# تحليل CRLB تخمين موقعيت هدف در رادارهای MIMO غيرفعال مبتنی بر GSM

مهندسي برف إيران

هجدهمبن كنفرانس

سید محمد سجادی<sup>1</sup>، حسین خوشبین<sup>2</sup> sajjadi335@yahoo.com <sup>1</sup>دانشگاه فردوسی مشهد،

دانشگاه فردوسی مشهد، <u>khoshbian@um.ac.ir</u>

چکیده - رادارهای چندورودی -چندخروجی با استفاده از چندگانگی فضایی یا چندگانگی شکل موج توانستهاند باعث بهبود عملکرد رادار گردند. استفاده از پردازش چندورودی -چندخروجی در رادارهای چندپایهای غیر فعال – که در این مقاله برای اولین بار پیشنهاد میگردد – میتواند باعث افزایش SNR و کاهش زمان انتگرالگیری در گیرنده و همچنین بهبود پوشش رادار گردد. در این مقاله، کران پایین کرامر -رائو برای تخمین موقعیت هدف با استفاده از این رادارها محاسبه میگردد و بر اساس آن کاهش زمان انتگرالگیری و بهبود پوشش رادار بر اثر افزایش تعداد آنتنهای دریافت و ارسال در رادار غیر فعال مبتنی بر GSM نمایش داده میشود. کلید واژه- رادار چندپایهای غیر فعال، رادار چندورودی -چندخروجی، کران پایین کرامر -رائو.

#### 1- مقدمه

استفاده از چند فرستنده و چند گیرنده ی راداری از مدتها پیش تحت عنوان رادار چندپایهای (Multistatic) مطرح بوده است [1]. در این رادارها هر یک از گیرندهها به شکل مجزا سیگنال دریافتی را پردازش کرده، نتایج پردازش را به یک مرکز پردازشی ارسال میکنند که با ترکیب دادهها به بهبود پارامترهای تخمینزده شده میپردازد. پردازش همزمان پارامترودی چندخروجی مطرح میشود، در اوایل دهه ی حاضر آغاز شد [2] و به سرعت نام رادار چندورودی چندخروجی رادارهای آرایه ی فازی از شکل موجهای متعامد و بر خلاف رادارهای آرایه ی فازی از شکل موجهای متعامد و بر خلاف مرادارهای آرایه ی فازی از شامان های آنتنی همهجهته و پردازش

تحقیقات بر روی رادار MIMO از آن تاریخ تا کنون به سرعت در حال گسترش است، و به تدریج دو جهتگیری متفاوت یافته است، که دو ساختار متفاوت از رادارهای MIMO را مورد بررسی قرار میدهند: رادار با آنتنهای هممکان [3] و [4]، و رادار با آنتنهای دور از هم [5] – [8]. در رادارهای با آنتنهای دور از هم، از چندگانگی فضایی و چندگانگی RCS بهره گرفته میشود و الگوی آنتنها همهجهته هستند.

از جمله رادارهای چندپایهای که از مدتها پیش مورد توجه بوده است، رادار چندپایهای غیر فعال است [9]، [10]. این رادارها با وجود مزایایی از قبیل هزینهی پایین و احتمال آشکار شدن کم<sup>1</sup> دچار مشکلاتی نظیر زمان انتگرال گیری طولانی و نقاط کور هستند. با توجه به آن که فرستندههای مورد استفاده در این رادارها (روشن کنندههای در دسترس<sup>2</sup>) به شکل ذاتی بر هم متعامدند و الگوی آنتنهای ارسال این فرستندهها همهجهته یا نزدیک به آن است، امکان طراحی رادار MIMO غیر فعال فراهم است. با استفاده از این نوع پردازش می توان مشکلات

