دهمین کنفرانس مهندسی ساخت و تولید ایران
ICME 2010
۱۰-۱۲ اسفند ماه ۱۳۸۸
دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل

دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل

انجمن مهندسی ساخت و تولید ایران

تحلیل دینامیک مستقیم ربات موازی صفحه‌ای 3-PRR با استفاده از روش متعامد تکمیلی طبیعی

حمیدرضا کردجزی*[1]، علیرضا اکبرزاده توتونچی[2]، مسعود طهانی[3]

۱- *دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد،* Kordjazi@gmail.com

۲- *استادیار، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد*

۳- *دانشیار، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد*

چکیده

دینامیک نقش مهمی‌در کنترل ربات در برخی کاربردها از جمله ربات‌های سریع یا ربات‌های تحت بار زیاد، ربات‌های با عرض باند بالا و ربات‌های با ساختار حساس دارد. با فرمول‌بندی معادله‌های دینامیکی به طوری که شتاب به صورت تابعی از گشتاور مفاصل محرک بدست آید، شبیه‌سازی ربات که تحت اثر مجموعه‌ای از گشتاورهای محرک قرار دارد، امکان‌پذیر خواهد شد. در این مقاله ابتدا قیدهای سینماتیکی ربات 3-PRR محاسبه و سپس با استفاده از ماتریس متعامد تکمیلی طبیعی(NOC) معادلات دینامیکی ربات 3-PRR برحسب مختصات مفصل‌های محرک بیان می‌شود. NOC به عنوان یک تبدیل خطی که سرعت اتصالات مستقل را به آرایه چرخشی عمومی سیستم نگاشت می‌کند، تعریف می‌شود. در انتها برای اینکه از صحت روابط به دست آمده برای دینامیک مستقیم ربات 3-PRR اطمینان حاصل نماییم، نتایج حاصل از دینامیک مستقیم با استفاده از ماتریس متعامد تکمیلی طبیعی با نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی مدل دینامیک مستقیم ربات در جعبه ابزار SimMechanics نرم‌افزار Matlab مقایسه شده‌اند.

واژه‌های کلیدی: دینامیک - ربات موازی- متعامد تکمیلی

۱- مقدمه

از جمله کاربردهای دینامیک، شبیه‌سازی حرکت ربات، کنترل ربات، شبیه‌ساز ارتعاشات و شبیه ساز پرواز می‌باشد. در ماشین‌کاری سرعت بالا خطاهای دینامیکی بسیار تاثیرگذارتر از خطاهای ثابت می‌باشند. شکل دقیق توابع گشتاور مورد نیاز محرک‌ها نه تنها وابسته به پارامترهای فضایی و زمانی مسیر طی شده بوسیله‌ی ابزار ربات است، بلکه به خواص جرمی لینک‌ها، بار مفید، اصطکاک در مفصل‌ها و ... نیز بستگی دارد. دینامیک شامل دو بخش می‌باشد، دینامیک مستقیم و معکوس. هدف از دینامیک مستقیم، به دست آوردن مسیر حرکت، سرعت و شتاب ابزار ربات با در دست داشتن نیروها و یا گشتاورهای اعمالی به مفصل‌های محرک می‌باشد، اما در مدل‌سازی دینامیک معکوس با دانستن مسیرها، سرعت‌ها و شتاب‌های مربوط به ابزار ربات، نیروها یا گشتاورهای مربوط به مفصل‌های محرک محاسبه می‌شوند. از جمله روش‌های کلاسیک برای محاسبه‌ی مدل دینامیکی ربات‌های موازی، روش لاگرانژ و یا روش دالامبر [۱ و۲]، معادلات نیوتون – اویلر[۳ و ۴] ، روش کار مجازی [۵ و ۶] و روش همیلتن [۷] می‌باشند. در برخی مقالات روش‌های مختلف با یکدیگر ادغام شده‌اند[۸]. ژانگ [۹] در مورد مقدار محاسبات مورد نیاز در روش‌های مختلف حل دینامیک ربات موازی تحقیق نموده است. فرضیه‌های ساده‌سازی زیادی نیز برای

