



بررسی رفتار خمشی نمونه‌های استوانه‌ای بتنی با استفاده از روش اجزای محدود

محمد رضا توکلی زاده^۱، کیومرث صاحبکار^۲، وهاب اسماعیلی^۳

۱- استادیار گروه عمران، دانشگاه فردوسی مشهد

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد سازه‌های هیدرولیکی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

۳- دانشجوی کارشناسی عمران، دانشگاه فردوسی مشهد

drt@um.ac.ir

k.sahebkar@aut.ac.ir

vahab.esmaeili@stu-mail.um.ac.ir

چکیده

از آن جایی که تعیین مدول گسیختگی بتن با استفاده از نمونه‌های استوانه‌ای کمتر مورد توجه بوده استاندارد بدین منظور تدوین نشده است؛ در این پژوهش با مدل سازی عددی تیرهای مکعب مستطیلی و استوانه‌ای تحت خمش به بررسی توزیع تنش‌ها و مقایسه‌ی نتایج حاصل از روابط مکانیک مواد و روش اجزای محدود پرداخته می‌شود. افزون بر این روابط آزمایشگاهی استخراج شده توسط نویسندگان مقاله‌ی حاضر برای تبدیل مدول گسیختگی حاصل از نمونه‌های استوانه‌ای به نمونه‌های مکعب مستطیلی نیز درستی آزمایی شده‌اند این منظور از روش اجزای محدود و نرم‌افزار Abaqus بهره جسته شده است.

کلمات کلیدی: مدول گسیختگی، مقاومت خمشی، مقاومت کششی، نمونه‌ی بتنی استوانه‌ای، روش اجزای محدود

۱. پیشگفتار

مقاومت کششی بتن در حدود ۸ تا ۱۲ درصد مقاومت فشاری آن می‌باشد [۱]. مقاومت کششی بتن را از آزمایش‌های مختلفی مانند آزمایش کشش مستقیم، آزمایش شقه‌ای (Splitting) و آزمایش خمشی (سه نقطه‌ای و چهارنقطه‌ای) می‌توان تعیین کرد. مقدار مقاومت تعیین شده از آزمایش کشش مستقیم کمتر از آزمایش شقه‌ای و آزمایش دو نیم شدن کمتر از آزمایش خمشی است. تعیین نهایی کششی در آزمایش خمشی به مدول گسیختگی، f_r ، معروف است و از این پارامتر در طراحی اعضای خمشی، کنترل ترک خوردگی و طراحی روسازی و سایر تاولهای روی زمین استفاده می‌شود [۱].

برای تعیین مدول گسیختگی بتن مطابق استانداردهای موجود، نیاز به برشی از تاوله و یا ساخت نمونه های مکعب مستطیلی خواهد بود. درحالی که برای تعیین مقاومت فشاری از نمونه‌های استوانه‌ای استفاده شده و نمونه‌های حاصل از مغزه‌گیری نیز به شکل استوانه‌می‌باشند. در پژوهش آزمایشگاهی که پیش‌تر توسط نویسندگان این مقاله انجام شد، روشن گردید که می‌توان به تعیین مدول گسیختگی بتن با استفاده از تیرهای استوانه‌ای، به جای تیر مکعب مستطیلی، امیدوار بود [۲]. در این پژوهش سعی شده است تا با مدل سازی عددی تیرهایی که پیش از این مورد آزمایش قرار گرفته‌اند، علاوه بر بررسی توزیع تنش‌ها، میزان قابل اعتماد بودن روابط مکانیک مواد و نسبت‌های استخراج شده در آزمایشگاه واکاوی شود. داز این دیدگاه می‌توان این پژوهش را گام دوم در جهت ایجاد آزمایشی استاندارد برای تعیین مدول گسیختگی بتن با استفاده از نمونه‌های استوانه‌ای دانست.



۲. پژوهش‌های پیشین

از آنجایی که مقاومت کششی بتن در مقایسه با مقاومت فشاری آن بسیار کم است، در ابتدای شناخت بتن به عنوان یکی از مصالح ساختمانی، این ماده را در نقاطی از سازه به کار می‌گرفتند که همواره تحت فشار باشد. بکارگیری میلگردهای فولادی در بتن باعث گردید که طراحان به طور کامل از مقاومت کششی بتن در برابر فولاد چشم‌پوشی کنند. اما این فرض در طراحی روسازی‌های بتنی و به طور کلی تاوهای روی زمین، چارمساز نبوده و منجر به غیراقتصادی شدن طرح می‌شد. بنابراین پژوهش در مورد مقاومت خمشی بتن، عوامل مؤثر بر آن و رابطی آن با دیگر پارامترها آغاز شد که تا به امروز ادامه دارد.

