حل عددی جریان خون در رگ‌های خمیده S شکل

حمید نیازمند
استادیار گروه مکانیک
دانشگاه فردوسی مشهد

احسان رجبی[1]
دانشجوی کارشناسی ارشد مکانیک
دانشگاه فردوسی مشهد

چکیده : *در این کار به حل عددی جریان خون در یک رگ S شکل ۴۵° پرداخته شده است. جریان به صورت نیوتنی، غیر قابل تراکم، پایا و آرام در نظر گر فته شده است. هدف این کار بررسی تاثیر عدد رینولدز بر الگوی جریان، جریان های ثانویه و میدان ورتیسیته در این نوع هندسه ها می باشد. نتایج به دست آمده نشان می دهد که جریان در خم اول بسیار مشابه جریان در داخل یک خم ساده می باشد و افزایش عدد رینولدز تنها باعث قدرتمند تر شدن جریان های ثانویه و جابجا شدن هر چه بیشتر هسته پر سرعت جریان به سمت دیواره خارجی خم اول می شود. نتایج نشان می دهند که جریان در خم دوم، بر خلاف خم اول، به شدت تابع عدد رینولدز می باشد به طوریکه در رینولدزهای به اندازه کافی پایین جریان های ثانویه جدید تولید شده در خم دوم، جریان های ثانویه تولید شده در خم اول را به طور کامل از بین می برند و جریان های ثانویه ای با جهت چرخشی مخالف آنچه در خم اول اتفاق می افتد، ایجاد می کنند. این موضوع باعث جابجا شدن هسته پر سرعت جریان به سمت دیواره خارجی خم دوم می گردد. این در حالی است که با افزایش عدد رینولدز مشاهده می شود که الگوی جریان در خم دوم به کلی متفاوت شده و تاثیر جریان های ثانویه تولید شده در خم اول، به طور قابل ملاحظه ای در خم دوم باقی می ماند. این موضوع سبب می شود که در رینولدزهای به اندازه کافی بالا، پروفیل سرعت محوری در خروجی خم دوم به صورت هموار با گردایان های شدید در کنار دیواره مشابه آنچه که در جریان مغشوش مشاهده می شود، دیده شود. بررسی حاضر اطلاعات مفیدی راجع به الگوی جریان و نواحی مستعد رشد بیماری آتروسکلورز در رگ های S شکل که در مورد آنها اطلاعات نسبتا کمی وجود دارد، ارائه می نماید.*

واژگان کلیدی: *آتروسکلورز، رگ های S شکل، رینولدز، حل عددی، جریان خون*

۱. مقدمه:

آتروسکلورز بیماری است که در رگ های با ابعاد بزرگ و متوسط اتفاق می افتد و رابطه پیچیده ای بین این بیماری، همودینامیک خون و دیواره رگ وجود دارد. مشاهدات تجربی و شبیه سازی های عددی هر دو نشان داده اند که همودینامیک خون نقش مهمی در پیدایش و توسعه آتروسکلورز دارد [۴-۱]. توسعه و پیشرفت آتروسکلورز به فاکتورهای مختلفی از جمله فشار استاتیک و گرادیان فشار بر روی دیواره رگ [۵]، تنش برشی [۸-۶]، ویسکوزیته خون [۹]و ... بستگی دارد. همچنین بسیاری از مطاعات تجربی و شبیه سازی های عددی نشان داده اند که هندسه رگ ها از جمله انحناء و انشعاب آنها فاکتور مهم دیگری است که بر الگوی جریان تاثیر می گذارد و باعث بوجود آمدن شرایط همودینامیکی موثر بر ایجاد آتروسکلورز می شود [۱۰]. دیواره خارجی انشعابات و دیواره داخلی خم ها نواحی ای می باشند که به طور معمول اتروسکلورز در آنها شکل می گیرد.