حل دینامیک ربات موازی به کار گرفته شده‌اند. برای مثال در برخی موارد از اینرسی لینک‌ها صرف نظر کرده‌اند و فرض کرده‌اند که جرم لینک‌ها در دو انتهای آنها قرار داشته باشد. در موارد دیگر جرم هر لینک در وسط آن درنظر گرفته شد. همچنین برای ساده‌سازی ماتریس اینرسی پلتفرم متحرک نیز به شکل یک دیسک فرض شد. در این مقاله از روشی با نام متعامد تکمیلی طبیعی[1] برای تحلیل دینامیک مستقیم ربات موازی 3-PRR استفاده شده است. از جمله مزیت‌های این روش این است که با استفاده از ماتریس متعامد تکمیلی طبیعی، معادلات دینامیکی ربات برحسب مختصات مفصل‌های محرک بیان می‌شود و مدل دینامیکی در فرم معادلات اویلر-لاگرانژ بدون اینکه نیروها و گشتاورهای قیدها و یا ضرایب لاگرانژ را دخیل کرده باشیم، به دست می‌آید.

۲- قیدهای سینماتیکی و حرکت در فضای کارتزین

فرض می‌کنیم ربات n درجه آزادی مورد نظر دارای r عضو صلب باشد که توسط m اتصال یک درجه آزادی به یکدیگر متصل شده‌اند. برخی از اتصالات مستقل (q^a) و بقیه وابسته (q^u) می‌باشند. مختصات اتصالات توسط قیود سینماتیکی معین می‌شوند. با توجه به ساختار هندسی ربات می‌توان معادلات قید را به صورت جبری به فرم زیر تعریف کرد:

$$\varphi(\mathbf{q}) = 0 \qquad (۱)$$

در این حالت $m-n$ معادلهٔ مستقل غیر خطی داریم که باید به روش عددی حل شوند. ماتریس ژاکوبین اتصالات عبارتست از:

$$\Phi = \frac{\partial \varphi(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} \qquad (۲)$$

موقعیت عضو صلب را می‌توان توسط یک بردار موقعیت و یک ماتریس دوران نسبت به یک نقطه مرجع بیان کرد. آرایه‌ی چرخشی[2] عضو i ام را می‌توان توسط بردار شش بعدی به صورت زیر بیان کرد:

$$\mathbf{t}_i = \begin{bmatrix} \omega_i \\ \mathbf{v}_i \end{bmatrix} \qquad (۳)$$

که $\mathbf{v}_i, \omega_i$ به ترتیب بردارهای سرعت زاویه‌ای و خطی عضو iام هستند. آرایه چرخشی هر عضو را می‌توان به صورت تبدیل خطی از سرعت اتصالات به صورت زیر بیان کرد:

$$\mathbf{t}_i = \mathbf{K}_i \dot{\mathbf{q}} \qquad (۴)$$

۲- ماتریس متعامد تکمیلی

برای تحلیل دینامیکی از دو نوع متعامد تکمیلی استفاده می‌شود، متعامد تکمیلی اتصالات و متعامد تکمیلی طبیعی. همواره می‌توان سرعت مفاصل وابسته را بر حسب سرعت مفاصل مستقل نشان داد [۱۰]:

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{L}\dot{\mathbf{q}}^a \qquad (۵)$$

اگر $\mathbf{I}_{n\times n}$ ماتریس همانی باشد، درآن صورت ماتریس متعامد تکمیلی ماتریس سرعت اتصالات به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{n\times n} \\ -(\Phi^u)^{-1}\Phi^a \end{bmatrix}_{m\times n} \qquad (۶)$$

NOC به عنوان یک تبدیل خطی که سرعت اتصالات مستقل را به آرایه چرخشی عمومی سیستم نگاشت می‌کند، تعریف می‌شود یعنی:

---

[1] Natural Orthogonal Complement (NOC)
[2] Twist

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{L}\dot{\mathbf{q}}^a \tag{۷}$$

