

کنترل مقاوم مخزن راکتور همزن پیوسته دوجداره با استفاده از کنترل پیش بین

فریده چراغی شامی^۱ ناصر پریرز^۲

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد برق و کنترل دانشگاه فردوسی
ch.fa226@gmail.com

^۲ دانشیار و عضو هیئت علمی دانشگاه فردوسی
n_pariz@yahoo.com

چکیده - مقاوم بودن کنترل کننده در مقابل عدم قطعیت‌ها از موضوعات مهم علم کنترل است که در کنترل پیش‌بین^۱ (MPC) نیز مورد توجه واقع شده است. در این مقاله روش جدیدی برای کنترل مخزن راکتور همزن پیوسته دو جداره^۲ با استفاده از کنترل پیش‌بین مقاوم^۳ (RMPC) ارائه می‌شود. مدل سیستم به صورت خطی متغیر با زمان با عدم قطعیت‌های نرم-کراندار^۴ در نظر گرفته شده است. مزیت در نظر گرفتن این نوع عدم قطعیت‌ها نسبت به عدم قطعیت‌های چند وجهی^۵ جلوگیری از افزایش حجم محاسبات آنلاین^۶ می‌باشد. پایداری مقاوم سیستم با استفاده از تابع لیاپانوف وابسته به پارامتر^۷ (PDLF) تضمین می‌شود. روند طراحی شامل طراحی آفلاین^۸ یک قانون فیدبک حالت RMPC مقید و یک تخمین‌زن حالت و تحلیل پایداری ترکیب آنهاست، زیرا با طراحی جداگانه حاشیه پایداری تضمین نمی‌شود. نتایج شبیه‌سازی کارآمدی این روش را نشان می‌دهد.

کلیدواژه - کنترل پیش‌بین مقاوم، عدم قطعیت نرم-کراندار

۱- مقدمه

میزان موفقیت کنترل پیش‌بین بستگی به دقت مدل سیستم دارد، در حالی که در مدل کردن سیستم‌های واقعی عدم قطعیت به وجود می‌آید. اشکال نخستین روش‌های طراحی MPC عدم توانایی آنها در تضمین پایداری سیستم‌های نامعین می‌باشد. بنابراین لازم است پایداری مقاوم در تمام نواحی نامعین، تضمین شود. بدین منظور محققان روش کنترل پیش‌بین مقاوم را پیشنهاد کردند که در آن برای محاسبه سیگنال کنترلی بهینه، تاثیر عدم قطعیت‌های مدل و اغتشاشات ناشناخته لحاظ می‌شود [۲]. معمولاً مسئله RMPC با توجه به سناریوی بهینه سازی در بدترین حالت، به صورت مسئله minmax فرمول بندی می‌شود.

کنترل پیش‌بین به عنوان یک ابزار موثر برای کنترل مسائل چندمتغیره پیچیده با قيود ورودی- خروجی سخت در فرآیندهای صنعتی به کار می‌رود [۱]. کنترل کننده پیش‌بین برای محاسبه سیگنال کنترل بهینه با توجه به مدل سیستم، شاخص عملکرد معینی را در حضور قيود کمینه می‌کند. بدین ترتیب در هر زمان نمونه برداری، سیگنال کنترل بهینه با حل آنلاین یک مسئله کنترل بهینه حلقه باز افق محدود محاسبه می‌شود و در گام زمانی بعدی، محاسبات از حالت جدید و نسبت به یک افق شیفت یافته تکرار می‌شود.

^۵ polytopic
^۶ Online
^۷ Parameter-dependent Lyapunov Function
^۸ Offline

^۱ Model Predictive Control
^۲ Non-isothermal CSTR
^۳ Robust MPC
^۴ Norm-Bounded uncertainty

