اعمال یادگیری تقویتی جهت طراحی مسیر در مساله مکان‌یابی و تهیه همزمان نقشه ربات متحرک با استفاده از معیار SSE

علی ایزدی پور
دانشجوی کارشناسی ارشد،
دانشگاه فردوسی ، دانشکده مهندسی
com .2007@yahoo.izadipour

محمدباقر نقیبی‌سیستانی
استادیار گروه برق-کنترل،
دانشگاه فردوسی ، دانشکده مهندسی
com.Naghib@yahoo

ناصر پریز
دانشیار گروه برق-کنترل،
دانشگاه فردوسی ، دانشکده مهندسی
com.N_pariz@yahoo

چکیده: مکان‌یابی ربات و ساخت همزمان نقشه از روی اطلاعات ورودی از سنسورهای آن ، یکی از مهارت های لازم و اساسی ربات متحرک است؛ لذا تحقیقات قابل توجهی روی چالش‌های تکنیکی این مسأله معطوف شده است. یکی از چالش های مهم مسأله نقشه یابی و مکان یـابی همزمـان در محیط‌های نامشخص،به وسیله ربات های متحرک، این است که ربات چگونه و از چه مسیری با حرکت در محیط عمل اکتشاف را انجـام داده و نقشه محیط را به گونه ای بیابد تا نقشه‌ای با دقت بالا را ایجاد کند. در این مقاله از الگوریتم یادگیری تقویتی برای جایابی بهینه مقصدهای میانی استفاده کرده و مسیرهایی که به نقشه های دقیق تری از محیط منجر می‌شوند را می یابیم.

واژه‌های کلیدی: مقصدهای میانی ، یادگیری تقویتی ، EKF ، SLAM، SVM

۱- مقدمه

برای این که ربات بتواند در محیط مشخصی حرکت کرده و عملیات خاصی را انجام دهد باید نقشه محیط و محل خود را در نقشه بداند. عملیاتی که توسط آن، ربات مکان خود را می یابد به مکان یابی معروف است؛ حال اگر ربات مختصات محلی خود را بداند و هدف یافتن نقشه محیط باشد، این عمل را نقشه یابی گویند. اگر عمل اکتشاف و جستجوی ربات در محیطی انجام شود که ناشناخته است ، ربات قادر به انجام عملیات مکان یابی یا نقشه یابی به صورت مجزا نبوده و برای انجام جستجو در این قبیل محیط ها، ربات بایستی از ترکیب همزمان این دو که به SLAM (Simultaneous Localization And Mapping) معروف است استفاده کند. پس به طور خلاصه، مسأله SLAM بیان کننده انجام تخمین صحیحی از محیط به کمک اطلاعات نویزی دریافت شده از سنسورها است[6].

این مسأله که در دهه ۱۹۹۰ مطرح شد، [12]مورد اقبال عمومی دانشمندان قرار گرفته و کاربردهای فراوانی در صنایع دریایی و زیردریایی ها و همچنین ربات های متحرک دارد[4,15,16]. در نتیجه الگوریتم های مبتنی بر SLAM نیز به ویژه در زمینه بهبود دقت نقشه، رشد چشمگیری داشته اند. نخستین بار در سال ۱۹۹۰ مساله SLAM احتمالاتی ارائه شد [12] در این مقاله برای نخستین بار ایده استفاده از توزیع احتمال توام محل ربات و مکان شاخص‌ها مطرح شد. تا به امروز روش‌های مختلفی برای حل مسأله SLAM ارائه شده‌اند[11,13] که از آن جمله می‌توان به فیلتر کالمن توسعه یافته و فیلترهای ذره‌ای اشاره کرد. در فیلتر کالمن توسعه یافته با فرض اینکه نویز محیط دارای توزیع نرمال گوسی است، معادلات حالت ربات و مشاهدات نوشته شده و با اعمال EKF محل شاخص‌ها تخمین زده می‌شود. در فیلترهای ذره‌ای با شکستن مسأله کلی به اجزاء کوچکتر (Particle) برای تک تک آن‌ها تابع وزنی مخصوص یافت شده و به دنبال بهینه کردن وزن توابع و یافتن تخمین بهینه‌ای از حالت ربات و سپس نقشه محیط هستیم که این الگوریتم به FastSLAM مشهور است[17]. در تمامی این الگوریتم ها هدف بالا بردن دقت نقشه ساخته شده توسط ربات می‌باشد.

