آزمون نیکویی برازش برای توزیع نمایی بر مبنای برآورد اطلاع رنی

ملیحه عباس نژاد [۱]، مرضیه شکوری [۲]

[۱] گروه آمار، دانشگاه فردوسی مشهد

[۲] دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه فردوسی مشهد

چکیده : آزمون نیکویی برازش برای توزیع نمایی بر مبنای آنتروپی اولین بار توسط ابراهیمی و همکاران (۱۹۹۲) به کمک برآورد اطلاع کولبک – لایبلر معرفی شد. ما در این مقاله ابتدا اطلاع رنی را به روشی همانند روش به کار گرفته شده توسط کوریا (۱۹۹۵) برای برآورد آنتروپی شانون، برآورد نموده و سپس از آن به عنوان آماره آزمون نمایی بودن توزیع استفاده می کنیم. درادامه توان آزمون پیشنهادی را با چند آزمون دیگر به کمک شبیه‌سازی مقایسه کرده و نشان می دهیم که روش ارائه شده نسبت به برخی از آزمون های معروف توان بالاتری دارد.

واژه‌های کلیدی : آ نتروپی، اطلاع کولبک – لایبلر، اطلاع رنی، آزمون نمایی بودن.

۱ مقدمه

بسیاری از تحلیل های آماری، از قبیل آزمون های طول عمر، بر مبنای نمایی بودن مشاهدات پایه ریزی شده اند. از این رو آزمون نمایی بودن همواره مورد توجه پژوهشگران بوده است.

فرض کنید X یک متغیر تصادفی پیوسته نامنفی با تابع توزیع $F(x)$ و تابع چگالی احتمال $f(x)$ باشد. برای مثال X را می توان طول عمر یک قطعه تولیدی در نظر گرفت. آزمون فرضیه های زیر را در نظر بگیرید:

آدرس الکترونیک مسئول مقاله: ملیحه عباس نژاد، ma_abbasnejad@yahoo.com

کد موضوع‌بندی ریاضی (۲۰۰۰): 94A17, 62G10

$$\begin{cases} H_\circ : f(x) = f_\circ(x,\theta) \\ H_\backslash : f(x) \neq f_\circ(x,\theta) \end{cases}$$

که در آن $f_\circ(x,\theta) = \theta \exp(-\theta x) \quad x > \circ,\ \theta > \circ$ تابع چگالی احتمال توزیع نمایی با پارامتر θ است.

محققین زیادی از جمله لی لی فورس (۱۹٦۹)، ون — سوست (۱۹٦۹)، فینکل اشتاین و شیفر (۱۹۷۱)، استی فنز (۱۹۷۴) و هریس (۱۹۷٦) آماره های متفاوتی را برای آزمون فرضیه های فوق معرفی نمودند. برای مطالعه بیشتر در رابطه با آزمونهای نمایی بودن هنز و منتاینس (۲۰۰۵) را ببینید. برای اولین بار ابراهیمی و همکاران (۱۹۹۲) از برآورد اطلاع کولبک — لایبلر به عنوان آماره‌ی آزمون برای انجام آزمون فرضیه $H_\circ$ در مقابل $H_\backslash$ استفاده نمودند. برای انتخاب بین دو فرضیه $H_\circ$ و $H_\backslash$ تعریف شده در بالا می توان از فاصله کولبک — لایبلر برای تشخیص بین دو تابع $f(x)$ و $f_\circ(x)$ استفاده نمود که به صورت زیر تعریف می شود:

$$D(f,f_\circ) = \int_\circ^{+\infty} f(x) \log \frac{f(x)}{f_\circ(x)} dx \qquad (\backslash)$$