یکی از اولین پژوهش‌های صورت گرفته در این زمینه، بررسی جامع مقاومت خمشی تیرهای بتنی عریض است که در سال ۱۹۲۲ توسط آبرامز در شیکاگو ارائه شد. او در این پژوهش، ۷۵۰ نمونه‌ی بتنی مکعب مستطیلی با ابعاد و طرح‌های اختلاط مختلف را تحت آزمایش چهار نقطه‌ای قرار داد و اثر ۱۳ پارامتر مختلف از جمله مقاومت فشاری بتن، سن بتن و عمق مقطع را بر مقاومت خمشی بتن بررسی کرد. نتایج پژوهش او همگی بیان‌گر این نکته بودند که ارتباط تنگاتنگی بین f_c' و f_r وجود دارد. او در نوشته‌ی خود رابطه‌ی غیرخطی بین مقاومت فشاری و مقاومت خمشی ارائه داد [۳]. رافائل در سال ۱۹۸۴، روش‌های مختلف تعیین مقاومت کششی بتن (کشش مستقیم، شق‌های و خمشی) و مورد بحث و بررسی قرار داد و سعی کرد دلایل اختلاف مقاومت به دست آمده از آزمایش‌های مختلف را بیابد [۴].

با توجه به اهمیت مدول گسیختگی بتن در تعیین لنگر ترک خوردگی عضو و میزان فولاد کمینه، آیین‌نامه‌ی معتبر دنیا نیز بخشی را به مقاومت خمشی بتن و چگونگی تعیین آن برای مقاصد طراحی اختصاص داده که با گذشت زمان و پیشرفت تکنولوژی بتن این روابط نیز در حال اصلاح و تکمیل می‌باشند با توجه به تحقیقات صورت گرفته، روابط ارائه شده در آیین‌نامه‌ها مربوط به بتن‌های با مقاومت فشاری کمتر از ۴۰ مگاپاسکال هستند. اما امروزه با پیشرفت تکنولوژی بقاوت فشاری بتن بسیار فراتر از این مقدار رفته است و نیاز به اصلاح روابط آیین‌نامه‌ای می‌باشد. لگرون و پالتر در سال ۲۰۰۰، با تحلیل آماری بر روی ۳۹۵ داده‌ی به دست آمده از بتن‌هایی با مقاومت تا ۱۳۰ مگاپاسکال روابط جدیدی بین مدول گسیختگی بتن با مقاومت فشاری آن برقرار کردند [۵]. بازانت و نواک در سال ۱۹۷۰ توجه به روش استاندارد موجود برای تعیین مقاومت خمشی، دو روش را برای تعیین اثر اندازه‌ی نمونه بر مدول گسیختگی بتن، پیشنهاد نمودند [۶].

در پژوهشی که توسط نویسندگان مقاله‌ی حاضر در سال ۲۰۰۹ انجام شد، امکان کاربرد نمونه‌های استوانه‌ای در آزمایش خمشی بررسی شد. برای این منظور ۴۸ تیر بتنی با مقطع مربع و ۷۶ نمونه‌ی استوانه‌ای با چهار طرح اختلاط مختلف، ساخته شد و در نهایت با انجام تحلیل‌های آماری بر روی یافته‌های آزمایشگاهی، روابط لازم استخراج گردید. این روابط نشان‌دهنده‌ی آن بود که می‌توان به تعیین مدول گسیختگی بتن با استفاده از نمونه‌های استوانه‌ای امیدوار بود [۲].

مطابق استانداردهای موجود، تاکنون برای تعیین مدول گسیختگی بتن بایستی تیر مکعب مستطیلی به کار رود. افزون‌براین تیر مکعب مستطیلی تحت خمش رفتار پیچیده‌ای از خود نشان نمی‌دهد و حتی می‌توان آن را به صورت دوبعدی مدل کرد. بنابراین پژوهشگران نیازی به مدل‌سازی عددی به منظور بررسی تعیین مدول گسیختگی بتن احساس نمی‌کرده‌اند. اما با توجه به این که پژوهش آزمایشگاهی اخیر نشان از آن دارد که می‌توان مدول گسیختگی بتن را با استفاده از نمونه‌های اسلیمی تعیین کرد، لازم است که مطالعات عددی نیز این مسئله را تأیید کنند، تا بتوان در نهایت روشی استاندارد به این منظور ارائه کرد. شایان توجه است که در نمونه‌های استوانه‌ای استاندارد موجود، به دلیل کوتاه‌تر بودن دهانه‌ی بارگذاری، اثرات برش چشم‌گیرتر بوده که این نیز خود نشان‌دهنده‌ی لزوم مدل‌سازی عددی این نمونه‌ها می‌باشد.