در سال ۱۹۹۶ کوتاه، بالا کریشنان و مراری^۳ [۳] با استفاده از نابرابریهای ماتریسی خطی^۱ (LMI)، روش موثری در طراحی RMPC مقید در سیستم‌هایی با عدم قطعیت‌های نرم-کراندار و چندوجهی، پیشنهاد کردند. در این روش پایداری به کمک SLF تضمین می‌گردد، اما محافظه‌کاری در عملکرد سیستم افزایش می‌یابد. کازولا، جرومل و مراری^{۱۱} [۴] برای سیستم‌های نامعین با عدم قطعیت چندوجهی، کنترل‌کننده RMPC با محافظه‌کاری کمتری را طراحی کردند که در آن پایداری به کمک توابع لیاپانوف وابسته به پارامتر PDLF تضمین می‌شود. در [۵] نیز از PDLF تنها در پایداری سیستم‌های نامعین خطی غیرمتغیر با زمان با عدم قطعیت چندوجهی، استفاده شده است. در [۶] یک RMPC بهبود یافته طراحی شده که از PDLF برای پایداری سیستم‌های خطی با عدم قطعیت چندوجهی استفاده می‌کند. در این مقاله روش جدیدی در طراحی RMPC برای یک سیستم LTV با عدم قطعیت نرم-کراندار ارائه شده است که در آن برای کاهش محافظه‌کاری، PDLF اعمال می‌شود. مزیت اصلی این نوع عدم قطعیت‌ها کاهش بار محاسباتی آنالین می‌باشد [۴].

بیشتر پیشرفت‌های تئوری در حوزه RMPC مقید بر این فرض استوار است که تمام متغیرهای حالت برای اندازه‌گیری موجودند. در حالی که اندازه‌گیری متغیرهای حالت در یک محیط کنترلی، اغلب گران و یا حتی غیرعملی است. بدین منظور برای بازسازی متغیرهای حالت از یک تخمین زن حالت استفاده می‌شود. در کنترل فیدبک خروجی، ابتدا یک RMPC فیدبک حالت آفلاین و یک تخمین‌زن حالت آفلاین به طور مجزا طراحی می‌شوند. این طراحی جداگانه حاشیه پایداری را تضمین نمی‌کند و با توجه به اینکه خطای دینامیکی تخمین‌زن وابسته به دینامیک‌های سیستم است، بحث بهینگی دیگر صحت ندارد. بنابراین در مرحله بعد باید پایداری مقاوم ترکیب کنترل‌کننده و تخمین‌زن بررسی شود [۷]. اگر پایداری مقاوم برآورده نشود، طراحی کنترل‌کننده و تخمین‌زن تا رسیدن به پاسخ مطلوب تکرار می‌شود. در این مقاله با یک مثال عددی نشان داده می‌شود که طراحی RMPC براساس فیدبک خروجی با روش پیشنهادی موجب کاهش حجم محاسبات و بهبود عملکرد نسبت به حالتی است که عدم قطعیت‌ها به صورت چندوجهی در نظر گرفته شده‌اند.

مطالب ارائه شده در این مقاله به ترتیب زیر می‌باشند: در بخش بعدی این مقاله، صورت مسئله شامل مدل سیستم خطی متغیر با زمان LTV با عدم قطعیت نرم-کراندار و استراتژی کنترل پیش‌بین با قیود ورودی/خروجی بیان شده است. در بخش ۳، نتایج اصلی قانون کنترل فیدبک حالت RMPC با استفاده از تابع لیاپانوف وابسته به پارامتر PDLF ارائه می‌شود. در بخش ۴، مخزن راکتور همزن پیوسته دوجداره CSTR معرفی شده و نتایج شبیه‌سازی نمایش داده می‌شوند. در بخش آخر نیز نتیجه‌گیری بیان می‌گردد.

۲- بیان مسئله

در اینجا مدل سیستمی خطی متغیر با زمان با عدم قطعیت نرم-کراندار در نظر گرفته شده است.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + B_0 w(k) + B_2 u(k) \\ z(k) &= C_0 x(k) + D_{00} w(k) + D_{02} u(k) \\ y(k) &= C_2 x(k) \\ w(k) &= \Delta(k)z(k) \end{aligned} \quad (1)$$

در این رابطه $x(k) \in R^n$ حالات سیستم، $u(k) \in R^m$ ورودی کنترلی و $y(k) \in R^n$ خروجی سیستم می‌باشند. $w(k), z(k) \in R^w$ متغیرهای اضافی هستند که برای محاسبه عدم قطعیت‌ها در نظر گرفته شده‌اند. $\Delta \in R^{w \times w}$ یک ماتریس متغیر با زمان بدون حافظه است که به صورت زیر بیان می‌شود.

