



روش تحلیلی محاسبه نشت از کanal نگاشت کانفرمال

سید حسین مجتهدی^۱، محمود فغور مغربی^{۲*}

چکیده

در این مقاله، راه حل تحلیلی برای محاسبه نشت حالت پایدار محصور نشده از یک کanal منحنی شکل با مقطع نیمه بیضی ارائه شده است. راه حل تحلیلی محاسبه نشت از کanal های منحنی شکل به دلیل مشکل بودن نگاشت کانفرمال پروفیل سطح مقطع این گونه کanal ها عمومیت زیاده است. در کار حاضر از هدوگراف سرعت و تبدیل شوارتز-کریستوفل استفاده شده است. در بدست آوردن نگاشت پروفیل سطح مقطع کanal از روشی به نام روش معکوس استفاده می شود که در آن مرز پروفیل سطح مقطع واقعی کanal در امتداد یک دایره در صفحه هدوگراف سرعت نگاشت می شود. محاسبات در حالت نشت پایدار از کanal نیمه بیضی که در زیر آن یک لایه زهکش در عمق محدود در زیر بستر کanal قرار گرفته است، انجام می شود. از این روش می توان مقدار نشت، بافرض قرارگیری لایه زهکش در عمق محدود بسته را نیز بدست آورد. از واحله ارائه شده میزان دسی نشت، معادلات پارامتریک برای نشان دادن مکان هندسی منحنی سطح آزاد و مقدار عرض نشت در لایه زهکش را می توان بدست آورد. همچنین می توان گفت که دقت روش معکوس در مقایسه با روش های تحلیلی سایر محققین تغییر کارنی قابل قبول بوده و محدودیت آن یعنی غیر عملی بودن شکل مقطع کanal با نسبت های کوچک عرض سطح آب به عمق را تخطی داشت.

واژه های کلیدی: نشت، نگاشت کانفرمال، روش معکوس، لایه زهکش، منحنی سطح آزاد

مقدمه

کاسیموف (۲۰۰۳) اشکالات روش وی را متشکر گردیده است. ایلینسکی و کاسیموف (۱۹۸۴) شکل بهینه یک کanal آبیاری منحنی شکل را از دیدگاه حداقل اختلاف نشت، با بکار بردن روش مسائل مقدار مرزی معکوس بدست آورند. سوامی و کاشیاپ (۲۰۰۱) نشت از کanal های بدون گوشه شامل کanal دایره ای را در حالت گسترش نامحدود محیط مختلخل (لایه زهکش در عمق محدود بدست آورده که روش آن ها بردن روش عددی تفاضلات محدود بدست آورده که توسعه کاسیموف (۲۰۰۳) با جزئیات بیشتری توضیح داده شده است. همچنین سوامی و کاشیاپ (۲۰۰۴) نشت از کanal های بدون گوشه شامل کanal دایره ای را در حالت وجود یک لایه زهکش در عمق محدود در زیر بستر کanal، ارائه نمودند. راه حل های تقریبی برای یافتن مقدار نشت از کanal توسعه روش های عددی (تفاضل محدود، اتمان محدود انتگرال مرزی و ...) به دلیل دسترسی آسان به رایانه های دیجیتال با سرعت های بالا همراه با نرم افزارهای تخصصی، بدست آمداند. محققین تغییر رسمون و همکاران (۱۹۷۱)، هویاکورن و پیندر (۱۹۸۳) و لیگت و لیو (۱۹۸۳) (نقل از ۱۹۷۱) در زمینه روش های عددی محاسبه نشت، مطالعاتی را انجام داده اند.

با توجه به بررسی نتایج مطالعات روش های تحلیلی که توسط

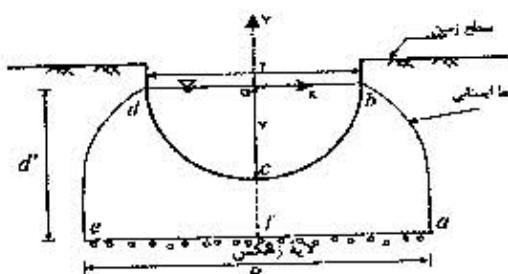
مطالعات صورت گرفته در زمینه محاسبات نشت از کanal های بدون گوشه، چه روش های تحلیلی و چه روش های عددی، توسط محققین مختلف با بکار بردن روش های متفاوتی انجام گرفته است. کازانی (نقل از هار، ۱۹۶۲)، نشت از یک کanal منحنی شکل را با بکار بردن روش تابع زاکوفسکی تحقیق کرد و دریافت که شکل پروفیل کanal بدست آمده دارای شکل گردنه (فرفره ای) است. آنچنان روش وی شکل آبراهه را در صفحه زاکوفسکی توسط معادله خانواده ای از لمبیسکاتها با روش نگاشت کانفرمال ارائه نمود و نشان داد که حالت خاصی از آن به شکل گردنه کازانی تبدیل می شود. هالک و اسوک (۱۹۷۹) نشت از یک مقطع سه بعدی شکل را با استفاده از تابع زاکوفسکی و روش معکوس بدست آورند. وریگین (نقل از کوواکس، ۱۹۸۱) به صورت تحلیلی راه حل تقریبی ای را برای نشت از یک مقطع دایره ای بر حسب سری های به سرعت همگرا بدست آورد.