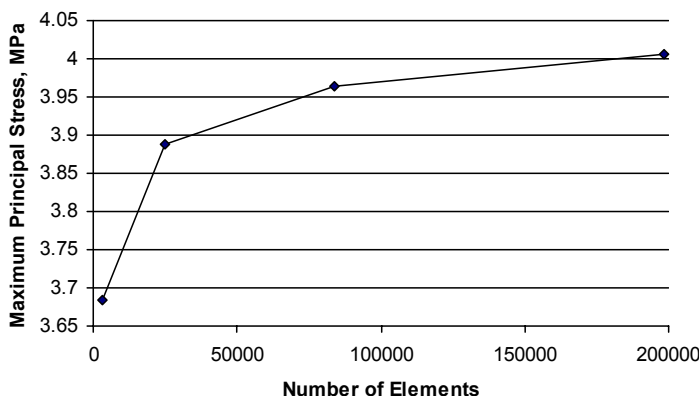
۳. مدل‌سازی

برای مدل‌سازی تیرها از روش اجزای محدود در نرم افزار Abaqus/CAE 6.8-1 بهره گرفته شده است [۷].

ماده: برای تعریف بتن در نرم افزار از یک ماده‌ی کشسان خطی با ضریب کشسانی ۲۰ گیگاپاسکال و ضریب پواسون ۰/۳ استفاده شده است. از آنجایی که شکست نمونه‌ها همگی کششی بوده و مقاومت کششی بتن در حدود ۸ تا ۱۲ درصد مقاومت فشاری آن است تنش فشاری موجود در نمونه هنگام شکست کمتر از $f_c'/2$ خواهد بود [۱]. در چنین شرایطی رفتار بتن در کشش و فشار کشسان خطی است و بنابراین فرض رفتار کشسان خطی برای ماده‌ی در مدل‌سازی منطقی خواهد بود. نتایج به دست آمده از تحلیل نیز عدم رفتار غیرخطی و ناکشسان بتن را تأیید می‌کنند.



مش بندی: برای مش بندی نمونه ها از المان C3D8R استفاده شده است. مبنای مقایسه نتایج در این مقاله تنش ها می باشد و تنش در تحلیل عددی با روش اجزای محدود به اندازه المان ها وابسته است. بنابراین ابتدا یک تیر مکعب مستطیلی به عنوان نمونه در نظر گرفته شد و تحت بارگذاری و شرایط مرزی مورد نظر در این پژوهش با چهار اندازه مش مختلف تحلیل شد و تنش کششی بیشینه آن مبنای مقایسه قرار گرفت. نمودار تغییرات تنش کششی بیشینه در برابر تعداد المان های نمونه در شکل ۱ نشان داده شده است. همان گونه که مشاهده می شود این روند صعودی بوده و نرخ تغییرات آن رو به کاهش است. با توجه به اختلاف یک درصدی تنش ها در حالت های سوم و چهارم و کوتاه تر بودن چشمگیر زمان تحلیل مدل در حالت سوم نسبت به حالت چهارم (تا حدود ۷۰ درصد)، مش بندی حالت سوم به عنوان مش بندی بهینه از نظر دقت پاسخ و زمان تحلیل انتخاب گردید.



شکل ۱- نمودار تغییرات تنش کششی بیشینه در برابر تعداد المان های مدل

مدل سازی تکیه گاه ها: از آنجایی که یکی از اهداف این پژوهش مقایسه نتایج آزمایشگاهی به دست آمده در مرجع ۲ با نتایج مدل سازی عددی انجام شده است، بایستی مدل سازی صورت گرفته تا حد امکان با نحوه انجام آزمایش مطابقت داشته باشد. توجه به این موضوع یکی از بخش های مهم، مدل سازی تکیه گاه ها می باشد.

هنگام آزمایش خمشی تیرهای بتنی، مطابق شکل ۲، از نیمه استوانه ای فولادی در محل های تکیه گاه و اعمال نیرو استفاده شده است. از نظر تئوری محل تماس آن ها با نمونه ی مکعب مستطیلی یک خط می باشد. اما بدیهی است که در عمل چنین نخواهد بود. بنابراین برای مدل سازی این نواحی، نواری به عرض ۱۰ میلی متر و طول ۱۰۰ میلی متر (عرض نمونه) در محل های تماس در نظر گرفته شد؛ به گونه ای که فاصله ی بین وسط تکیه گاه ها ۳۰۰ میلی متر (مطابق نمونه ی آزمایش شده) باشد. در نتیجه طول نمونه ی مدل شده در نرم افزار ۳۱ سانتی متر خواهد بود. با توجه به این که قطر تکیه گاه ها در آزمایشگاه ۳۰ میلی متر است، فرض نواری به عرض ۱۰ میلی متر برای تکیه گاه با توجه به عدم ایجاد تنش های متمرکز بیلاز زیاد که باعث گسیختگی نمونه در محل تماس شوند، فرض مناسبی می باشد.