همانطور که می دانیم $D(f,f_\circ)$ یک فاصله نا متقارن بین f و $f_\circ$ است. مقدار $D(f,f_\circ)$ تحت فرضیه صفر برابر صفر بوده و مقادیر بزرگ $D(f,f_\circ)$ از فرضیه $H_\backslash$ پشتیبانی می کنند. ابراهیمی و همکاران (۱۹۹۲)، با فرض اینکه میانگین X متناهی باشد، آماره آزمون را به صورت زیر بیان نمودند:

$$DE(f,f_\circ) = -H(f) - \log(\theta) + \backslash$$

که در آن $H(f) = -\int_\circ^{+\infty} f(x) \log f(x) dx$ آنتروپی شانون توزیع f است. سپس از برآورد آنتروپی واسیچک (۱۹۷٦) برای برآورد آماره‌آزمون استفاده نموده و نشان دادند که آزمون ارائه شده بر مبنای اطلاع کولبک — لایبلر توان های بالاتری در مقایسه با سایر آزمون های موجود دارد.

پس از آنها، آزمون های نیکویی برازش متعددی بر مبنای برآورد اطلاع کولبک — لایبلر و آنتروپی شانون معرفی شد. برای مثال، گریگورفسکی و ویکزورکفسکی (۱۹۹۹) با حذف فرض متناهی بودن میانگین مجدداً برآورد اطلاع کولبک — لایبلر را برای آزمون نمایی بودن به کار بردند. چوی و همکاران (۲۰۰۴) از برآورد آنتروپی

ون — ایس (۱۹۹۲) و برآورد آنتروپی کوریا (۱۹۹۵) در برآورد اطلاع کولبک — لایبلر استفاده نمودند. تافر (۲۰۰۲) ابتدا با استفاده از یک تبدیل توزیع نمایی را به توزیع یکنواخت تبدیل نموده وآنگاه برآورد آنتروپی شانون توزیع یکنواخت را از روش کوریا و واسیچک به عنوان آماره آزمون به کار گرفت. پارک و پارک (۲۰۰۳) از برآورد تعدیل یافته آنتروپی که توسط ابراهیمی و همکاران (۱۹۹۴) ارائه شده بود، کمک گرفته و آماره‌ای برای آزمون نمایی بودن و نرمال بودن توزیع معرفی کردند. یوسف زاده و ارقامی (۲۰۰۸) نیز با معرفی برآوردی جدید از تابع توزیع، آنتروپی شانون را برآورد نموده و از آن برای آزمون نمایی بودن و نرمال بودن توزیع استفاده نمودند. همچنین علیزاده و علیزاده (۱۳۸۷) آزمون‌های نیکویی برازش مبتنی بر آنتروپی برای توزیع‌های نرمال، نمایی و یکنواخت را با سایر آزمونهای موجود مقایسه نمودند. آزمون نمایی بودن توزیع بر مبنای برآورد اطلاع کولبک—لایبلر، برای داده‌های سانسور شده نوع—دو توسط پارک (۲۰۰۵) و برای داده‌های سانسور فزاینده نوع—دو توسط بالاکریشنان و همکاران (۲۰۰۷) ارائه شد. حبیبی و ارقامی (۱۳۸٦) نیز از برآورد آنتروپی شانون آماره‌های مرتب برای آزمون متقارن بودن توزیع کمک گرفتند.

در بخش دوم مقاله، فاصله رنی را تعریف نموده و آزمون نمایی بودن توزیع را بر مبنای آن ارائه نموده و در بخش سوم توان آزمون پیشنهادی را با چند آزمون دیگر مقایسه می کنیم. در انتها، آماره جدیدی را بر اساس آماره ارائه شده در بخش دوم، معرفی نموده و توان این آزمون را نیز ارائه می‌کنیم.