۱- کارشناس ارشد سازه های هیدرولیکی

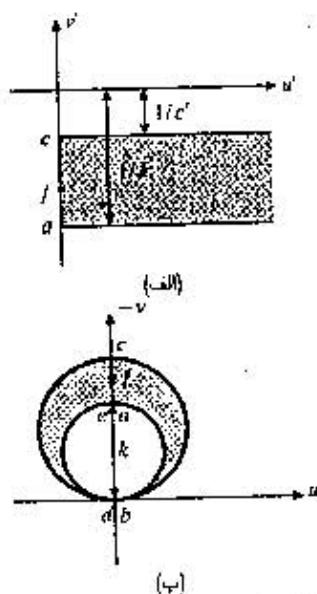
۲- دانشیار دانشگاه فردوسی مشهد

(Email: maghrabi@ferdowsi.um.ac.ir)

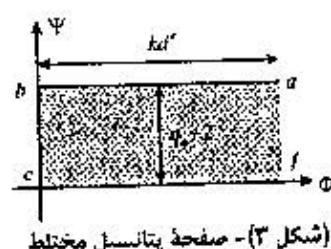
گیری کرد که فرض درنظر گرفته شده برای نگاشت مرز bcd قابل قبول است یا پاید فرض دیگری را برای نگاشت آن انتخاب نمود. پس با توضیحات داده شده می‌توان فرض کرد که مرز مذکور مطابق شکل (۲-الف) در امتداد یک دایره به قطر T در صفحه هدوگراف سرعت نگاشت می‌شود.



(شکل ۱)- صفحه فیزیکی مسأله (صفحة Z)



(شکل ۲)- (الف) صفحه هدوگراف سرعت و (ب) معکوس آن



(شکل ۳)- صفحه پتانسیل مختلط

صفحة معکوس هدوگراف سرعت و صفحه پتانسیل مختلط به ترتیب در اشکال ۲- (ب) و (۲) نشان داده شده‌اند. شکل این صفحات با انجام گام‌های استاندارد ارائه شده هار (۱۹۶۲) و

محققین قبلی ارائه گردیده است، ملاحظه شد که تابع برخی از کارهای انجام گرفته دارای ضعفها و یا محدودیت‌هایی می‌باشد و یا این که برخی از نتایج جانشی دیگر از آن‌ها استخراج شده است. همچنین انجام راه حل تحلیلی محاسبه نشت از مقطع مشخصی نظیر مقطع نیمه بیضی توسط روش هدوگراف سرعت و تبدیل شوارتز-کریستوفل، در کارهای محققین قبلی مشاهده نمی‌شود. بنابراین انجام راه حل تحلیلی حالت مذکور و بررسی این که آیا راه حل گرفته نشده و نتایج حاصل شده دارای محدودیت‌های مطالعات پیشین است یا نه، جزو مهم‌ترین اهداف مطالعه حاضر می‌باشد.

راه حل تحلیلی

مقطع مورد استفاده برای کانال منحنی شکل، یک مقطع نیمه بیضی می‌باشد که قطر بزرگتر آن، عرض سطح آب یعنی T و قطر کوچکتر، دو برابر عمق آب در کانال یعنی z می‌باشد. گروی نشت مطابق شکل (۱) درنظر گرفته می‌شود. محیط مختلط زیرین کانال محیطی همگن، همسانگرد و با عمق نامحدود است. از این‌رات پایدار دارد و قانون دارسی را اوضاعه می‌نماید. به دلیل طول قابل توجه کانال، جریان نشت بصورت دو بعدی در صفحه فاشرم درنظر گرفته می‌شود. راه حل ابتدا برای حالت وجود لایه زهکش در عمق محدود در زیر بستر کانال انجام می‌گیرد. به دلیل تقارن قائم محدوده جریان نشت، راه حل برای نیمسی از محدوده نشت یعنی $abcfa$ انجام می‌شود. پنانز سیل مختار - صورت (الف) $f(z) = \phi(x, y) + i\psi(x, y) = \phi(x, y) + i\psi = \phi(x, y) + i\psi$ تعریف می‌شود که در آن، ϕ پتانسیل سرعت (m^2/s) و $i\psi$ نیز تابع جریان (m^2/s) می‌باشد. اگر صفحه فیزیکی مسأله بصورت $Z = X + iY$ تعریف شود، سپس قانون دارسی، سرعت در جهات X و Y را به ترتیب برای $u = \partial\phi/\partial X = -k(\partial\psi/\partial Y)$ و $v = \partial\phi/\partial Y = k(\partial\psi/\partial X)$ خواهد داد. در این روابط h برابر حد (m) و k برابر نفوذگذاری (m/s) می‌باشد. در صفحه هدوگراف سرعت $(dw/dZ = u - iv)$ خط ایستایی ab در امتداد یک دایره به شعاع k و مرکز $(0, -k/2)$ نگاشت می‌شود. نکته مهمی که در این بخش ماید به آن اشاره شود این است که شکل دقیق نگاشت مرز کانال یعنی bcd مشخص نمی‌باشد. بنابراین روشی که در اینجا اتخاذ می‌شود، روش معکوس نام دارد. در ناحیه dw/dZ (هدوگراف سرعت)، شکل مرز کانال bcd مطابق شکل (۲) بصورت یک دایره انتخاب می‌شود که بر روی محور v قرار دارد. این فرض در راه حل ذکر شده معرفی می‌شود و فقط بعد از اتمام کلیه عملیات ریاضی و محاسبات لازم و بدست آوردن معادله پروفیل کانال با این روش و مقایسه آن با شکل سطح مقطع در نظر گرفته شده برای کانال مسأله، می‌توان تصمیم

$$T = \frac{q_s}{c'} \\ y = \frac{q_s}{2\pi K(1-\alpha)} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{c'} \right) \int_0^{\zeta} \frac{-\sinh^{-1} \sqrt{-t}}{\sqrt{t(1-t)(t-\alpha)}} dt \quad (5)$$

بنابراین با استفاده از روابط بالا می‌توان دبی نشت یعنی q_s را بدست آورده:

$$q_s = k \left(T + \frac{2\pi y K(1-\alpha)}{\int_0^{\zeta} \frac{-\sinh^{-1} \sqrt{-t}}{\sqrt{t(1-t)(t-\alpha)}} dt} \right) \quad (6)$$