روش ارائه شده در این مقاله، مسیرهایی را تولید خواهد

کرد که عدم قطعیت بعدی(Posterior Uncertainty) ربات را کاهش می‌دهد. در این مقاله با فرض این که نویز محیط دارای توزیع نرمال است، فیلتر کالمن توسعه داده شده(EKF) در لحظه‌ای که مشاهدات انجام می‌شود، بر روی آن‌ها اعمال شده و تخمینی از محل شاخص‌ها در نقشه و همچنین محل جاری ربات را ارائه خواهد کرد.

شاید در وهله اول، حل بهینه مسأله نقشه یابی و اجتناب از برخورد با موانع، به صورت حرکت های تند ربات پس از رسیدن به مانع ها به نظر برسد (الگوریتمBug) [1] ولی در یک ربات واقعی به علت وجود محدودیت گردش(Turn Rate)، در صورت انجام گردش تند، ربات از مسیر در مورد نظر پیروی نکرده و با انحراف از مسیر مطلوب، به افزایش عدم قطعیت در نقشه منجر می‌شود[1,2,3]. ما در این مقاله مسیرهای حرکت ربات را به صورت معادلات درجه سه(Cubic Spline) در نظر می‌گیریم[1,3]. سپس با در نظر گرفتن نمونه قابل قبولی از این مسیرها، ابزار دسته بندی Support Vector Machine(SVM) را به منظور جداسازی مسیرهای بهینه، استفاده خواهیم نمود. ما با در نظر گرفتن معادله درجه سه برای حرکت ربات، گردش‌های تند ربات در حین جستجوی مسیر را به صورت عدم‌قطعیت در نظر گرفته, آن‌ها را حذف نموده و مسیرهایی که دارای کمترین عدم قطعیت باشند را ارائه خواهیم کرد. برای بالا بردن دقت نقشه تولیدی، نقاطی تحت عنوان مقاصد میانی را به گونه‌ای در نظر می‌گیریم که به محل شاخص‌ها نزدیک باشد. طبق تحقیقات ما، این امر به تخمین دقیقتر محل شاخص‌ها منجر می‌شود. تاکنون در روش‌های مختلفی که برای حل این مسئله ارائه شده است، محل نقاط میانی به صورت معلوم و ثابت فرض می‌شد[۳].

روش نوین ارائه شده در این مقاله این است که محل نقاط میانی به گونه‌ای در نظر گرفته می‌شود که بدون داشتن هیچ اطلاعاتی از نقشه توسط یک ناظر خبره، نقشه محیط را با دقت قابل توجهی ساخته می‌شود. ما با استفاده از الگوریتم یادگیری تقویتی استراتژی‌هایی را خواهیم یافت که حرکت ربات طبق آن استراتژی‌ها به کاهش عدم قطعیت پسین ربات منجر شده و نقشه دقیق‌تری از محیط فراهم می‌شود.