۲ آماره آزمون

معیار دیگری که می توان به منظور انتخاب بین H_0 و H_1 استفاده نمود، فاصله رنی مرتبه s بین $f(x)$ و $f_0(x)$ است که به صورت زیر تعریف می شود:

$$D_s(f,f_0)=\frac{1}{s-1}\log\int_0^{+\infty}f(x)\left[\frac{f(x)}{f_0(x)}\right]^{s-1}dx \quad s>0, s\neq 1 \qquad (2)$$

به راحتی می توان نشان داد که $\lim_{s\to 1}D_s(f,f_0)=D(f,f_0)$ (رنی ۱۹٦۱).
از آنجا که مقدار $D_s(f,f_0)$ نیز همانند اطلاع کولبک — لایبلر تحت فرضیه صفر، صفر است و مقادیر بزرگ آن از فرضیه H_1 پشتیبانی می کنند، طبیعی است که از فاصله رنی بین f و f_0 به عنوان آماره آزمون برای انجام آزمون فرضیه H_0 در مقابل H_1 استفاده نمود. بنا بر رابطه (۲) فاصله رنی بین دو توزیع $f(x)$ و $f_0(x)$ به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} D_s(f,f_\circ) &= \frac{۱}{s-۱}\log\int_\circ^{+\infty} f(x)\left[\frac{f(x)}{\theta\exp(-\theta x)}\right]^{s-۱}dx \\ &= -\log\theta+\frac{۱}{s-۱}\log\int_\circ^{+\infty} f^s(x)e^{\theta(s-۱)x}dx \end{aligned}$$

با استفاده از تغییر متغیر $F(x)=p$ در رابطه بالا داریم

$$D_s(f,f_\circ) = -\log\theta+\frac{۱}{s-۱}\log\int_\circ^{۱}\left[\frac{d}{dp}F^{-۱}(p)\right]^{۱-s}e^{\theta(s-۱)F^{-۱}(p)}dp \quad (۳)$$

فرض کنید $X_۱, X_۲, ..., X_n$ یک نمونه n تایی از توزیع F باشند. همانند روشی که توسط واسیچک (۱۹۷۶) برای برآورد آنتروپی شانون معرفی شد، با استفاده از تابع توزیع تجربی F_n به جای تابع توزیع F و عملگر تفاضل به جای عملگر دیفرانسیل، مشتق $F^{-۱}(p)$ به وسیله $\frac{n}{۲m}(X_{i+m:n}-X_{i-m:n})$ برآورد می شود وقتی که $\frac{i-۱}{n}<p<\frac{i}{n}$، $i=m+۱, m+۲, ..., n-m$، که در آن $X_{i:n}$ آماره مرتب iام و m یک عدد صحیح مثبت کوچکتر از $n/۲$ است. همچنین اگر $p\leq\frac{m}{n}$ یا $p>\frac{n-m}{n}$ در این صورت از تفاضل های یکطرفه $X_{i+m:n}-X_{۱:n}$ یا $X_{n:n}-X_{i-m:n}$ به جای تفاضل $X_{i+m:n}-X_{i-m:n}$ استفاده می‌شود. بنابراین برآورد رابطه (۳) عبارت است از

$$D_{sv} = \log(\bar{X})+\frac{۱}{s-۱}\log\frac{۱}{n}\sum_{i=۱}^{n}[\frac{\frac{۲m}{n}\exp(\frac{X_{i:n}}{\bar{X}})}{X_{i+m:n}-X_{i-m:n}}]^{(s-۱)}$$

که در آن برای $X_{i:n}=X_{۱:n}, i<۱$ و برای $X_{i:n}=X_{n:n}, i>n$ است. بدیهی است که فرضیه $H_\circ$ به نفع $H_۱$ برای مقادیر بزرگ D_{sv} رد می شود.
این برآورد توسط عباس نژاد (۱۳۸۶) به عنوان آماره آزمون نمایی بودن مورد استفاده قرار گرفت و نشان داده شد که به ازای $s=۰/۲$ آزمون در بسیاری از حالات توانهای بالاتری نسبت به آماره ابراهیمی و همکاران (۱۹۹۲) دارد.
حال ما در این مقاله از روشی که توسط کوریا (۱۹۹۵) برای برآورد آنتروپی معرفی شد، استفاده نموده و $D_s(f,f_\circ)$ را به صورت زیر برآورد می کنیم.

$$D_{sc} = \log(\bar{X})+\frac{۱}{s-۱}\log\left[\frac{۱}{n}\sum_{i=۱}^{n}(b_i\exp(\frac{X_{i:n}}{\bar{X}}))^{s-۱}\right]$$