حال می‌توان تابع نشت را بصورت

$$F_s = T/y + 2\pi K(1-\alpha) \int_0^{\zeta} \frac{-\sinh^{-1} \sqrt{-t}}{\sqrt{t(1-t)(t-\alpha)}} dt \quad (7)$$

دبی نشت را با رابطه $F_s = kq_s$ بدست آورده اند. حال با جایگذاری مقادیر بدست آمده اخیر در معادله (۷) می‌توان معادله مذکور را به شکل زیر تبدیل نمود:

$$Z = \frac{iy}{\int_0^{\zeta} \frac{-\sinh^{-1} \sqrt{-t}}{\sqrt{t(1-t)(t-\alpha)}} dt} + \int_{-\infty}^{\zeta} \frac{-\sinh^{-1} \sqrt{-t}}{\sqrt{t(1-t)(t-\alpha)}} dt \quad (8)$$

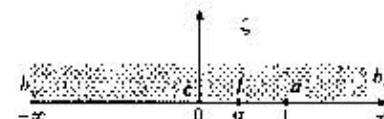
با اعمال شرایط سطح آزاد یعنی ab که $\zeta \leq 1$ داشت در معادله (۸) معادله سطح آزاد نیز بدست خواهد آمد:

$$Z = iy \int_{-\infty}^{\zeta} \frac{\cosh^{-1} \sqrt{t}}{\sqrt{t(1-t)(t-\alpha)}} dt / \int_{-\infty}^{\zeta} \frac{-\sinh^{-1} \sqrt{-t}}{\sqrt{t(1-t)(t-\alpha)}} dt - \frac{i}{4K(1-\alpha)} \left(T + 2\pi y K(1-\alpha) \int_{-\infty}^{\zeta} \frac{-\sinh^{-1} \sqrt{-t}}{\sqrt{t(1-t)(t-\alpha)}} dt \right) \quad (9)$$

جهت کنترل معادله‌ای که پروفیل کانال را از نظر می‌کند از فرض روش معکوس استفاده می‌شود. برای این منظور از معادله (۹) کمک گرفته خواهد شد. شرط صریح پروفیل کانال یعنی شرط موز b_c بر این معادله اعمال می‌شود. در این مرز $0 \leq \zeta < \infty$ است. بنابراین روابط (۹) بصورت زیر تبدیل می‌گردند:

$$Z = \frac{T}{4K(1-\alpha)} \int_0^{\zeta} \frac{dt}{\sqrt{t(1-t)(t-\alpha)}} - \left[y \int_0^{\zeta} \frac{\sinh^{-1} \sqrt{t} dt}{\sqrt{t(1-t)(t-\alpha)}} / \int_0^{\zeta} \frac{-\sinh^{-1} \sqrt{-t} dt}{\sqrt{t(1-t)(t-\alpha)}} - y \right] ; \quad (10)$$

پولوسارینو-کوجینا (۱۹۶۲) کشیده می‌شوند. صفحه dZ/dw و صفحه $\pi/4$ توسط تبدیل سوارتز-کریستوفل بر روی نیمه بالای صفحه کمکی که مطابق شکل (۴) نگاشت خواهد شد.



(شکل ۴)-صفحة کمکی

با نگاشت صفحه پتانسیل مختلط بر روی صفحه کمکی معادله زیر بدست می‌آید:

$$w = \frac{iq_s}{4K(1-\alpha)} \int_0^{\zeta} \frac{dt}{\sqrt{t(1-t)(t-\alpha)}} \quad (11)$$

که در این رابطه $K(1-\alpha)$ انتگرال بخصوصی کامل نوع اول با مدول $1-\alpha$ ، q_s دبی نشت (متر مربع بر ثانیه) و t متغیر مجازی می‌باشد. بطور مشابه با نگاشت صفحه dZ/dw بر روی صفحه کمکی خواهیم داشت:

$$\frac{dZ}{dw} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{c'} \right) \int_0^{\zeta} \frac{dt}{\sqrt{t(1-t)}} - \frac{i}{c'} \quad (12)$$

حال برای بدست آوردن نگاشت صفحه فیزیکی مسئله یعنی Z ، با استفاده از قانون مشتق گیری زنجیری $dZ/dw = (dZ/dw)(dw/d\zeta)$ خواهیم داشت:

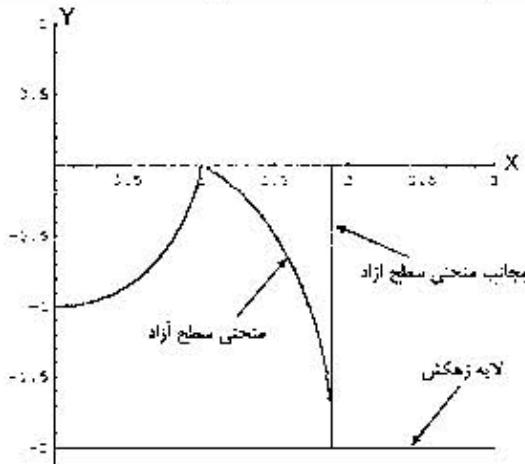
$$Z = \frac{iq_s}{2\pi K(1-\alpha)} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{c'} \right) \int_0^{\zeta} \frac{-\sinh^{-1} \sqrt{-t}}{\sqrt{t(1-t)(t-\alpha)}} dt - \frac{q_s}{4c' K(1-\alpha)} \int_0^{\zeta} \frac{dt}{\sqrt{t(1-t)(t-\alpha)}} \cdot iy \quad (13)$$