$$\begin{aligned} \Delta &= \{\Delta(k) | \Delta(k) = \text{diag}\{\delta_1(k), \delta_2(k), \dots, \delta_r(k)\} \\ \|\delta_j(k)\|_2 &\equiv \bar{\sigma}(\delta_j(k)) \leq 1, j = 1, 2, \dots, r, k \geq 0 \end{aligned} \quad (2)$$

δ_j می‌تواند مدلی از خواص غیرخطی سیستم باشد و یا مدلی از پارامترهای سیستم باشد که مدل نشده‌اند واز آنها صرفه-نظر شده است. نماد $\bar{\sigma}$ به معنای بزرگترین مقدار تکین است. هدف از طراحی RMPC این است که قانون کنترل پایداری $u(k)$ برای سیستم (۱) با استفاده از استراتژی MPC طراحی شود. فرض کنید $x(k+i|k)$ و $u(k+i|k)$ به ترتیب متغیرهای حالت پیش‌بینی شده و سیگنال کنترلی زمان $k+i$ هستند وقتی اطلاعات لحظه k موجود است.

^۳Kothare&Balakrishnan& Morari

^۱Linear Matrix Inequality

^{۱۱}Cuzzola& Geromel& Morari

که γ یک کران بالای هدف مقاوم است. حال، شرایط کافی برای بهینه سازی LMI بر اساس PDLF بیان می شود.

قضیه ۱- برای سیستم (۱) با عدم قطعیت نرم-کراندار که در آن قیود ورودی-خروجی (۵) و (۴) لحاظ شده اند، در زمان نمونه برداری k ، ماتریس فیدبک حالت $F(k)$ در قانون کنترل $u(k+i|k) = F(k)x(k+i|k)$ ، $i \geq 0$ به صورت زیر می باشد.

$$F(k) = YG^{-1} \quad (11)$$

در این رابطه $G > 0$ و Y از حل مسئله بهینه سازی زیر (اگر وجود داشته باشد) بدست می آیند.

$$\min_{\gamma, G, Q_j, Y, S_j, T} \mathcal{V} \quad (12)$$

Subject to

$$\begin{bmatrix} 1 & x(k|k)^T \\ x(k|k) & Q_j \end{bmatrix} \geq 0, \forall j = 1, \dots, r \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} G^T + G - Q_j & * & * & * & * & * \\ 0 & S_j & * & * & * & * \\ C_{0,j}G + D_{02,j}Y & D_{00,j}S_j & S_j & * & * & * \\ AG + B_2Y & B_{0,j}S_j & 0 & Q_1 & * & * \\ \frac{1}{Q_2}G & 0 & 0 & 0 & \gamma I & * \\ \frac{1}{R_2}Y & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma I \end{bmatrix} > 0,$$

$$\forall j = 1, \dots, r, \forall l = 1, \dots, r \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} X & Y \\ Y^T & G^T + G - Q_j \end{bmatrix} \geq 0, X_{qq} \leq u_{q,max}^2,$$

$$q = 1, \dots, p, \forall j = 1, \dots, r \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} \gamma_{max}^2(G^T + G - Q_j) & * & * & * \\ 0 & T^{-1} & * & * \\ C_2(AG + B_2Y) & C_2B_0T^{-1} & I & * \\ C_0G + D_{02}Y & D_{00}T^{-1} & 0 & T^{-1} \end{bmatrix} \geq 0$$

$$\forall j = 1, \dots, r \quad (16)$$

در این رابطه $Q_j = Q_j^T > 0$ و $T = \text{diag}\{t_1 I_{n_1}, \dots, t_{n_y} I_{n_r}\}$ ، $S_j > 0$ است. $B_{0,j}$ ، $D_{02,j}$ و $C_{0,j}$ به ترتیب Z امین سطر از C_0 ، D_{02} می باشند. $*$ به معنای ترانهاده بلوک های متقارن در نابرابری های ماتریسی است.

اثبات قضیه ۱- ابتدا شرط نابرابری (۱۰) را اثبات خواهیم کرد. تابع لیاپانوف (۷) برای برآورده کردن شرط پایداری (۹) مورد نیاز است.

