

شبیه سازی عددی امواج غبار-صوتی در محیط پلاسمای غبارآلود شامل یونهای غیر گرمائی و ذرات غبار باردار منفی.

پروانه محمدزاده الهوردیخانی^۱، صفا جامی^۲، کورش جاویدان^۳.

۱-۲- گروه فیزیک، دانشگاه آزاد اسلامی، مشهد. ۳- گروه فیزیک، دانشگاه فردوسی، مشهد.

چکیده

در این مقاله ابتدا معادله انتشار موج غبار-صوتی را در یک پلازما شامل الکترونهای بولتزمنی، یونهای غیر گرمائی و ذرات غبار باردار منفی بدست می آوریم. با استفاده از روش تفاضل متناهی معادله غیرخطی به دست آمده را شبیه سازی عددی می کنیم. سپس اثر تغییرات پارامترهای پلاسمایی را روی مشخصات موج سالیتری (دامنه و پهنا) بررسی کرده و در نهایت پایداری موج سالیتری را در پلاسمای غبارآلود غیر همگن بررسی می کنیم.

Simulation of dust acoustic wave in dusty plasma including non-thermal ions and negative dust particles.

Parvane mohamadzade alahverdikhani, Safa Jami, Kurosh Javidan

^{1,2} Department of Physics, Azad University of Mashhad, Mashhad, Iran

³ Department of Physics, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

Abstract

Propagation of dust acoustic solitary waves in dusty plasmas with Boltzman distributed electrons, non-thermal ions and negative dust particles has been in. Using finit diference, we simulated non-linear equation. Then, we studied parameter changes of plasma with regord to solitary wave character (width and amplitude). Finally, we studied solitary wave stability in an inhomgenuse dusty plasma.

PACS No.52

در این مقاله، ابتدا معادله انتشار امواج سالیتری غبار-صوتی را با استفاده از روش تفاضل متناهی شبیه سازی عددی می کنیم و سپس اثر پارامترهای مختلف را بروی مشخصات سالیتون و پایداری آن بررسی می کنیم در مرحله بعد با تغییر شرایط محیط به صورت اختلالی جایگزیده تابع مکان در هر یک از پارامترهای پلاسمایی اثر آن ها را در مشخصات موج سالیتری و پایداری موج بررسی می کنیم.

معادلات پایه سیستم و ضرایب نرمالیزه:
پلاسمای چند مولفه ای شامل الکترونهای بولتزمنی و یونهای غیر گرمائی و ذرات غبار سنگین با ابعاد میکرون و بار منفی را در نظر می گیریم. در این صورت با در نظر گرفتن پلاسمای نامغناطیده بی برخورد معادلات پایه سیستم با فرض اینکه ذرات فقط در یک راستا حرکت می کنند به شکل زیر خواهد بود:

$$\frac{\partial u_d}{\partial t} + u_d \frac{\partial u_d}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (1)$$

مقدمه

وجود دانه های غبار باردار شده در محیط های متنوعی مثل حلقه های سیاره زحل، دنباله ستاره های دنباله دار و ابرهای بین ستارگان ... [1-2] همچنین در پلاسمای آزمایشگاهی [3-4] باعث ایجاد پدیده های موجی متنوعی می شود. از آن جمله [5] در یک پلاسمای غبارآلود نامغناطیده، وجود امواج غبار-صوتی با سرعت فاز فوق العاده پائین را پیش بینی کرده است در حالیکه در فرکانسهای بالاتر امواج غبار یون- صوتی در پلاسمایی که شامل یون و الکترون و ذرات غبار باردار منفی است توسط [6] پیش بینی شده است. هردوی این امواج الکتروستاتیکی بطور تجربی در آزمایشگاه مشاهده و بررسی شده اند [7]. اکثر مطالعات موجود به طور عمده به پلاسمای غباری همگن مربوط اند. در حالیکه آزمایشگاه و یا در فضا با پلاسمای غیر همگن روبرو هستیم که شرایط محیطی بر انتشار امواج تاثیر می گذارد.