[1] *مؤلف مکاتبه کننده*
پست الکترونیکی: ehsan.rajabi@gmail.com

در سالهای اخیر تحقیقات کلینیکال و شبیه سازی های عددی گسترده ای به منظور شناخت الگوی جریان در رگ های دارای انشعاب و رگ های خمیده انجام گرفته است. ون دی وس و همکاران [۱۱] جریان پایا و آرام را در یک خم $^{\circ}$۹۰ بررسی نموده اند. راپیسچ و همکاران [۱۲] به بررسی عددی انتقال جرم در یک جریان پالسی در یک خم $^{\circ}$۹۰ پرداخته اند و کاهش شدید جریان جرم به دیواره داخلی خم را مشاهده نمودند که می تواند در تشکیل آتروسکلورز بر روی این دیواره نقش داشته باشد. جیسن و همکاران [۱۴،۱۳] با انجام مطالعه تجربی و عددی به مقایسه جریان نیوتنی و غیر نیوتنی پالسی در یک خم $^{\circ}$۹۰ و نیز جریان پایدار در انشعاب کاروتید پرداخته اند. دوآیر و همکاران [۱۵] جریان گذرا در داخل یک خم $^{\circ}$۱۸۰را به صورت عددی بررسی نموده اند و دریافته اند که در ومرسلی های بالا میدان جریان کمتر تحت تاثیر هندسه می باشد. شاهچراغی و همکاران [۱۶] به مطالعه عددی جریان پالسی در داخل کمان آئورت به همراه انشعاباتش پرداخته اند و نتیجه گرفته اند که نواحی دارای اکسترمم WSS[۲] و WP[3]، مکان هایی هستند که پلاک های اولیه آتروسکلورز در آنجا دیده می شوند. عروق کرونر به صورت گسترده هم تحت جریان پایدار و هم تحت جریان پالسی به صورت عددی مورد مطالعه قرار گرفته اند[۱۸-۱۷، ۹، ۵، ۱]. این مطالعات گسترده، اطلاعات قابل توجهی در زمینه جریان در داخل رگ های خمیده و رگ های دارای انشعاب بدون گرفتگی در اختیار قرار می دهد.

وجود گرفتگی در رگ ها باعث بوجود آمدن تغییرات عمده در جریان می شود. این تغییرات که عمدتا با نواحی جدایش و نواحی ریسیرکولیشن همراه است، می تواند در توسعه پلاک های آتروسکلورز و جهت رشد آنها تاثیر بگذارد. محققان [۲۰، ۱۹] با انجام مشاهدات کلینیکال بر روی رگ های بیمار دارای گرفتگی دریافته اند که رشد پلاک های آتروسکلورز به سمت پایین دست جریان که عمدتا شامل نواحی برگشتی با تغییرات شدید در تنش برشی می باشد، اتفاق می افتد. بنابراین مطالعه جریان پایین دست یک گرفتگی از اهمیت قابل توجهی برخوردار می باشد. نوسویتسکی [۲۱] به مطالعه عددی بر روی یک خم $^{\circ}$۹۰ با و بدون گرفتگی، همچنین در حالت جریان پایدار و گذرا پرداخته است و نشان داد که انحناء و گرفتگی به طور قابل توجهی همودینامیک را تحت تاثیر قرار می دهند. بایو لی [۲۲] جریان پالسی در داخل یک خم $^{\circ}$۶۰ با درصد گرفتگی های مختلف که گرفتگی بر روی دیواره داخلی خم رشد نموده است را بررسی نمود و نشان داد که در تمام حالت ها در زمانی از جریان پالسی علاوه بر ناحیه جدایش بلافاصله بعد از گرفتگی، ناحیه چرخشی دیگری در پایین دست جریان و بر روی دیواره خارجی بوجود می آید.