که در آن

$$b_i = \frac{\sum_{j=i-m}^{i+m}(X_{j:n}-\bar{X}_{i:n})(j-i)}{(n\sum_{j=i-m}^{i+m})(X_{j:n}-\bar{X}_{i:n})^{۲}}, \qquad \bar{X}_{i:n} = \frac{۱}{۲m+۱}\sum_{j=i-m}^{i+m} X_{j:n}$$

مقادیر بزرگ D_{sv} از $H_۱$ پشتیبانی می کنند، بنابراین فرضیه $H_۰$ را به نفع $H_۱$ در سطح معنی داری α رد می کنیم اگر$D_{sc} \geq d_{sc}(\alpha)$، که در آن مقدار بحرانی $d_{sc}(\alpha)$ به وسیله چندک α ام از توزیع آماره D_{sc} تحت فرضیه $H_۰$ محاسبه می شود.
برای محاسبه مقادیر بحرانی از آنجا که توزیع D_{sc} تحت فرضیه $H_۰$ پیچیده است، از روش مونت کارلو استفاده می کنیم، به این ترتیب که به ازای مقادیر مختلف s و هر مقدار $m < \frac{n}{۲}$ ، ۱۰۰۰۰نمونه تصادفی به حجم n از توزیع نمایی استاندارد تولید نموده و چندک α ام بالایی به عنوان مقدار بحرانی تعیین می شود. در بخش بعدی که توان آزمون را به تفصیل مورد مطالعه قرار خواهیم داد، مشاهده می شود که مقادیر معینی برای m و s تعیین نمی شود.

۳ توان آزمون

برای محاسبه توان آزمون پیشنهادی و مقایسه آن با آزمونهای قبلی، توزیع های جانشین زیر را در نظر گرفته ایم.

- توزیع گاما با پارامترهای شکل ۰/۵ و ۱/۵ و ۲ و ۳.
- توزیع وایبل با پارامترهای شکل ۰/۵ و ۰/۸ و ۲.
- توزیع بتا با پارامترهای (۱ و ۱) و (۲ و ۱) و (۱ و ۲) و (۱ و ۰/۵).
- توزیع لگ نرمال با پارامترهای شکل ۰/۶ و ۱ و ۱/۲.
- توزیع کی دو با درجات آزادی ۱ و ۲ و ۳.

در جدول ۱ توان آزمون پیشنهادی D_{sc}، آزمون ابراهیمی و همکاران (۱۹۹۲) KL_{mn} و توان آزمون مبتنی بر اطلاع رنی، عباس نژاد (۱۳۸۶) D_{sv} به ازای $\alpha = ۰/۰۵$ و $n = ۱۰, ۲۰, ۵۰$ ارائه شده‌اند. مقادیر داخل پرانتز به ترتیب نشان دهنده مقادیر s و mای هستند که توان آزمون پیشنهادی به ازای آنها ماکسیمم شده است. از جدول ۱ مشاهده می شود که آماره ارائه شده در بیشتر موارد توانهای بالاتری نسبت به آزمون های KL_{mn} و D_{sv} دارد.
همانطور که پیشتر گفته شد متأسفانه معیار دقیقی برای تعیین مقادیر بهینه m و s وجود ندارد و به طور کلی این مقادیر به فرضیه جانشین بستگی دارند. مطالعات مختلف مربوط به توان آزمون نشان می دهند که مقادیری از m و s که کوچکترین مقادیر

