

## رویکردی جدید در به کارگیری روش اختلال جهت تحلیل تداخل‌های غیرخطی در سیستم‌های قدرت بزرگ تحت استرس

سپهر سلطانی	استادیار گروه مهندسی برق دانشکده مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی سبزوار
رضا قاضی	استاد گروه مهندسی برق دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد
ناصر پریز	دانشیار گروه مهندسی برق دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

### چکیده

در این مقاله پس از معرفی مختصری از روش اختلال (PT)، برای اولین بار رویکردی جدید بر اساس PT جهت ارائه پاسخ ورودی صفر برای سیستم‌هایی غیرخطی، بسط داده شده است. کارایی این روش با شبیه‌سازی و بررسی تداخل‌های غیرخطی میان کانال‌های کنترلی یک UPFC نصب شده در سیستم قدرت SMIB، مورد تایید قرار گرفته است. نتایج حاصل از این روش با پاسخ به دست آمده از روش‌های دیگر همچون روش مودال خطی، روش شکل نرمال (NF) و روش سری مودال (MS) مقایسه و نواحی اعتبار روش‌های تقریبی و همچنین تاثیر درجه غیرخطی سیستم بر روی میزان تداخل مودها مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که روش پیشنهادی و روش سری مودال هر دو ابزاری مناسب جهت تحلیل تداخل‌های غیرخطی در سیستم‌های قدرت شامل ادوات FACTS می‌باشند.

کلمات کلیدی: شکل نرمال، سری مودال، روش اختلال، FACTS، UPFC.

## A New Approach in Applying the Perturbation Technique to Analysis Nonlinear Interactions in Large Scale Stressed Power Systems

S. Soltani	Department of Electrical Engineering, Islamic Azad University, Sabzevar Branch
R. Ghazi	Department of Electrical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad
N. Pariz	Department of Electrical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad

### Abstract

In this paper after a brief review of the perturbation technique (PT), for the first time a new approach based on PT is developed to derive a zero input response for nonlinear systems. The efficiency of this approach is validated by simulating and analyzing nonlinear interactions among multi-control channel of UPFC installed in a SMIB power system. The results obtained by this method are compared with the solutions obtained by alternative methods, i.e. linear modal method, Normal form method and Modal series method. The valid regions of approximate methods and also the influence of nonlinear degree of system on its modal interactions are analyzed. The results show that both the proposed method and the modal series method are useful tools in studying nonlinear interactions in a power system with FACTS devices.

**Keywords:** Normal form, Modal series, Perturbation technique, FACTS, UPFC.

## ۱- مقدمه

برای مطالعه رفتار دینامیکی یک سیستم قدرت از دو روش معمول استفاده شده است. روش اول، شبیه‌سازی دینامیکی سیستم است که اثرات غیرخطی را نمایان می‌کند ولی جهت بررسی تاثیر این عوامل بر روی عملکرد سیستم می‌بایست شبیه‌سازی برای چندین بار و به مدت طولانی انجام شود. روش دیگر، تحلیل خطی سیستم است که در آن از اثرات عوامل غیرخطی چشم‌پوشی می‌شود و نمی‌توان تاثیر این عوامل را بررسی و در نتایج مشاهده نمود. از طرفی عوامل غیرخطی سبب ایجاد تداخل‌های غیرخطی میان مدهای خطی سیستم می‌شوند و در نتیجه نقش بسیار مهمی در پیچیده‌سازی رفتار سیستم‌های قدرت به خصوص سیستم‌های قدرت تحت استرس دارند. لزوم بررسی اثرات عوامل غیرخطی در سیستم‌های قدرت تحت استرس در مرجع [۱] آمده است.

روش دیگری تحت عنوان روش شکل نرمال<sup>۱</sup> (NF) برای مطالعه تداخل‌های غیرخطی سیستم وجود دارد [۲-۱۵]. در این روش سعی شده است تا در بسط تیلور توابع غیرخطی جملات مراتب بالاتر نیز در نظر گرفته شوند. اگرچه روش شکل نرمال ابزار مفیدی برای تحلیل سیستم‌های غیرخطی می‌باشد، لیکن به علت استفاده از تبدیلات غیرخطی در شرایط کار مختلف همچون شرایط تشدید و شبه تشدید مرتبه دوم دارای مشکلاتی نظیر محدود بودن ناحیه جذب و نداشتن پاسخ می‌باشد.

روش جدید دیگری موسوم به سری مودال<sup>۲</sup> (MS) ارائه گردیده است که ضمن دارا بودن ویژگی‌های روش شکل نرمال، مشکلات آن را نیز مرتفع ساخته است [۶ و ۷].

در این مقاله ضمن معرفی مختصری از روش اختلال<sup>۳</sup> (PT)، برای اولین بار روشی مبتنی بر این روش جهت محاسبه پاسخ ورودی صفر سیستم‌هایی غیرخطی ارائه می‌شود. این روش جهت شبیه‌سازی و بررسی تداخل‌های غیرخطی میان کانال‌های کنترلی یک UPFC و همچنین میان کانال‌های کنترلی آن با یک سیستم قدرت SMIB به کار رفته است. نتایج به دست آمده و مقایسه آن با سایر روش‌های مطالعه سیستم‌های غیرخطی، دقت و صحت روش پیشنهادی را نشان می‌دهد.

## ۲- روش اختلال

یکی از روش‌هایی که برای تحلیل رفتار سیستم‌های غیرخطی مورد استفاده قرار می‌گیرد روش اختلال می‌باشد [۸]. با این

روش سعی می‌شود جواب بسته‌ای برای سیستم غیرخطی به‌دست آید. قبل از استفاده از این روش باید مدل ریاضی مناسبی برای سیستم ارایه شود. برای به‌دست آوردن مدل مناسب لازم است بعضی خواص و پدیده‌های فیزیکی را در نظر گرفت و از بعضی دیگر چشم‌پوشی نمود و یا برخی دیگر را تقریب زد. برای انجام این مراحل مهم، لازم است از سیستم در واحد استفاده کرده و اثر واحدها را در اندازه متغیرها حذف و سپس پارامترهای سیستم را از نظر مرتبه بزرگی با هم مقایسه و از پارامترهای کم اهمیت صرفنظر کرد. برای مطالعه اثر تغییر بعضی از پارامترها در رفتار سیستم می‌توان از روش اختلال استفاده کرد و جواب بسته‌ای را برحسب آن پارامترها، برای سیستم به‌دست آورد. دامنه کاربردهای این روش زیاد است و از معادلات غیرخطی استاتیک گرفته تا معادلات دیفرانسیل نسبی گسترش می‌یابد. در اینجا این روش مختصراً برای حل معادلات دیفرانسیل معمولی پارامتری مرور می‌شود.