که $\mathbf{T}$ ماتریس متعامد تکمیلی می‌باشد و برای شبیه سازی دینـامیکی ربـات‌هـای مـوازی توسـط مـا و انجلـس بـه کـار رفتـه است[۱۱]. رابطه بین ماتریس‌های متعامد تکمیلی $\mathbf{T}$و $\mathbf{L}$ به صورت زیر می‌باشد:

$$\mathbf{T} = \mathbf{K}\,\mathbf{L} \tag{۸}$$

۳- مدل دینامیک مستقیم با استفاده از متعامد تکمیلی طبیعی (NOC)

در این قسمت مدل دینامیک مستقیم با استفاده از روش NOC بدست می‌آید. در بدست آوردن معادلات فرض می‌گردد که عضوها صلب بوده و جرم به صورت متمرکز در مرکز جرم آن قرار دارد. در دینامیک مستقیم هدف بدست آوردن مقدار $\ddot{\mathbf{q}}^a$، $\dot{\mathbf{q}}^a$ و $\mathbf{q}^a$ با داشتن مقدار گشتاورهای مفاصل محرک است. معادله دینامیک مستقیم ربات موازی را می‌توان برحسب مختصات مفاصل مستقل به فرم زیر نوشت [۱۰]:

$$\ddot{\mathbf{q}}^a = \mathbf{M}^{-1}(\boldsymbol{\tau}^a - \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}^a + \mathbf{G}) \tag{۹}$$

که پارامترهای $\mathbf{M}$، $\mathbf{C}$، $\mathbf{G}$و $\boldsymbol{\tau}^a$ به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}(\mathbf{q}) = \mathbf{T}^T M_{total}\mathbf{T} \tag{۱۰}$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{T}^T M_{total}\dot{\mathbf{T}} + \mathbf{T}^T \Omega M_{total}\mathbf{T} \tag{۱۱}$$

$$\mathbf{G} = \mathbf{G}(\mathbf{q}) = -\mathbf{T}^T \mathbf{w}^g \tag{۱۲}$$

$$\tau^a = \begin{bmatrix} \tau_1{}^a & \tau_2{}^a & \cdots & \tau_n{}^a \end{bmatrix} \tag{۱۳}$$

τ^a نیروی محرک عمومی، بردار شامل نیروها و گشتاورهای محرک می‌باشد. M_{total} و Ω ماتریس‌های قطـری هسـتند کـه بـه صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$M_{total} = diag(M_1, M_2, \cdots, M_r) \tag{۱۴}$$

$$\Omega = diag(\Omega_1, \Omega_2, \cdots, \Omega_r) \tag{۱۵}$$

همچنین M_i و $\mathbf{\Omega_i}$ ماتریس‌های ۶×۶ هستند و به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$M_i = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_i & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & m_i \times \mathbf{1} \end{bmatrix},\ \mathbf{\Omega}_i = \begin{bmatrix} \omega_{\mathbf{i}} \times \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \tag{۱۶}$$

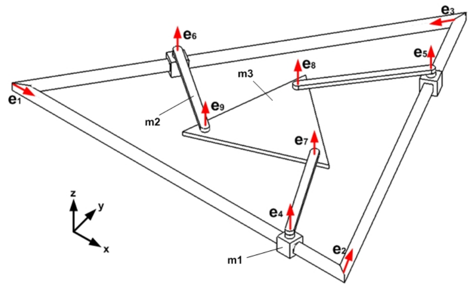
که $\mathbf{1}$ ماتریس همانی ۳×۳ ، $\mathbf{0}$ ماتریس ۳×۳ با درایه‌های صفر ، m_i جرم عضو i ام و $\mathbf{I}_i$ تانسور اینرسی عضو iام حول مرکز جرم همان عضو می‌باشد. $\mathbf{w}^g$ عبارتست از:

$$\mathbf{w}^g = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & m_1\mathbf{g} & \mathbf{0} & m_2\mathbf{g} & \ldots 0 & m_r\mathbf{g} \end{bmatrix}^T \tag{۱۷}$$

