



## شبیه سازی محفظه احتراق موتورهای موشک سوخت جامد بدون شیپوره

مصطفی زاهدزاده<sup>۱</sup>، محمدحسن جوارشکیان<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد هوافضا، دانشگاه فردوسی مشهد؛ MoZahedzadeh@gmail.com

<sup>۲</sup> دانشیار دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد؛ Javareshkian@ferdowsi.um.ac.ir

### چکیده

در این تحقیق باالستیک داخلی موتورهای موشک سوخت جامد بدون شیپوره با استفاده از حل عددی به صورت دوبعدی بررسی شده است. گرین سوخت درون محفظه احتراق به صورت استوانه توخالی در نظر گرفته شده است و یک نرم افزار برمبنای روش حجم محدود و الگوریتم فشار مینا در یک شبکه جابه‌جا شده به منظور شبیه سازی عددی جریان سیال قابل تراکم لزج در داخل موتورهای موشک سوخت جامد بدون شیپوره توسعه داده شده است. معادلات ناویر استوکس برای جریان قابل تراکم گسسته شده و جریان حل می شود. به منظور شبیه سازی جریان ناپایا، ابتدا تصور می شود جریان در شعاع داخلی به صورت پایا بوده و مقادیر اولیه دقیق برای کمیت‌های جریان در هر نقطه داخل دامنه حل بدست آمده سپس با این مقادیر، جریان به صورت ناپایا تا اتمام سوخت ادامه می یابد. نتایج این شبیه سازی با نتایج حل تحلیلی در حالت یک بعدی و دیگر نتایج منتشر شده مقایسه می شود. مقایسه نتایج، نشان دهنده مطابقت خوب نتایج حاصل از حل عددی با نتایج حل تحلیلی یک بعدی و همچنین نتایج تجربی می باشد.

**کلمات کلیدی:** نرخ سوزش، سوخت جامد، موشک بدون شیپوره، الگوریتم سیمپل.

### مقدمه

عملکرد و کارایی موتورهای موشک سوخت جامد بستگی به خصوصیات جریان، توزیع فشار و دمای محصولات احتراق و همچنین نرخ سوزش و هندسه گرین دارد. به شاخه‌ای از علوم که به بررسی این پارامترها می پردازد، بالستیک داخلی گفته می شود.

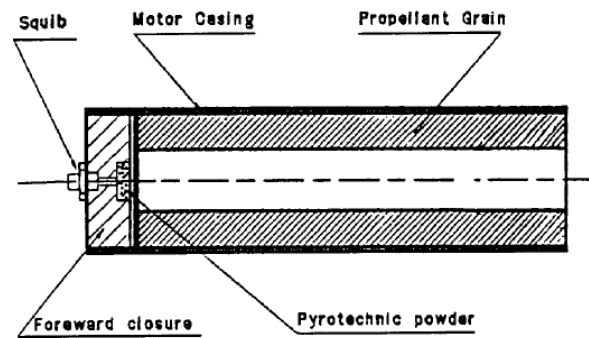
کاربرد وسیع موتورهای سوخت جامد در صنایع هوافضا با گرایش های نظامی و غیرنظامی باعث گردیده تا طراحی بهینه موتورهای سوخت جامد ذهن طراحان را درگیر نماید. از جمله موارد بسیار تأثیر گذار در طراحی موتورهای سوخت جامد تعیین تراست، فشار محفظه احتراق و مدت زمان عملکرد موتور در حالت پایدار است. این موارد به شدت به نحوه تغییرات سطح سوزش نسبت به زمان وابسته هستند. از طرفی برای حل بالستیک داخلی موتور، سطح سوزش و سطح عبوری در هر لحظه به عنوان ورودی باید معلوم باشد. برای

تأمین سطح سوزش و نحوه عقب نشینی مطلوب سطح سوزش، انواع مختلفی از گرین‌ها عملیاتی شده‌اند. برای دستیابی به یک طرح بهینه موتور سوخت جامد، طراحی و تحلیل انواع گرین‌ها غیر قابل اجتناب است. به همین منظور کارهای تجربی و عددی بسیاری برای تحلیل بالستیک داخلی موتورهای موشک سوخت جامد صورت گرفته است. موتورهای موشک سوخت جامد با انواع منحنی های تراست-زمان متفاوت، در بسیاری از کاربردهای نظامی و غیرنظامی با توجه به نوع ماموریت مورد نیاز می‌باشند. موشکهای سوخت جامد به خاطر سادگی، ارزانی، جمع و جور بودن و زود مهیا شدن برای استفاده، رواج زیادی یافته‌اند. در حال حاضر این موشکها در مراحل مختلف موشکهای چند مرحله‌ای و در ترکیب با موشکهای سوخت مایع به کار می‌روند. در موشکهای جنگی، سوختهای جامد برای موشکهای برد کوتاه، برد متوسط و برد بلند مورد استفاده قرار می‌گیرند.