معادله دیفرانسیل (۱) را در نظر بگیرید و فرض کنید که  $\varepsilon$  پارامتری کوچک است. بدیهی است که پاسخ این معادله دیفرانسیل نیز تابعی از  $\varepsilon$  خواهد بود. اجازه دهید پاسخ این سیستم برحسب  $\varepsilon$  به صورت معادله (۲) بسط داده شود.

$$f(\varepsilon, x, \dot{x}, \dots, x^{(m)}) = 0 \quad (1)$$

$$x(t, \varepsilon) = x_0(t) + \varepsilon x_1(t) + \varepsilon^2 x_2(t) + \dots \quad (2)$$

این پاسخ باید در معادله دیفرانسیل صدق کند. با قرار دادن (۲) در (۱) و فاکتورگیری از جملات هم مرتبه  $\varepsilon$ ، عبارت زیر به‌دست می‌آید:

$$f_0(\cdot) + \varepsilon f_1(\cdot) + \varepsilon^2 f_2(\cdot) + \dots = 0 \quad (3)$$

این تساوی باید به‌ازاء همه مقادیر  $\varepsilon$  در ناحیه همگرایی برقرار باشد. لذا باید همه ضرایب مراتب مختلف  $\varepsilon$  برابر صفر شود. بنابراین برای به‌دست آوردن پاسخ تقریبی برحسب  $\varepsilon$  باید دستگاه معادلات دیفرانسیل زیر با در نظر گرفتن شرایط اولیه حل شود.

شرایط اولیه  $X(0) = X_0$  به دست آوریم. با بسط تیلور (۱) حول نقطه تعادل پایدار  $X_{SP}$  و استفاده مجدد از  $X$  و  $x_i$  به ترتیب به عنوان بردار حالت و متغیر حالت می توان سیستم را حول نقطه کار به صورت (۸) نمایش داد.

$$\dot{x}_i = A_i X + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N H_{kl}^i x_k x_l + \frac{1}{6} \sum_{p=1}^N \sum_{q=1}^N \sum_{r=1}^N P_{pqr}^i x_p x_q x_r + \dots \quad (8)$$

در این رابطه  $A_i$  سطر  $i$  ام ماتریس جاکوبی  $A$  بوده و به صورت  $[\partial G_i / \partial X]_{X_{SP}}$  تعریف می شود. همچنین  $H^i = [\partial^2 G_i / \partial x_k \partial x_l]_{X_{SP}}$  ماتریس هسیان و  $P_{pqr}^i = (\partial^3 G_i / \partial x_p \partial x_q \partial x_r)_{X_{SP}}$  تعریف می شوند. چنانچه  $\Lambda$ ،  $U$  و  $V$  به ترتیب نشان دهنده فرم جردن ماتریس  $A$ ، ماتریس های بردارهای مشخصه سمت راست و چپ آن باشد. در این صورت تبدیل  $X = UY$  رابطه (۸) را به صورت زیر تبدیل می کند:

$$\dot{y}_i = \lambda_i y_i + \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N C_{kl}^i y_k y_l + \sum_{p=1}^N \sum_{q=1}^N \sum_{r=1}^N D_{pqr}^i y_p y_q y_r + \dots \quad (9)$$

که در آن:

$$C^i = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^N V_p^i [U^T H^i U] = [C_{kl}^i] \quad (10)$$

$$D_{pqr}^i = \frac{1}{6} \sum_{p=1}^N \sum_{q=1}^N \sum_{r=1}^N P_{pqr}^i V_p^i V_q^i V_r^i \quad (11)$$

و  $V_r^R$  عنصر  $r$  ام در بردار مشخصه سمت چپ مقدار مشخصه  $R$  ام،  $\lambda_R$  می باشد و به همین ترتیب. در این روابط  $\lambda$ ،  $C_{kl}^i$  و  $D_{pqr}^i$  مقادیر عددی مشخصی دارند. چون می خواهیم پاسخ را برای هر شرایط اولیه دلخواه  $Y_0 = U^{-1} X_0$  با روش اختلال پیدا کنیم لازم است به نحوی شرایط اولیه را به صورت پارامتری متغیر در معادلات وارد نماییم. این هدف با تبدیل متغیر  $y_i(t) = z_i(t) + y_{i0}$  عملی گشته و معادله بالا به صورت زیر نوشته می شود. با توجه به این تبدیل بدیهی است که در فضای جدید  $Z$  شرایط اولیه به صورت  $Z_0 = [z_{10} \ z_{20} \ \dots \ z_{N0}]^T = 0$  است.

$$\begin{cases} f_0(\cdot) = 0 \\ f_1(\cdot) = 0 \\ \vdots \end{cases} \quad (4)$$

مثلاً پاسخ معادله دیفرانسیل (۵) با روش اختلال منجر به حل دستگاه معادلات دیفرانسیل (۶) می شود.

$$\begin{cases} \ddot{y} + \dot{y} + \varepsilon y = 0 \\ y(0) = y_0 \\ \dot{y}(0) = \dot{y}_0 \end{cases} \quad (5)$$

به طوری که:

$$y(t, \varepsilon) = y_0(t) + \varepsilon y_1(t) + \varepsilon^2 y_2(t) + O(\varepsilon^3) \quad (6)$$

$$\begin{cases} \ddot{y}_0 + y_0 = 0 \\ \dot{y}_0 + y_0 + y_0^3 = 0 \end{cases}$$

هرچند که روش اختلال [۸، ۹ و ۱۰] روش شناخته شده ای برای تقریب پاسخ سیستم های غیرخطی وابسته به پارامتری کوچک و متغیر است ولی تاکنون روشی بر این اساس برای مطالعه رفتار سیستم های قدرت تحت استرس ارایه نشده است و علت آن پیچیده بودن پیاده سازی این روش بر روی سیستم های بزرگ است، به خصوص اگر شکل خاصی را برای پاسخ طالب باشیم. در قسمت بعد با استفاده از روش اختلال پاسخی برای تحلیل رفتار سیستم های غیرخطی ارائه می شود.

## ۲-۱- پاسخ ورودی صفر سیستم های غیرخطی بر اساس روش اختلال

در این قسمت روش دیگری برای محاسبه پاسخ ورودی صفر یک سیستم غیرخطی ارایه می شود. دیده خواهد شد که این روش به سادگی برای سیستم های بزرگ قابل اعمال است. می دانیم که مجموعه بزرگی از سیستم های غیرخطی را می توان به صورت (۷) توصیف کرد.

$$\dot{X} = G(X) \quad (7)$$

در این رابطه  $X$  بردار حالت و  $G: R^N \rightarrow R^N$  یک میدان برداری هموار است. می خواهیم پاسخ سیستم مذکور را برای

$$\begin{aligned} & \dot{g}_{j0} + \varepsilon \dot{g}_{j1} + \varepsilon^2 \dot{g}_{j2} + \dots = \\ & \lambda_j (\varepsilon \dot{y}_{j0} + g_{j0} + \varepsilon g_{j1} + \varepsilon^2 g_{j2} + \dots) \\ & + \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N C_{kl}^j (\varepsilon \dot{y}_{k0} + g_{k0} + \varepsilon g_{k1} + \varepsilon^2 g_{k2} + \dots) * \\ & (\varepsilon \dot{y}_{l0} + g_{l0} + \varepsilon g_{l1} + \varepsilon^2 g_{l2} + \dots) \\ & + \sum_{p=1}^N \sum_{q=1}^N \sum_{r=1}^N D_{pqr}^j \left\{ \begin{aligned} & (\varepsilon \dot{y}_{p0} + g_{p0} + \varepsilon g_{p1} + \varepsilon^2 g_{p2} + \dots) \\ & (\varepsilon \dot{y}_{q0} + g_{q0} + \varepsilon g_{q1} + \varepsilon^2 g_{q2} + \dots) \\ & (\varepsilon \dot{y}_{r0} + g_{r0} + \varepsilon g_{r1} + \varepsilon^2 g_{r2} + \dots) \end{aligned} \right\} \\ & + \dots \end{aligned} \quad (15)$$