در رابطهٔ بالا $\mathbf{0}$ بردار سه بعدی صفر و $\mathbf{g}$ بردار سه بعدی شتاب جاذبه در دستگاه مرجع می‌باشد. با استفاده از معادلات ۱۰ الی ۱۲ می‌توان مقدار ماتریس‌های $\mathbf{M}^{-1}$، $\mathbf{C}$ و $\mathbf{G}$ در این مرحله را به صورت عددی محاسبه کرد. با استفاده از $\ddot{\mathbf{q}}^a$، $\dot{\mathbf{q}}^a$ و $\mathbf{q}^a$ در مرحله کنونی و انتگرال‌گیری عددی، می‌توان $\dot{\mathbf{q}}^a$ و $\mathbf{q}^a$ را در مرحلهٔ بعد بدست آورد. در این مقاله برای انتگرال‌گیری عددی از روش ODE45 در جعبه ابزار simulink نرم‌افزار Matlab استفاده شده است.

۴- ساختار ربات 3-PRR

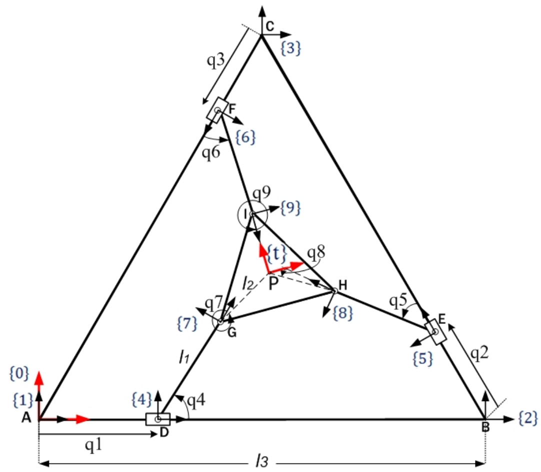
ربات سه درجه آزادی3-PRR، رباتی است دارای یک صفحه ثابت، یک صفحه متحرک و سه لینک که هر یک دارای یک مفصل انتقالی[۱] (رفت و برگشتی) است که بطور متوالی دارای دو اتصال چرخشی[۲] می‌باشند (شکل ۱). تنها مفاصل انتقالی تحریک می‌شوند. می‌توان از محرک الکتروپنوماتیکی و الکتروهیدرولیکی برای تحریک آن استفاده کرد.



شکل ۱– ربات 3-PRR

۵- بررسی دینامیک ربات موازی 3-PRR

برای بدست آوردن ماتریس تبدیل مختصات پلتفرم نسبت به پایه ربات (زمین)، ابتدا ماتریس‌های تبدیل مختصات لینک‌ها نسبت به یکدیگر را با توجه به شکل به‌دست می‌آوریم. فرم کلی ماتریس تبدیل در صفحه xy به فرم معادله ۱۷ می‌باشد.



شکل ۲– نمایش مختصات‌های درنظر گرفته شده برای ربات

$$ {}^{B}_{A}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 & P_x \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 & P_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (۱۸) $$

باتوجه به شکل ۲ می‌توان نوشت:

$$ {}^{1}_{t}\mathbf{T} = {}^{1}_{4}\mathbf{T} \times {}^{4}_{7}\mathbf{T} \times {}^{7}_{t}\mathbf{T},\ \ {}^{2}_{t}\mathbf{T} = {}^{2}_{5}\mathbf{T} \times {}^{5}_{8}\mathbf{T} \times {}^{8}_{t}\mathbf{T},\ \ {}^{3}_{t}\mathbf{T} = {}^{3}_{6}\mathbf{T} \times {}^{6}_{9}\mathbf{T} \times {}^{9}_{t}\mathbf{T} \qquad (۱۹) $$