جدول ۱: مقایسه توان‌ها برای $n =$ ۱۰,۲۰,۵۰ و $\alpha =$ ۰/۰۵

نام توزیع	آماره آزمون			
	n	D_{sc}	D_{sv}	KL_{mn}
Weibull(۰/۵, ۱)	۱۰	۰/۵۴۱۶ (۲,۳)	۰/۰۱۰۵	۰/۱۱۰۷
	۲۰	۰/۸۹۵۵ (۲,۳)	۰	۰/۶۴۵۹
	۵۰	۰/۹۹۹۱ (۲,۴)	۰	۰/۹۸۰۵
Weibull(۰/۸, ۱)	۱۰	۰/۱۲۴۳ (۲,۴)	۰/۰۱۱۳	۰/۰۱۴۳
	۲۰	۰/۲۲۰۸ (۲,۴)	۰/۰۰۳۹	۰/۰۴۹۹
	۵۰	۰/۴۱ (۲,۴)	۰	۰/۱۰۴۴
Weibull(۲, ۱)	۱۰	۰/۷۶۷۲ (۰/۵,۴)	۰/۷۶۷۸	۰/۶۹۸۶
	۲۰	۰/۹۷۳۵ (۰/۲,۹)	۰/۹۶۳۵	۰/۹۰۰۲
	۵۰	۰/۹۹۹۷ (۰/۹,۵)	۰/۹۹۹۹	۰/۹۹۹۹
Gamma(۰/۵, ۱)	۱۰	۰/۲۳۶۰ (۲,۲)	۰/۰۰۳۱	۰/۰۱۹۷
	۲۰	۰/۵۱۴۵ (۲,۳)	۰/۰۱۲۰	۰/۲۰۷۶
	۵۰	۰/۸۷۴۸ (۲,۳)	۰	۰/۵۹
Gamma(۱/۵, ۱)	۱۰	۰/۱۸۸۶ (۰/۲,۴)	۰/۱۸۳۲	۰/۱۵۶۴
	۲۰	۰/۲۹۳۴ (۰/۲,۳)	۰/۲۸۴۲	۰/۲۰۶۷
	۵۰	۰/۴۶۸۲ (۰/۲,۹)	۰/۵۱۷	۰/۳۹۶۵
Gamma(۲, ۱)	۱۰	۰/۳۸۴۶ (۰/۲,۴)	۰/۳۴۶۲	۰/۳۰۰۱
	۲۰	۰/۶۰۴۸ (۰/۲,۷)	۰/۶۳۰۵	۰/۴۴۲۲
	۵۰	۰/۸۳۸۷ (۰/۵,۴)	۰/۸۹۵۷	۰/۸۴۹۲
Gamma(۳, ۱)	۱۰	۰/۶۹۵۰ (۰/۵,۳)	۰/۷۰۵۶	۰/۶۱۲۱
	۲۰	۰/۹۲۲۲ (۰/۲,۵)	۰/۹۴۳۹	۰/۸۴۸۶
	۵۰	۰/۹۹۷۹ (۰/۹,۴)	۰/۹۹۶۸	۰/۹۹۸۵
Lnorm(۰, ۰/۶)	۱۰	۰/۶۴۳۰ (۰/۲,۱)	۰/۷۱۹۴	۰/۶۱۷۳
	۲۰	۰/۹۰۲۵ (۰/۲,۱)	۰/۹۱۷۸	۰/۸۹۳۲