با توجه به این که به ازاء هر  $\varepsilon$ ،  $z_j(0, \varepsilon) = 0$  است لذا به ازاء هر  $k \in \{0, 1, 2, \dots\}$  خواهد بود و با مساوی قرار دادن ضرایب توان‌های مساوی  $\varepsilon$  در طرفین (۱۵) اولین معادله به صورت زیر خواهد بود.

$$\begin{cases} \dot{g}_{j0} = \lambda_j g_{j0} + \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N C_{kl}^j g_{k0} g_{l0} \\ \quad + \sum_{p=1}^N \sum_{q=1}^N \sum_{r=1}^N D_{pqr}^j g_{p0} g_{q0} g_{r0} \\ \quad + \dots \quad j = 1, 2, \dots, N \\ g_{j0}(0) = 0 \end{cases} \quad (16)$$

لذا به ازاء هر  $j$  داریم  $g_{j0}(t) \equiv 0$

با تعریف  $v_{jm} = \dot{y}_{j0} + g_{j1} = v_{j1}$  برای  $m > 1$  داریم:

$$\begin{aligned} & \varepsilon \dot{v}_{j1} + \varepsilon^2 \dot{v}_{j2} + \dots = \lambda_j (\varepsilon v_{j1} + \varepsilon^2 v_{j2} + \dots) \\ & + \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N C_{kl}^j (\varepsilon v_{k1} + \varepsilon^2 v_{k2} + \dots) (\varepsilon v_{l1} + \varepsilon^2 v_{l2} + \dots) \\ & + \sum_{p=1}^N \sum_{q=1}^N \sum_{r=1}^N D_{pqr}^j \left\{ \begin{aligned} & (\varepsilon v_{p1} + \varepsilon^2 v_{p2} + \dots) \\ & (\varepsilon v_{q1} + \varepsilon^2 v_{q2} + \dots) \\ & (\varepsilon v_{r1} + \varepsilon^2 v_{r2} + \dots) \end{aligned} \right\} + \dots \end{aligned} \quad (17)$$

با مساوی هم قرار دادن ضرایب توان‌های مساوی  $\varepsilon$  داریم:

$$\begin{cases} \dot{v}_{j1} = \lambda_j v_{j1} & v_{j1}(0) = \dot{y}_{j0} \\ \dot{v}_{j2} = \lambda_j v_{j2} + \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N C_{kl}^j v_{k1} v_{l1} & v_{j2}(0) = 0 \\ \dot{v}_{j3} = \lambda_j v_{j3} + \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N C_{kl}^j (v_{k1} v_{l2} + v_{k2} v_{l1}) \\ \quad + \sum_{p=1}^N \sum_{q=1}^N \sum_{r=1}^N D_{pqr}^j v_{p1} v_{q1} v_{r1}, & v_{j3}(0) = 0 \\ \vdots \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} & + \sum_{p=1}^N \sum_{q=1}^N \sum_{r=1}^N D_{pqr}^j (z_p + y_{p0})(z_q + y_{q0})(z_r + y_{r0}) + \dots \\ & \dot{z}_j = \lambda_j (z_j + y_{j0}) + \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N C_{kl}^j (z_k + y_{k0})(z_l + y_{l0}) \end{aligned} \quad (12)$$

حال می‌توان هر یک از اجزاء بردار شرایط اولیه را به صورت یک پارامتر به صورت زیر در نظر گرفت که در این صورت تعداد پارامترها با بعد سیستم برابر خواهد شد.

$$[y_{10} \ y_{20} \ \dots \ y_{N0}]^T = [\varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \ \dots \ \varepsilon_N]^T \quad (13)$$

واضح است که به ازاء هر  $j = 1, \dots, N$  پاسخ تابعی از پارامترهای مذکور به صورت  $z_j(t, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_N)$  خواهد بود. در ادامه کار مطابق با روش اختلال بایستی بسط تیلور پاسخ را برحسب پارامترهای مذکور به صورت (۱۴) نوشت و در طرفین معادله (۱۲) قرار داد و سپس با مساوی قرار دادن ضرایب حملات مشابه پارامترها در طرفین، دستگاه معادله دیفرانسیلی به دست آورد و پس از حل آن جواب تقریبی را به دست آورد.

$$\begin{aligned} z_j(t, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_N) &= z_{j0}(t) + \sum_{k=1}^N \varepsilon_k z_{j1}(t) \\ &+ \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \varepsilon_k \varepsilon_l z_{j2}(t) + \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \sum_{m=1}^N \varepsilon_k \varepsilon_l \varepsilon_m z_{j3}(t) + \dots \end{aligned} \quad (14)$$

با یک نظر به روش پیشنهادی مشکل بودن اعمال چنین روشی برای سیستم‌های بزرگ کاملاً آشکار است. ولی با یک فرض کلیدی می‌توان بر این مشکل فایق آمد.

فرض کنید  $\hat{Y}_0 = \frac{\|Y_0\|_2}{\gamma} \hat{Y}_0 = \varepsilon \hat{Y}_0$  که در آن  $\varepsilon = \|Y_0\|_2 / \gamma$  و  $p$  و  $z$  و  $r$  شعاع همگرایی بسط تیلور پاسخ است به عبارت دیگر اگر شعاع  $Y_0$  را با خطی به مبدا وصل کنیم محل برخورد این خط با کره‌ای به شعاع  $\gamma$  و به مرکز مبدا مختصات است. حال فرض کنید که پاسخ سیستم را برای شرایط اولیه‌ای می‌خواهیم پیدا کنیم که در جهت  $\hat{Y}_0$  است. این پاسخ را به صورت  $z_j(t, \varepsilon)$  نشان می‌دهیم. بدیهی است که اگر  $\varepsilon = 1$  اختیار شود پاسخ سیستم برای شرایط اولیه  $\hat{Y}_0$  به دست آید.