به طور کلی هندسه رگ ها تاثیر بسیار مهمی بر روی همودینامیک آنها دارد و در مورد خم ها و انشعابات، این هندسه ها می تواند شرایط همودینامیکی مستعد ایجاد پلاک های اتروسکلورز را بر روی دیواره رگ فراهم آورند. با وجود مطالعات گسترده ای که در زمینه رگ های خمیده انجام شده است، عمده این مطالعات به بررسی خم های منفرد پرداخته اند، در حالیکه رگ ها به ندرت شامل تنها یک خم می باشند. بنابراین مطالعه جریان در خم ها ی پی در پی که به آنها رگ های Sشکل گفته می شود و به عنوان بایپس نیز در عمل های جراحی مورد استفاده قرار می گیرند بسیار حائز اهمیت می باشد.

علیرغم اینکه رگ های S شکل در تمامی سامانه گردش خون از جمله در عروق کرونر، آئورت و فمورال[۲۴] مشاهده می شوند، مطالعات کمی در زمینه این رگ ها انجام گرفته است. یکی از کارهای اولیه در زمینه رگ های S شکل کار انجام گرفته توسط تیلور و همکاران [۲۳] می باشد که در آن به صورت تجربی جریان در داخل یک کانال با مقطع دایره ای S شکل تحت جریان آرام و مغشوش مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج بدست آمده از این کار برای تایید درستی روش عددی به کار گرفته شده در این کار نیز استفاده شده اند. هوگستراتن و همکاران [۲۴] به بررسی عددی جریان پایای خون در داخل یک رگ S شکل پرداخته است و تاثیر تغییر انحناء بر تشکیل جریان های ثانویه و پروفیل های سرعت حاصل را بررسی نموده است. جریان پالسی در یک رگ S شکل با زاویه خم $^{\circ}$۹۰ توسط کیاو و همکاران [۲۵] مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج به دست آمده نشان دهنده بوجود آمدن جریان های برگشتی پیچیده، تغییرات شدید در فشار دیواره و نیز WSS می باشد که می تواند عملکرد لایه ایندوسلیال[۴] را تحت تاثیر قرار داده و در نتیجه می بایست از به کار گیری آنها به صورت استنت و بایپس

---

[2] Wall Shear Stress
[3] Wall Pressure
[4] Endothelial cells

در عمل های جراحی اجتناب شود. در مقابل کار انجام گرفته توسط فن و همکاران [۲۶] بر روی استنت های کلاسیک (شامل یک خم) و استنت های S شکل نشان می دهد که استنت های S شکل $^{\circ}$۴۵ بهترین شرایط همودینامیک را در مقایسه با استنت های کلاسیک بوجود می آورد. انتقال جرم در رگ های S شکل توسط هانگ و همکاران [۲۷] بررسی شده است. نتایج بدست آمده از حل عددی جریان پالسی در هندسه به کار گرفته شده نشان دهنده تجمع LDL[5] در مرکز رگ و نه بر روی دیواره ها می باشد که می تواند از ایجاد آتروسکلورز در این رگ ها جلوگیری نماید.

در این کار جریان آرام، پایا، غیر قابل تراکم و نیوتنی در داخل یک خم S شکل $^{\circ}$۴۵ مورد بررسی قرار گرفته است. اطلاعات کمی در مورد جریان در داخل هندسه های پیچیده ای مانند رگ های S شکل وجود دارد. این رگ ها نه تنها در سامانه گردش خون به تناوب دیده می شوند، بلکه در عمل های جراحی نیز به عنوان بایپس به کار گرفته می شوند. بنابراین اطلاع در مورد چگونگی جریان در داخل این گونه هندسه ها بسیار حائز اهمیت می باشد. هدف این کار بررسی تاثیر عدد رینولدز بر روی همودینامیک جریان می باشد. تغییرات سرعت محوری، جریان های ثانویه و میدان ورتیسیته برای چهار عدد رینولدز ۱۲۰، ۲۴۰، ۴۸۰ و ۹۶۰ بدست آمده اند. نتایج بدست آمده نشان می دهد که میدان جریان در خم دوم به شدت تحت تاثیر عدد رینولدز می باشد.