برای بررسی عملکرد این رادارها، این مقاله به بررسی کران پایین کرامر -راوو<sup>3</sup> برای تخمین موقعیت هدف در فضای سه بعدی توسط رادارهای MIMO می پردازد. ابتدا در بخش 2 مدل مورد استفاده معرفی می گردد و سپس کران کرامر راوو برای واریانس خطای تخمین محاسبه می گردد. در بخش 3، ابتدا اثر افزایش زمان شبیهسازی و افزایش SNR بر CRLB در رادار MIMO غیر فعال مبتنی بر GSM نمایش داده می شود. سپس اثر افزایش تعداد آنتنها بر بهبود خطای تخمین و همچنین بهبود پوشش فضایی رادار نشان داده می شود. در نهایت مقاله در بخش 4 جمع بندی می شود.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Low Probability of Detection (LPD)

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Illimuinators of Opportunity

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Cramer-Rao Lower Band (CRLB)

## 2- مدل رادار چند ورودی-چند خروجی و تحلیل CRLB

M مدل رادار MIMO در شکل 1 نمایش داده شده است. M فرستنده ی مخابراتی یا راداری و N گیرنده ی راداری به شکل توزیع شده قرار گرفته، از نظر زمانی با هم همزمان می شوند. همچنین یک هدف در فضا قرار گرفته است. مختصات هدف با همچنین یک هدف در فضا قرار گرفته است. مختصات هدف با  $\Theta = [q_1 \ q_2 \ q_3]^T$  مدف است. مختصات هدف با M = 1,..., M و مختصات فرستنده های  $M = [b_{1,m} \ b_{2,m} \ b_{3,m}]^T$ M = 1,..., N و مختصات گیرندهای  $T = [g_{1,n} \ g_{2,n} \ g_{3,n}]^T$  مشخص می شوند. فرض می شود که هدف توزیع شده است، به شکلی که چنان چه در [5] نشان داده شده است، سطح مقطع راداری مشاهده شده از زوایای مختلف غیر یکسان، و در صورت فاصله ی زیاد زاویه ی مشاهده از هم مستقل خواهد بود.

در باند پایه در گیرندهی nم، با فرض هدف ایستان، سیگنال دریافتی زمان گسسته به شکل زیر است:

$$r_{n}[k] = \sum_{m=1}^{M} \begin{bmatrix} H_{m,n}e^{-j2pf_{m}(t_{n}+t_{m})} \\ \times s_{m}[k-t_{m}-t_{n}] \end{bmatrix} + v_{n}[k]$$

$$= \sum_{m=1}^{M} a_{m,n}A_{m,n}e^{-j2pf_{m}t_{m,n}}s_{m}[k-t_{m,n}] + v_{n}[k]$$
(1)

$$t_{m,n}(\Theta) = \frac{|\mathbf{B}_m - \Theta| + |\Gamma_n - \Theta|}{c}$$
(2)

$$A_{m,n}(\Theta) = \frac{1}{4p|\mathbf{B}_m - \Theta|^2} \cdot \frac{1}{4p|\Gamma_n - \Theta|^2}$$
(3)

در رابطــه (1) M+1 متغیـر تصـادفی وجـود دارد. ایـن متغیرهای تصادفی عبارتند از نویز دریافتی از هدف و RCS دیده



شکل 1: رادار چندورودی-چندخروجی با آنتنهای با فاصله از هم و هدف توزیعشده

شده از هدف بین هر یک از زوجهای فرستنده و گیرنده. در کل N گیرنده رادار MIMO، (M+1) متغیر تصادفی مختلط وجود دارد، که همهی آنها توزیع گوسی دارند. بنابراین توزیع سیگنال دریافتی نیز گوسی خواهد بود.

n<sub>1</sub> همچنین همبستگی بین سیگنال دریافتی در گیرندههای n<sub>1</sub> و n<sub>2</sub> اگر موقعیت فرستندهها و گیرندهها به شکلی باشد که هر زوج فرستنده-گیرنده RCS مستقلی را ببیند و همچنین نویز دریافتی در آنها ناهمبسته باشد، صفر است. شرایط برقراری این ناهمبستگی در [5] بررسی شدهاند.