۲- معرفی مسأله SLAM و خاصیت مارکف برای یک ربات متحرک

ما برای ساده‌سازی، ربات را به صورت هولونومیک فرض می‌کنیم. با این فرض اشیاء پیرامون ربات از قبیل شاخص‌ها، به صورت نقطه‌ای قابل تشخیص خواهند بود. فرض دیگری که در نظر می‌گیریم این است که شاخص‌ها در تمامی لحظات قابل تشخیص و تمایزند. با بیان نمودن این فرض‌ها, به تبیین صورت مسأله خواهیم پرداخت:

مشاهداتی که ربات از محیط انجام خواهد داد را می‌توان ترکیب دو نوع اطلاعات دانست: نخست، اندازه‌گیری دریافت شده از سنسور مسافت‌سنجی (u_t) که روی ربات نصب شده است و موقعیت لحظه‌ای ربات را در اختیار قرار می‌دهد $u_t = (\delta_{trans}, \delta_\theta)$ که در آن δ_{trans} مقدار جابجایی ربات و δ_θ گردش انجام شده توسط ربات است. دوم این که مشاهدات انجام شده در لحظه t (z_t) که توسط سنسور لیزری انجام می‌شود، جهت(Bearing) و فاصله(Rang) از شاخص‌ها را به صورت $z_t = (r_1, b_1, ..., r_n, b_n)$ در اختیار قرار می‌دهد. مسأله SLAM را در حالت گسسته می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$P(\xi_t | z_t, u_t, z_{t-1}, u_{t-1}, ...) = \eta P(z_t | \xi_t) \times \int P(\xi_t | \xi_{t-1}, u_t) P(\xi_{t-1} | z_{t-1}, u_{t-1}, ...) d\xi_{t-1} \quad (۲)$$

در این معادله که پس از اعمال قانون بیز به تابع توزیع احتمال توأم تشکیل شده از محل ربات و محل شاخص‌ها بدست می‌آید؛ $P(z_t | \xi_t)$ بیانگر مدل سنسورها، $P(\xi_t | \xi_{t-1}, u_t)$ بیان‌کننده مدل حرکت ربات و η فاکتور نرمال‌سازی است.

یکی از راه‌های بالا بردن دقت نقشه تهیه شده توسط ربات انتخاب یا تعیین مکان‌هایی تحت عنوان مقاصد میانی است. در پژوهش انجام شده در مرجع[۱] این مقاصد میانی مکان‌های معلومی دارند، اما تحقیقات ما نشان می‌دهد که محل این مقاصد میانی تا حد زیادی در

دقت نقشه نهایی موثر است؛ لذا در این تحقیق جایابی بهینه مقاصد میانی مورد توجه قرار گرفته است.

۳- یادگیری تقویتی [10]

در فرآیند جستجو فرض بر این است که شاخص‌ها در همه زمان‌ها مشاهده‌پذیر هستند. همچنین مشاهدات انجام شده در لحظه t مستقل از مشاهداتی است که در زمان‌های قبل آن انجام شده است. پس می‌توان بیان کرد که این مسأله دارای خاصیت مارکف است. یکی از روش های موثر برای حل مسائلی که دارای خاصیت مارکف هستند، یادگیری‌تقویتی است. یادگیری‌تقویتی یک روش یادگیری میانه بین یادگیری نظارتی و غیرنظارتی است که برای سیستم‌هایی مناسب است که مانند این مساله، مدل آن‌ها در اختیار نیست.

یک مسأله متداول یادگیری تقویتی دارای اجزائی از قبیل احتمال انتقال حالت(T)، پاداش(R)، عمل(a)، حالت اولیه(s_0)، مجموعه حالات(S) و همچنین یک ضریب کاهشی γ است که معمولا مقداری کمتر از یک را اختیار می‌کند. S مجموعه فضای حالت ها، s_0 حالت اولیه، a مجموعه عمل های ممکنی که عامل می‌تواند انجام دهد. R پاداشی است که ربات به ازاء انجام عمل a روی حالت S که حالت جاری است و رفتن به موقعیت بعدی دریافت می‌کند و T بیان‌کننده احتمال نحوه انتقال حالت بین حالت‌هاست.