اکنون برای ادامه محاسبات و بدست آوردن دبی نشت و برخی از مقادیر لازم، شرط نقطه b در صفحات ζ و Z بر معادله (۳) اعمال می‌شود ($h(\zeta = -\infty, Z = T/2)$):

$$\frac{T}{2} = \frac{iq_s}{2\pi K(1-\alpha)} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{c'} \right) \int_0^{\zeta} \frac{-\sinh^{-1} \sqrt{-t}}{\sqrt{t(1-t)(t-\alpha)}} dt + \frac{q_s}{4c' K(1-\alpha)} \int_0^{\zeta} \frac{dt}{\sqrt{t(1-t)(t-\alpha)}} - iy \quad (14)$$

که در این رابطه با محاسبه دوین انتگرال، جایگذاری آن در معادله و جدا کردن بخش‌های موهومی و حقیقی، روابط زیر بدست خواهد آمد:

$\zeta = 0$



(شکل ۶)- دیاگرام شکل پروفیل و خط فرماتیک کانال در حالت $d' = 2 \text{ m}$ و $T/y = 2$

اما همان طور که از مطالعات محققین قبلی ملاحظه می‌شود، معادله پروفیل کانال بدست آمده توسط گازنی و یا ورنیکف-پاولوفسکی دارای این محدودیت ن است که نمی‌توان از آن‌ها در حالت عمیق استفاده نمود. در واقع در کانال عمیق، شکل کانال خودش را قطع می‌کند و کاربرد فیزیکی خود را از دست می‌دهد. این موضوع با رسم معادله پروفیل کانال مذکور که بصورت معادله (۱۲) است در شکل (۷) نشان داده شده است.

$$\pm Y = y \sin \left[\cos^{-1} \left(\frac{Y}{y} \right) \right] - \frac{y(2+T/y)}{\pi} \cos^{-1} \left(\frac{Y}{y} \right) \quad (12)$$

حال اگر نسبت y/T از مقدار حدی $2 - \pi$ کوچکتر باشد، شکل کانال خودش را قطع می‌کند و نمی‌توان از آن برای مقاصد عملی بپرسی جست. محدودیت فوق الذکر در مورد معادله پروفیل کانال که توسط معادله (۹) بدست آمده وجود ندارد و می‌توان آن را برای یک کانال عریض تا یک کانال عمیق و در حالت وجود لایه زهکش در زیر پستر کانال در نظر گرفت. در مطالعات محققین پادشاه از روش تابع زاکوفسکی برای محاسبه نشت و نیز بدست اوردن معادله پروفیل کانال استفاده شده است. در مورد روش هالک و اسوک (۱۹۷۹) که در واقع راه حل دقیق‌تری از مسئله نشت ورنیکف-پاولوفسکی برای یک مقطع سه‌می شکل با بکار بردن تابع زاکوفسکی می‌باشد، مختصات پروفیل سطح مقطع بدست آمده، دقیق‌تر است و در هین انجام محاسبات نشت تعیین می‌گردد. بنابراین می‌توان گفت که محدودیت معادله گازنی را تغییر داشت اما همان‌طور که گفته شد راه حل مسئله برای یک کانال منحنی شکل با مقطع سه‌می بکار گرفته شده است.

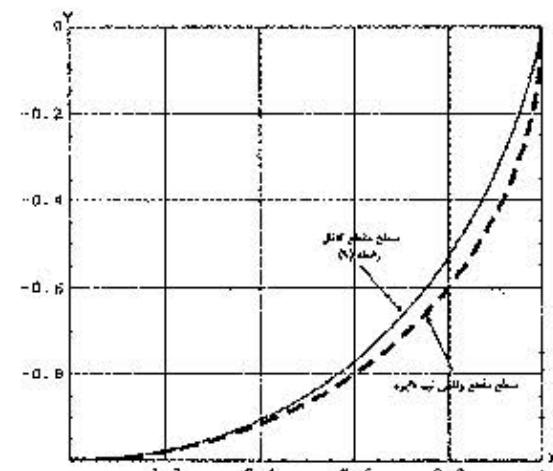
حال برای محاسبه مقدار دبی نشت، مختصات معادله سطح آزاد و پروفیل کانال بایستی مقدار پارامتر مجهول α محاسبه گردد. برای این منظور با اعمال شرط نقطه $(1, Z = B/2 - id')$ در معادله (۷) داریم:

$$\frac{d'}{y} = 1 - \left(\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{-\sinh^{-1} \sqrt{-t}}{\sqrt{t(1-t)(t-\alpha)}} dt} \right)^2 \int_0^1 \frac{-\sinh^{-1} \sqrt{-t}}{\sqrt{(1-t)(t-\alpha)}} dt - \frac{T}{4K(1-\alpha)} \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{t(1-t)(t-\alpha)}} \quad (10)$$

$$\frac{B}{2} = \frac{T}{4K(1-\alpha)} \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{t(1-t)(t-\alpha)}} + \left(iy / \sqrt{\int_0^1 \frac{\sinh^{-1} \sqrt{-t}}{\sqrt{t(1-t)(t-\alpha)}} dt} \right) \int_0^1 \frac{\sinh^{-1} \sqrt{-t}}{\sqrt{(1-t)(t-\alpha)}} dt \quad (11)$$

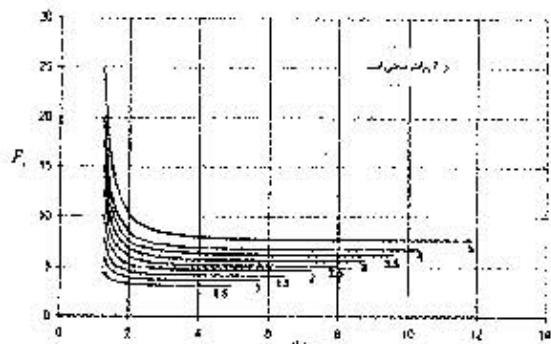
با داشتن d' یعنی مقدار عمق لایه زهکش نسبت به سطح آب کانال، مقدار پارامتر مجهول از رابطه (۱۰) محاسبه خواهد شد و سپس B یعنی عرض نشت در لایه زهکش از رابطه (۱۱) بدست خواهد آمد.