---

[1] Prismatic
[2] Revolute

تعداد مختصات کلی ربات برابر با تعداد کل مختصات مفاصل یعنی ۹ و درجه‌ی آزادی ربات ۳ می‌باشد، بنابراین تعداد قیود سینماتیکی مستقل موردنیاز عبارتست از:

$$l = m - n = 9 - 3 = 6 \qquad (۲۰)$$

با دقت در شکل ۲ می‌توان سه حلقه‌ی سینماتیکی را در آن مشاهده نمود، اما تنها دو حلقه‌ی سینماتیکی مستقل می‌باشند. برای محاسبه‌ی قیدهای سینماتیکی دو حلقه‌ی DBEHPGD و EHPIFCE را انتخاب می‌نماییم. سه روش برای بیان موقعیت نقطه‌ی P نسبت به مبداء مختصات وجود دارد. این سه بیان مختلف از موقعیت P را توسط $\vec{P}_1$، $\vec{P}_2$ و $\vec{P}_3$ نشان می‌دهیم:

$$\vec{P}_1 = \vec{AD} + \vec{DG} + \vec{GP},\ \vec{P}_2 = \vec{AB} + \vec{BE} + \vec{EH} + \vec{HP},\ \vec{P}_3 = \vec{AC} + \vec{CF} + \vec{FI} + \vec{IP} \qquad (۲۱)$$

برای اینکه دو حلقه‌ی سینماتیکی یاد شده بسته باشند باید مقدار این سه بردار برابر باشند. از طرف دیگر بردارهای $\vec{P}_1$، $\vec{P}_2$ و $\vec{P}_3$ را با توجه به ماتریس تبدیل می‌توان به صورت زیر بدست آورد:

$$\begin{aligned} P_1 &= \left({}^1_4\mathbf{T} \times {}^4_7\mathbf{T} \times {}^7_t\mathbf{T}\right) \\ P_2 &= \left({}^1_2\mathbf{T} \times {}^2_5\mathbf{T} \times {}^8_5\mathbf{T} \times {}^8_t\mathbf{T}\right) \\ P_3 &= \left({}^1_3\mathbf{T} \times {}^3_6\mathbf{T} \times {}^6_9\mathbf{T} \times {}^9_t\mathbf{T}\right) \end{aligned} \qquad (۲۲)$$

در نتیجه داریم:

$$\begin{aligned} &\vec{P}_1(1,4) = \vec{P}_2(1,4),\ \vec{P}_1(1,4) = \vec{P}_3(1,4) \\ &\vec{P}_1(2,4) = \vec{P}_2(2,4),\ \vec{P}_1(2,4) = \vec{P}_3(2,4) \end{aligned} \qquad (۲۳)$$

با استفاده از معادلات فوق و نرم‌افزار Matlab، چهار قید زیر حاصل می‌شوند:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= l_2 cos(q_4+q_7) + l_1 cos(q_4) + q_1 + \frac{l_2}{2}cos(q_8+q_5) + \frac{\sqrt{3}}{2} l_2 sin(q_8+q_5) + \frac{l_1}{2}cos(q_5) + \frac{\sqrt{3}}{2} l_1 sin(q_5) + \frac{q_2}{2} - l_3 \\ \varphi_2 &= l_2 sin(q_4+q_7) + l_1 sin(q_4) + \frac{l_2}{2}sin(q_8+q_5) - \frac{\sqrt{3}}{2} l_2 cos(q_8+q_5) - \frac{\sqrt{3}}{2} l_2 cos(q_5) + \frac{l_1}{2}sin(q_5) - \frac{\sqrt{3}}{2} q_2 \\ \varphi_3 &= l_2 cos(q_4+q_7) + l_1 cos(q_4) + q_1 + \frac{l_2}{2}cos(q_9+q_6) - \frac{\sqrt{3}}{2} l_2 sin(q_9+q_6) + \frac{l_1}{2}cos(q_6) - \frac{\sqrt{3}}{2} l_1 sin(q_6) + \frac{q_3}{2} - \frac{l_3}{2} \\ \varphi_4 &= l_2 sin(q_4+q_7) + l_1 sin(q_4) + \frac{l_2}{2}sin(q_9+q_6) + \frac{\sqrt{3}}{2} q_3 + \frac{\sqrt{3}}{2} l_2 cos(q_9+q_6) + \frac{\sqrt{3}}{2} l_1 cos(q_6) + \frac{l_1}{2}sin(q_6) - \frac{\sqrt{3}}{2} l_3 \end{aligned} \qquad (۲۴)$$