برای یافتن قانون کنترل، تابع هدف مقاوم زیر در نظر گرفته می شود.

$$\min_{u(k+i|k), i \geq 0} \max_{\Delta(k+i), i \geq 0} J_\infty \quad (3)$$

$$J_\infty = \sum_{i=0}^{\infty} \left\{ \begin{bmatrix} x(k+i|k) \\ u(k+i|k) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k+i|k) \\ u(k+i|k) \end{bmatrix} \right\}$$

Q, R ماتریس های وزنی مثبت معین و متقارن هستند. این مسئله minmax در اصل یک مسئله بهینه سازی MPC افق نامحدود در بدترین حالت و با تابع هدف مرتبه دوم است. در فرآیندهای عملی محدودیت های فیزیکی تجهیزات، قیود سختی بر متغیرهای کنترلی اعمال می کند. از اینرو کران بالایی بر روی ورودی کنترلی $u(k+i|k)$ در نظر گرفته می شود.

$$|u_q(k+i|k)| \leq u_{q,max}, q = 1, \dots, m, \quad (4)$$

$$\forall k \geq 0, i \geq 0$$

برای خروجی $y(k+i|k)$ قید زیر در نظر گرفته شده است.

$$\|y(k+i|k)\|_2 \leq y_{max} \quad \forall k \geq 0, i \geq 0 \quad (5)$$

۳- طراحی RMPC با استفاده از PDLF

۳-۱ طراحی فیدبک حالت RMPC

در این بخش قانون کنترل به صورت زیر است.

$$u(k+i|k) = F(k)x(k+i|k), i \geq 0 \quad (6)$$

برای طراحی RMPC از تابع لیاپانوف وابسته به پارامتر استفاده می کنیم. ابتدا یک تابع PDLF تعریف می کنیم.

$$V(k+i) \triangleq x(k+i|k)^T P(\Delta(k+i))x(k+i|k), \\ P(\Delta(k+i)) \triangleq \sum_{j=1}^r \lambda_j(k+i)P_j, i \geq 0 \quad (7)$$

به طوری که

$$P(\Delta(k+i)) = P(\Delta(k+i))^T > 0, \forall k \geq 0, i \geq 0 \quad (8)$$

برای طراحی RMPC لازم است رابطه زیر نیز برقرار باشد.

$$V(k+i) - V(k+i+1) > \{x(k+i|k)^T Qx(k+i|k) + u(k+i|k)^T Ru(k+i|k)\} \quad (9)$$

با جمع نابرابری (۹) به ازای $i=0$ تا ∞ ، در حالی که $x(\infty|k) = 0$ یعنی $V(\infty) = 0$ ، رابطه زیر حاصل می شود.

$$\max_{\Delta(k+i), i \geq 0} J_\infty(k) < V(k) \leq \gamma \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (C_{0,j} + D_{02,j}F)^T \\ D_{00,j}^T \end{bmatrix} S_j^{-1} [(C_{0,j} + D_{02,j}F) \quad D_{00,j}] > 0 \quad (22)$$

$$L_{11} = -(A + B_2F)^T Q_1^{-1} (A + B_2F) - Q_j^{-1} - \frac{1}{\gamma} (Q + F^T R F)$$

$$L_{12} = -(A + B_2F)^T Q_1^{-1} B_{0,j}$$

$$L_{21} = -B_{0,j} Q_1^{-1} (A + B_2F)$$

$$L_{22} = B_{0,j}^T Q_1^{-1} B_{0,j} - S_j'^{-1}$$

با اعمال مکمل شور در (۲۲) داریم:

$$\begin{bmatrix} Q_j^{-1} & * & * & * & * & * \\ 0 & S_j^{-1} & * & * & * & * \\ C_{0,j}G + D_{02,j}Y & D_{00,j}S_j & S_j & * & * & * \\ AG + B_2Y & B_{0,j}S_j & 0 & Q_1 & * & * \\ Q_j^{\frac{1}{2}}G & 0 & 0 & 0 & \gamma I & * \\ R_j^{\frac{1}{2}}Y & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma I \end{bmatrix} > 0, \quad (23)$$

با اعمال یک تبدیل متجانس^{۱۲} با یک ماتریس $diag\{G, S_j, I, I, I, I\}$ نابرابری (۲۳)، به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\begin{bmatrix} G^T Q_j^{-1} G & * & * & * & * & * \\ 0 & S_j & * & * & * & * \\ C_{0,j}G + D_{02,j}Y & D_{00,j}S_j & S_j & * & * & * \\ AG + B_2Y & B_{0,j}S_j & 0 & Q_1 & * & * \\ Q_j^{\frac{1}{2}}G & 0 & 0 & 0 & \gamma I & * \\ R_j^{\frac{1}{2}}Y & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma I \end{bmatrix} > 0 \quad (24)$$