	۵۰	۰/۹۹۸۴ (۰/۵,۱)	۰/۹۷۵۵	۰/۹۹۹۳
Lnorm(۰, ۱)	۱۰	۰/۱۳۴۷ (۲,۴)	۰/۰۹۵۵	۰/۱۰۰۵
	۲۰	۰/۲۳۱۰ (۱/۵,۴)	۰/۱۱۷۲	۰/۱۵۰۹
	۵۰	۰/۵۲۵۳ (۱/۵,۸)	۰/۱۴۲۸	۰/۳۵۹۲
Lnorm(۰, ۱/۲)	۱۰	۰/۲۱۴۹ (۲,۳)	۰/۰۲۹۲	۰/۰۴۴۲
	۲۰	۰/۴۱۰۷ (۲,۵)	۰/۰۱۹۳	۰/۱۱۵۹
	۵۰	۰/۶۹۷۳ (۲,۵)	۰/۰۱۱۷	۰/۳۷۹۴
chisq(۱)	۱۰	۰/۲۳۹۶ (۲,۲)	۰/۰۰۲۷	۰/۰۱۶۲
	۲۰	۰/۵۰۶۶ (۲,۸)	۰/۱۲۸۲	۰/۱۴۲۶
	۵۰	۰/۸۷۶۹ (۲,۳)	۰/۴۳	۰/۵۸۷
chisq(۲)	۱۰	۰/۱۸۵۶ (۰/۲,۴)	۰/۱۸۳۱	۰/۱۶۳۲
	۲۰	۰/۳۰۵۸ (۰/۲,۸)	۰/۲۹۹۴	۰/۲۴۰۸
	۵۰	۰/۴۴۹۲ (۰/۲,۵)	۰/۴۹۴۳	۰/۳۷۷۲
chisq(۳)	۱۰	۰/۳۵۷۸ (۰/۲,۲)	۰/۳۹۳۱	۰/۳۴۰۰
	۲۰	۰/۶۱۸۲ (۰/۲,۵)	۰/۶۳۶۵	۰/۵۰۹۹
	۵۰	۰/۸۲۲۸ (۰/۲,۶)	۰/۸۸۶۹	۰/۸۳۲۹
beta(۱, ۲)	۱۰	۰/۲۱۸۱ (۰/۹,۴)	۰/۱۹۱۷	۰/۱۹۵۸
	۲۰	۰/۴۷۰۷ (۰/۲,۹)	۰/۳۸۱۹	۰/۳۳۷۴
	۵۰	۰/۸۹۹۱ (۰/۵,۱۲)	۰/۸۳۸۴	۰/۷۷۵۵
beta(۲, ۱)	۱۰	۰/۹۸۴۴ (۱/۵,۴)	۰/۹۷۹۳	۰/۹۸۴۴
	۲۰	۱ (۰/۹,۹)	۱	۰/۹۹۹۹
	۵۰	۱	۱	۱
beta(۰/۵, ۱)	۱۰	۰/۱۴۷۳ (۱/۵,۱)	۰/۰۲۸۴	۰/۰۴۵۴
	۲۰	۰/۵۰۴۷ (۲,۳)	۰/۰۲۶۴	۰/۱۹۹۴
	۵۰	۰/۷۸۶۵ (۱/۵,۴)	۰/۱۸۰۴	۰/۸۰۹۳
beta(۱, ۱)	۱۰	۰/۵۲۴۴ (۰/۹,۴)	۰/۴۴۵۹	۰/۵۰۱۱
	۲۰	۰/۹۰۸۷ (۰/۹,۷)	۰/۷۹۱۷	۰/۸۳۷۷
	۵۰	۱ (۰/۹,۸)	۱	۱