در این بخش با رسم معادله (۹) برای یک مقطع نیم دایره، ملاحظه می‌شود که فرض روش ممکوس صحیح بوده و حداقل خطا بین شعاع سطح مقطع معادله (۹) و شعاع سطح مقطع نیم دایره واقعی $4/18$ درصد می‌باشد. شکل (۵) مقایسه ذکر شده بین سطح مقطع واقعی نیم دایره و سطح مقطع حاصل شده از معادله (۹) را نشان می‌دهد. در شکل (۶) نیز سطح مقطع پروفیل کانال با $T/y = 2$ در حالت وجود لایه زهکشی به عمق $d' = 2 \text{ m}$ از سطح آب کانال و منحنی سطح آزاد همراه با مجانب آن رسم شده است. مقدار پارامتر α در حالت مذکور برابر 0.22 می‌باشد.

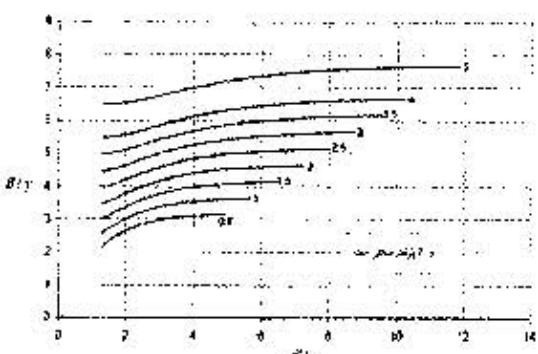


(شکل ۵)- مقایسه پروفیل سطح مقطع معادله (۹) با پروفیل سطح مقطع نیم دایره واقعی

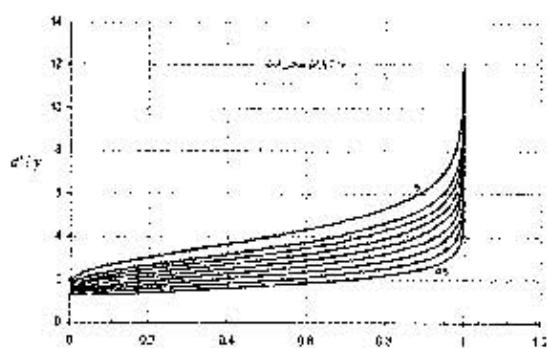
شکل نیز می‌تواند بکار برده شود و دقت مناسبی دارد. البته با توجه به توضیحات گفته شده، روش هالک و اسوک برای محاسبة نشت از یک کانال با مقطع سه‌می شکل دقیق‌تر می‌باشد.



(شکل ۸)- منحنی تغییرات تابع نشت با تغییرات y/d'

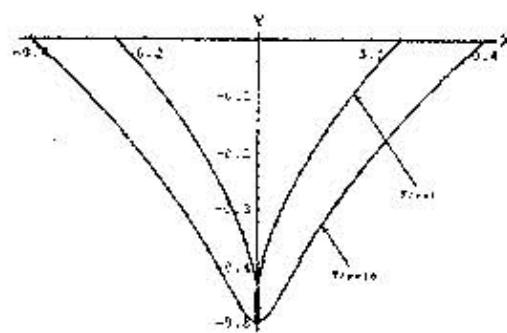


(شکل ۹)- منحنی تغییرات نسبت عرض نشت به عمق با تغییرات d'/y



(شکل ۱۰)- منحنی تغییرات $B/y / d'$ نسبت به پارامتر α به ازای نسبت‌های مختلف T/y

اما مهم‌ترین مقایسه در این بخش است که دقت روش عددی تفاضل محدود سوامی و کاشیاپ (۲۰۰۱ و ۲۰۰۴) در مورد یک مقطع دایره‌ای با روش تحلیلی مطالعه حاضر سنجیده می‌شود. سوامی و

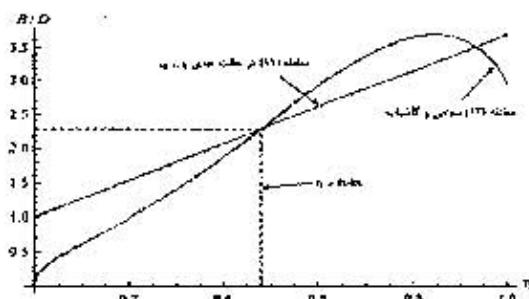


(شکل ۷)- شکل کanal کازنی برای دو حالت مختلف y/T

در اشکال (۸) و (۹) منحنی تغییرات تابع نشت و عرض نشت به عمق با تغییرات y/d' نشان داده شده است. پارامتر منحنی، نسبت T/y است که از $5/5$ تا 5 در نظر گرفته شده است. با داشتن مقدار T/y و به ازای نسبت‌های مختلف y/d' می‌توان از شکل (۸) مقدار تابع نشت و از شکل (۹) مقدار نسبت y/B را بدست آورد و مطابق رابطه $k_y F_y = kB$ ، $q_y = k_y F_y$ مقدار دبی نشت را توجه گرفت. دیاگرام‌های ذکر شده برای دیگر نسبت‌های y/T و با در نظر گرفتن مقادیر مختلف y/d' قابل ترسیم است. همچنین منحنی تغییرات y/d' نسبت به تغییرات پارامتر α نیز در شکل (۱۰) نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود در حالت حدی $\alpha = 1$ می‌توان گفت که لایه زهکش در عمق بسیار زیاد قرار دارد و یا این که محیط متخلخل گسترش نامحدود دارد که در این حالت نقطه کر و که از ناحیه نشت هر دو بر روی نقطه $1 = \infty$ در صفحه کمکی نگاشت خواهدند شد.