۲. مساله مورد بررسی

۲. ۱. هندسه

همانطور که در شکل ۱ نشان داده شده است، هندسه مورد بررسی شامل دو خم پی در پی با شعاع ۳mm است که در حوزه رگ های بزرگ قرار می گیرد و یک رگ S شکل را تشکیل می دهد. رگ های شامل خم S شکل معمولا دارای قسمت های بدون انحناء در دو طرف هستند، به همین جهت و نیز به منظور کمینه کردن اثر شرایط مرزی ورودی و خروجی بر روی جریان در داخل خم های متوالی، به ترتیب ورودی و خروجی مستقیمی به طول۳D و ۵D در نظر گرفته شده است. بعد از طول ورودی خمی با زاویه $^{\circ}$۴۵ و شعاع انحناء ۳۹mm شروع می شود که بلافاصله بعد از اتمام آن، خم مشابهی اما در جهت مخالف شروع می شود و که در انتها به قسمت خروجی مستقیم متصل می شود. خم ها طوری به یکدیگر متصل می شوند که قسمت خروجی مستقیم، موازی قسمت ورودی مستقیم است. رگ S شکل مورد بررسی در این تحقیق با مشخصات هندسی ذکر شده نماینده رگ فمورال می باشد و می تواند برای بررسی جریان خون در رگ های شامل انحناء S شکل به خدمت گرفته شود.

۲. ۲. معادلات حاکم

در این کار جریان آرام، پایا، غیر قابل تراکم، نیوتنی با دیواره صلب در نظر گرفته شده است. نیوتنی در نظر گرفتن سیال خون فرض متعارفی است که در شبیه سازی جریان خون در رگ های بزرگ انجام می شود. بسیاری از محققان نشان داده اند که نقش رئولوژی غیر نیوتنی خون در الگوهای جریان در رگ های بزرگ قابل صرف نظر کردن می باشد. به عنوان مثال جانستون و همکاران [۲۸] تاثیر مدل های ویسکوزیته مختلف را بر روی توزیع تنش برشی دیواره در کرونر راست[6] در طول یک سیکل قلبی بررسی کرده است. نتایج آنها نشان می دهد که استفاده از مدل نیوتنی یک فرض منطقی قابل قبول در مطالعه جریان خون در رگ های بزرگی مثل عروق کرونر می باشد. بررسی حرکت دیواره رگ، تغییرات دینامیک شعاع انحناء رگ، برای یک خم $^{\circ}$۱۸۰ در مطالعه انجام گرفته شده توسط سانتامارینا و همکاران [۱۷]نشان می دهد که در فرکانس های مشابه فرکانس قلب، در حدود ۱Hz، حرکت دیواره رگ تاثیر قابل ملاحظه ای بر همودینامیک آن ندارد. بنابراین فرض صلب بودن دیواره رگ، فرض معقولی می باشد. همچنین نوسویتسکی و همکاران [۲۱] در تحقیقی که بر روی یک خم $^{\circ}$۹۰ انجام دادند، قابل قبول بودن فرض جریان آرام را با مقایسه نتایج جریان آرام با نتایج جریان مغشوش مدل k-ε اثبات نمودند. ایشان

---

[5] Low-density lipoprotein
[6] Right coronary artery

نتیجه گرفتند که تاثیرات توربولنسی بسیار کم و قابل صرف نظر کردن می باشند. بر اساس این مطالعات معادلات ناویر استوکس برای جریان غیر قابل تراکم نیوتنی شامل معادلات پیوستگی و مومنتم به صورت زیر نوشته شده اند:

$$\iint \bar{V}\cdot d\bar{A}=0 \qquad (۱)$$

$$\int_{\forall} \rho\frac{\partial \bar{V}}{\partial t}d\forall + \iint \rho\,\bar{V}\bar{V}\cdot d\bar{A} = -\iint p\bar{n}\cdot d\bar{A} + \iint \mu\nabla\bar{V}\cdot d\bar{A} \qquad (۲)$$

که در آن ρ، μ، و p به ترتیب چگالی، ویسکوزیته، بردار سرعت و فشار می باشند. یک پروفیل سهموی به عنوان سرعت ورودی در نظر گرفته شده است. بعلاوه شرط گرادیان صفر و عدم لغزش به ترتیب برای مرز خروجی و دیواره رگ در نظر گرفته شده اند. لوله مستقیمی که به اندازه ΔD بعد از خروجی در نظر گرفته شده است به اندازه کافی بلند می باشد که حوزه سرعت بخوبی توسعه پیدا کند تا شرط گرادیان صفر در خروج موجه باشد.