### موشک‌های سوخت جامد بدون شیپوره

موتورهای موشک سوخت جامد بدون شیپوره با حذف شیپوره از انتهای موتور شناخته شده می‌باشند. گرین سوخت جامد آنها معمولاً به شکل استوانه توخالی می‌باشد. سادگی، قابلیت اطمینان بالا، ارزان تر بودن به علت حذف شیپوره، شکل هندسی ساده سوخت و الزامات عایق کاری کمتر، باعث شده است تا موتورهای موشک سوخت جامد بدون شیپوره علی‌رغم ضربه ویژه پایین‌تر (حدود ۲۰٪) در مقایسه با موتورهای شیپوره‌دار، بیشتر مورد توجه قرار بگیرند. به علاوه اینکه حذف مجموعه شیپوره برای افزایش مقدار کلی سوخت مورد استفاده قرار می‌گیرد که در بیشتر موارد می‌تواند کاهش کارایی موشک بدون شیپوره را جبران کند. موتورهای موشک سوخت جامد بدون شیپوره در کاربردهای مجموعه موشک-رم‌جت به عنوان موتورهای کمکی به خاطر راندمان حجمی بهتر و همچنین اجتناب از مجموعه شیپوره باز شدنی (به بیرون خارج شدنی)، بسیار مورد توجه می‌باشند. به خاطر محدوده شرایط عملکردی ویژه، سوخت موشک‌های بدون شیپوره دارای خواص مکانیکی بهتر و نرخ‌های سوزش بالاتری می‌باشد. همچنین مشاهده شده است که در فشار متوسط محفظه یکسان، ضربه ویژه تئوری قابل حصول در موشک بدون شیپوره به طور تقریبی نمی‌تواند بیشتر از ۸۶٪ مقدار آن در موشک دارای شیپوره

مناسب، باشد. در شکل ۱ نمایی از یک نوع موتور موشک سوخت جامد بدون شیپوره را مشاهده می کنید.



شکل ۱: شماتیکی از یک موتور موشک سوخت جامد بدون شیپوره

درون یک کانال با دیواره‌های متخلخل برای شبیه سازی موتورهای موشک بررسی کرده‌اند [۸]. مجدالانی و اکیکی، موتورهای موشک سوخت جامد بدون شیپوره را به صورت شبه تحلیلی برای جریان گاز چرخشی، لزج، تراکم پذیر و به صورت پایا بررسی کرده‌اند. روشی که آنها به کار گرفته‌اند شامل ساده سازی معادلات بقای جرم، مومنتوم و انرژی برای گاز کامل و با استفاده از روابط آیزنروپیک می باشد [۹ و ۱۰]. بیشتر تحقیقات انجام شده، از روش تحلیلی، تجربی و توسعه یک نرم افزار بر مبنای روش حجم محدود و الگوریتم فشار مینا برای شبیه سازی عددی جریان لزج تراکم پذیر به شکل دو بعدی می باشد.

### معادلات اساسی

برای جریان گاز درون محفظه احتراق موتور موشک، معادلات ناویر-استوکس برای جریان لزج تراکم پذیر و در حالت دوبعدی در مختصات استوانه‌ای نوشته شده است.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial Z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho u_r)}{\partial r} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho u_z)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_z^2 + p)}{\partial Z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho v_r u_z)}{\partial r} = \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial Z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \tau_{rz})}{\partial r} \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho v_r)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_r u_z)}{\partial Z} + \frac{1}{r} \frac{\partial[r(\rho v_r^2 + p)]}{\partial r} = \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial Z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \tau_{rr})}{\partial r} - \frac{\tau_{\theta\theta}}{r} \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho e_t)}{\partial t} + \frac{\partial[(\rho e_t + p)u_z]}{\partial Z} + \frac{1}{r} \frac{\partial[r(\rho e_t + p)v_r]}{\partial r} = \frac{\partial b_z}{\partial Z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r b_r)}{\partial r} \quad (4)$$

$$e_t = \frac{p}{\rho(\gamma - 1)} + \frac{1}{2}(u_z^2 + v_r^2) \quad (5)$$

در معادلات بالا،  $u_z$  و  $v_r$  به ترتیب سرعت در راستای محوری و سرعت در راستای شعاعی می باشند.  $e_t$  نیز انرژی داخلی کل می باشد. در این تحقیق از معادله حالت گاز کامل استفاده شده است.

$$p = \rho RT \quad (5)$$

همچنین در معادلات بالا  $b_z$  و  $b_r$  به صورت زیر تعریف می شوند:

$$b_z = k \frac{\partial T}{\partial Z} + u_z \tau_{zz} + v_r \tau_{rz} \quad (6)$$

$$b_r = k \frac{\partial T}{\partial r} + u_z \tau_{rz} + v_r \tau_{rr} \quad (7)$$

ترم‌های لزجت نیز به صورت زیر تعریف می شوند:

### پیشینه پژوهش

کارهای تجربی و عددی بسیار زیادی برای تحلیل بالستیک داخلی موتورهای موشک سوخت جامد صورت گرفته است. در این میان موشک‌های سوخت جامد بدون شیپوره نیز توجه بسیاری از محققان را به خود جلب کرده است.

