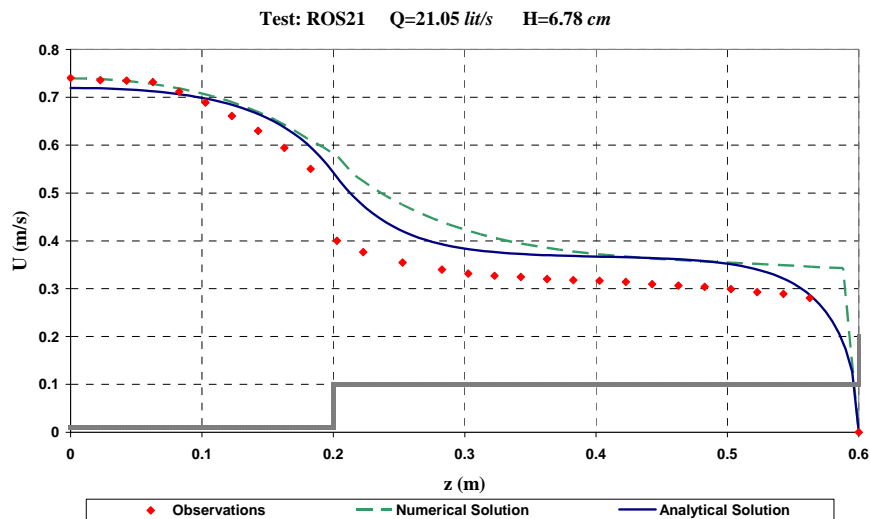
4. ارزیابی صحت روش حل تحلیلی پیشنهادی

به منظور ارزیابی صحت روابط استخراج شده فوق که به عنوان حل تحلیلی معادله دیفرانسیل Shiono و Knight در کانال‌های مرکب متقارن با دیواره‌های قائم ارائه گردید، از مقایسه نتایج حل تحلیلی با تعدادی داده‌های دقیق آزمایشگاهی و همچنین نتایج حل عددی، استفاده می‌شود. لازم به توضیح آنکه، هدف از صحت سنجی که در ادامه آورده می‌شود، اطمینان از استخراج صحیح روابط حل تحلیلی است و نه ارزیابی واسنجی صحیح عوامل موثر در معادله Shiono و Knight. در واقع ارزیابی صحت استخراج این روابط تحلیلی، تنها از طریق کنترل مجدد فرایند استخراج آنها منطقی است و نه لزوماً مقایسه نتایج با مقادیر مشاهداتی یا محاسباتی از طرق دیگر که این مهم توسط نگارندگان صورت پذیرفته است. مقایسه مقادیر

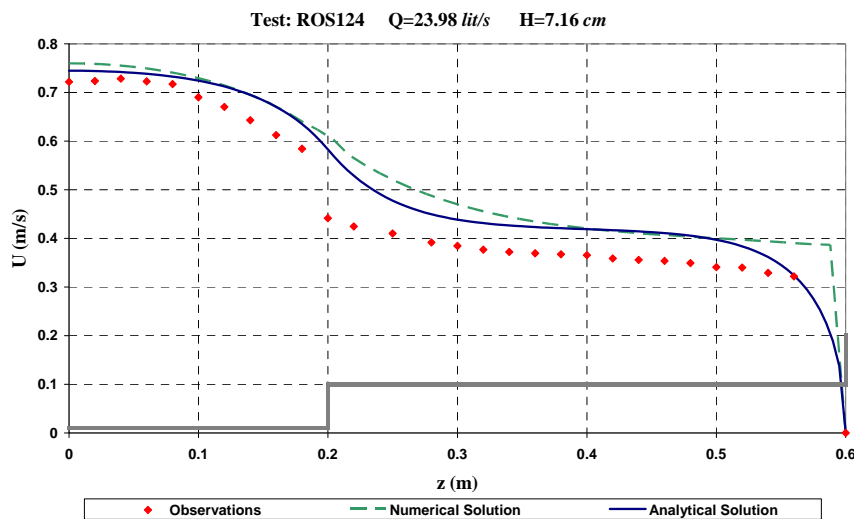
محاسباتی روابط تحلیلی با مقادیر مشاهداتی آزمایشگاهی و نتایج ناشی از حل عددی معادله دیفرانسیل، تنها به منظور تکمیل این پژوهش و مستندسازی نتایج حل تحلیلی مذکور ارائه می‌گردد.