اکنون ماتریس‌های $\mathrm{k_i}\,(i = 1{:}7)$ و سپس K تعیین می‌گردند:

$$k_1 = \begin{bmatrix} 0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0 \\ \mathrm{e_1}\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0 \end{bmatrix}_{6\times9},\quad k_4 = \begin{bmatrix} 0\,0\,0 & \mathrm{e_4} & 0\,0\,0\,0\,0 \\ \mathrm{e_1}\,0\,0 & \mathrm{e_4}\times\mathrm{r_{44}} & 0\,0\,0\,0\,0 \end{bmatrix}_{6\times9}$$

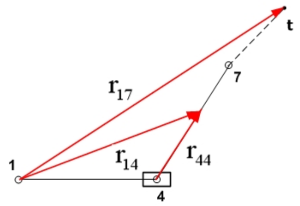
$$k_2 = \begin{bmatrix} 0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0 \\ 0\,\mathrm{e_2}\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0 \end{bmatrix}_{6\times9},\quad k_5 = \begin{bmatrix} 0\,0\,0\,0 & \mathrm{e_5} & 0\,0\,0\,0 \\ 0\,\mathrm{e_2}\,0\,0 & \mathrm{e_5}\times\mathrm{r_{55}} & 0\,0\,0\,0 \end{bmatrix}_{6\times9}$$

$$k_3 = \begin{bmatrix} 0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,0 \\ 0\,0\,\mathrm{e_3}\,0\,0\,0\,0\,0\,0 \end{bmatrix}_{6\times9},\quad k_6 = \begin{bmatrix} 0\,0\,0\,0\,0 & \mathrm{e_6} & 0\,0\,0 \\ 0\,0\,\mathrm{e_3}\,0\,0 & \mathrm{e_6}\times\mathrm{r_{66}} & 0\,0\,0 \end{bmatrix}_{6\times9}$$

$$k_7 = \begin{bmatrix} 0\,0\,0 & \mathrm{e_4} & 0\,0 & \mathrm{e_7} & 0\,0 \\ \mathrm{e_1}\,0\,0 & \mathrm{e_4}\times\mathrm{r_{14}} & 0\,0 & \mathrm{e_7}\times\mathrm{r_{17}} & 0\,0 \end{bmatrix}_{6\times9}$$

$$K=\begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ . \\ . \\ k_7 \end{bmatrix}_{42\times 9} \qquad (۲۵)$$

در روابط بالا **0** بردار سه بعدی صفر می‌باشد و بردارهای e_i در شکل ۱ نشان داده شده‌اند. بردارهای r برای پای اول ربات در شکل ۳ نشان داده شده است.



شکل ۳- نمایش بردارهای r برای پای اول ربات

حال دو قید دیگر برای کامل شدن تعداد قیدها لازم است. با توجه به شکل۲ می‌توان مشاهده کرد که حلقه‌های DBEHPGD و EHPIFCE هرکدام تشکیل یک شش ضلعی می‌دهند. می‌دانیم جمع زوایای داخلی یک شش ضلعی 4π می‌باشد. با نوشتن جمع زوایای داخلی دو حلقه‌ی سینماتیکی یاد شده بر حسب مقدار مختصات مفاصل دو قید زیر به دست می‌آیند:

$$\varphi_5 = q_4 + q_7 - q_8 - q_5 \qquad (۲۶)$$
$$\varphi_6 = q_8 + q_5 - q_9 - q_6$$