علاوه بر پارامترهای قید شده، نکات مهم دیگری وجود دارد از قبیل این که ربات با چه مکانیزمی بین حالت‌ها جابجا شود؛ به عبارت دیگر مکانیزم انتقال حالت و انتخاب عمل چگونه است؟ استفاده از الگوریتم یادگیری‌تقویتی منجر به یافتن استراتژی‌هایی خواهد شد که تابع پاداش را ماکزیمم می‌نماید. لذا تعریف مناسب تابع پاداش بسیار مهم به نظر می‌آید. برای استفاده از الگوریتم یادگیری تقویتی ابتدا بایستی پارامترهای اصلی آن، یعنی مجموعه حالت ها، عمل ها و تابع پاداش را تعریف کرد.

۳-۱- حالت (State)

از آنجایی که هدف این تحقیق جایابی بهینه مقصدهای میانی به گونه‌ای است که با عبور از این مقاصد میانی دقت نقشه حداکثر گردد، حالت را بصورت موقعیت نقاط شروع، پایان و همچنین ترتیبی از مقاصد میانی که ربات بایستی از آنها عبور نماید تعریف می‌کنیم:

$$\xi = (x_0, y_0, \theta_0, x_f, y_f, x_g^1, y_g^1, ..., x_g^n, y_g^n) \quad (۳)$$

در این معادله، x_0, y_0 موقعیت اولیه ربات در صفحه مختصات، θ_0 جهت اولیه آن و x_f, y_f موقعیت نهایی ربات را نشان می‌دهد.

همچنین $(x_g^1, y_g^1, ..., x_g^n, y_g^n)$ ترتیبی از مختصات مقاصد میانی است که توسط الگوریتم یادگیری تقویتی انتخاب خواهد شد و n تعداد مقصدهای میانی را نشان می‌دهد. با این تعریف می‌توان حرکت ربات را به صورت چند مرحله در نظر گرفت که ربات در مرحله نخست از مبدا به سمت اولین مقصد میانی حرکت کرده و سپس در دومین مرحله، از این نقطه به سمت مقصد میانی بعدی مسیر خود را ادامه می‌دهد و این مراحل تکرار می شود تا این که ربات به نقطه پایانی برسد. بدیهی است از آن جا که تعداد مقصدهای میانی برابر n می‌باشد، تعداد مراحل $n+1$ خواهد بود.

۳-۲- عمل(Action)

محیطی که ربات عمل جستجو در آن را انجام می‌دهد به صورت یک محیط مربعی در نظر می‌گیریم. مجموعه عمل‌های ممکن را به بصورت چهار عمل اصلی بالا، پایین، چپ و راست تعریف می‌کنیم. در نتیجه با اعمال عمل‌ها موقعیت مقاصد میانی تغییر خواهد کرد و این جابجایی موقعیت مقاصد میانی را تا هنگامی که عدم قطعیت در لحظه 1+t بیشتر از عدم قطعیت در لحظه t گردد ادامه می‌یابد.

در این پژوهش مسیر حرکت ربات در هر مرحله را به صورت معادلات درجه سه زیر در نظر می‌گیریم[1] و سپس با در نظر گرفتن نمونه ۱۶۰ تایی از آن‌ها، ابزار دسته‌بندی SVM را برای جداسازی مسیرهایی که منجر به کمترین عدم قطعیت در نقشه تولیدی می‌شوند, بکار می‌بریم.

$$X(t) = a_x t^3 + b_x t^2 + c_x t + d_x$$
$$Y(t) = a_y t^3 + b_y t^2 + c_y t + d_y \quad (۴)$$

برای کاهش تعداد مجهولات مساله، محل اولیه، مقصد نهایی و جهت اولیه حرکت ربات را معلوم فرض می‌کنیم. لذا از ۸ مجهول موجود در معادلات (۴)، ۵ پارامتر آن معلوم بوده و فقط ۳ پارامتر مجهول باقی می‌مانند. با مقداردهی تصادفی به ۲ متغیر تصادفی و سپس بدست آوردن متغیر باقیمانده، منحنی‌های درجه سه به صورت Cubic Spline بدست می‌آید.