$$n_d = 1 + \xi^1 n_{d1} + \xi^2 n_{d2} + \xi^3 n_{d3} + \dots \quad (5)$$

$$\varphi = \xi^1 \varphi_1 + \xi^2 \varphi_2 + \xi^3 \varphi_3 + \dots$$

$$u_d = \xi^1 u_{d1} + \xi^2 u_{d2} + \xi^3 u_{d3} + \dots$$

معادلات فوق را در معادلات پایه سیستم یعنی روابط (۱،۲،۳،۴) قرار داده و ضرایب توانهای یکسان ξ^i را مساوی هم قرار می-دهیم، در پایین ترین مراتب توان ξ^i جملاتی به دست می آید طی چند مرحله عملیات جایگزینی، می توانیم معادله تحول زمانی ذیل را برای پتانسیل الکتروستاتیکی به دست آوریم:

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial \tau} + A \varphi_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial \xi} + B \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial \xi^2} = 0 \quad (6)$$

که ضرائب A, B به صورت ذیل هستند:

$$A = \frac{-3}{2} \left[\frac{\mu \sigma_i + 3\alpha \mu \sigma_i - \alpha + 1}{(1-\mu)(1+3\alpha)} \right]^{-1/2} - \left[\frac{\mu \sigma_i + 3\alpha \mu \sigma_i - \alpha + 1}{(1-\mu)(1+3\alpha)} \right]^{-1/2} \frac{\mu \sigma_i^2}{2(1-\mu)}$$

$$B = \frac{1}{2} \left[\frac{\mu \sigma_i + 3\alpha \mu \sigma_i - \alpha + 1}{(1-\mu)(1+3\alpha)} \right]^{-1/2} \quad (7)$$

A ضریب جمله غیرخطی و B ضریب جمله پاشندگی در معادله (۶) به صورت تابعی پیچیده از پارامترهای پلاسمایی مانند α, μ, σ_i هستند. علامت ضریب A به مقدار پارامترهای α, μ, σ_i وابسته است، به طوریکه اگر ضریب A مثبت باشد موج سالیتری برآمده در این سیستم وجود دارد و اگر علامت A منفی باشد موج سالیتری فرورفته در سیستم وجود خواهد داشت.

به منظور مطالعه موج سالیتری پایای معادله (۶) فرض می کنیم حل پایای آن به شکل $\phi_1 = \phi_1(\chi)$ که $\chi = \xi - c \cdot \tau$ است، باشد.

با جایگزین کردن این عبارت در معادله فوق حل موج سالیتری پایای آن بدست می آید که به شکل

$$\phi_1 = \phi_m \operatorname{sech}^2 \left(\frac{\xi - c \cdot \tau}{\omega} \right)$$

است که $\phi_m = \frac{3c_0}{A}$ دامنه سالیتون و $\omega = 2 \sqrt{\frac{B}{c_0}}$ پهنای

سالیتون نام دارند. از رابطه بالا نتیجه می شود که مقدار هر یک از سه پارامتر α, μ, σ_i بروی نمای سالیتون شدیداً اثر می گذارد و امکان به وجود آمدن موج سالیتری فرورفته و برآمده بطور همزمان وجود دارد. در ادامه معادله غیرخطی انتشار امواج غبار- صوتی (۶)

$$\frac{\partial n_d}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (n_d u_d) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = n_d + \frac{\mu}{1-\mu} \exp(\sigma_i \varphi) - \frac{1}{1-\mu} n_i \quad (3)$$

که در آن یونها دارای توزیع غیرگرمایی هستند به طوریکه چگالی یونها به شکل زیر بیان می شود:

$$n_i = \left[1 + \frac{4\alpha}{1+3\alpha} (\varphi + \varphi^2) \right] e^{-\varphi} \quad (4)$$

که α پارامتری است که چگالی یونهای سریع (غیرگرمایی) را نشان می دهد. در این معادلات n_d چگالی ذرات غبار است که با n_{o_d} چگالی ذره غبار حالت تعادلی نرمالیزه شده است. u_d سرعت

$$c_d = \left(\frac{Z_d T_i}{m_d} \right)^{1/2}$$
 سیال غبار که بوسیله سرعت غبار صوتی