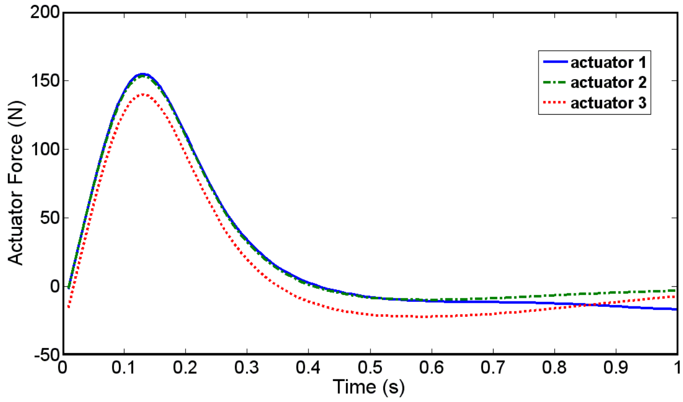
حال با مشخص شدن قیدهای سینماتیکی، می‌توان L و سپس T را محاسبه نمود و درنهایت به مدل دینامیکی دست یافت. برای اینکه از صحت روابط به دست آمده برای دینامیک ربات 3-PRR اطمینان حاصل نماییم، نتایج به دست آمده برای دینامیک مستقیم که با روش NOC در محیط Simulink نرم‌افزار Matlab شبیه‌سازی شده ، با نتایج به دست آمده از مدل دینامیک مستقیم ربات در جعبه ابزار SimMechanics نرم‌افزار Matlab مقایسه شده است. مشخصات جرم و اینرسی ربات موردنظر درجدول ۱ نشان داده شده است. همچنین داریم:

$$l_1 = 0.3\,m \;, l_2 = 0.15\,m \;, l_3 = 1m \qquad (۲۷)$$

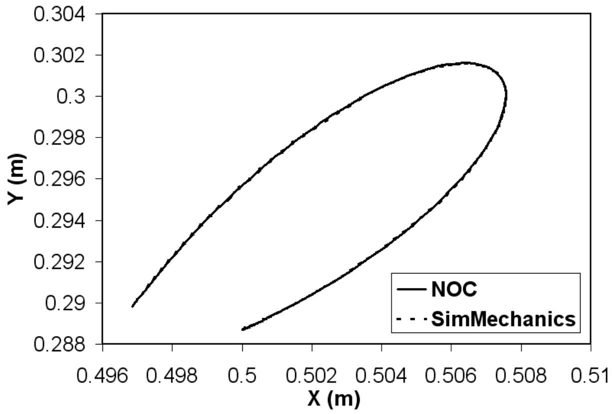
جدول ۱- مشخصات جرم و اینرسی ربات

شماره جرم	جرم () gr	ممان اینرسی $(gr\ mm^2)$
۱	۱۳۷.۱۶	۰.۰۱۷۱
۲	۵۲۰.۰۷	۰.۶۰۶
۳	۱۴۱۹.۵۱	۵.۰۷۶

نمودار نیروهای محرک ربات (محاسبه شده توسط دینامیک معکوس) در شکل ۴ آورده شده است. همچنین مسیر پیموده شده توسط مرکز مثلث متحرک برای دو روش در شکل ۵ نشان‌داده شده است. زمان شبیه‌سازی ۱ ثانیه می‌باشد.