در نمونه های استوانه ای بر خلاف نمونه ی مکعب مستطیلی، محل تماس در این شرایط یک نقطه می باشد. ابداعی است که در عمل واکنش تکیه گاهی در یک سطح بسیار کوچک در محل تماس وارد می شود که مساحت و شکل آن بستگی به جنس و بافت دو سطح در تماس با هم دارد. در شرایط آزمایش برای جلوگیری از تمرکز تنش و گسیختگی بتن در تکیه گاه، مطابق شکل ۲ از یک نوار چوبی به ضخامت ۳ میلی متر و عرض ۱۰ میلی متر استفاده شده است تا با کمی افزایش سطح تماس، مانع از تمرکز تنش بسیار زیاد در محل تکیه گاه گردد. با توجه به فرضیاتی که برای نمونه ی مکعب مستطیلی بیان شد، در این شرایط نیز سطح تماس مربعی به مساحت ۱۰۰ میلی متر مربع در نظر گرفته شد، به گونه ای که فاصله ی مرکز تا مرکز مربع ها ۱۸۰ میلی متر (مطابق نمونه ی آزمایش شده) باشد. در این مورد با توجه به کوچک شدن سطح تکیه گاه (۱/۱ حالت مکعب مستطیلی) و همچنین افزایش واکنش تکیه گاهی (به دلیل کاهش دهانه بارگذاری و افزایش بار ناشی از آن) در گرهای اطراف تکیه گاه، تنش هایی بیش از تنش کششی وسط دهانه ظاهر می شود که ناشی از فرضیات صورت گرفته در مدل سازی تکیه گاه ها می باشد و نمی تواند باعث گسیختگی نمونه شود. وضعیت تنش چند محوره). بنابراین از آن ها صرف نظر شده و تنش کششی بیشینه در تار پایین نمونه که در وسط دهانه رخ می دهد ملاک مقایسه خواهد بود.

به منظور بررسی این که خطای روابط مکانیک مواد نسبت به روش اجزای محدود برای ابعاد مختلف تیر چگونه تغییر می کند، تیرهای مکعب مستطیلی با دهانه ی ۴۵۰ میلی متر و ضلع مقطع ۱۵۰ میلی متر، دهانه ی ۲۲۵ میلی متر و ضلع مقطع ۷۵ میلی متر و همچنین دهانه ی ۱۵۰ میلی متر و ضلع مقطع ۵۰ میلی متر مدل شده اند.



شکل ۲- شرایط تکیه‌گاه و محل اعمال بار در آزمایش خمشی تیرهای مکعب مستطیلی و استوانه‌ای

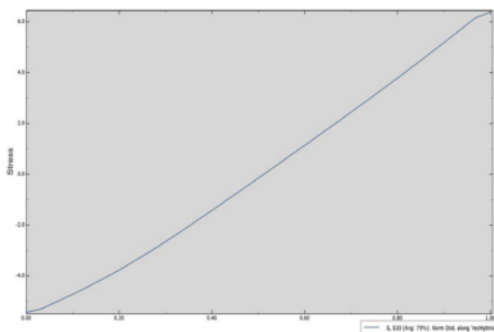
بارگذاری: یکی از اهداف مورد نظر در این پژوهش مقایسه‌ی نتایج حاصل از مدل‌سازی عددی با نتایجی است که پس از آزمایش، بر پایه‌ی روابط مکانیک مواد و فرض‌های خمش، تعیین شده‌اند. بنابراین در مدل‌سازی از همان بارهایی که در آزمایشگاه موجب گسیختگی نمونه‌ها شده‌اند، بهره گرفته شده است. اما برای تیرهای بزرگ‌تر و کوچک‌تر از نمونه‌های آزمایشگاهی، یک بار دلخواه اعمال شده است که به علت خطی بودن رابطه‌ی نیرو و تنش، در ماهیت مقایسه‌ی ای خطاها خللی وارد نمی‌شود.