در روش لیورا، برناسون و جرومال^{۱۳} [۹] اگر $Q_j > 0$ باشد آنگاه ماتریس $(G - Q_j)^T Q_j^{-1} (G - Q_j)$ نامنفی معین است در نتیجه:

$$G^T Q_j^{-1} G \geq G^T + G - Q_j > 0 \quad (25)$$

با توجه به این رابطه شرط (۱۴) اثبات شد. سپس شرط دوم رابطه (۱۲) را در نظر می‌گیریم. به کمک رابطه (۷) داریم:

$$V(k) = x(k|k)^T P_j x(k|k) \leq \gamma \quad (26)$$

سپس با اعمال مکمل شور و جایگزین کردن $Q_j = \gamma P_j^{-1}$ رابطه (۲۶) را باز نویسی می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} 1 & x(k|k)^T \\ x(k|k) & Q_j \end{bmatrix} \geq 0 \quad (27)$$

در مرحله اول، $u(k+i|k) = F(k)x(k+i|k)$ را در نابرابری (۹) جایگزین کرده و سپس ماتریس‌های لیاپانوف زیر را در آن جایگزین می‌کنیم.

$$P(\Delta(k+i)) = \sum_{j=1}^r \lambda_j(k+i) P_j, i \geq 0$$

$$P(\Delta(k+i+1)) \triangleq \sum_{j=1}^r \lambda_j(k+i+1) P_j, i \geq 0$$

حال می‌توان رابطه (۹) را به صورت زیر بازنویسی کرد.

$$\begin{bmatrix} x(k+i|k) \\ p_j(k+i|k) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} H & (A+B_2F)^T P_1 B_{0,j} \\ B_{0,j} P_1 (A+B_2F) & B_{0,j}^T P_1 B_{0,j} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x(k+i|k) \\ p_j(k+i|k) \end{bmatrix} < 0 \quad (17)$$

در این رابطه H به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$H = ((A+B_2F)^T p_l (A+B_2F) - p_j + Q + F^T R F) \quad (18)$$

نابرابری زیر را می‌توان با توجه به عدم قطعیت نرم-کراندار بدست آورد.

$$p_j(k+i|k)^T p_j(k+i|k) \leq q_j(k+i|k)^T q_j(k+i|k) \quad (19)$$

با استفاده از یک ماتریس قطری $S'(k)$ داریم:

$$\begin{bmatrix} x(k+i|k) \\ p_j(k+i|k) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k+i|k) \\ p_j(k+i|k) \end{bmatrix} < 0 \quad (20)$$

$$H_{11} = (C_{0,j} + D_{02,j}F)^T S_j'^{-1} (C_{0,j} + D_{02,j}F)$$

$$H_{12} = (C_{0,j} + D_{02,j}F)^T S_j'^{-1} D_{00,j}$$

$$H_{21} = D_{00,j}^T S_j'^{-1} (C_{0,j} + D_{02,j}F)$$

$$H_{22} = D_{00,j}^T S_j'^{-1} D_{00,j} - S_j'^{-1}$$

با اعمال روش S [۸] در نابرابری‌های (۱۷) و (۲۰) داریم:

$$\begin{bmatrix} O_{11} & O_{12} \\ O_{21} & O_{22} \end{bmatrix} < 0 \quad (21)$$

$$O_{11} = ((A+B_2F)^T p_l (A+B_2F) - p_j + Q + F^T R F) +$$

$$(C_{0,j} + D_{02,j}F)^T S_j'^{-1} (C_{0,j} + D_{02,j}F)$$

$$O_{12} = (A+B_2F)^T P_1 B_{0,j} + (C_{0,j} + D_{02,j}F)^T S_j'^{-1} D_{00,j}$$

$$O_{21} = B_{0,j} P_1 (A+B_2F) + D_{00,j}^T S_j'^{-1} (C_{0,j} + D_{02,j}F)$$

$$O_{22} = B_{0,j}^T P_1 B_{0,j} + D_{00,j}^T S_j'^{-1} D_{00,j} - S_j'^{-1}$$

حال با جایگزین کردن $P_1 = \gamma Q_1^{-1}$ ، $P_j = \gamma Q_j^{-1}$ و ضرب $S_j'^{-1} = \gamma S_j'^{-1}$ در آن رابطه زیر حاصل می‌شود.