نرمالیزه شده است. Z_d تعداد بار روی ذرات غبار و m_d جرم ذره غبار است. φ پتانسیل الکتروستاتیکی ذرات محیط است که با $\frac{T_i}{e}$ نرمالیزه شده است. t متغیر زمان، x متغیر مکان هستند که به

$$\text{وسیله فرکانس پلاسمایی غبار} \quad \omega_{pd}^{-1} = \left(\frac{m_d}{4\pi e^2 n_{o_d} Z_d} \right)^{1/2}$$

$$\text{دبای} \quad \lambda_{Dd} = \left(\frac{T_i}{4\pi e^2 n_{o_d} Z_d} \right)^{1/2}$$

T_i دمای یونها و T_e دمای الکترون هاست. $\mu = \frac{n_{o_e}}{n_{o_i}}$ که n_{o_i}

و n_{o_e} چگالی غیراختلالی به ترتیب یونها و الکترون ها هستند.

n_i چگالی یونها به وسیله n_{o_i} نرمالیزه شده اند.

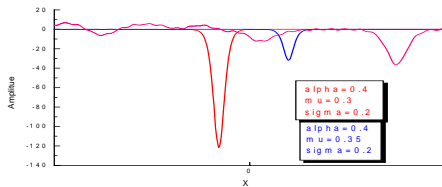
استخراج معادله هیدرودینامیکی انتشار امواج غبار- صوتی:

در این قسمت معادله انتشار امواج دامنه کوچک و ضعیف را در پلاسمای غباری با یونهای غیرگرمایی با استفاده از روش بسطهای اختلالی- کاهشی به دست می آوریم. دستگاه مختصاتی به شکل

$$\xi = \xi^{1/2} t \quad \text{و} \quad \tau = \xi^{3/2} t \quad \text{که در آن} \quad \lambda \text{ سرعت فاز امواج}$$

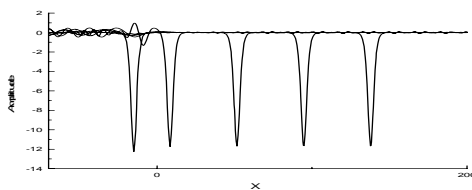
است که بوسیله سرعت موج غبار- صوتی نرمالیزه شده است و ξ پارامتری کوچک است که شدت غیرخطیت را نشان می دهد، تعریف می کنیم و متغیرهای وابسته را به صورت سری های توانی ξ ، در حالت تعادل به صورت ذیل بسط می دهیم:

همانطور که ملاحظه می‌شود وقتی موج از ناحیه اختلالی عبور می‌کند مجدداً به شکل پایدار در تحولات زمانی ظاهر می‌شود ولی با دامنه و پهنائی که نسبت به مقدار محاسبه شده آنها قبل از ناحیه اختلال متفاوت است. در شکل (۲) مقایسه‌ی بین نتایج شبیه سازی عددی و محاسبات انجام شده است، قبل از برخورد با اختلال موجی با دامنه و پهنائی $\varphi_m = -121/66, \omega = 2/6$ داریم در حالیکه به ازای بیشینه اختلال (در مثال فوق) موجی با دامنه و پهنائی $\varphi_m = -31/85, \omega = 2/4$ را نمایش می‌دهد، همچنین شکل موج شبیه سازی شده و دنباله‌های نوسانی رو به عقب آن را مشاهده می‌کنید.



شکل (۲): نتیجه شبیه‌سازی موج سالیتهاری قبل و بعد از برخورد با اختلال و شکل موج محاسبه شده به ازای بیشینه اختلال را نشان می‌دهد.

(ب) نسبت دمای یون‌های موجود در پلاسما به دمای الکترون‌ها را با پارامتر σ_i نمایش دادیم، در این قسمت اثر کاهش تدریجی و کاملاً جایگزیده در این کمیت را به ازای پارامترهای $\mu = 0.3$ و $\alpha = 0.4$ که اثر اختلالی را به شکل $\sigma_i = \sigma_{i0} - 0.05 \exp(-2x^2)$ در نظر گرفتیم، بررسی کردیم. نتایج شبیه‌سازی عددی انجام شده در شکل (۳) آمده است



شکل (۳): موج سالیتهاری قبل از برخورد با اختلال، موج مختل شده و پایداری موج با مشخصات جدید در تحولات زمانی بعد از برخورد با اختلال را نشان می‌دهد.