با قرار دادن بسط تیلور پاسخ، برحسب  $\varepsilon$  یعنی  $z_j(t, \varepsilon) = g_{j0} + \varepsilon g_{j1} + \varepsilon^2 g_{j2} + \dots$  داریم:

به طوری که :

$$L'_i = u_{ij} \left[ y_{j0} - \left\{ \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N h'_{kl} y_{k0} y_{l0} \right\}_{(k,l,j) \in R_2} \right] \quad (24)$$

$$M'_i = \left[ \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N u_{ij} C'_{kl} y_{k0} y_{l0} \right]_{(k,l,j) \in R_2} \quad (25)$$

$$K'_{kl} = \left[ y_{k0} y_{l0} \sum_{k=1}^N u_{ij} h'_{kl} \right]_{(k,l,j) \in R_2} \quad (26)$$

$$h'_{kl}(Z) = \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N h'_{kl} z_k z_l \quad (27)$$

که با پاسخ حاصل از سری مودال کاملاً یکسان است. شاخص  
تداخل  $I'_{kl}$  به صورت معادله (۲۸) تعریف شده است [۶].

$$I'_{kl} = \left| \frac{K'_{kl}}{\text{real}(\lambda_k + \lambda_l)} \right| \quad (28)$$

این شاخص به عنوان معیاری برای اندازه تاثیر مودهای  
تداخلی مرتبه دوم در پاسخ زمانی تعریف می‌شود. شاخص  
تداخل  $I'_{kl}$  به هر متغیر حالت،  $N^2$  مقدار نسبت می‌دهد که  
با مقایسه آن‌ها می‌توان مودهای تداخلی مرتبه دوم را که در  
پاسخ زمانی آن متغیرهای حالت سیستم تاثیر نسبی بیشتری  
دارند، تشخیص داد.

### ۳- شکل نرمال

با صرفنظر از عبارات مراتب سوم و به بالا در معادله (۹) و در  
صورتی که تشدید یا شبه تشدید مرتبه دوم وجود نداشته باشد  
یعنی برای تمام ترکیب‌های ممکن از  $k$  و  $l$  نامساوی  
 $\lambda_k + \lambda_l - \lambda_j \neq 0$  برقرار باشد، تبدیل غیرخطی به صورت  
(۲۹) وجود دارد به طوری که سیستم در فضای جدید به صورت  
(۳۰) تبدیل شود.

$$Y = Z + h'_{2}(Z) \quad (29)$$

$$\dot{Z} = \Lambda Z + O(|Z|^m) \quad m \geq 2 \quad (30)$$

پاسخ این دستگاه را می‌توان با روشی که برای محاسبه پاسخ  
سری مودال به کار رفت [۷] به صورت زیر به دست آورد:

$$\begin{cases} v_{j1}(s) = \frac{\hat{y}_{j0}}{(s - \lambda_j)} \\ v_{j2}(s) = \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N C'_{kl} \hat{y}_{k0} \hat{y}_{l0} \frac{1}{(s - \lambda_j)(s - \lambda_k - \lambda_l)} \\ \vdots \end{cases} \quad (19)$$

در نتیجه داریم:

$$\begin{cases} v_{j1}(t) = \hat{y}_{j0} e^{\lambda_j t} \\ v_{j2}(t) = \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N C'_{kl} \hat{y}_{k0} \hat{y}_{l0} S'_{kl}(t) \\ \vdots \end{cases} \quad (20)$$

که در آن

$$S'_{kl}(t) = \begin{cases} \frac{1}{\lambda_k + \lambda_l - \lambda_j} (e^{(\lambda_k + \lambda_l)t} - e^{\lambda_j t}) & \text{if } (k,l,j) \notin R_2 \\ S^j_{kl}(t) = t e^{\lambda_j t} & \text{if } (k,l,j) \in R_2 \end{cases} \quad (21)$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} y_j(t) &= v_{j1}(t) + v_{j2}(t) + \dots \\ &\approx \left[ y_{j0} - \left\{ \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N h'_{kl} y_{k0} y_{l0} \right\}_{(k,l,j) \in R_2} \right] e^{\lambda_j t} \\ &+ \left\{ \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N h'_{kl} y_{k0} y_{l0} e^{(\lambda_k + \lambda_l)t} \right\}_{(k,l,j) \notin R_2} \\ &+ \left\{ \left[ \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N C'_{kl} y_{k0} y_{l0} \right] t e^{\lambda_j t} \right\}_{(k,l,j) \in R_2} \end{aligned} \quad (22)$$

مجموعه  $R_2$  شامل تمامی ترکیبات سه‌تایی  $(k,l,j)$  که در  
شرط تشدید مرتبه دوم صدق می‌کند، در نتیجه پاسخ مرتبه دوم  
معادله دیفرانسیل را می‌توان به شکل زیر تقریب زد:

$$\begin{aligned} x_i(t) &= \sum_{j=1}^N u_{ij} y_j(t) = \sum_{j=1}^N (L'_i + M'_i) e^{\lambda_j t} \\ &+ \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N K'_{kl} e^{(\lambda_k + \lambda_l)t} \end{aligned} \quad (23)$$

سری مودال و روش اختلال، معیار مشابهت به صورت زیر تعریف شده است [۷]:

$$Pm_i = \int_0^{\epsilon} |X_{i,N}(\omega) - X_{i,ref}(\omega)| d\omega \quad (35)$$

$$Pm_{pm,i} = \frac{Pm_i}{\int_0^{\epsilon} X_{i,N}(\omega) d\omega} \quad (36)$$

$$Pm = \sum_{i=1}^N Pm_i \quad (37)$$

سیگنال‌های حاصل از تحلیل غیرخطی و سایر روش‌های تقریبی مذکور می‌باشد.

#### ۵- سیستم مورد مطالعه

در این بخش مطالب ارائه شده در بخش (۲) و (۳) بر روی سیستم نمونه شکل (۱) پیاده‌سازی می‌شود.

#### ۵-۱- معادلات سیستم قدرت به همراه UPFC

مهم‌ترین اجزاء تشکیل‌دهنده یک سیستم قدرت شامل ژنراتورهای سنکرون و ادوات کنترلی FACTS، همچون UPFC می‌باشد. شکل (۱) دیاگرام تک‌خطی یک سیستم قدرت SMIB به همراه یک UPFC را نشان می‌دهد. معادلات حاکم بر این شبکه عبارت از معادلات دینامیکی ژنراتور و معادلات دینامیکی UPFC است.

#### ۵-۱-۱- معادلات دینامیکی ژنراتور

هر ژنراتور سنکرون را می‌توان با مدل دو محوری و یک سیستم تحریک استاتیکی جایگزین نمود. معادلات دیفرانسیل زیر عملکرد یک ژنراتور سنکرون به همراه سیستم تحریک را به صورت دینامیکی مدل می‌کند:

$$\begin{aligned} \delta_k &= \omega_0(\omega_k - 1) = f_{1k} \\ \dot{\omega}_k &= \frac{1}{2H_k}(P_{mk} - (E'_{dk}I_{dk} + E'_{qk}I_{qk})) \\ -D_k(\omega_k - 1) &= f_{2k} \end{aligned} \quad (38)$$

در غیاب تشدید مرتبه سوم و بالاتر، این روند را می‌توان ادامه داد و با اعمال تبدیلات پی در پی، درجه قسمت غیر خطی را در مختصات جدید افزایش داد. اگر در معادله (۳۰) از جملات درجه دوم و بالاتر صرف‌نظر شود به سادگی پاسخ زمانی آن با داشتن شرایط اولیه  $Z_0 = [z_{10}, z_{20}, z_{30}, \dots, z_{N0}]^T$ ، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$z_j(t) = z_{j0} e^{\lambda_j t} \quad (31)$$