۳-۳- تابع پاداش(Reward)

طبق بحث بالا، می‌توان گفت که با کاهش فاصله بین مسیر حرکت ربات و محل شاخص‌ها، عدم قطعیت نقشه کاهش می‌یابد[1,2,3]؛ در نتیجه ما معیار SSE (مجموع مربعات خطا) را بصورت جذر مجموع مربعات فاصله شاخص‌ها از مسیر بهینه حرکت ربات تعریف می‌کنیم. (معادلات۵ و ۶)

$$SSE(path(i)) = \sqrt{\sum \left[dis\tan ce(path(i),(x_g^j, y_g^j)\right]^2} \quad (۵)$$

$$SSE_opt = Min(SSE(path(i))) \quad (۶)$$

و تابع پاداش را بصورت معادله (۷) تعریف می کنیم:

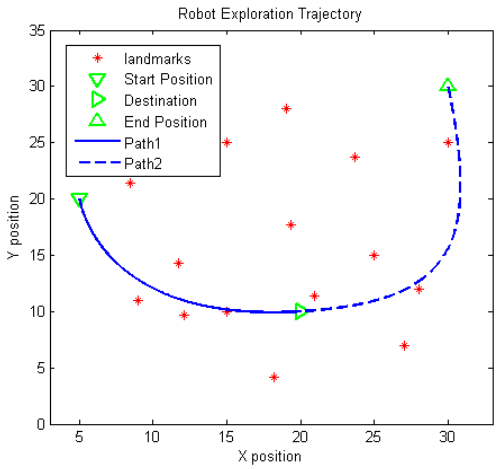
$$\mathrm{Re}\,ward(a,s) = SSE(n-1) - SSE(n) \quad (۷)$$

برای جلوگیری از انحراف ناخواسته ربات در محیط، به کلیه مسیرهایی که باعث خروج ربات از محیط مربعی شکل مسئله گردند، یک جریمه (Penalty) بسیار بزرگ داده شده و آن مسیر به صورت غیربهینه نام‌گذاری می‌شود. شکل زیر شمای کلی مساله را نمایش می‌دهد.

۳-۴- تابع به روز رسانی

از میان الگوریتم‌های مختلف یادگیری تقویتی، ما از یادگیری Q(Q-Learning)استفاده می‌کنیم. فرمول به روز رسانی این الگوریتم به صورت زیر است:[10]

$$Q(s_t,a_t) + \alpha\left[r_{t+1} + \gamma \max_a Q(s_{t+1},a_t) - Q(s_t,a_t)\right] \quad (۸)$$
$$\Rightarrow Q(s_t,a_t)$$



شکل ۱ . مسیر حرکت ربات و مقاصد میانی در این تحقیق

۴- مدل حرکتی [18]

مدل حرکتی ربات را طبق مدل حرکت یک وسیله نقلیه که دارای چرخهایی در جلو وعقب است و با سرعت ثابت حرکت می‌کند در نظر می‌گیریم: [۳]

$$x_{v_k} = f_v(x_{v_{k-1}}, u_k)$$
$$= \begin{bmatrix} x_{v_{k-1}} + V_k \Delta T \cos(\phi_{v_{k-1}} + \gamma_k) \\ y_{v_{k-1}} + V_k \Delta T \sin(\phi_{v_{k-1}} + \gamma_k) \\ \phi_{v_{k-1}} + \frac{V_k \Delta T}{B}\sin(\gamma_k) \end{bmatrix} \quad (۹)$$

که در آن **B** فاصله بین محور چرخهای جلو و عقب، γ_k زاویه هدایت ربات متحرک، V_k سرعت رو به جلوی ربات، $x_{v_{k-1}}, y_{v_{k-1}}$ مکان قبلی ربات، ΔT فاصله زمانی و در نهایت $\phi_{v_{k-1}}$ زاویه قبلی ربات متحرک است که به آن سمت در حال حرکت بوده است.