بحرانی را تولید می کنند، منجر به آزمون های با توان بیشتر می شوند. علاوه بر این بر اساس شبیه سازی های انجام شده توان آزمون پیشنهادی به ازای مقادیر بزرگ s با افزایش s به سرعت کاهش می یابد و تنها در نزدیکی $s = 1$ آزمون عملکرد مناسبی دارد. بر همین اساس آماره زیر را برای آزمون نمایی بودن پیشنهاد می کنیم.

$$MD_{sc} = min_{s\in\{0/2,0/5,0/9,1/5,2\}} min_{1\leq m<\frac{n}{2}} D_{sc}$$

فرضیه H_0 به ازای مقادیر بزرگ MD_{sc} رد می شود. توان های این آزمون در جدول ۲ داده شده‌اند.

جدول ۲: توان آزمون MD_{sc} به ازای $\alpha = 0/05$

نام توزیع	$n = 10$	$n = 20$	$n = 50$
Weibull(۰/۵, ۱)	۰/۳۴۷۶	۰/۶۸۶۱	۰/۹۶۰۴
Weibull(۰/۸, ۱)	۰/۰۵۸۱	۰/۱۱۷۱	۰/۲۷۱۱
Weibull(۲, ۱)	۰/۵۷۱۱	۰/۸۶۴۸	۰/۹۹۶۹
Gamma(۰/۵, ۱)	۰/۱۰۳۱	۰/۲۲۸۹	۰/۴۸۲۶
Gamma(۱/۵, ۱)	۰/۱۲۵۹	۰/۱۴۸۸	۰/۲۰۷۵
Gamma(۲, ۱)	۰/۲۴۴۸	۰/۳۸۱۷	۰/۶۲۶۴
Gamma(۳, ۱)	۰/۵۴۳۴	۰/۷۸۰۲	۰/۹۷۵۸
Lnorm(۰, ۰/۶)	۰/۵۰۹۵	۰/۸۱۸۱	۰/۹۲۹۳
Lnorm(۰, ۱)	۰/۱۳۲۶	۰/۲۴۸۴	۰/۳۶۴۹
Lnorm(۰, ۱/۲)	۰/۱۴۶۲	۰/۳۴۲۵	۰/۴۷۷۵
chisq(۱)	۰/۱۰۴۳	۰/۲۲۸۴	۰/۶۲۶۵
chisq(۲)	۰/۱۳۳۸	۰/۱۶۰۱	۰/۱۹۵۴
chisq(۳)	۰/۲۵۷۸	۰/۳۸۷۳	۰/۷۳۵۲
beta(۱, ۲)	۰/۱۶۹۴	۰/۲۸۱۴	۰/۶۳۶۶
beta(۲, ۱)	۰/۹۷۶۵	۰/۹۹۹۹	۱
beta(۰/۵, ۱)	۰/۰۵۹۶	۰/۱۱۱۰	۰/۷۰۰۵
beta(۱, ۱)	۰/۵۱۱۹	۰/۸۶۲۷	۰/۹۹۸۶

از مقایسه جدول ۲ با جدول ۱، مشاهده می شود که آماره جدید ارائه شده در مقایسه با آماره D_{sc} توانهای پایینتری دارد، اما در بسیاری از موارد توانهای بالاتری نسبت به آماره های KL_{mn} و D_{sv} دارد و در بقیه حالات نیز با این آماره ها برابری می کند. از سویی دیگر، این آزمون نسبت به آماره قبلی دارای این مزیت است که نیازی به تعیین مقادیربهینه m و s ندارد.

بحث و نتیجه گیری

به طور کلی می توان گفت که استفاده از اطلاع رنی به عنوان آماره آزمون در مقایسه با اطلاع کولبک – لایبلر، به علت دارا بودن پارامتر s این امکان را فراهم می سازد تا با انتخاب مناسبی از s (نزدیک به ۱) آزمونهایی با توان بیشتر به دست آوریم. البته لازم به ذکر است که نمی‌توان شرایطی را تعیین نمود که تحت آنها آزمون پیشنهادی همواره نسبت به آزمونهای مورد مقایسه بهتر عمل کند.

تقدیر و تشکر

نویسندگان از پیشنهادات ارزنده‌ی داوران محترم که باعث اصلاحات سازنده در این مقاله شده کمال تشکر و سپاسگزاری را دارند.

مراجع

حبیبی راد، آ.، ارقامی، ن. (۱۳۸٦)، آزمون متقارن بودن توزیع بر مبنای آنتروپی ، مجله علوم آماری، جلد ۱، شماره ۲، ۱۲۰–۱۰۹.

عباس نژاد، م. (۱۳۸٦)، توسعه بعضی از نتایج آنتروپی شانون و اطلاع کولبک–لایبلر به آنتروپی و اطلاع رنی، پایان نامه دکتری، گروه آمار، دانشگاه فردوسی مشهد.

علیزاده نوقابی، ه.، علیزاده نوقابی، ر. (۱۳۸۷)، مقایسه توان آزمون‌های نیکویی برازش بر مبنای آنتروپی با سایر روشها، مجله علوم آماری، جلد ۲، شماره ۱، ۱۱۳–۹۷.