برای یافتن شرایط اولیه مورد لزوم بایستی دستگاه معادلات غیرخطی زیر را حل کرد.

$$f(Z_0) = Y_0 - Z_0 - h2(Z_0) = 0 \quad (32)$$

برای این منظور می‌توان از روش‌های بهینه‌سازی از جمله برنامه solve در نرم‌افزار MATLAB و یا روش‌های تکرار استفاده نمود. در حل دستگاه معادلات غیرخطی (۳۲) برای سیستم‌های بزرگ، روش‌های تکرار نسبت به روش‌های بهینه‌سازی از دامنه اعتبار بزرگتری برخوردار می‌باشند [۱۵]. در بعضی از شرایط این دستگاه معادلات غیرخطی جواب ندارد و این موضوع یکی از نقاط ضعف این روش به شمار می‌رود.

با قرار دادن (۳۱) در معادله (۲۹) و اعمال تبدیل  $X=UY$  معادلات (۳۳) و (۳۴) به دست می‌آید. معادله (۳۴)، پاسخ بسته حاصل از شکل نرمال، به وضوح ارتباط میان مدهای مجزای  $\lambda_1, \lambda_2, \dots$  و مدهای مرتبه دوم یعنی جفت‌های  $\lambda_1 + \lambda_2$  (برای تمام  $i, j$  ها)، را نشان می‌دهد.

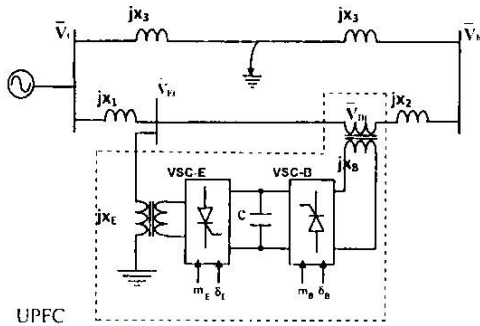
$$y_j(t) = z_{j0} e^{\lambda_j t} + \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N h_{2kl} z_{k0} z_{l0} e^{(\lambda_k + \lambda_l)t} \quad (33)$$

$$x_i(t) = \sum_{j=1}^N u_{ij} z_{j0} e^{\lambda_j t} + \sum_{j=1}^N u_{ij} \left[ \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N h_{2kl} z_{k0} z_{l0} e^{(\lambda_k + \lambda_l)t} \right] \quad (34)$$

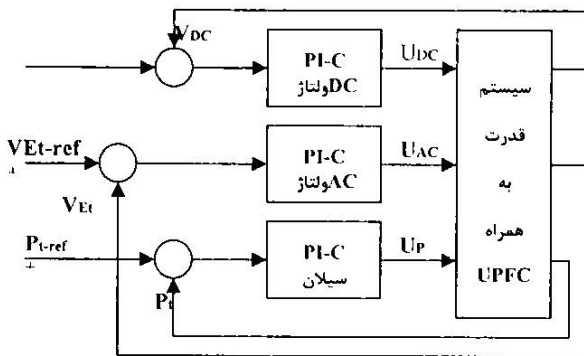
#### ۴- معیار مشابهت

به منظور تعیین میزان مشابهت پاسخ حاصله از شبیه‌سازی غیرخطی و سایر پاسخ‌های تقریبی حاصل از روش‌هایی همچون تحلیل مودال خطی، مودال مرتبه دوم با روش شکل نرمال و

شکل (۲) دیاگرام شماتیکی UPFC را با سه کانال کنترل کننده ی  $U_{DC} - V_{DC}$ ،  $U_{AC} - V_{AC}$  و  $U_P - P_i$  با کنترل کننده PI مجزا نشان می دهد.



شکل ۱- سیستم تک ماشینه باس بی نهایت (SMIB) با یک UPFC



شکل ۲- دیاگرام شماتیکی UPFC با سه کنترل کننده PI مجزا

سیگنال های خروجی هر یک از کنترل کننده های UPFC به صورت زیر در نظر گرفته می شود [۱۴]:

$$U_P = m_B \cdot U_{AC} = m_E \text{ و } U_{DC} = \delta_B \quad (44)$$

بنابراین برای کنترل کننده های UPFC می توان نوشت:  
۱- کنترل کننده PI ولتاژ dc:

$$U_{DC} = \delta_E = \left( K_{DCP} + \frac{K_{DCI}}{s} \right) (V_{DC-ref} - V_{DC}) \quad (45)$$

۲- کنترل کننده PI ولتاژ ac:

$$U_{AC} = m_E = \left( K_{ACP} + \frac{K_{ACI}}{s} \right) (V_{E-ref} - V_{E}) \quad (46)$$

معادلات داخلی ولتاژ:

$$\dot{E}'_{qk} = \frac{1}{T'_{dq}} (E_{kik} - (x_{dk} - x'_{dk}) I_{dk} - E'_{qk}) = f_{3k}$$

$$\dot{E}'_{dk} = \frac{1}{T'_{dq}} (-E'_{dk} - (x_{qk} - x'_{qk}) I_{qk}) = f_{4k} \quad (39)$$

معادلات سیستم تحریک استاتیکی:

$$\dot{E}'_{dk} = -\frac{1}{T'_A} (E_{dk} + K_A (V_{refk} - V_i)) = f_{5k}$$

$$V_i = \sqrt{v_{di}^2 + v_{qi}^2} = \sqrt{(E'_{dk} + x'_{dk} I_{qk})^2 + (E'_{qk} - x'_{dk} I_{dk})^2} \quad (40)$$

### ۵-۱-۲- معادلات دینامیکی UPFC

ساختمان UPFC از دو مبدل منبع ولتاژ (VSC) که به صورت پشت به پشت از طریق یک خازن به یکدیگر متصل می باشند، تشکیل شده است. این دو مبدل توسط دو ترانسفورماتور ET و BT به شبکه متصل شده اند (شکل (۱)). معادلات دینامیکی UPFC، با صرف نظر از مقاومت و حالت گذرای ترانسفورماتورها و اعمال تبدیل پارک، برای UPFC می توان نوشت [۱۲ و ۱۳]:

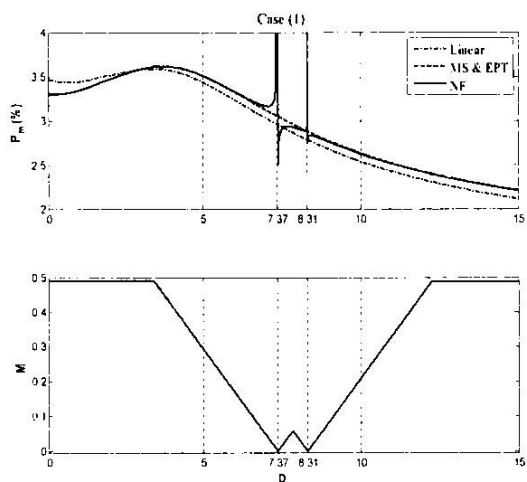
$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{Etd} \\ \dot{V}_{Eq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -x_E \\ x_E & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Ed} \\ i_{Eq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{m_E \cos \delta_E V_{IX'}}{2} \\ \frac{m_E \sin \delta_E V_{IX'}}{2} \end{bmatrix} \quad (41)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{Btd} \\ \dot{V}_{Bq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -x_B \\ x_B & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Bd} \\ i_{Bq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{m_B \cos \delta_B V_{IX'}}{2} \\ \frac{m_B \sin \delta_B V_{IX'}}{2} \end{bmatrix} \quad (42)$$

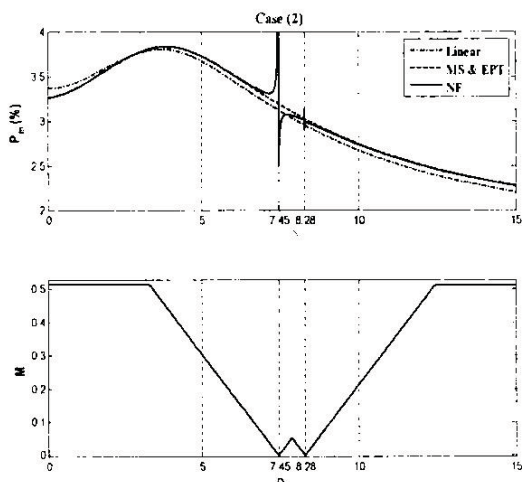
$$\dot{V}_{IX'} = -\frac{3m_E}{4C_{IX'}} [\cos \delta_E \sin \delta_E] \begin{bmatrix} i_{Ed} \\ i_{Eq} \end{bmatrix} - \frac{3m_B}{4C_{IX'}} [\cos \delta_B \sin \delta_B] \begin{bmatrix} i_{Bd} \\ i_{Bq} \end{bmatrix} \quad (43)$$

$m_E, \delta_E, m_B, \delta_B$  به ترتیب اندازه مدولاسیون و زاویه فاز، سیگنال های کنترلی هر یک از VSC ها و در نتیجه UPFC می باشند. کنترل سه پارامتر سیلان توان، ولتاژ AC و ولتاژ DC از طریق سه سیگنال کنترلی از مجموعه  $m_E, \delta_E, m_B, \delta_B$  امکان پذیر است.

غیرخطی (۳۱) نه از روش بهینه‌سازی و نه از روش‌های تکرار دارای جواب نبوده و لذا این روش به طور کامل اعتبار خود را در این وضعیت از دست می‌دهد و قادر به شبیه‌سازی رفتار سیستم غیرخطی نمی‌باشد. در حالت‌های (۱) و (۲)، اندازه Pm بسیار کوچک است. در مقابل روش اختلال همچون روش سری مودال در تمامی شرایط حتی در شرایط شبه تشدید، از دقت و اعتبار بالایی در شبیه‌سازی رفتار غیرخطی سیستم برخوردار است.



شکل ۳- منحنی تغییرات Pm و M بر حسب تغییرات D برای حالت کنترلی (۱)



شکل ۴- منحنی تغییرات Pm و M بر حسب تغییرات D برای حالت کنترلی (۲)

۳- کنترل کننده PI سیلان توان:

$$U_p = m_B = \left( K_{IP} + \frac{K_{PI}}{s} \right) (P_{i,ref} - P_i) \quad (47)$$

کنترل‌کننده‌های UPFC برای هر کانال به صورت مجزا طراحی گردیده است. پارامترهای این سیستم در پیوست (الف) آمده است. اگر چه این سیستم ساده به نظر می‌رسد ولی مطالعه تداخل مودهای کنترلی آن با مودهای نوسانی ژنراتور سنکرون کاری پیچیده و دقیق می‌باشد.

سیستم SMIB دارای یک زوج مقدار ویژه مزدوج مختلط با مقدار حقیقی منفی می‌باشد. چهار حالت عملکرد کنترل‌کننده‌های UPFC را به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند [۱۵]:

- حالت (۱)- کنترل کننده  $V_{DC}$  مدار بسته و کنترل کننده  $V_{AC}$  و کنترل کننده سیلان توان مدار باز باشند.
- حالت (۲)- کنترل کننده  $V_{DC}$  و کنترل کننده  $V_{AC}$  مدار بسته و کنترل کننده سیلان توان مدار باز باشند.
- حالت (۳)- کنترل کننده  $V_{DC}$  و کنترل کننده سیلان توان مدار بسته و کنترل کننده  $V_{AC}$  مدار باز باشند.
- حالت (۴)- سه کنترل کننده  $V_{DC}$ ، کنترل کننده  $V_{AC}$  و کنترل کننده سیلان مدار بسته باشند.

### ۵-۲- مقایسه معیار مشابهت

به منظور بررسی شرایط ایجاد تشدید و یا شبه تشدید میان مودها، اندیس تشدید مرتبه دوم به صورت (۴۸) تعریف می‌شود:

$$M = \min \left| \lambda_j + \lambda_l - \lambda_k \right| \text{ for all } j, k, l \quad (48)$$

منحنی تغییرات M و همچنین کمیت معیار مشابهت (Pm) مربوط به پاسخ روش‌های خطی، شکل نرمال، سری مودال و روش اختلال بر حسب تغییرات ضریب میرای D و برای حالت‌های کنترلی مختلف در شکل‌های (۳) الی (۶) آمده است. با توجه به شکل‌های (۳) الی (۶) مشخص می‌گردد، در غاضی که ندره اندیس تشدید (M) دارای مقدار کوچکی است و یا به عبارت دیگر شبه تشدید مرتبه دوم رخ می‌دهد، روش شکل نرمال، به خصوص در حالت‌های (۳) و (۴) دارای خطای بسیار زیادی است و به ازاء  $D=11.28$  در حالت کنترلی (۳)، معادلات



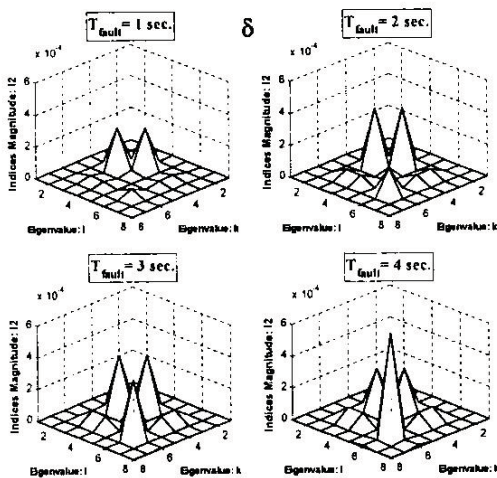
طور نمونه برای متغیر حالت  $\delta$  در حالت کنترلی (۴) و در ضریب میرایی  $D=10$  برای چهار مقدار زمان خطا  $(T_{\text{fault}})$  به صورت سه بعدی نمایش داده شده است. در این شکل، دو بعد صفحه مشجر به ترتیب نشان دهنده اندیس‌های  $k$  و  $l$  و بعد عمود بر آن‌ها نشان دهنده اندازه شاخص  $I2'_{kl}$  است.