تحقیقات ما نشان می‌دهد که اگر مدل حرکتی ربات طبق مدل حرکتی فوق باشد و ربات با مسیرهای درجه سه بین مبدأ و مقصد حرکت کند، نقشه تولید شده دارای دقت بسیار خوبی خواهد بود.

۵- Support Vector Machine و کاربرد آن [5]

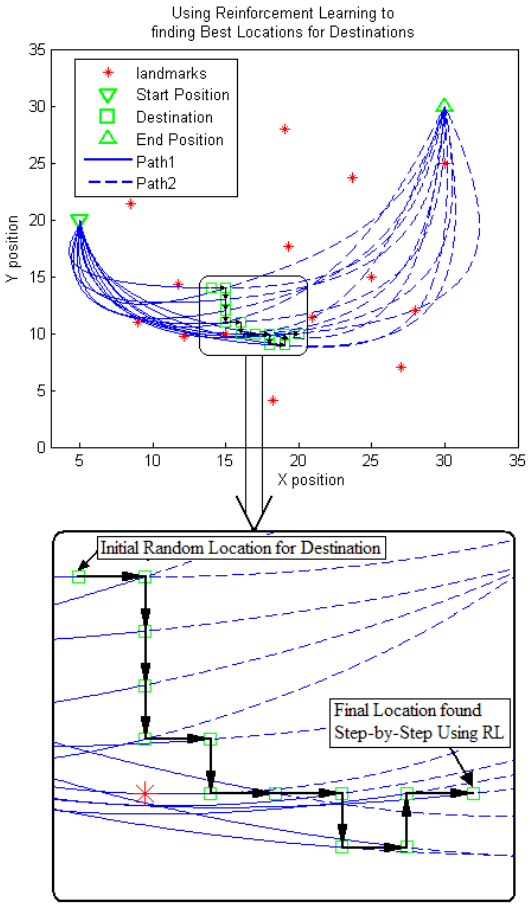
SVM یک ابزار دسته بندی اطلاعات است که نخست باید تحت مجموعه‌ای از اطلاعات آموزش داده شود. پس از آن، این ابزار قادر به دسته‌بندی مسیرها خواهد بود و مسیرهای بهینه را با برچسب بهینه علامت‌گذاری می‌کند. علت استفاده از SVM را می‌توان به صورت دو دلیل زیر بیان کرد:

نخست آن‌که SVM به مساله‌ای که تعداد حالت‌ها بیشمار است می‌تواند اعمال شود و عمل دسته‌بندی اطلاعات را انجام دهد لذا در حالت پیوسته (x, y, θ, x_g, y_g) نیز قابل اعمال است. دوم آنکه این ابزار یک آموزش‌دهنده موثر است که در فضای ورودی بزرگ با تعداد نمونه کم قابل اعمال می‌باشد.