حال در این بخش جهت مقایسه مقدار نشت مقطع نیمه بیضی مطالعه حاضر با سایر محاسبات مقدار نشت کانال‌های منحنی شکل که توسط محققین مختلف انجام گرفته است، می‌توان ابتدا روش کازنی و ودرنیکف-پاولوفسکی را در نظر گرفت. با توجه به این که راه حل تحلیلی انجام شده توسط محققین مذکور در حالت گسترش نامحدود محیط متخلخل است پس مقدار نشت مطالعه حاضر نیز در این حالت محاسبه می‌شود. با فرض $5 = y/T$ مقدار بدون بعد نشت یعنی q_y/k_y برای مقطع ودرنیکف-پاولوفسکی برابر $7/100$ و برای مقطع نیمه بیضی از رابطه $q_y = kB$ برابر $7/5938$ خواهد شد که مقطع نیمه بیضی در حدود 10 درصد نشت بیشتری را تخمین می‌زند. اما اگر مقطع سه‌می شکل هالک و اسوک برای مقایسه در نظر گرفته شود در حالت $2 = T/y$ مقدار q_y/k_y برابر $4/5$ و برای مقطع نیمه بیضی در این حالت، مقدار q_y/k_y برابر $4/5938$ خواهد شد. بنابراین مشاهده می‌شود که روش محاسبه نشت در مورد مقطع نیمه بیضی، میزان نشت را در حدود $4/3$ درصد بیشتر از روش هالک و اسوک تخمین می‌زند و برای محاسبه نشت از یک کانال سه‌می

نشت در دو حالت رابطه (۱۳) و رابطه (۱۱) را محاسبه و مقایسه نمود:



(شکل ۱۲)- مقایسه عرض نشت مقطع با قوس دایروی در دو حالت عددی و تحلیلی

$$B = D \left[\left(\frac{0.87\eta^{-0.08} + 1}{(d/y - 1)^{0.5}} \right)^{6.25} + \left(\frac{B_{so}}{D} \right)^{6.25} \right]^{0.66} \quad (15)$$

$$\alpha = 0.22, D = 2m, \eta = 0.5, B_{so} = 4.8m$$

و $d = \pi r$ در رابطه بالا $B = 4.973m$ بدست می‌آید و با استفاده از رابطه (۱۱) و قرار دادن مقادیر معلوم در آن نیز مقدار عرض نشت $B = 3.793m$ حاصل خواهد شد.

مشاهده می‌شود که تخمین رابطه (۱۱) از مقدار عرض نشت، کمتر از مقدار متاظر رابطه (۱۵) می‌باشد. در واقع رابطه سوامی و کاشیاب (۲۰۰۴) عرض نشت را در حدود $31/12$ درصد بیشتر از راه حل تحلیلی مطالعه حاضر تخمین می‌زنند که البته این مقدار، تخمین دست بالایی می‌باشد.

بورسی نتایج

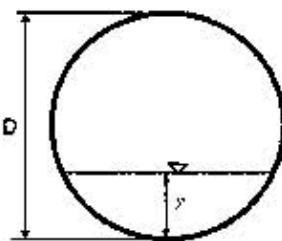
پس از انجام محاسبات لازم و حل معادلات شامل انتگرال‌های پیچیده و نامتعارف، نتایجی از قبیل معادلات شناس دهنده پروفیل سطح مقطع کانال، معادلات منحنی سطح آزاد نشت و معادله مقدار دیگر نشت حاصل می‌گردد. ابتدا با رسم معادله پروفیل سطح مقطع کانال یعنی معادله (۶)، فرض روش معکوس بکار رفته، کنترل گردیده و سپس معادله منحنی سطح آزاد نشت نیز همراه با معادله پروفیل سطح مقطع کانال برای یک حالت خاص در شکل (۶) رسم می‌گردد. در این شکل معادلات حاصل شده توسط روش تحلیلی بکار گرفته شده در قالب یک مثال خاص رسم می‌شوند تا معادلات بدست آمده حالت ملموس‌تری را داشته باشند. سپس محدودیت روش‌های کارزنی و نیز درنیکف-پاولوفسکی در مورد کانال مطالعه حاضر بررسی شد. این محدودیت در شکل (۷) نشان داده شد که در حالت عمیق کاربرد عملی خود را از دست می‌دهد.

منحنی‌های بدون بعد شکل‌های (۸) الی (۱۰) نیز برای محاسبه

کاشیاب (۲۰۰۱) ابتدا نشت را برای یک مقطع دایره‌ای در حالت گسترش نامحدود محیط متخالخل بدست آورده‌اند. رابطه عرض نشت در مقاله سوامی و کاشیاب (۲۰۰۱) بصورت معادله زیر است:

$$B = D \left[\frac{\left[2\sqrt{\eta}(1-\eta) + 6.24(\eta^{-1} - 1)^{1.65} \right]^{0.5}}{0.584 \left[1 + 3.55(\eta^{-1} - 1)^{0.8} \right]^{0.5}} \right]^2 \quad (16)$$

که در این رابطه D قطر مقطع دایره‌ای، y عمق مقطع و $d/y = \eta$ می‌باشد. مقطع در نظر گرفته شده توسط سوامی و کاشیاب (۲۰۰۱) بصورت شکل (۱۱) می‌باشد.