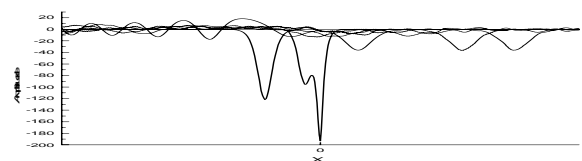
شکل (۴) موج سالیتهاری در ناحیه بدون اختلال با دامنه و پهنائی $\varphi_m = -12/24, \omega = 2/44$ را نشان می‌دهد بعد از اختلال محاسبات عددی به ازاء کمینه اختلال موجی با دامنه و پهنائی

را به روش تفاضل متناهی شبیه‌سازی عددی کرده و به ازای مقادیر متفاوت σ و α و μ تحول زمانی موج سالیتهاری حاصله را در محیط پلاسما غباری همگن بررسی کردیم.

بررسی اثر اختلال بروی مشخصات و پایداری موج:

بعد از اینکه پایداری موج سالیتهاری به وجود آمده در محیط پلاسما غباری همگن فوق را در تحولات زمانی به طور عددی ملاحظه کردیم، چون اکثر محیط‌های پلاسما غباری از نظر توزیع دمایی ذرات، چگالی،... غیرهمگن می‌باشند، در این قسمت رفتار امواج سالیتهاری در برخورد با اختلال را بررسی کردیم. این بررسی در سه قسمت عمده انجام داده و اثر اختلال در هر یک از پارامترهای پلاسمائی α, μ, σ_i را اولاً به طور جداگانه و به شکل افزایشی و کاهشیی بررسی نموده‌ایم. از طرفی اختلال را به صورت کاملاً جایگزیده (به کمک تابع $e^{-\alpha x^2}$) که دامنه و پهنائی ناحیه اختلالی را به راحتی بتوانیم تغییر دهیم انتخاب نمودیم و آن را به صورت یک تغییر کوچک در ناحیه همگن که موج منتشر می‌شود در نظر گرفته و اثر آن را در پایداری و مشخصات ظاهری موج سالیتهاری بررسی کردیم.

الف) به ازای پارامترهای $\sigma = 0.2, \alpha = 0.4$ و $\mu = 0.3$ مقدار جمله اختلالی را به صورت $\mu = \mu_0 + 0.05 \exp(-2x^2)$ در نظر می‌گیریم. شکل (۲) نتایج شبیه‌سازی عددی را نمایش می‌دهد. از این نمودار می‌توان دریافت که انتشار موج سالیتهاری اولیه در ناحیه غیرهمگن به شکل حساسی به توزیع‌های چگالی الکترون و یون وابسته است. طوریکه بعد از برخورد با اختلال موج سالیتهاری با انتشار مقداری انرژی به حالت پایدار با دامنه کوتاه می‌رسد پس می‌توان نتیجه گرفت که موج سالیتهاری در برخورد با اختلال پایدار است.



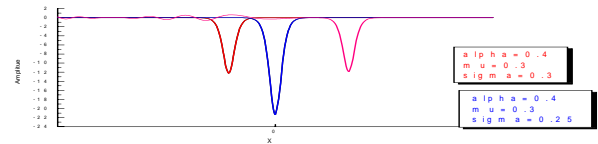
شکل (۱): موج سالیتهاری قبل از برخورد با اختلال، موج مختل شده و پایداری موج با مشخصات جدید در تحولات زمانی بعد از برخورد با اختلال را نشان می‌دهد.

می‌شوند، طوریکه بر حسب پارامترهای محیط می‌توانیم مشخصات موج (دامنه و پهنا) را بدست آوریم. اضافه کردن یک جمله اختلالی تابع مکان به معنای تغییر شرایط محیط پلاسمای غباری و تبدیل آن به محیطی ناهمگن می‌باشد. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهند که وارد کردن اختلال به هر یک از پارامترهای α, μ, σ باز هم موج سالیتری پایداری را بوجود می‌آورد، اما موج سالیتری در برخورد با اختلال مقداری از انرژی خود را به صورت دنباله‌های نوسانی رو به عقب منتشر می‌کند و خود با دامنه و سرعتی که متفاوت از دامنه و سرعت آن قبل از ناحیه اختلال است به شکل پایدار منتشر می‌شود طوری که با استفاده از پارامترهای محیط پلاسمای غباری نمی‌توانیم دامنه و سرعت موج سالیتری را محاسبه کنیم. چون اکثر محیط‌های پلاسمای غباری غیرهمگن هستند می‌توان نتیجه گرفت که از طریق اندازه‌گیری سرعت و دامنه موج سالیتری نتایج خیلی دقیقی از مشخصات محیط به دست نمی‌آیند