اگر K نمونهی زمانی، از سیگنال های دریافتی و ارسالی را داشته باشیم، تعداد کل نمونه های سیگنال دریافتی برابر KN خواهد بود. می توانیم سیگنال دریافتی را به شکلی مرتب کنیم که بردارهای ممان اول و دوم به شکل زیر در آیند.

$$\boldsymbol{\mu}(\Theta) = [m_1[1] \dots m_1[K] \mathbf{L} m_N[K]]^T$$

$$= [\boldsymbol{\mu}_1(\Theta)^T \dots \boldsymbol{\mu}_N(\Theta)^T]^T$$

$$\mathbf{C}(\Theta) = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1(\Theta) & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_2(\Theta) & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{O} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{O} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{C}_N(\Theta) \end{bmatrix}$$

$$(5)$$

که در آن 0 یک ماتریس صفر با ابعاد  $K \times K$  است و عناصر  $K \times K$  ماتریس می منوند:  $\mathbf{p}_n(\Theta)$  و  $\mathbf{p}_n(\Theta)$  به شکل زیر محاسبه می شوند:  $[\mathbf{\mu}_n(\Theta)]_k = m_n[k] = m_n[k | \Theta]$ 

$$=\sum_{m=1}^{M} A_{m,n}(\Theta) e^{-2pf_m t_{m,n}} s_m [k - t_{m,n}] E\{a_{m,n}\}$$
(7)

$$\begin{aligned} & \left[ \mathbf{C}_{n}(\Theta) \right]_{kl} \\ &= \sum_{m=1}^{M} A_{m,n}(\Theta)^{2} s_{m} \left[ k - k_{m,n} \right] s_{l}^{*} \left[ l - k_{m,n} \right] E \left\{ \left| \mathbf{a}_{m,n} \right|^{2} \right\} (8) \\ &+ \mathbf{s}_{v}^{2} d(k-l) \end{aligned}$$

که

$$d(n) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$$
(9)

با توجه به توزیع گوسی موجود، عناصر ماتریس فیشر  $(\Theta)$ به شکل زیر قابل نوشتن است [11]:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}(\Theta) \end{bmatrix}_{ij} = 2 \operatorname{Re} \left\{ \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{\mu}(\Theta)}{\partial q_i} \end{bmatrix}^H \mathbf{C}^{-1}(\Theta) \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{\mu}(\Theta)}{\partial q_j} \end{bmatrix} \right\}$$
(10)  
+  $\frac{1}{2} tr \begin{bmatrix} \mathbf{C}^{-1}(\Theta) \frac{\partial \mathbf{C}(\Theta)}{\partial q_i} \mathbf{C}^{-1}(\Theta) \frac{\partial \mathbf{C}(\Theta)}{\partial q_j} \end{bmatrix}$ 

$$= 2 \operatorname{Re} \sum_{n=0}^{N} \left[ \frac{\partial \mu_{n}(\Theta)}{\partial q_{i}} \right] \quad \mathbf{C}_{n}^{-1}(\Theta) \left[ \frac{\partial \mu_{n}(\Theta)}{\partial q_{j}} \right]$$
(11)  
+ 
$$\frac{1}{2} \sum_{n=0}^{N} tr \left[ \mathbf{C}_{n}^{-1}(\Theta) \frac{\partial \mathbf{C}_{n}(\Theta)}{\partial q_{i}} \mathbf{C}_{n}^{-1}(\Theta) \frac{\partial \mathbf{C}_{n}(\Theta)}{\partial q_{j}} \right]$$
(2)

با محاسباتی طولانی، و با استفاده از کوچک بودن پهنای باند سیگنال نسبت به فرکانس حامل (Ultrawideband نبودن سیگنال)، میتوان نشان داد که مشتق  $\mu$  به شکل زیر در میآید:  $\frac{\left[\mu_n(\Theta)\right]_k}{\partial a_i} =$ 

$$\sum_{m=1}^{M} E\left\{a_{m,n}\right\} \begin{bmatrix} \frac{2pf_m}{c} \left[\frac{\left(b_{i,m}-q_i\right)}{|B_m-\Theta|} + \frac{\left(g_{i,n}-q_i\right)}{|\Gamma_n-\Theta|}\right] \\ \times A_{m,n} \times e^{-j2pf_m t_{m,n}} s_m \left[k-k_{m,n}\right] \end{bmatrix}$$
(12)  
approximate the set of t