^{۱۲} Shur complement

^{۱۳} congruence

$$y(k) = [0 \quad 1]x(k) \quad (31)$$

$$1 \leq \alpha(k) \leq 5, \quad 1 \leq \beta(k) \leq 5$$

در این رابطه $\alpha(k)$ و $\beta(k)$ دو پارامتر نامعین می‌باشند. عدم قطعیت‌های این مدل را به صورت عدم قطعیت نرم-کراندار بازنویسی کنیم.

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 0.554 & 0.0028 \\ 12.843 & 0.2309 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ -0.1969 & 0.00699 \\ 11.843 & 0.00012 \end{bmatrix} w(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ -0.912 \end{bmatrix} u(k) \quad (32)$$

$$z(k) = \begin{bmatrix} 0.9999 & 0.01417 \\ -0.01417 & 0.9999 \end{bmatrix} x(k)$$

$$w(k) = \Delta(k)z(k)$$

در قسمت آفلاین پارامترهای طراحی به صورت زیر می‌باشند.

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, R = 0.00002, \rho = 0.1$$

قید ورودی نیز به صورت $|u(k+i)| \leq 0.5, i \geq 0$ است. شرط اولیه را $x(0) = [0 \quad 2]^T$ و زمان نمونه‌برداری را 0.2 min انتخاب می‌کنیم. در این بخش پاسخ سیستم را به دو روش و با اعمال کنترل پیش‌بین مقاوم مقایسه خواهیم کرد. در روش اول (PDLF-NBU) عدم قطعیت‌های $\alpha(k)$ و $\beta(k)$ متغیر بین ۱ و ۵ را به صورت نرم-کراندار در نظر گرفته و با تضمین پایداری به کمک PDLF، پاسخ سیستم رسم می‌شود. در روش دوم از RMPC بهبودیافته مقاله [۶] (improved PDLF-PU) استفاده می‌نماییم. در این روش عدم قطعیت‌ها به صورت چندوجهی در نظر گرفته شده و پایداری به کمک PDLF تضمین می‌شود.

برای حل مسئله بهینه سازی از جعبه ابزار YALMIP استفاده کردیم [۱۰]. نتایج شبیه سازی در شکل ۱ نشان داده شده‌اند. پاسخ خروجی سیستم به روش (PDLF-NBU) سریعتر از پاسخ خروجی روش (improved PDLF-PU) است. به صفر همگرا می‌شود. این نتایج نشان می‌دهد که ورودی حاصل از هر دو روش در قیود مسئله صدق می‌کند. زمان محاسبات و بیشترین مقدار ورودی در هر دو روش در جدول ۱ ارائه شده است. با توجه به این جدول، روش پیشنهادی حجم محاسبات کمتری نسبت به روش دوم دارد.

برای اثبات قیود ورودی خروجی (۱۵) و (۱۶) می‌توان از روش کوتاره و الیورا استفاده کرد که در اینجا از آن برای اختصار صرفه نظر شده است.

۲-۳ طراحی تخمین زن حالت

در یک محیط کنترلی اغلب اندازه‌گیری متغیرهای حالت عملی نیست. برای بازسازی حالات از یک تخمین زن حالت استفاده می‌شود، سپس می‌توان به طور مجزا قانون کنترل فیدبک حالت را اعمال کرد. در این مرحله به طور مجزا بر پایه مدل نامی $[A \quad B_2]$ یک تخمین زن حالت به صورت زیر طراحی خواهیم کرد.

$$\hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + B_2u(k) + L_p(y(k) - C\hat{x}(k))$$

$$\hat{x}(0) = 0 \quad (28)$$

در این رابطه L_p بهره تخمین زن می‌باشد که برای محاسبه آن برقراری شرط زیر لازم است.

$$\begin{bmatrix} \rho^2 N & NA - MC_2 \\ A^T N - C_2^T M^T & N \end{bmatrix} \geq 0, N > 0 \quad (29)$$