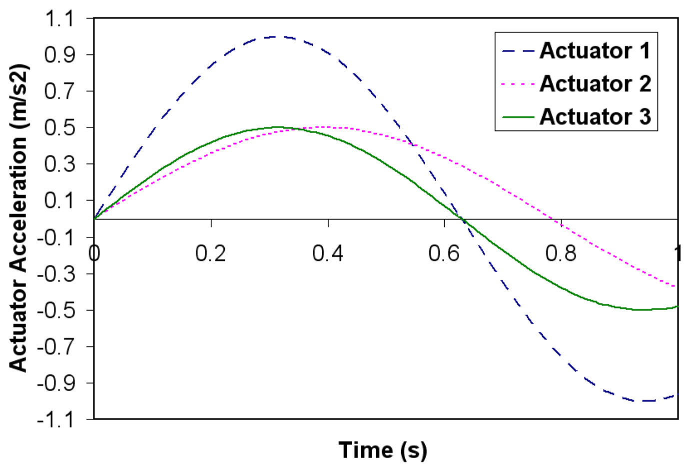


شکل ۴- نیروهای محرک ربات

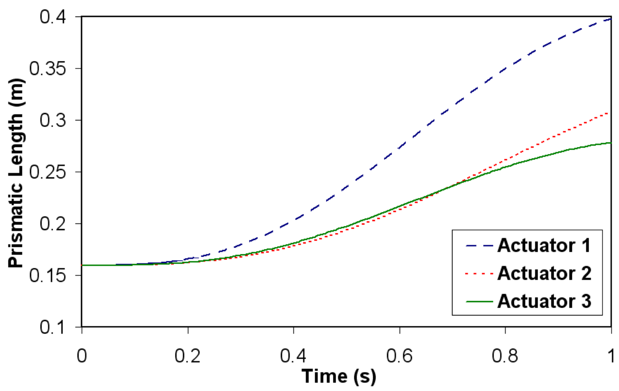


شکل ۵- مسیر پیموده شده توسط مرکز مثلث متحرک ربات

شتاب‌های مفاصل محرک و نیز موقعیت مفاصل محرک ربات به‌ترتیب در شکل‌های ۶ و ۷ نشان داده شده‌اند.



شکل ۶- شتاب های مفاصل محرک ربات



شکل ۷- موقعیت مفاصل محرک ربات

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله با استفاده از ماتریس متعامد تکمیلی طبیعی (NOC) معادلات دینامیک مستقیم ربات 3-PRR بدست آمد. روش مذکور سینماتیک را بطور غیرمستقیم وارد معادلات می‌نماید. ضرایب لاگرانژ نیز از معادلات حذف گردید. همچنین تبدیلات سرعت و شتاب در بدست آوردن معادلات وارد نشد. به منظور بررسی صحت روابط دینامیک مستقیم، نتایج حاصل از دینامیک مستقیم ربات 3-PRR با استفاده از ماتریس متعامد تکمیلی طبیعی با نتایج حاصل از شبیه‌سازی ربات در جعبه ابزار SimMechanics نرم‌افزار Matlab مقایسه شده است. نتایج دو روش کاملاً با هم انطباق دارند.

مراجع

1- L. Notash and A. Kamalzadeh, "Inverse dynamics of wire-actuated parallel manipulators with a constraining linkage", Mechanism and Machine Theory, vol. 42, pp. 1103–1118, 2007.
2- Liu M-J., Li C-X., and C-N. Li, "Dynamics analysis of the Gough- Stewart platform manipulator", IEEE Trans. on Robotics and Automation, vol. 16, pp. 94–98, 2000.
3- Dasgupta B. and Choudhury P., "A general strategy based on the Newton-Euler approach for the dynamic formulation of parallel manipulators", Mechanism and Machine Theory, vol. 34, pp. 801–824, 1999.
4- Harib K. and Srinivasan K., "Kinematic and dynamic analysis of Stewart platform-based machine tool structures", Robotica, vol. 21, pp. 541–554, 2003.
5- S. Staicu, "Recursive modeling in dynamics of Agile Wrist spherical parallel robot", Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, vol. 25, pp. 409–416, 2009.
6- S. Staicu, "Power requirement comparison in the 3-RPR planar parallel robot dynamics", Mechanism and Machine Theory, vol. 44, pp. 1045 –1057, 2009.
7- Miller K. "Optimal design and modeling of spatial parallel manipulators", Int. J. of Robotics Research, vol. 23, pp. 127–140, 2004.
8- Zanganeh K.E., Sinatra R., and Angeles J. "Kinematics and dynamics of a six-degree-of-freedom parallel manipulator with revolute legs", Robotica, vol. 15, pp. 385–394, 1997.
9- Zhang C-D. and Song S.M. "An efficient method for inverse dynamics of manipulators based on the virtual work principle", J. of Robotic Systems, vol. 10, pp. 605–627, 1993.
10- Ma, O., Mechanical analysis of parallel manipulators with simulation, design, and control applications, Ph.D. thesis, Department of Mechanics, McGill Univ., Montreal (Quebec), 1991.
11- Angeles J. and Ma, O., "Dynamic simulation of n-axis serial robotic manipulators using a natural orthogonal complement", Int. J. of Robotics Res., vol. 7, pp. 32–47, 1988.