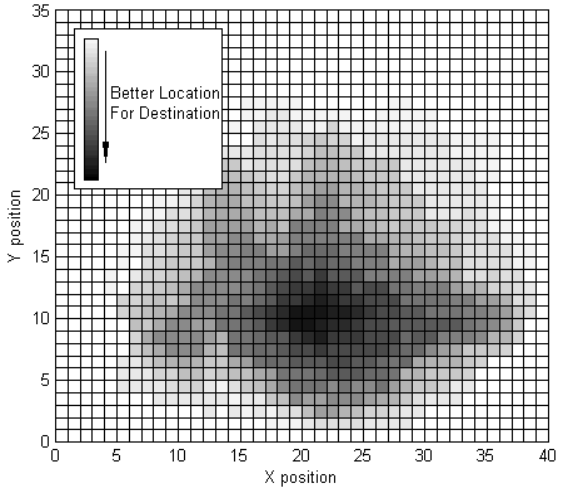
۶- نتایج شبیه‌سازی

در این تحقیق ابتدا موقعیت مقاصد میانی بصورت تصادفی انتخاب می‌شوند. سپس با اعمال عمل‌های ۴گانه، بهترین مکان ممکن برای مقاصد میانی به گونه‌ای یافت می‌شود که با عبور از آن‌ها، مجموع مربعات خطای فاصله مسیر حرکت ربات تا محل شاخص‌ها کمینه گردد. برای یافتن مکان بهینه مقاصد میانی کافی است پس از انجام مشاهدات توسط ربات، مختصات بهینه مقصد میانی که در اصل همان میانگین طول(x) و عرض(y) همه شاخص‌های رویت شده است، محاسبه گردد. در نتیجه هدف بعدی ربات رسیدن به نقطه میانی محاسبه شده با مختصات بدست آمده است. این عمل ادامه می‌یابد تا هنگامی که ربات به نقطه انتها برسد. واضح است که مسیر بهینه‌ای که این الگوریتم بدست می‌دهد، به موقعیت شاخص‌ها و همچنین نقاط شروع و پایان وابسته است.

شکل ۲ تعدادی از مسیرهای نمونه درجه ۳ بین نقطه شروع و پایان را نشان می‌دهد. در شکل نحوه اعمال به مرحله الگوریتم یادگیری تقویتی نشان داده شده است.

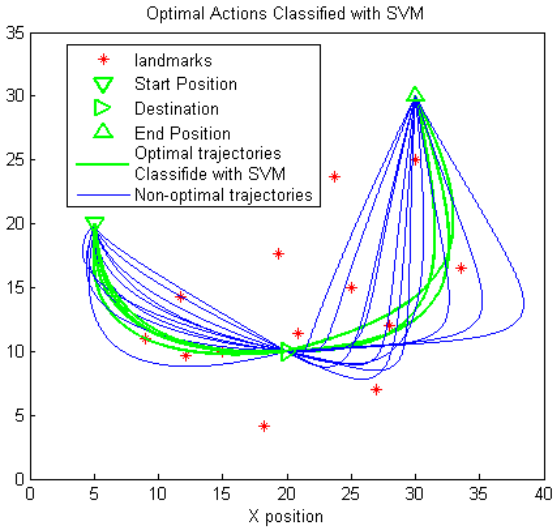


شکل ۲. آموزش SVM پس از انتخاب بهینه مکان شاخص‌ها



شکل۳. در شکل محل‌هایی که قرار گرفتن مقصد میانی در آن‌ها باعث ایجاد نقشه‌ای با عدم قطعیت کمتر می‌شود با رنگ های تیره تر نشان داده شده است.

ابتدا SVM برای انتخاب بهترین ضرایب ممکن، آموزش داده می‌شود سپس منحنی‌هایی که منجر به تولید نقشه با خطای کمتری خواهند شد، دسته بندی می‌گردند.



شکل۴. نتایج بدست آمده از طریق اعمال SVM برای بدست آوردن ضرایب بهینه معادله درجه ۳ بمنظور کاهش SSE. مسیرهای انتخاب شده توسط SVM با رنگ سبز مشخص شده است. همانطوری که مشاهده می‌شود، SVM بادقت خوبی ضرایب بهینه معادله درجه۳ که بیان‌گر مسیرهای بهینه هستند را جدا کرده است.

نتایج نشان می‌دهد که جابجایی مقاصد میانی تا هنگامی ادامه می‌یابد که عبور ربات از آن‌ها باعث کاهش عدم قطعیت تولید شده توسط ربات گردد.