۴. بررسی و آنالیز داده‌ها

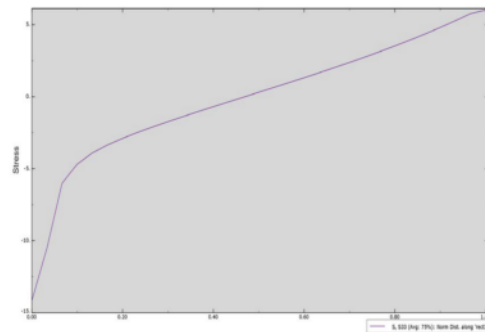
بررسی توزیع تنش‌ها: بر پایه‌ی مفاهیم مکانیک مواد، صفحه‌ی مقطع یک تیر مستقیم و لاغریس از تغییر شکل خمشی همچنان صفحه‌ی باقی مانده و محور خنثی در معرض تنش صفر می‌باشد. همچنین کرنش طولی به صورت خطی از صفر در محور خنثی تا مقدار بیشینه بر روی تارهای خارجی تغییر کرده و چنانچه ماده همگن بوده و قانون هوک حکم فرما باشد، تنش نیز در سطح مقطع تیر به صورت خطی تغییر خواهد کرد. رابطه‌ی خمش با برابر قرار دادن لنگر داخلی با لنگر ایجاد شده توسط توزیع تنش عمودی خطی حول محور خنثی به صورت رابطه‌ی (1) تعیین می‌گردد [۸].

$$\sigma_{\max} = \frac{Mc}{I} \quad (1)$$

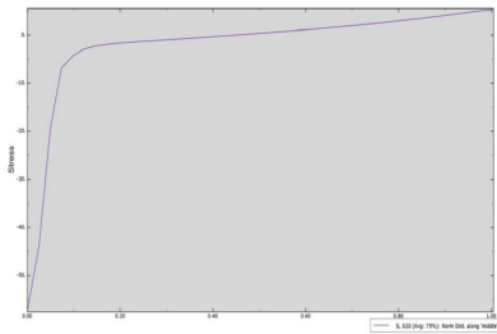
همان گونه که در شکل‌های ۳ تا ۸ مشاهده می‌شود، توزیع تنش در مقطع تیرهای مدل شده و در زیر بار خطی نمی‌باشد. این امر نشان‌دهنده‌ی آن است که فرضیانتجام شده در مکانیک مواد با واقعیت تیرهای مورد بحث پژوهش حاضر انطباق کامل ندارد و نندنیروهای متمرکز حاصل از بارگذاری حدود ۱۰ درصد ارتفاع مقطع را تحت تأثیر قرار داده و مقدار تنش فشاری در حدود ۵ برابر مقدار حاصل از فرض تغییرات خطی تنش ایجاد می‌کنند. در شکل ۴ که مقطع نشان داده شده از محل بارگذاری فاصله دارد، مشاهده می‌شود تأثیرات بار متمرکز کمتر بوده و تغییرات تنش تقریباً خطی است.



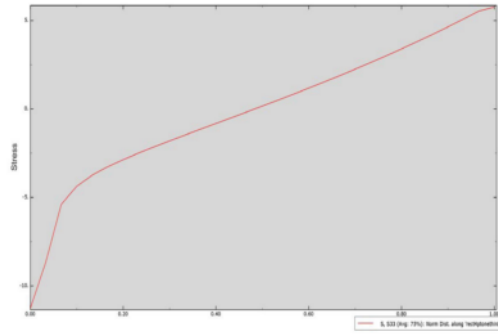
شکل ۴- توزیع تنش در مقطع میانی تیر مکعب مستطیلی تحت خمش چهار نقطه‌ای



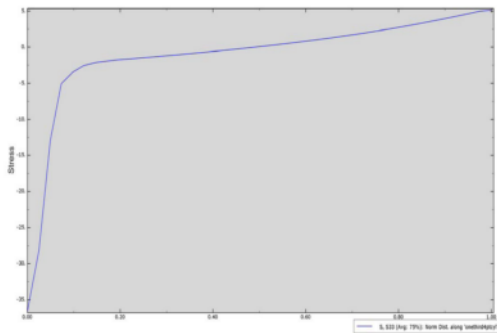
شکل ۳- توزیع تنش در مقطع میانی تیر مکعب مستطیلی تحت خمش سه نقطه‌ای



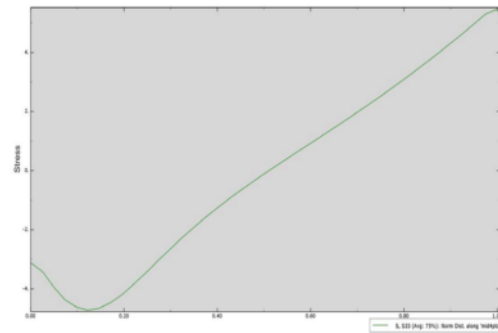
شکل ۶- توزیع تنش در مقطع میانی تیر استوانه‌ای تحت خمش سه‌نقطه‌ای