### 3- شبيهسازىها

رد CRLB با توجه به استفاده از شکل و دامنه ی سیگنال در CRLB محاسبه شده، اثر شکل موج و SNR در گیرنده در محاسبات باید

$$\left[\frac{\partial C_{n}(\Theta)}{\partial q_{j}}\right]_{kl} = 2\sum_{m=1}^{M} A_{m,n}^{2} \left[s_{m}\left[k-k_{m,n}\right]E\left|a_{m,n}\right|^{2} \left[\frac{\left(\frac{g_{i,n}-q_{i}}{|\Gamma_{n}-\Theta|^{2}}\left[\frac{1}{|\Gamma_{n}-\Theta|}s_{m}\left[l-k_{m,n}\right]^{*}+\frac{f_{s}}{2c}\left[s_{m}\left[l-k_{m,n}\right]^{*}-s_{m}\left[l-k_{m,n}-1\right]^{*}\right]\right]\right)\right] + s_{m}\left[l-k_{m,n}\right]^{*}E\left|a_{m,n}\right|^{2} \left[\frac{\left(\frac{g_{i,n}-q_{i}}{|B_{m}-\Theta|^{2}}\left[\frac{1}{|B_{m}-\Theta|}s_{m}\left[l-k_{m,n}\right]^{*}+\frac{f_{s}}{2c}\left[s_{m}\left[l-k_{m,n}\right]^{*}-s_{m}\left[l-k_{m,n}-1\right]^{*}\right]\right]\right)\right] + s_{m}\left[l-k_{m,n}\right]^{*}E\left|a_{m,n}\right|^{2} \left[\frac{\left(\frac{g_{i,n}-q_{i}}{|B_{m}-\Theta|^{2}}\left[\frac{1}{|\Gamma_{n}-\Theta|}s_{m}\left[k-k_{m,n}\right]+\frac{f_{s}}{2c}\left[s_{m}\left[k-k_{m,n}\right]-s_{m}\left[k-k_{m,n}-1\right]\right]\right]\right] + \left[\frac{b_{i,m}-q_{i}}{|B_{m}-\Theta|^{2}}\left[\frac{1}{|B_{m}-\Theta|}s_{m}\left[k-k_{m,n}\right]+\frac{f_{s}}{2c}\left[s_{m}\left[k-k_{m,n}\right]-s_{m}\left[k-k_{m,n}-1\right]\right]\right]\right]\right]$$

$$(13)$$

سیگنال باند پایه ایستگاه پایه GSM در شکافهای زمانی مختلف سیگنالهای مختلفی، نظیر کانال فرکانس (FCH)، کانال همزمانسازی (SCH)، کانال درخواست دسترسی (RACH)، کانال کنترلی همگانی و مخصوص، و کانالهای ارتباط داده و صوت اختصاصی را شامل میشود. هر یک از شکافهای داده و موت اختصاصی را شامل میشود. هر یک از شکافهای زمانی حدود 577 میکروثانیه طول دارد، که بیش از 31 میکروثانیه از آن برابر صفر است. جزئیات مشخصات این کانال در [12] آمده است.

در شبیه سازی اول هندسه ی شبیه سازی ها به شکل تصادفی پیاده سازی گشته و تعداد 8 هندسه ی تصادفی مختلف بررسی گردیده اند و نتایج ارائه شده میانگین حاصل از این شبیه سازی ها است. توزیع موقعیت در هر یک از ابعاد برای فرستنده ها، گیرنده ها و اهداف یک توزیع یک نواخت بین 0 تا 10 کیلومتر برای ابعاد x و y بوده است و در بعد z هدف در ارتفاع 1 کیلومتر و فرستنده ها و گیرنده ها به شکل تصادفی در ارتفاع 1 کیلومتر آنتن ارسال و سه آنتن دریافت، و 2 آنتن ارسال و دریافت برسی و مقایسه شده اند. مکان آنتن ها در سه حالت مطابق با هم است و در هر حالت تعداد مورد نیاز از آنتن ها مورد استفاده قرار می گیرند.