Balakrishnan, N., Habibi Rad, A. and Arghami, N. R. (2007), *Testing Exponentiality Based on the Kullback-Leibler Information with Progressively Type II Censored Data.*, IEEE Transaction on Reliability, **56(2)**, 301-307.

Choi, B., Kim, K. and Song, S. H. (2004), *Goodness of Fit Test for Exponentiality Based on Kullback-Leibler Information.*, Communication in Statistics, Simulation and Computation, **33(2)**, 525-536.

Correa, J. C. (1995), *A New Estimator of Entropy.*, Communications in Statistics, Theory and Methods, **24**, 2439-2450.

Ebrahimi, N., Habibullah, M. and Soofi, E. S. (1992), *Testing Exponentiality Based on Kullback-Leibler Information.*, J. Royal Statistical Society, **54(3)**, 739-748.

Ebrahimi, N., Pflughoeft, k. and Soofi, E. S. (1994), *Two Measures of Sample Entropy.*, Statist. Prob. Lett., **20**, 225-234.

Finkelstein, J. and Schafer, R. E. (1971), *Imported Goodness of Fit Tests.*, Biometrika, **58**, 641-645.

Henze, N. and Meintains, S. G. (2005), *Recent and Classical Tests for Exponentiality: A Partial Review with Comparisons.*, Metrika, **61**, 29-45.

Grzegorzewski, P. and Wieczorkowski, R. (1999), *Entropy Based Goodness of Fit Test for Exponentiality.*, Communication in Statistics, Theory and Methods, **28**, 1183-1202.

Harriss, C. M. (1976), *A Note on Testing for Exponentiality.*, Nav. Res. Logist. Q., **28**, 169-175.

Lilliefors, H. W. (1969), *On the Kolmogorov Test for the Exponential Distribution with Mean Unknown.*, J. American Statistical Association, **64**, 387-389.

Park, S. and Park, D. (2003), *Correcting Moments for Goodness of Fit Tests Based on two Entropy Estimates.*, J. Statist. Computat. Simul., **73**, 685-694.

Park, S. (2005), *Testing Exponentiality Based on the Kullback-Leibler Information with the Type II Censored Data.*, IEEE Transaction on Reliability, **54**, 22-26.

Renyi, A. (1961), *On Measuers of Entropy and Information.*, Proceeding of Fourth Berkeley Symopsium, **1**, UC Press, Berkeley, 547-561.

Stephens, M. A. (1974), *EDF Statistics for Goodness of Fit and Some Comparisons.*, J. American Statistcal Association, **69**, 730-737.

Taufer, E. (2002), *On Entropy Based Tests for Exponentiality.*, Comunictions in Statistics, Simulation and Computation, **31(2)**, 189-200.

Van Es, B. (1992), *Estimating Functionals Related to a Density by a Class of Statistic Based on Spacings.*, Scand. J. Statist., **19**, 61-72.

Van-Soset, J. (1969), *Some Goodness of Fit Tests for the Exponential Distribution.* Statist. Neerland., **23**, 41-51.

Vasicek, O. (1976), *A Test for Normality Based on Sample Entropy.*, J. Royal Statistcal Society, **38**, 54-59.

Yousefzadeh, F. and Arghami, N. R. (2008), *Testing Exponentiality Based on Type II Censored Data and a New cdf Estimator.*, Communications in Statistics, Simulation and Computation, **37**, 1479-1499.

A Goodness of fit Test for Exponentiality Based on Estimated Renyi Information

Abbasnejad, M. and Shakuri, M.
Deptartment of Statistics, Ferdowsi University, Mashhad, Iran.

Abstract: In this paper, we establish a goodness of fit test for exponentiality based on the estimated Renyi information. We use an estimator for Renyi distance in manner of Correa entropy estimate. Critical values of the test are computed by Monte Carlo simulation. Also we compute the power of the test under different alternatives and show that it compares favorably with the leading competitor.

Keywords: Entropy, Kullback-Leibler information, Renyi information, Exponentiality test.
Mathematics Subject Classification (2000): 94A17, 62G30.