۳.۲. روش عددی

روش عددی به کار گرفته شده روشی مشابه روش پروجکشن[۷] می باشد. یکی از مشکلات عمده در حل جریان‌های تراکم‌ناپذیر ترم فشار است. در روش پروجکشن، با استفاده از ویژگی دیورژانس صفر جریان‌های تراکم‌ناپذیر، معادله پواسونی به‌دست می‌آید که از طریق آن، میدان فشار به کمک میدان سرعت تخمین زده می‌شود. اگر به منظور برقراری میدان فشار صحیح در هر گام زمانی، تنها از معادله پواسان فشار استفاده شود، به تکرارهای زیاد در معادله پواسون و در نتیجه معادلات ناویر استوکس احتیاج است که زمان حل را افزایش می‌دهد. در این مقاله، روش جدیدی به منظور تخمین میدان فشار بر مبنای برقراری پیوستگی جرمی در هر مقطع جریان ارائه گشته است. به علت عدم تطابق جرم عبوری در مقاطع مختلف جریان، می توان با توجه به رابطه زیر یک تصحیح سرعت مقطعی را تعریف نمود:

$$\Delta u_k = \overline{U} - \frac{\iint_A \bar{V}\cdot d\bar{A}}{A} \qquad (۳)$$

که در آن $\overline{U}$سرعت متوسط ورودی می باشد. تصحیح سرعت مقطعی بدست آمده توسط رابطه ای مشابه رابطه اولر به یک تصحیح فشار مقطعی ربط داده می شود.

$$-\nabla p' = \rho\,\frac{\Delta u_k}{\Delta t} \qquad (۴)$$

تصحیح فشار بدست آمده از رابطه بالا برای کلیه نقاط واقع در هر مقطع به تصحیح فشار بدست آمده از حل معادله پواسون برای هر نقطه از حوزه جریان اضافه می گردد تا میدان فشار جدید حاصل شود. با انجام تکرار های لازم ، پاسخ حالت پایای جریان بدست می آید. استفاده از تصحیح فشار مقطعی بالا سرعت همگرایی روش عددی را به شدت افزایش می دهد.

۳. اعتبار روش عددی

به منظور اطمینان از صحت روش عددی، جریان در داخل یک کانال S شکل با سطح مقطع دایروی و قطر ۴۸ mm در نظر گرفته شده است. همانطور که در شکل ۲ نشان داده شده است، هندسه مورد استفاده شامل دو خم با زاویه 22.5° و شعاع انحناء ۳۳۶ mm است. بعلاوه این هندسه بر اساس کار تجربی تیلور و همکاران [۲۳] انتخاب شده است که در آن طول ورودی و خروجی در نظر گرفته شده به ترتیب ۲۱۰mm و ۱۸۲۰mm می باشد. به منظور مقایسه نتایج عددی با نتایج تجربی پروفیل یکنواخت، شرط گرادیان صفر و شرط عدم لغزش به ترتیب به مرزهای ورودی، خروجی و دیواره ها اعمال گشته اند. پروفیل های سرعت بدست آمده برای جریان با عدد رینولدز ۷۹۰ (رینولدز بر مبنای قطر به دست آمده است) از حل عددی در صفحه تقارن هندسه مورد بررسی با نتایج تجربی مشابه در سه مقطع نشان داده شده در شکل ۲ مقایسه گشته اند. زوایای مشخص کننده مقاطع مورد مقایسه از ابتدای خم اول محاسبه می گردند. تطابق قابل قبولی بین نتایج عددی کار حاضر و نتایج تجربی [۲۳] مشاهده می شود.

---

[7] Projection like method