(شکل ۱۱)- مقطع دایره‌ای در نظر گرفته شده توسط سوامی و کاشیاب

عرض نشت روش تحلیلی در حالت گسترش نامحدود محیط متخالخل یعنی زمانی که $\alpha = 1$ و تقاطع d و y هر دو بر روی نقطه $z = 0$ نگاشت می‌شوند، بصورت رابطه زیر بیان می‌شود:

$$B = T + \frac{\pi^2 y}{4G} \quad (17)$$

حال برای مقطع با قوس دایره‌ای، می‌توان عرض نشت را از دو رابطه (۱۳) و (۱۷) به ترتیب در دو حالت عددی و تحلیلی با هم مقایسه کرد. با فرض $D = 0.5, \eta = y/D = 0.5$ ، مقدار عرض نشت به عرض سطح آب از رابطه (۱۳) برابر $2/3\pi r^2$ و از رابطه (۱۷) برابر $2/3\pi r^2$ خواهد شد. در واقع می‌توان گفت که راه حل عددی سوامی و کاشیاب (۲۰۰۱) عرض نشت را در حدود $2/3\pi r^2$ درصد بیشتر از روش تحلیلی ارائه شده، تخمین می‌زنند. در شکل (۲) نمودار دو رابطه (۱۳) و (۱۷) رسم شده است.

با توجه به مقدار اختلاف و وجود خطأ در نتایج دو معادله اخیر در حالت مقطع با قوس دایروی، نقطه تقاطع دو منحنی علیرغم انتظار در $0.5 = \eta$ نمی‌باشد بلکه در $0.48 = \eta$ رخ می‌دهد. سوامی و کاشیاب (۲۰۰۴) روابط را برای محاسبه عرض نشت از مقطع دایره‌ای در حالت وجود یک لایه زهکش به عمق d از سطح آزاد آب در کانال، ارائه دادند. رابطه عرض نشت برای یک مقطع دایره‌ای مطابق رابطه (۱۵) می‌باشد. با فرض $d/y = 2$ و قرار داشتن لایه زهکشی در عمق ۲ متری از سطح آب کانال می‌توان

۴- در مقایسه با میزان نشت از کanal سوامی و کاشیاب (۲۰۰۱) برای یک مقطع دایره‌ای، کanal مطالعه شده در حالت مقطع نیم‌دایره نشت کمتری را تخمین می‌زند. در این حالت، می‌توان گفت که تا مقادیر $T = 0.48$ مقدار نشت از مقطع نیمه بیضی با y/T یکسان با مقطع دایره‌ای سوامی و کاشیاب (۲۰۰۱) بیشتر است. این بیشتر بودن مقدار نشت تا مقادیر y/T ذکر شده ادامه دارد. در این مقادیر عرض نشت در دو حالت بر هم منطبق می‌شوند و در حالت مقطع نیمه دایره ($y=0.5$)، عرض نشت روش سوامی و کاشیاب (۲۰۰۱) بیشتر از روش تحلیلی خواهد شد.

۵- در حالت مقایسه مقطع مورد مطالعه با معادلات بدست آمده توسط سوامی و کاشیاب (۲۰۰۴) بر روی مقطع دایره‌ای وقتی لایه زهکش در عمق محدودی قرار دارد، می‌توان گفت مقطع منحنی شکل مطالعه حاضر، تخمین کمتری را از عرض نشت خواهد داشت. با توجه به این که روش انجام گرفته در مطالعه حاضر یک روش تحلیلی محسوب می‌شود که در آن از بحث توابع مختلط استفاده شده است و تمام محاسبات انجام شده در حل معادلات و بدست آوردن روابط موجود بصورت تحلیلی و با استفاده از نرم افزار Mathematica ۵.1 (ولفرم، ۲۰۰۳) صورت گرفته است، طبیعی است که دقت آن از روش عددی تفاضلات محدود سوامی و کاشیاب (۲۰۰۱ و ۲۰۰۴) بیشتر باشد و با توجه به شرایط جریان نشت جواب‌های دقیق تری را ارائه دهد. ضمن این که با رسم معادلات بدست آمده مثل پروفیل سطح مقطع کanal و منحنی سطح آزاد و بررسی روند تغییرات آن‌ها می‌توان بی‌برد که روش تحلیلی انجام شده از دقت کافی برخوردار است.

۶- هدف اصلی در کار حاضر بدست آوردن یک رابطه تحلیلی جهت محاسبه نشت بوده است در عین حال با تهیه گراف‌های بدون بعد مانند اشکال (۸) و (۹)، توابع بصورت کاربردی تری در آمدند بطوریکه در کارهای عملی می‌توان بدون استفاده از ایزار و تجهیزات میدانی بیشترته و تنها با برداشت برخی از اطلاعات سطحی هندسی و هیدرولیکی، تخمین نسبتاً دقیقی از میزان نشت و یا عرض آن در عمق خاک زیر بستر بدست آورد.

مراجع

- Anakhaev, K. N. (2004), "Free percolation and seepage flows from water-courses" J. Fluid Dyn., Vol.39, No.5, 756-761.
- Chahar, B. R. (2001), "Extension of Vedernikov's graph for seepage from canals" Ground Water, Vol.39, No.2, 272-275.
- Chahar, B.R., "Analysis of seepage from polygon channels ", J. of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.133, No.4, 451-460, 2007.
- Halek, V. and J. Svec (1979), "Groundwater