برای تحلیل نتایج از نسبت سیگنال به نویز متوسط پـیش از پردازش در گیرندهها استفاده میشود، که برابر است با:

$$SNR_{rx} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \frac{\sum_{m=1}^{M} A_{m,n}^{2} |a_{m,n}|^{2} S_{m}}{M {s_{v}}^{2}}$$
(14)

که در آن S<sub>m</sub> توان سیگنال ارسالی از فرستندهی m است. در شکل 2 نمودار متوسط کران پایین کرامر-راوو برای تخمین موقعیت در بعد x با ابعاد بلوک مختلف بر اساس SNR<sub>rx</sub>

ترسیم شده است.

با توجه به شکل 2 مشخص می شود که کران پایین واریانس خطا به شکل معکوس با افزایش توان ارتباط داشته، با هر dB 3 افزایش توان دریافت، نصف می شود. همچنین کران پایین واریانس خطا با افزایش طول بلوک نیز تقریباً به شکل معکوس مرتبط است و با 2 برابر شدن آن تقریباً نصف می شود. مقدار واقعی تغییر واریانس خطا تقریباً معادل 0/53 است.

بنابراین افزایش طول بلوک تقریباً عملکرد یکسانی دارد، به شکلی که می توان نتایج حاصل از افزایش طول بلوک را با افزایش SNR پیشبینی کرد. از این رو در شبیهسازی ها برای کاهش زمان شبیهسازی به جای SNRهای پایین تر با تعداد نمونهی بیشتر، از SNR بالاتر و تعداد نمونهی کم تر بهره گرفته شده است.

شکل 3 نتایج همین شبیهسازی برای طول بلوک 1024 برای تعداد مختلف آنتنهای ارسال و دریافت را نشان می دهد. چنانچه در این شکل معلوم است، تغییر سازمان دهی از حالت 1x3 به 2x2 باعث بهبود حدود طB 11 و افزایش تعداد آنتنها به 3x3 باعث طB 9 بهبود بیشتر گردیده است. به این ترتیب افزایش تعداد آنتنها از حالت 1x3 به 3x3 باعث می شود نیاز به حدود dB 20 توان دریافتی کمتر در گیرنده وجود داشته باشد، یا به شکل معادل زمان انتگرال گیری تا حدود 100 مرتبه کاهش یابد.

در این شبیه سازی بهبود قابل توجه عملکرد بین دو حالت 1x3 و 2x2، که تعداد آنتن یکسانی دارند نیز قابل توجه است. این نتیجه که در شبیه سازی بعدی نیز تأیید می شود نمایانگر نقش تعداد فرستنده ها در کیفیت رادار است.





شکل 3: نمودار متوسط کران پایین کرامر -راوو برای واریانس تخمین موقعیت در جهت x بر حسب SNR گیرنده در 10 بار تکرار، برای چیدمان و تعداد مختلف آنتنهای فرستنده و گیرنده. سایز بلوک 1024.

شبیه سازی بعدی برای بررسی پوشش رادار صورت گرفته است. در این شبیه سازی رادارها در رؤوس یک 6 ضلعی منتظم قرار گرفتهاند. SNR<sub>rx</sub> روی dB 15 ثابت شده است و از شبیه سازی با بلوکهای 64 نمونه ای استفاده گردیده است. هر شبیه سازی 8 بار تکرار شده و نمودارهای حاصل از متوسط گیری نتایج آنها به دست آمده اند.

شکل 4 و 5 کانتور مینیمم واریانس خطا برای بعد x را در دو حالت 3×3 و 2×2 نمایش می دهند. رنگ نمودارها بر اساس لگاریتم واریانس خطا است، و از ورایانس خطای 0.57 (سفید) تا 3.6e5 (سیاه) گسترده می شود. از مقایسه ی دو شکل مشخص می شود که پوشش در رادار با سه فرستنده یکنواخت تر و در عین حال در تمام فضا با خطای کم تر است. کاهش شدید افت کیفیت در فضای خارج از شش ضلعی در حالت 3×3 نسبت به 2×2 قابل توجه است.