در شکل (۷) مشاهده می‌شود میان مدهای  $\lambda_3$ ،  $\lambda_4$  و  $\lambda_6$  تداخل قابل توجهی وجود دارد. برای روشن‌تر شدن چگونگی تغییرات میزان تداخل در مدهای مذکور، منحنی تغییرات دامنه شاخص تداخل  $I2'_{kl}$ ، برحسب زمان تداوم خطا در شکل (۸) رسم شده است. همان گونه که در شکل (۸) مشاهده می‌شود با افزایش زمان تداوم خطا تداخل میان مود  $\lambda_6$  با خودش و با مود  $\lambda_3$  افزایش و تداخل میان مدهای نوسانی  $\lambda_3$  و  $\lambda_4$  تقریباً ثابت مانده است و تقریباً در تمام شرایط قابل اغماض نمی‌باشد.

جدول ۱- مقادیر ویژه، فرکانس تشدید و نسبت میرایی مدهای

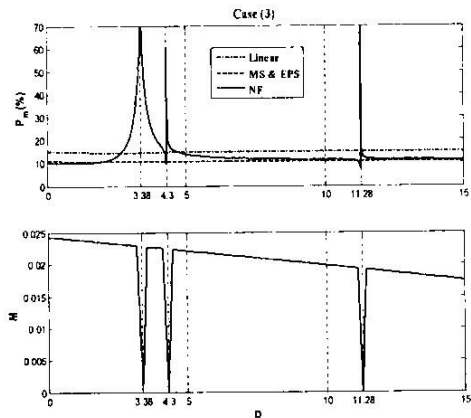
نوسانی در حالت کنترلی (۴) و با  $D=10$

فرکانس تشدید (HZ)	نسبت میرایی ( $\zeta$ )	مقادیر ویژه	$\lambda_3$ و $\lambda_4$
1.0936	0.1039	$-0.7178 \pm j 6.7814$	



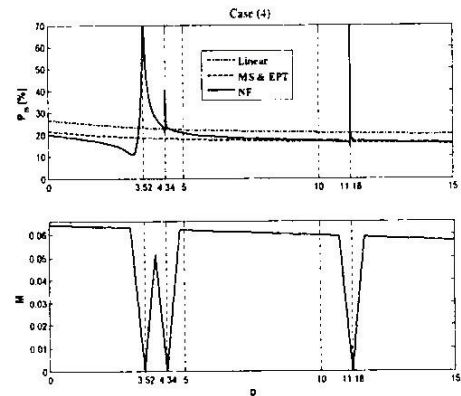
شکل ۷- منحنی تغییرات شاخص تداخل برای متغیر حالت  $\delta$

در حالت کنترلی (۴) و در چهار مقدار  $T_{\text{fault}}$



شکل ۵- منحنی تغییرات  $P_m$  و  $M$  بر حسب تغییرات  $D$  برای

حالت کنترلی (۳)



شکل ۶- منحنی تغییرات  $P_m$  و  $M$  بر حسب تغییرات  $D$  برای

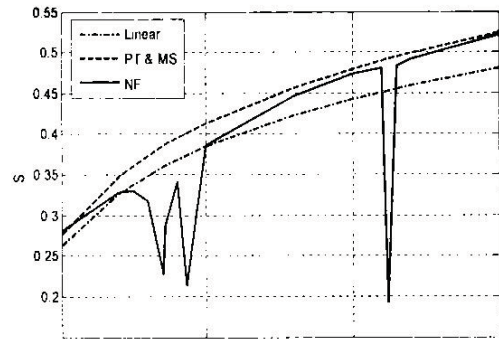
حالت کنترلی (۴)

### ۳-۵- تغییر درجه غیر خطی سیستم

همان طور که بیان شد، میزان استرس در یک سیستم به شرایط کار و شدت خطای اعمال شده به آن سیستم بستگی دارد. بنابراین در صورتی که زمان تداوم خطا افزایش یابد، درجه غیرخطی سیستم و در نتیجه میزان استرس وارد شده به آن سیستم افزایش می‌یابد. برای آن که چگونگی تغییرات میزان تداخل میان مدهای مختلف و میزان استرس وارد شده به سیستم را مورد مطالعه قرار دهیم، می‌توان تغییرات شاخص تداخل  $I2'_{kl}$  را برحسب تغییر زمان تداوم خطا ترسیم نمود.

در سیستم مورد مطالعه در حالت کنترلی (۴)، هشت متغیر حالت وجود دارد. مقادیر ویژه نوسانی سیستم در این حالت در جدول (۱) آمده است. در شکل (۷) اندازه ۶۴ مقدار  $I2'_{kl}$  به

روشن‌تر شدن موضوع در شکل (۱۰)، سطح ناحیه اعتبار پاسخ حاصل از روش‌های مختلف برحسب ضریب میرایی (D) رسم شده است. این شکل صحت نتایج حاصل از شکل‌های (۶) و (۹) را تایید می‌کند. در شکل (۱۰) مشاهده می‌شود ناحیه اعتبار پاسخ حاصل از سری مودال و روش اختلال در تمام مقادیر ضریب میرایی دارای سطح بزرگتری نسبت به سایر روش‌های تقریبی می‌باشد.

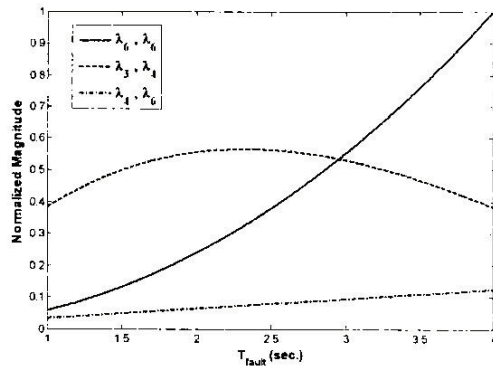


شکل ۱۰- تغییرات سطح ناحیه اعتبار پاسخ روش‌های مختلف در حالت کنترلی (۴) برحسب D

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله ضمن معرفی مختصری از روش اختلال، برای اولین بار روشی بر اساس این روش جهت محاسبه پاسخ ورودی صفر سیستم‌هایی غیرخطی ارائه شد. این روش جهت شبیه‌سازی و بررسی تداخل‌های غیرخطی میان کانال‌های کنترلی یک UPFC و همچنین میان کانال‌های کنترلی آن با سیستم قدرت به کار رفته است و نتایج زیر حاصل گردید:

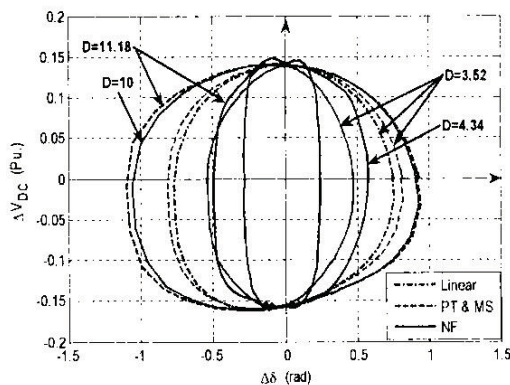
- پاسخ بسته حاصل از روش اختلال مشابه پاسخ حاصل از روش سری مودال می‌باشد.
- برای دستیابی به پاسخ غیرخطی با روش شکل نرمال، نیاز به حل یک دسته معادلات غیرخطی است که در مواردی این دستگاه معادلات غیرخطی دارای پاسخ نیستند.
- با نزدیک شدن به شرایط تشدید، ناحیه اعتبار پاسخ ناشی از شکل نرمال، کوچکتر می‌شود و در صورت بروز تشدید، اعتبار آن به طور کامل از بین می‌رود. بنابراین در استفاده از شاخص‌های تعریف شده بر اساس پاسخ فرم بسته این روش، بایستی دقت زیادی نمود.
- افزایش درجه غیرخطی سیستم موجب رشد تداخل میان مدهای سیستم می‌گردد.



شکل ۸- منحنی تغییرات میزان تداخل میان مدها برحسب زمان تداوم خطا

۵- ۴- مقایسه نواحی اعتبار

می‌خواهیم نواحی اعتبار پاسخ روش‌های مختلف را به گونه‌ای به‌دست آوریم که در آن نواحی، شباهت میان پاسخ غیرخطی و پاسخ حاصل از تحلیل مودال خطی، شکل نرمال، سری مودال و روش اختلال در معیار مشخصی برای Pm به عنوان مثال ( < Pm 5 صدق نماید. این نواحی برای حالت کنترلی (۴) و برای ضرایب میرایی مختلف در شکل (۹) رسم شده است. زمان شبیه‌سازی را  $T_{sim}=6 \text{ sec}$  در نظر گرفته‌ایم.



شکل ۹- نواحی اعتبار پاسخ روش‌های مختلف در حالت کنترلی (۴) برای مقادیر مختلف D

همان‌گونه که در شکل (۹) مشاهده می‌شود، ناحیه اعتبار پاسخ حاصل از شکل نرمال مطابق آن چه که در شکل (۶) ملاحظه گردید با نزدیک شدن به شرایط تشدید مرتبه دوم، کوچکتر شده و در  $D=11.18$  به حداقل خود می‌رسد. جهت

[6] N. Pariz, H. M. Shanechi, and E. Vaahedi, "Explaining and Validating Stressed Power Systems Behavior Using Modal Series," IEEE Transaction on Power System, vol. 18, no. 2, pp. 778-785, May 2003.

[7] H. M. Shanechi, N. Pariz and E. Vaahedi, "General Nonlinear Modal Representation of Large Scale Power Systems," IEEE Trans. on power System, vol. 18, no. 3, pp. 1103-1109, Aug. 2003.

[8] A. H. Nayfeh and D. T. Mook, Introduction to Perturbation Techniques, Wiley, 1995.

[9] L. O. Chua and H. Kokubu, "Normal Forms for Nonlinear Vector Fields Part I: Theory and Algorithm," IEEE Transaction on Circuits and Systems, vol. 35, no. 7, Jul. 1988.

[10] L. O. Chua and H. Kokubu, "Normal Forms for Nonlinear Vector Fields Part II: Applications," IEEE Trans. on Circuits and Systems, vol. 36, no. 1, Jan. 1989.

[11] P. Kundur, "Power System Stability and Control," New York: McGraw-Hill, 1993.

[12] A. Nabavi and M. R. Iravani, "Steady state and dynamic models of unified power flow controller (UPFC) for power system studies," IEEE Trans. on PWRS, no. 4, 1996.

[13] H. F. Wang, "Application of modeling UPFC into multi-machine power system," IEE Proc. Gener. Transm. Distrib., vol. 146, no. 3, pp. 306-312, May 1999.

[14] H. F. Wang, "Interactions and multivariable design of multiple control functions of a unified power flow controller," Electric Power Systems Research, vol. 24, pp. 591-600, 2002.

[15] Z. Y. Zou, Q. Y. Jiang, Y. J. CAO and H. F. Wang, "Application of the normal forms to analyze the Interactions among the multiple-control channel of UPFC," Electric Power Systems Research, vol. 27, pp. 584-593, 2005.

• ناحیه اعتبار پاسخ حاصل از روش اختلال و سری مودال در تمام مقادیر ضریب میرایی نسبت به سایر روش‌های تقریبی دارای سطح بزرگتری می‌باشد و با افزایش ضریب میرایی به تدریج افزایش می‌یابد.

پیوست (الف):

مشخصات سیستم مورد مطالعه:

$H=4.0$ ,  $T_{do}=5.044$ ,  $T_{qo}^{\prime}=4$ ,  $x_d=1.0$ ,  $x_q=0.7$ ,  $x_d^{\prime}=0.3$ ,  
 $KA=2.0$ ,  $TA=0.02$ ,  $V_{Rmax}=10$ ,  $V_{Rmin}=-10$ ,  $x_1=0.1$ ,  $x_2=0.3$ ,  
 $x_3=0.2$ ,  $x_E=0.3$ ,  $x_B=0.03$ ,  $C_{dc}=1$ ,  $K_{DCP}=14$ ,  $K_{DCI}=10$ ,  $K_{PP}=1$ ,  
 $K_{PI}=5$ ,  $K_{ACP}=1.75$ ,  $K_{ACI}=20$

مراجع

[1] D. J. Sobajic, "An introduction to normal forms of vector fields: New Frameworks for Assessing Stability of Highly Stressed Power Systems," IEEE Trans. on Power System, no. 1, pp. 108-111, 1996.

[2] Y. Tamota, and N. Yorino, "Possibility of Auto-& Hetro-Parametric Resonances in Power Systems and their Relationship with Long-Term Dynamics," IEEE Trans. on Power System, vol. PWRS-2, no. 4, pp. 890-894, Nov. 1987.

[3] N. Yorinio, H. Sasaki, Y. Tamura and Y. yama, "A Generalized Analysis Method of Auto-Parametric Resonances in Power Systems," IEEE Trans. on Power System, vol. 4, no. 3, pp. 1057-1064, Aug. 1989.

[4] A. M. A. Hamdan, "A Generalized Analysis Method of Auto-Parametric Resonance in Power System," IEEE Trans. on Power System, vol. 4, no. 3, pp. 843-848, Aug. 1989.

[5] C. M. Lin, V. Vittal, W. Kliemann and A. A. Fouad, "Investigation of Modal Interaction and its Effects on Performance in Stressed Power Systems Using Normal Forms of Vector Fields," IEEE Trans. on Power System, vol. 11, no. 2, pp. 781-787, May 1996.

پی‌نوشت‌ها

- 1- Normal Form
- 2- Modal Series
- 3- Perturbation Technique
- 4- Excitation Transformer
- 5- Boosting Transformer