مقدار تابع نشت و عرض نشت در لایه زهکش بر حسب تغییرات عمق لایه زهکش و نیز تغییرات عرض سطح آب رسمی شدند. از منحنی‌های بدست آمده مشاهده می‌شود که در حالت کلی دیگر نشت از کanalی که در زیر آن لایه زهکش در عمق محدودی قرار گرفته است در مقایسه با حالتی که لایه مذکور در عمق بسیار زیاد قرار دارد بیشتر می‌باشد. با افزایش نسبت y/T ، تابع نشت افزایش می‌یابد. اما این موضوع در مورد تغییرات دیگر نشت فرق می‌کند یعنی برحسب افزایش و یا کاهش هر کدام از پارامترهای T یا y و نابت بودن دیگری متفاوت می‌باشد. در واقع با ثابت بودن عمق و افزایش عرض سطح آب، هرچه نسبت y/T افزایش یابد دیگر نشت هم افزایش خواهد یافت. همچنین با فرض ثابت بودن عرض سطح آب و تغییر عمق، هرچه نسبت y/T کاهش یابد دیگر نشت افزایش خواهد یافت. در واقع در حالت دوم نسبت معکوسی میان تغییرات y/T و دیگر نشت وجود دارد. همین بحث انجام گرفته در مورد تغییرات y/B نسبت به تغییرات y/d' نیز وجود دارد. طبیعی است هرچه مقدار دیگر نشت از کanalی بیشتر باشد عرض نشت آن هم بیشتر است در حالی که ممکن است مقدار y/B آن در مقایسه با کanalی که مقدار دیگر نشت آن کمتر است، کمتر باشد. برای یک مقدار معلوم y/T یا افزایش مقدار y/d' ، مقدار تابع نشت کاهش و مقدار پارامتر d' افزایش خواهد یافت و به سمت یک میل می‌کند. برای یک مقدار معلوم y/d' نیز با افزایش مقدار y/T مقدار تابع نشت افزایش و مقدار پارامتر d' کاهش می‌یابد و به مقدار صفر نزدیک می‌گردد. همچنین لازم به ذکر است که وقتی $1 - y/d'$ باشد یعنی لایه زهکش به بستر کanal برسد، مقدار دیگر نشت حداقل مقدار خود را خواهد داشت.

نتیجه گیری

از انجام راه حل تحلیلی برای محاسبه نشت از یک کanal منحنی شکل به روش هدوگراف سرعت و تبدیل شوارتز- کریستوفل و بررسی روابط و منحنی‌های بدست آمده می‌توان به نتایج ذیل اشاره کرد:

۱- فرض در نظر گرفته شده در ابتدای راه حل تحلیلی در صورت نگاشت پروفیل سطح مقطع کanal بر روی صفحه هدوگراف سرعت قابل قبول است.

۲- روند تغییرات منحنی سطح آزاد به عنوان بالاترین خط جریان در محدوده جریان نشت، روند قابل قبول دارد و به خوبی ت Shan دهنده منحنی سطح آزاد برای حالت نشت در نظر گرفته شده می‌باشد.

۳- با توجه به معادله پروفیل بدست آمده برای کanal محدود، این کanal محدودیت کanal کازنی را ندارد و می‌تواند در حالت عمیق تر عریض مورد استفاده واقع شود.

- Polubarnova-Kochina, P. Y. (1962), "Theory of groundwater movement" Princeton University Press, Princeton, N.J.
- Remson, I., G. M. Hornberger and F. J. Molz (1971), "Numerical methods in subsurface hydrology" Wiley-Interscience, Hoboken, N. J.
- Swamee, P.K. and D. Kashyap (2001), "Design of minimum seepage loss non-polygonal canal sections", J. of Irrigation and Drainage Engineering, ASCE, Vol.127, No.2, 113-117.
- Swamee, P. K. and D. Kashyap (2004) "Design of minimum seepage loss nonpolygonal canal sections with drainage layer at shallow depth", J. of Irrigation and Drainage Engineering, ASCE, Vol.130, No.2, 166-170.
- Wolfram, S. (2003), "Mathematica. A system for doing mathematics by Computer" Addison-Wesley, Redwood City, Calif.
- Hydraulics", Elsevier Scientific Publishing Company.
- Harr, M. E. (1962), "Groundwater and Seepage" McGraw-Hill Inc., New York, N.Y.
- Huyakorn, P. S. and G. F. Pinder (1983), "Computational methods in subsurface flow" Elsevier, New York.
- Ilyinskii, N. B. and A. R. Kacimov (1984), "Seepage limitation optimization of the shape of an irrigation channel by the inverse boundary value problem method" J. Fluid Dyn., Vol.19, No.4, 404-410.
- Kacimov, A. R. (2003), "Discussion of "Design of minimum seepage loss non-polygonal canal sections" by Prabhata K. Swamee and Deepak Kashyap", J. of Irrigation and Drainage Engineering, ASCE, Vol. 129, No. 1, 68-70.
- Kovacs, G., "Seepage Hydraulics ", Elsevier Scientific Publishing Company, 1981.
- Liggett, J. A. and P. L. F. Liu (1983), "The boundary integral equation method for porous media flow" Allen and Unwin, St. Leonards, N. S. W., Australia.

تاریخ دریافت: ۱۰/۰۵/۸۸
تاریخ پذیرش: ۱۴/۱۱/۸۸

Analytical method in seepage computation from a canal with a semi-elliptic section using conformal mapping

H. Mojtabaei¹ and M.F. Maghrebi^{2*}

Abstract

In this article the analytical solution has been presented for computing the unconfined steady state seepage from a curved canal with semi-elliptic cross section. The analytical solution of seepage from curved canals has not generalized because of the difficulty of conformal mapping of their cross sections. In the present study, velocity hodograph and Schwarz-Christoffel transformation have been used. Also the inverse method is used to obtain the mapping of canal cross section profile in which the profile boundary of actual canal cross section is mapped along a circle in the velocity hodograph plane. Computations are performed for the steady seepage from semi-elliptic canal in which a drainage layer has lied in limited depth below the bed of the canal. From this method, one could obtain the quantity of seepage discharge with the assumption of resting the drainage layer at infinite depth. From the presented solution also some of the items such as, seepage discharge, parametric equations for presenting the loci of phreatic line and the quantity of seepage width at drainage layer could be obtained. Moreover, the accuracy of inverse method in comparison to the analytical methods of other researchers such as Kozeny is acceptable and does not have the limitation of Kozeny's method, in other words, Kozeny's method is impracticable in canal cross sections with small ratio of free water surface width to depth.

Key Words: seepage, conformal mapping, inverse method, drainage layer, phreatic line.

1 - Senior Eng., hydraulic structure

2- Assoc. prof. Ferdowsi Univ. of Mashhad

(* - Corresponding author Email: maghrebi@um.ac.ir)