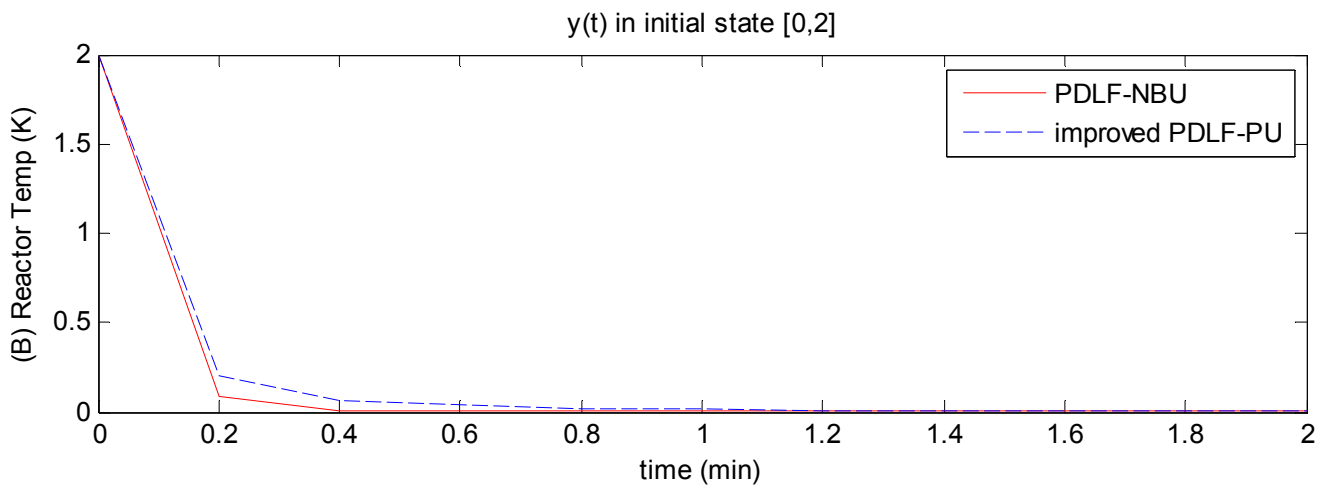
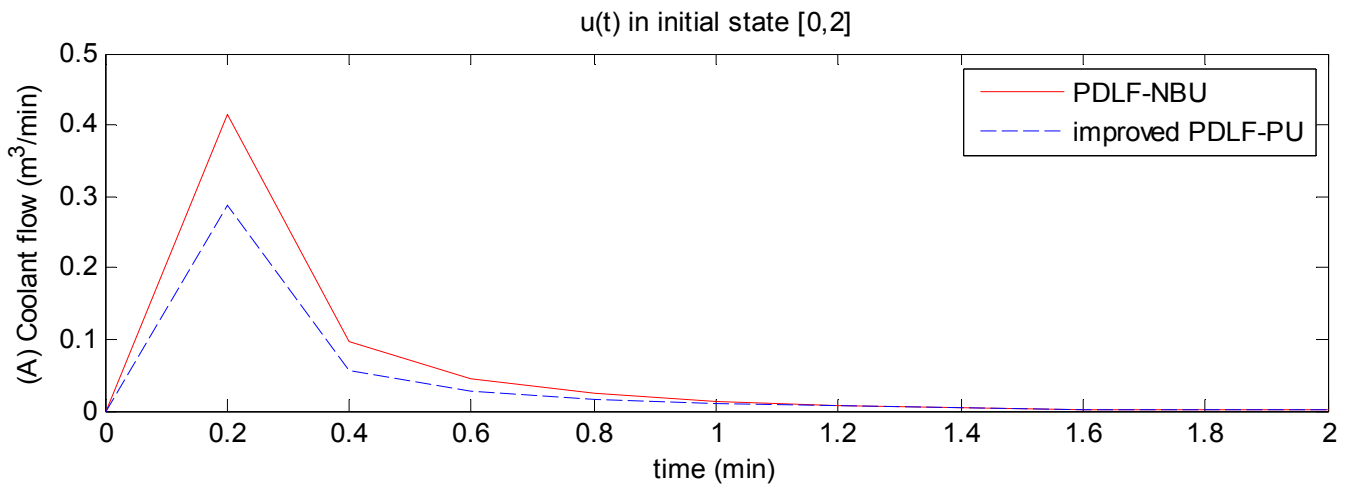
که $N = P^{-1}M$ و بهره تخمین زن $L_p = N^{-1}M$ می‌باشد. برای مشاهده جزئیات بیشتر در مورد الگوریتم فیدبک خروجی آفلاین به مقاله [۷] رجوع کنید.