شکل ۵- توزیع تنش در مقطع یک سوم تیر مکعب مستطیلی تحت خمش چهارنقطه‌ای

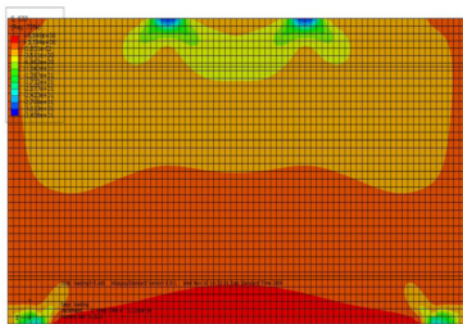


شکل ۸- توزیع تنش در مقطع یک سوم تیر استوانه‌ای تحت خمش چهارنقطه‌ای

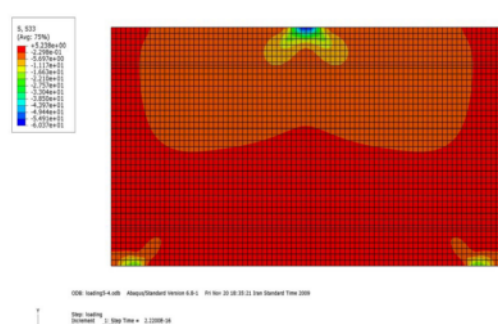


شکل ۷- توزیع تنش در مقطع میانی تیر استوانه‌ای تحت خمش چهارنقطه‌ای

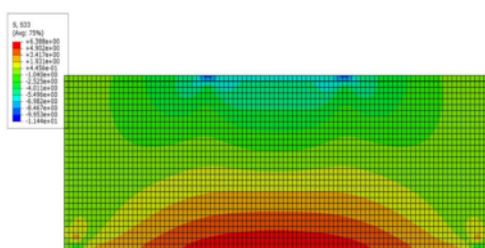
همان طور که در شکل‌های ۹ تا ۱۲ مشخص است و پیش‌تر نیز اشاره شد، در محل نیروهای متمرکز یا به عبارتی نقاط بارگذاری و تکیه‌گاه‌ها، تنش‌های فشاری مضاعفی بوجود می‌آید.



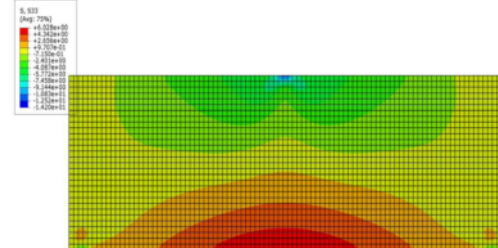
شکل ۱۰- توزیع تنش در مقطع طولی تیر استوانه‌ای تحت خمش چهارنقطه‌ای



شکل ۹- توزیع تنش در مقطع طولی تیر استوانه‌ای تحت خمش سه‌نقطه‌ای



شکل ۱۲- توزیع تنش در مقطع طولی تیر مکعب مستطیلی تحت خمش چهارنقطه‌ای



شکل ۱۱- توزیع تنش در مقطع طولی تیر مکعب مستطیلی تحت خمش سه‌نقطه‌ای

**بررسی اثر ابعاد تیر مکعب مستطیلی بر میزان خضای روابط مکانیک مواد؛ با توجه به جدول ۱ و مقایسه‌ی تنش کششی بیشینه ی**

حاصل از روابط مکانیک مواد و روش اجزای محدود برای تیرهای مکعب مستطیلی در چهار اندازه‌ی متفاوت، مشاهده می‌شود که خضای روابط مکانیک مواد نسبت به روش اجزای محدود با بزرگ‌تر شدن ابعاد آن، کاهش می‌یابد. شایان توجه است که ابعاد مقطع و دهانه به گونه‌ای در مدل تغییر داده شده‌اند که دهانه‌ی تیر سه برابر ضلع مقطع آن می‌باشد. همچنین از آن جایی که اندازه‌ی المان‌ها ثابت مانده، تعداد المان‌ها با بزرگ‌تر شدن ابعاد تیر افزایش یافته است. خضای مثبت به این معناست که روابط مکانیک مواد مقدار تنش را بیشتر از اجزای محدود تعیین کرده و خضای منفی یعنی روابط مکانیک مواد مقدار تنش را کم‌تر از اجزای محدود تعیین می‌کند. همان‌گونه که انتظار موهود، این خطا برای خمش سه نقطه‌ای بیش از خمش چهارنقطه‌ای می‌باشد؛ زیرا برای خمش چهارنقطه‌ای، برش در یک سوم میانی تیر که محل بیشینه تنش کششی است، صفر خواهد بود بنابراین در این حالت شرایط مدل به فرضیات اساسی در فرمول خمش بر پایه‌ی مکانیک مواد نزدیک‌تر بوده و خطا کاهش می‌یابد.