شکل 4: کانتور مینیمم واریانس خطا در حالت 3 آنتن دریافت و ارسال با قرارگیری در رؤوس 6 وجهی منتظم. مثلثها نماد فرستندهها و دوایر نماد گیرندهها هستند. رنگ روشن نمایندهی واریانس خطای بهتر است.

on Signal Processing and Applications, Brisbane, pp. 511-514, 1999.

- [10] D. K. P. Tan, H. Sun, Y. Lu, M. Lesturgie and H. L. Chan, "Passive radar using Global System for Mobile communication signal: theory, implementation and measurements," *IEEE Proc. on Rada, Sonar and Navigation*, Vol. 152, No. 3, pp. 116-123, June 2005.
- [11] S. M. Kay, Fundamentals of Statistical Signal Processing, Volume I: Estimation Theory. Prentice Hall, pp. 47-50, 1993.
- [12] European Telecommunications Standards Institute, "Digital cellular telecommunications system (Phase 2+); Multiplexing and multiple access on the radio path," *European Telecommunications Standards Institute*, ETSI EN 300 908 V8.5.1, 2000. [Online]. Available: <u>http://www.etsi.org</u>. [Accessed: Nov. 2009].



شکل 5: شکل 6: کانتور مینیمم واریانس خطا در حالت 3 آنتن دریافت و یک آنتن ارسال با قرارگیری در رؤوس 6 وجهی منتظم. مثلث نماد فرستنده و دوایر نماد گیرندهها هستند. رنگ روشن نمایندهی واریانس خطای بهتر است.

#### 4- نتيجەگىرى

در این مقاله برای تحلیل عملکرد رادارهای MIMO با آنتنهای با فاصله از هم در تخمین موقعیت هدف، کران پایین کرامر-راوو محاسبه گردید. سپس با شبیهسازی این کران برای رادارهای غیر فعال با استفاده از سیگنال GSM، نشان داده شد که می توان به وسیلهی پردارش MIMO و افزایش تعداد آنتنها، به بهبود قابل توجهی در این رادارها، از دو جهت کاهش زمان انتگرال گیری همدوس در گیرنده و همچنین افزایش سطح پوشش راداری دست یافت.

#### مراجع

- [1] J. I. Glaser, "Fifty years of bistatic and multistatic radar", *IEEE Proceedings*, Vol. 133, No. 7, pp. 596-603, 1986.
- [2] C. Baixiao, Z. Shouhong, W. Yajun and W. Jun, "Analysis and Experimental Results on Sparse-array Synthetic Impulse and Aperture Radar," *Proc. CIE Int. Conf. on Radar*, Shanghai, pp. 76-80, 2001.
- [3] C. Baixiao, Z. Shouhong, W. Yajun and W. Jun, "Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) Radar and Imaging: Degrees of Freedom and Resolution," Proc. 37<sup>th</sup> Asim. Conf. on Signals, Systems & Computers, pp. 54-59, 2003.
- [4] L. Xu, J. Li and P. Stoica, "Target Detection and Parameter Estimation for MIMO Radar Systems", *IEEE Trans. Aerospace* and Electronic Systems, Vol. 44, No. 3, pp. 927-939, July 2008.
- [5] E. Fishler, A. Haimovich, R. S. Blum, L. J. Cimini, Jr., D. Zhizhik and R. A. Velenzuela, "Spatial Diversity in Radars—Models and Detection Performance", *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol. 54, No. 3, pp. 823-838, March 2006.
- [6] A. De Maio and M. Lops, "Design Principles of MIMO Radar Detectors", *IEEE Trans. Aerospace and Eletronic. Systems.*, Vol. 43, No. 3, pp. 886-897, July 2007.
- [7] M. D. Migliore, "Some physical limitations in the performance of statistical multiple-input multiple-output RADARs", *IET Microwave, Antennas & Propagation*, Vol. 2, No. 7, pp. 650-658, October 2008.
- [8] M. D. Migliore, "Adaptive detectors with diagonal loading for airborne multi-input multi-output radar", *IET Radar, Sonar and Navigation*, Vol. 3, No. 5, pp. 493-501, October 2009.
- [9] M. A. Ringer and G. J. Frazer, "Waveform Analysis of Transmissions of Opportunity for Passive Radar," *Proc. Int. Symp.*