۴ - نتایج شبیه سازی

در این بخش کنترل کننده پیش‌بین مقاوم پیشنهاد شده، به یک مخزن راکتور همزن پیوسته دوجداره اعمال می‌شود. در این سیستم یک واکنش گرمازا در حالت مایع رخ می‌دهد. مدل مخزن راکتور همزن پیوسته دو جداره زیر را در نظر بگیرید [۷].

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 0.85 - 0.0986\alpha(k) & -0.0014\alpha(k) \\ 0.9864\alpha(k)\beta(k) & 0.0487 + 0.01403\alpha(k)\beta(k) \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ -0.0912 \end{bmatrix} u(k) \quad (30)$$

مدل راکتور CSTR دارای دو متغیر حالت شامل غلظت واکنش دهنده و دمای راکتور و یک ورودی شامل دمای مایع خنک کننده می‌باشد [۷]. دمای مخزن راکتور به عنوان خروجی این سیستم در نظر گرفته شده است.



شکل ۱ (A) ورودی کنترل (B) سیگنال خروجی سیستم CSTR

	T_c	$\text{Max} u $
PDLF-NBU	0.142 min	0.28
PDLF-improved PU	0.251 min	0.42

جدول ۱-جدول زمان محاسبات T_c و ماکزیمم سیگنال ورودی $\text{Max}|u|$ را نشان می دهد.

۵- نتیجه گیری

در این مقاله کنترل کننده پیش بین مقاوم افق نامحدود برای کنترل سیستم مخزن راکتور همزن پیوسته دوجداره با عدم قطعیت نرم-کراندار طراحی شد. تضمین پایداری این سیستم با استفاده از توابع لیپانوف وابسته به پارامتر PDLF انجام شد. نتایج شبیه سازی، حاکی از بهبود پاسخ این روش نسبت به روش بهبود یافته RMPC مقاله [۶] با عدم قطعیت چند وجهی می باشد. بعلاوه در روش پیشنهادی، کاهش قابل ملاحظه ای در حجم محاسبات نرم افزاری مشاهده می شود.

۶- مراجع

- [1] Garcia, C. E., Prett, D. M., & Morari, M. (1989). Model predictive control: Theory and practice—a survey. *Automatica*, 25, 335–348.
- [2] Campo, P. J., & Morari, M. (1987). Robust model predictive control. In *Proceedings of the American Control Conference*, Minneapolis, MN (pp. 1021–1026).
- [3] M. V. Kothare, V. Balakrishnan, and M. Morari, “Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities,” *Automatica*, vol. 32, no. 10, pp. 1361–1379, 1996.
- [4] F. A. Cuzzola, J. C. Geromel, and M. Morari, “An improved approach for constrained robust model predictive control,” *Automatica*, vol. 38, no. 7, pp. 1183–1189, 2002.
- [5] W. Mao, “Robust stabilization of uncertain time-varying discrete systems and comments on “an improved approach for constrained robust model predictive control”,” *Automatica*, vol. 39, no. 6, pp. 1109–1112, 2003.
- [6] L. Zhijun, S. Yuntao, S. Dehui, W. Lifeng, “An Improved Constrained Robust Model Predictive Control Algorithm for Linear Systems with Polytopic Uncertainty,” *Proceedings of the 2008 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics July 2 - 5, 2008, Xi'an, China*
- [7] Z. Wan and M. V. Kothare, “Robust output feedback model predictive control using off-line linear matrix inequalities,” *J. of Process Control*, vol. 12, no. 7, pp. 763–774, 2002.
- [8] S. Boyd, L. E. Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan, *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. Philadelphia, PA: Studies in Applied Mathematics, SIAM, 1994.
- [9] M. C. de Olivera, J. Bernussou, and J. C. Geromel, “A new discretetime robust stability condition,” *Syst. Control Letters*, vol. 37, no. 4, pp. 261–265, 1999.
- [10] J. Löfberg, “YALMIP: A toolbox for modeling and optimization in MATLAB,” in *Proceedings of the CACSD Conference*, Taiwan, 2004, pp. 284–289. [Online]. Available: <http://control.ee.ethz.ch/~joloef/yalmip.php>