جدول ۱- مقایسه‌ی نتایج حاصل از روابط مکانیک مواد و اجزای محدود برای ابعاد متفاوت تیر مکعب مستطیلی

ابعاد تیر مکعب مستطیلی (mm)	شرح	خمش ۳ نقطه‌ای	خمش ۴ نقطه‌ای
50×50×150	نیرو (kN)	5.00	10.00
	تنش کششی بیشینه بر پایه‌ی روش اجزای محدود (MPa)	7.24	10.89
	تنش کششی بیشینه بر پایه‌ی روابط مکانیک مواد (MPa)	9.00	12.00
	(%) خضای روابط مکانیک مواد نسبت به روش اجزای محدود	24.3	10.2
75×75×225	نیرو (kN)	7.50	15.00
	تنش کششی بیشینه بر پایه‌ی روش اجزای محدود (MPa)	5.15	7.74
	تنش کششی بیشینه بر پایه‌ی روابط مکانیک مواد (MPa)	6.00	8.00
	(%) خضای روابط مکانیک مواد نسبت به روش اجزای محدود	16.5	3.4
100×100×300	نیرو (kN)	15.20	21.40
	تنش کششی بیشینه بر پایه‌ی روش اجزای محدود (MPa)	6.03	6.39
	تنش کششی بیشینه بر پایه‌ی روابط مکانیک مواد (MPa)	6.84	6.43
	(%) خضای روابط مکانیک مواد نسبت به روش اجزای محدود	13.4	0.6
150×150×450	نیرو (kN)	15.00	30.00
	تنش کششی بیشینه بر پایه‌ی روش اجزای محدود (MPa)	2.71	-
	تنش کششی بیشینه بر پایه‌ی روابط مکانیک مواد (MPa)	3.00	4.00
	(%) خضای روابط مکانیک مواد نسبت به روش اجزای محدود	10.7	-

خلاصه و ارزیابی نتایج آزمایشگاهی: لازم است تا خلاصه‌ای از هادو نتایج پژوهش آزمایشگاهی انجام شده توسط نویسندگان مقاله‌ی حاضر بیان گردد [۲]. در پژوهش آزمایشگاهی که پیش‌تر سامان داده شد، نمونه‌های استوانه‌ای و مکعب مستطیلی حاصل از چهار طرح اختلاط گوناگون تحت آزمایش‌های خمشی سه نقطه‌ای و چهار نقطه‌ای قرار گرفتند. آنالیز آماری نسبتهای مدول گسیختگی تیرهای مکعب مستطیلی به استوانه‌ای در جدول ۲ ارائه شده است. بدین معنا که برای تبدیل مدول گسیختگی حاصل از نمونه‌های استوانه‌ای به مکعب مستطیلی، می‌توان ضرایب ۰/۶۴ و ۰/۵۲ را با سطح اطمینان‌های به ترتیب ۸۵ درصد و ۹۸ درصد انتخاب کرد. شایان توجه است که تعیین تنش‌ها پس از آزمایش، بر پایه‌ی روابط مکانیک مواد انجام گرفته است.

با بررسی جدول ۳ می‌توان دریافت که برای آزمایش خمشی سه نقطه‌ای روابط مکانیک مواد مقدار تنش را بیشتر از اجزای محدود تعیین کرده و برای آزمایش خمشی چهار نقطه‌ای روابط مکانیک مواد مقدار تنش را تقریباً برابر با اجزای محدود تعیین می‌کند. همان‌گونه که مشاهده می‌شود قدرمطلق این خطا برای خمش سه نقطه‌ای بیش از خمش چهارنقطه‌ای و همچنین برای تیر استوانه‌ای بیش از تیر مکعب مستطیلی می‌باشد با نگاهی دقیق‌تر مشاهده می‌شود که اختلاف خطا بین تیر استوانه‌ای و مکعب مستطیلی برای خمش سه نقطه‌ای ۹ درصد و برای خمش چهارنقطه‌ای تنها ۴ درصد است. بنابراین نتایج به دست آمده از مدل‌سازی عددی نیز نشان از امکان کاربرد تیرهای استوانه‌ای جای تیرهای مکعب مستطیلی در تعیین مدول



گسیختگی بتن را دارند. از آنجایی که رابطه‌ی نیرو و تنش در مکانیک مواد و همچنین در روش اجزای محدود خطی بوده است، تنها نتایج آزمایش‌های انجام شده بر روی نمونه‌های حاصل از چهارمین مخلوط در جدول ۳ آورده شده‌اند.