کانال مرکب متقارن با دیواره‌های قائم، از جمله مقاطع مرکبی است که مورد توجه پژوهشگران هیدرولیک، خصوصاً در بررسی‌های آزمایشگاهی، به وفور قرار گرفته است. از میان آنها، داده‌های آزمایشگاهی Atabay [10] به عنوان نمونه انتخاب شده است. آزمایش‌های مربوطه، در فلولمی آزمایشگاهی با طول موثر 18 متر و عرض کل 120 سانتی متر که در آن مقطع مرکب متقارنی، دارای کانال اصلی به عمق 5 سانتی متر و دو سیلابدشت هریک به عرض 40 سانتی متر احداث گردیده، صورت پذیرفته است. از جمله اطلاعات برداشت شده که در این مقاله استفاده می‌شود، مقادیر توزیع سرعت متوسط گیری شده در عمق است.

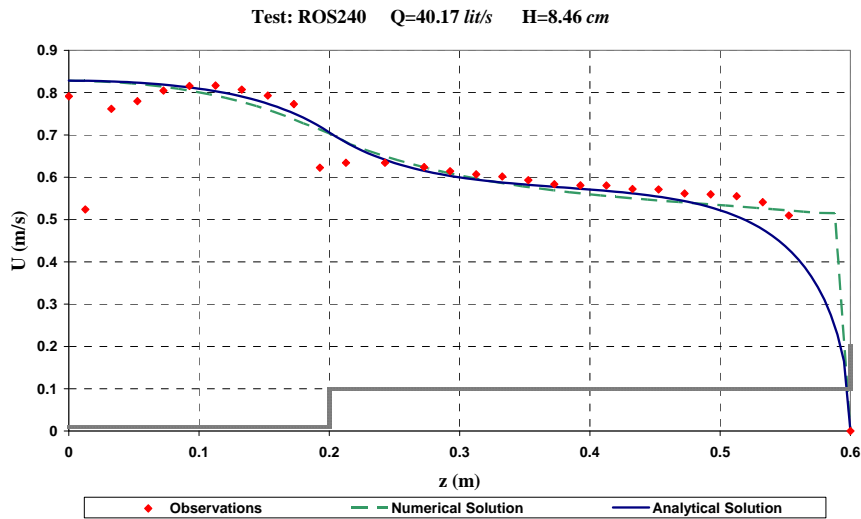
در شکل‌های 3 الی 6، نتایج حاصل از حل تحلیلی پیشنهادی این مقاله در کانال آزمایشگاهی Atabay، با مقادیر آزمایشگاهی و همچنین نتایج حاصل از حل عددی، مقایسه شده‌اند. مقادیری که معرف آزمایش مربوطه‌اند در بالای هر شکل توضیح داده شده است. در این رابطه، Q دبی جریان و H عمق آب در کانال اصلی است. همانگونه که مشاهده می‌شود، از انطباق مطلوب مقادیر حل تحلیلی با داده‌های آزمایشگاهی و نتایج حل عددی، می‌توان از صحت فرایند استخراج روابط حل تحلیلی اطمینان حاصل نمود.



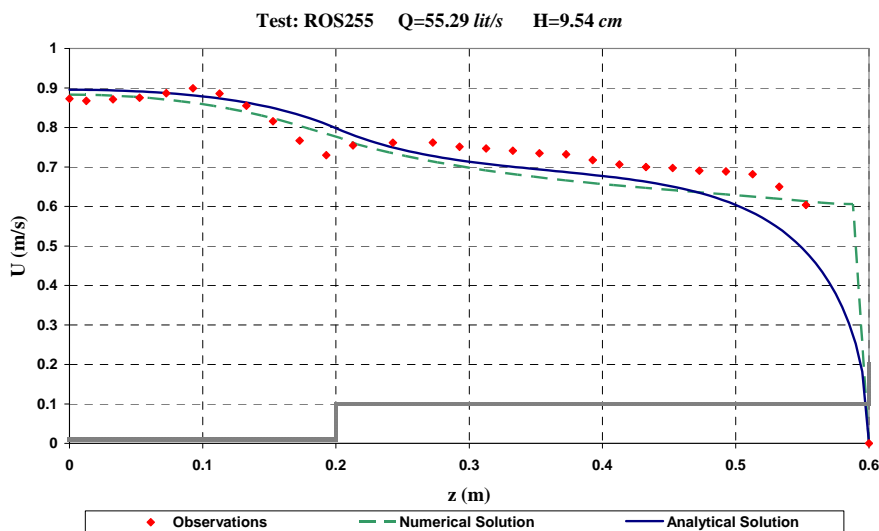
شکل 3: مقایسه مقادیر حل تحلیلی با مقادیر مشاهداتی و نتایج حل عددی در آزمایش ROS21