مرجع‌ها

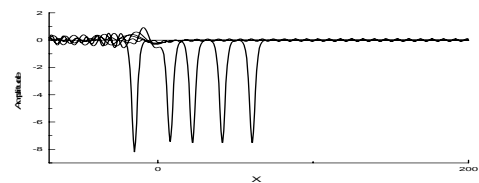
- 1-Whipple, E.C., Northrop, T.G., Mendis, D.A., 1985. "The electrostatics of a dusty plasma". J. Geophys. Res. **90**, 7405-7413.
- 2-Angelis, U., Formisano, V., Giordano, M., 1988. "Ion plasma wave in dusty plasmas: Halley's comet". J. Plasma Phys. **40**, 399-406.
- 3-Barkan, A., Merlino, R.L., Angelo, N.D., 1995. "Laboratory observation of the dust-acoustic wave modes". Phys. Plasmas **2**, 3563-3565.
- 4- Merlino, R.L., Barkan, A., Thompson, C., Angelo, N.D., 1998. "Laboratory studies of waves and instabilities in dusty plasmas". Phys. Plasmas **5**, 1607-1614.
- 5-Rao, N.N., Shukla, P.K., Yu, M.Y., 1990. "Dust-acoustic waves in dusty plasmas". Plasmas. Planet. Space Sci. **38**, 543-546.
- 6-Shukla, P.K., Silin, V.P., 1992. "Dust ion-acoustic wave". Phys. Scr. **45**, 508.
- 7- Barkan, A., Merlino, R.L., Angelo, N.D., 1996. "Experiments on ion-acoustic waves in dusty plasmas". Planet. Space Sci. **44**, 239-242.
- 8-Mamun, A.A., Russell, S.M., Mendoza-Briceno, T.K., et al, 2000. Planet Space Sci. **48**, 163.

شبهه سازی شده و دنباله‌های نوسانی رو به عقب آن بعد از اختلال نیز آورده شده است.



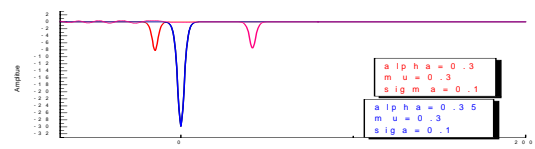
شکل (۴): نتیجه شبیه‌سازی موج سالیتری قبل و بعد از برخورد با اختلال و شکل موج محاسبه شده به ازای کمینه اختلال را نشان می‌دهد.

ج) جمعیت یونهای غیرگرمانی را با پارامتر α نمایش دادیم. در این قسمت به ازای مقادیر $\alpha_0 = 0.3$ ، $\mu = 0.3$ و $\sigma_i = 0.1$ اثر اختلالی افزایشی را به شکل $\alpha = \alpha_0 + 0.05 \exp(-2x^2)$ در نظر گرفتیم. نتایج شبیه‌سازی عددی انجام شده در شکل (۵) آمده است.



شکل (۵): موج سالیتری قبل از برخورد با اختلال، موج مختل شده و پایداری موج با مشخصات جدید در تحولات زمانی بعد از برخورد با اختلال را نشان می‌دهد.

شکل (۶) موج سالیتری در ناحیه بدون اختلال با دامنه و پهنا $\varphi_m = -8/18$ ، $\omega = 2/27$ را نشان می‌دهد، بعد از اختلال محاسبات عددی موج با دامنه و پهنا $\varphi_m = -29/84$ و $\omega = 2/52$ را پیش بینی می‌کند ولی نتایج شبیه سازی موجی با دامنه و پهنا اندکی کمتر از موجی که در ناحیه بدون اختلال منتشر می‌شود را نمایش می‌دهد



شکل (۶): نتیجه شبیه‌سازی موج سالیتری قبل و بعد از برخورد با اختلال و شکل موج محاسبه شده به ازای بیشینه اختلال را نشان می‌دهد.

نتیجه گیری:

در محیط پلاسمای غباری همگن امواج غبار- صوتی که گاهی برآمده و گاهی فرورفته‌اند به شکل پایدار در محیط منتشر