۷- نتیجه‌گیری

ما روش طراحی مسیر جدیدی را برای یک ربات متحرک که عمل جستجو در محیط نامعین و نامشخص را انجام می‌دهد یافتیم. با در نظر گرفتن مقصدهای میانی به عنوان نقاطی که عبور ربات از آن‌ها باعث بالا رفتن دقت نقشه تولیدی توسط ربات می شود، الگوریتم یادگیری-تقویتی را برای جایابی بهینه مکان این مقاصد میانی اعمال کردیم. به علاوه با اعمال ابزار دسته بندی کننده SVM، عمل‌های بهینه را از مجموعه عمل‌های ممکن جدا کردیم. نتایج حاصل از شبیه سازی نقشه‌ای با دقت بالاتر را به ازاء عمل های مختلف به وجود آورده است.

مراجع

[1] Thomas Kollar “Optimizing robot trajectories using reinforcement learning”, MSC thesis, June 2007, MIT university

[2] Thomas Kollar and Nicholas Roy, “Trajectory Optimization using Reinforcement Learning for Map Exploration” International Journal Of Robotic research, 27(2): 175-197; 2008

[3] Thomas Kollar and Nicholas Roy, “Using Reinforcement Learning to Improve Exploration Trajectories for Error Minimization,”IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA 2006). Orlando May 2006.

[4] P.M. Newman and J.J. Leonard, “Pure range-only sub sea SLAM,” Proc. IEEE Int. Conf. Robot. Automat. 2003, pp. 1921–1926.

[5] N. Cristianini and J. Shawe-Taylor, “An Introduction to Support Vector Machines”: Cambridge University Press, Cambridge, UK. 2000.

[6] M.W.M.G. Dissanayke, P.M. Newman, H. F. Durrant-Whyte, S.Clark, and M.Csorba, “A solution to the simultaneous localization and map building (slam) problem,” IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 17, no. 3, 2001.

[7] L.Kaelbling, M. Littman, and A.Cassandra, “Planning and acting in partially observable stochastic domains,” Artificial Intelligence, Vol 101, pp. 99-134, 1998.

[8] M.Puterman, “Markov Decision Processes: Discrete Stochastic Dynamic Programming”: J. Wiley and Sons, 1994.

[9] C. Stachniss and G. Grisetti and W. Burgard. “Information Gain-based Exploration Using Rao-Blackwellized Particle Filters,” Proc. of Robotics: Science and Systems (RSS), Cambridge, MA, USA, 2005.

[10] R. Sutton and A. Barto, “Reinforcement Learning: An Introduction”: MIT Press, Cambridge, MA, 1998.

[11] G.Welch and G.Bishop, “An Introduction to the Kalman Filter.” Technical Report 95-041, UNC Chapel Hill.

[12] R. Smith, M. Self, and P. Cheeseman, “Estimating uncertain spatial Relationships in robotics,” in Autonomous Robot Vehicles, I.J. Cox and G.T. Wilfon, Eds. New York: Springer-Verlag, pp. 167–193, 1990.

[13] Tim Bailey and Hugh Durrant-Whyte ، "Simultaneous Localization and Mapping (SLAM): Part I", the Essential Algorithms. Robotics and Automation Magazine ،June 2006

[14] Tim Bailey and Hugh Durrant-Whyte ، "Simultaneous Localization and Mapping (SLAM): Part II”, State of the Art. Robotics and Automation Magazine،September 2006.

[15] M. Deans and M. Hebert, “Experimental comparison of techniques for localization and mapping using a bearing-only sensor,” in

Proc. Int.Symp. Experimental Robot, 2000, pp. 395–404.

[16] J. Guivant, E.M. Nebot, and S. Baiker, “Localization and map building using laser range sensors in outdoor applications,” J. Robot. Syst., vol 17, no. 10, pp. 565–583, 2000.

[17] M. Montemerlo, S. Thrun, D. Koller, and B. Wegbreit, “Fast-SLAM: A factored solution to the simultaneous localization and mapping problem,” in Proc. AAAI Nat. Conf. Artif. Intell, 2002, pp. 593–598.

[18] Eliazar A.I. and Parr R. .Learning Probabilistic Motion Models for Mobile Robots,. Proceedings of the Twenty First International Conferences on Machine Learning, 2004.