شکل 4: مقایسه مقادیر حل تحلیلی با مقادیر مشاهداتی و نتایج حل عددی در آزمایش ROS124



شکل 5: مقایسه مقادیر حل تحلیلی با مقادیر مشاهداتی و نتایج حل عددی در آزمایش ROS240



شکل 6: مقایسه مقادیر حل تحلیلی با مقادیر مشاهداتی و نتایج حل عددی در آزمایش ROS255

5. نتیجه گیری

از آنجایی که حل تحلیلی معادلات دیفرانسیل در مسائل مهندسی و در شرایط مرزی و محیطی ساده سازی شده، از اهمیت و کاربرد فراوانی برخوردار است و همچنین نظر به رویکرد زیاد محققین هیدرولیک به تحلیل جریان در کانال‌های مرکب، در این مقاله، یک راه حل تحلیلی برای محاسبه توزیع سرعت متوسط گیری شده در عمق در کانال مرکب متقارن با دیواره‌های قائم، ارائه شده است. این حل تحلیلی بر روی معادله دیفرانسیل Shiono و Knight گسترش یافته است. جهت اطمینان از صحت فرایند استخراج روابط جبری ارائه شده، نتایج حاصل از حل تحلیلی، با تعدادی داده‌های دقیق آزمایشگاهی و همچنین نتایج حل عددی معادله دیفرانسیل مذکور مقایسه و تطبیق داده شده‌اند. از حل تحلیلی پیشنهادی می‌توان در تعیین ابعاد اولیه فلوم آزمایشگاهی، صحت سنجی روش‌های عددی، طرح ریزی مدل مفهومی پژوهش در تحقیقات نظری یا آزمایشگاهی در کانال مرکب و همچنین کاربری‌های کلاسیک و آموزشی بهره گرفت.

6. مراجع

1. Alavi Moghaddam, S. M. R. and Hosseini, S. M. (2008). "Experimental observations of gradually varied flow formation in compound channels." Proc. Of 2nd International Symposium on Shallow Flows, Hong Kong.
2. Knight, D. W. (2001). "Conveyance in 1-D river models", HR Wallingford Report.
3. Shiono, K. and Knight, D. W. (1991). "Turbulent open- channel flows with variable depth across the channel.", J. of Fluid Mech., 222, 617- 646.
4. Abril, J. B. and Knight, D. W. (2004). "Stage- discharge prediction of rivers in flood applying a depth-averaged model.", J. Hyd. Res, 42(6), 616- 629.
5. Ervine, D. A., Babaeyan- Koopaei, K. and Sellin, R. H. J. (2000). "Two- dimensional solution for straight and meandering overbank flows.", J. Hyd. Eng., ASCE, 126(9), 653- 669.
6. ظهیری، ع، و ایوب زاده، س. ع. (1384). "مطالعه آزمایشگاهی پروفیل های سطح آب در مقاطع مرکب." مجموعه مقالات پنجمین کنفرانس هیدرولیک ایران، کرمان، ایران، جلد 2، 1079-1087.
7. Knight, D. W. and Abril, J. B. (1996). "Refined calibration of a depth- averaged model for turbulent flow in a compound channel.", Proc. Instn Civ. Engrs Wat., Marit. & Energy, 118, 151- 159.
8. Alavi Moghaddam, S. M. R. and Hosseini, S. M. (2008). "Accuracy of energy and momentum principles for gradually varied analysis of flow through compound channels." Journal of Dam Engineering, Vol. XIX, Issue 1, P 5-28.
9. علوی مقدم، س. م. ر.، حسینی، س. م. و ادیب اصل، ع. (1385). "بررسی عملکرد روش های برآورد ظرفیت انتقال در کانال های مرکب مستقیم با زبری یکنواخت." مجموعه مقالات هفتمین سمینار بین المللی مهندسی رودخانه، اهواز، ایران.
10. Atabay, S. and Knight D. W. (2006). "1-D modeling of conveyance, boundary shear and sediment transport in overbank flow.", J. Hyd. Res. , IAHR, 44(6), 739-754.