جدول ۲ - آنالیز آماری نسبت‌های مدول گسیختگی تیرهای مکعب مستطیلی به استوانه‌ای

شماره مخلوط	$f_{r(3)}/f_{rc(3)}$	$f_{r(4)}/f_{rc(4)}$	
1	0.71	0.80	
2	0.87	0.99	
3	0.67	0.63	
4	0.65	0.79	
میانگین - μ	0.73	0.80	
انحراف استاندارد - σ	0.099	0.144	
$\mu-\sigma$	0.626	0.660	0.64
$\mu-2\sigma$	0.527	0.516	0.52

جدول ۳ - مقایسه‌ی نتایج حاصل از روابط مکانیک مواد و اجزای محدود برای نمونه‌ی آزمایشگاهی

شرح	تیر مکعب مستطیلی		تیر استوانه‌ای	
	خمش ۳ نقطه‌ای	خمش ۴ نقطه‌ای	خمش ۳ نقطه‌ای	خمش ۴ نقطه‌ای
نیروی گسیختگی در آزمایشگاه (kN)	15.204	21.427	23.052	26.614
تنش کششی بیشینه بر پایه‌ی روش اجزای محدود (MPa)	6.03	6.39	8.67	8.36
تنش کششی بیشینه بر پایه‌ی روابط مکانیک مواد (MPa)	6.84	6.43	10.57	8.13
(%) خطای روابط مکانیک مواد نسبت به روش اجزای محدود	13	1	22	-3

۵. نتیجه‌گیری

- مهم‌ترین نتایج به دست آمده از این پژوهش را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:
- با کوچک‌تر کردن المان‌ها و یا به عبارتی با افزایش تعداد المان‌ها، بیشینه تنش اصلی افزایش می‌یابد. اما آهنگ افزایش آن با افزایش تعداد المان‌ها کاهش خواهد یافت.
 - توزیع تنش در مقطع تیرهای مدل شده خطی نمی‌باشد.
 - نیروهای متمرکز حاصل از بارگذاری حدود ۱۰ درصد ارتفاع مقطع را تحت تأثیر قرار داده و مقدار تنش فشاری در حدود هرابر مقدار حاصل از فرض تغییرات خطی تنش ایجاد می‌کنند.
 - قدرمطلق خطای روابط مکانیک مواد نسبت به روش اجزای محدود، برای خمش چهارنقطه‌ای کم‌تر از خمش سه‌نقطه‌ای است.
 - در صورتی که برای تیرهای مکعب مستطیلی ابعاد مقطع و دهانه به گونه‌ای تغییر کند که دهانه‌ی تیر سه برابر ضلع مقطع آن باشد و اندازه‌ی المان‌ها در مدل ثابت بماند، خطای روابط مکانیک مواد نسبت به روش اجزای محدود با بزرگ‌تر شدن ابعاد آن، کاهش می‌یابد.
 - قدرمطلق خطای روابط مکانیک مواد نسبت به روش اجزای محدود، برای تیر استوانه‌ای کمی بیش‌تر از تیر مکعب مستطیلی است.
 - برای آزمایش خمشی سه‌نقطه‌ای بر روی نمونه‌های آزمایش شده، روابط مکانیک مواد مقدار تنش را بیش‌تر از اجزای محدود تعیین کرده و برای آزمایش خمشی چهارنقطه‌ای این دو مقدار تقریباً برابرند.

۶. سپاسگزاری

شایسته است در پایان از دانشکده مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد برای حمایت مالی از این پژوهش در قالب طرح پژوهشی شماره ۱۳۸۸-۴۲۶۸ و دیگر دوستانی که ما را در بثمر رساندن این مهم یاری دادند، سپاسگزاری کنیم.



۶. مراجع

1. Kosmatka, S., Kerkhoff, B., Panarese, W., (2002), "Design and Control of Concrete Mixtures", (14th Edition), Portland Cement Association
۲. توکلی زاده، م.، صاحبکار، ک.، اسماعیلی، و.، (۱۳۸۸)، " تعیین مدول گسیختگی بتن ساخته شده با سنگدانه‌های شکسته با استفاده از نمونه‌های استوانه‌ای"، مجموعه مقالات اولین کنفرانس بین‌المللی تکنولوژی بتن، تبریز، ایران، ۱۵-۱۶ آبان
3. Abrams, D.A., (1922), "Flexural Strength of Plain Concrete", Bulletin 11, Structural Materials Research Laboratory, Lewis Institute, Chicago
4. Raphael, J.M., (1984), "Tensile Strength of concrete", Journal Proceedings of ACI, 81 (2), pp 158-165
5. Legeron, F., Paultre, P., "Prediction of Modulus Of Rupture Of Concrete", Materials Journal of ACI, 97 (2), pp 193-200
6. Bazant, Z.P., Novak, D., "Proposal of Standard Test of Modulus of Rupture of Concrete with Its Size Dependence", Materials Journal of ACI, 98 (1), pp 79-87
7. Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc. (2008) "*Abaqus/Explicit User's Manual, Version 6.8*", V I & II.
8. Hibbeler, R.C., (2004), "Mechanics of Materials", (6th Edition), Prentice Hall