پروسینکی، تاثیر موتورهای موشک سوخت جامد بدون شیپوره را به عنوان بوستر سیستم‌های موشکی راکت-م جت به صورت تجربی بررسی کرده است و نشان داده است که بوسترهای بدون شیپوره دارای مزایای متعددی نسبت به موتورهای شیپوره دار می باشند. از جمله مزایای آنها سادگی طراحی، ارزانی، قابلیت اطمینان بالا و کارایی بیشتر می باشد [۱]. گنی و آهارون، اصول بالستیک داخلی موتورهای موشک سوخت جامد بدون شیپوره را به صورت تحلیلی و تجربی بررسی کرده‌اند و یک رابطه تحلیلی ساده برای شبیه سازی بالستیک داخلی موتورهای موشک سوخت جامد بدون شیپوره به صورت یک بعدی ارائه داده‌اند. آنالیز تئوری آنها شامل جریان شبه پایا و یک بعدی گاز کامل با سطح مقطع ثابت و با فرض نرخ سوزش یکنواخت در طول گرین می باشد [۲]. پاسکالکو و آلاس، نرخ سوزش سوخت جامد را به صورت سه بعدی و با استفاده از نرم افزار اتوکد بررسی کرده‌اند آنها پسروی سوختن سوخت جامد موتورهای موشک را به صورت تجربی برای پنج هندسه متفاوت گرین فینوسیل نیز بررسی کرده‌اند و نمودارهای فشار-زمان را برای آنها ترسیم نموده‌اند و با نتایج تجربی مقایسه کرده‌اند [۳ و ۴]. هیستر و هجل اثر فرآیندهای نامتعارف و غیرمعمول بالستیکی مانند ترک‌ها، پارگی‌ها و ... را بر عملکرد موتورهای موشک سوخت جامد مورد بررسی قرار دادند [۵]. کریشان و راماکریشان، چهار نمونه موتور سوخت جامد بدون شیپوره با نسبت‌های (قطر/طول) مختلف را به صورت آزمایشگاهی برای دو نوع سوخت مختلف بررسی کرده‌اند [۶]. مجدالانی و مایکی، جریان قابل تراکم را درون یک کانال مستطیلی به صورت تحلیلی بررسی کرده‌اند. آنها معادلات را برای جریان غیرلزج پایای دوبعدی و آیزنروپیک با استفاده از روش پرتوریشن حل کرده‌اند که نتایج آنها برای طراحی موشک‌های سوخت جامد بدون شیپوره مفید می باشد [۷]. همچنین آنها جریان تراکم پذیر را

که خاصیت مورد بررسی را در روی سطح سلول بدست آوریم. اما محل ذخیره کمیت‌ها در روی سطح سلول نمی‌باشد و کمیت‌ها در مرکز سلول ذخیره می‌باشند. به همین خاطر روش‌های مختلفی برای بدست آوردن مقدار خاصیت در سطح سلول وجود دارد. یک نمونه از شار جابه‌جایی برای سطح سلول  $e$  به فرم زیر است:

$$I_e^C = (\rho VA)_e \phi_e = F_e \phi_e \quad (15)$$

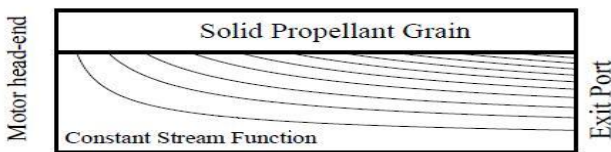
نتایج معادلات گسسته شده برای هر تقریبی به فرم زیر است:

$$a_p \phi_p = \sum_{m=E,W,N,S} a_m \phi_m + S'_p \quad (16)$$

به طوری که  $a$  شامل ضرایب پخش و نفوذ می‌باشد.

### تعریف مساله

موتورهای موشک سوخت جامد اغلب به صورت کانال‌ها یا لوله‌های متخلخل مدلسازی می‌شوند که با توجه به سرعت تزریق گاز و طول محفظه، اثرات تراکم‌پذیری می‌تواند در آنها در نظر گرفته شود یا اینکه اثرات تراکم‌پذیری صرف‌نظر شود. در این تحقیق جریان گازها درون یک محفظه استوانه‌ای با استفاده از الگوریتم سیمپل تراکم پذیر حل شده است. گرین پیشران جامد به صورت یک استوانه توخالی در نظر گرفته شده و مساله به صورت دو بعدی در دو راستای  $Z$  و  $r$  حل شده است. این مساله برای دو حالت جریان پایا و جریان ناپایا حل شده است. سوخت مورد استفاده هیدروکسیل ترمینیتد پلی بوتادین (HTPB) بدون فلز می‌باشد که شامل 84.5% آمونیوم پرکلرات (AP) به عنوان اکسیدایزر با مدل ذره‌ای (180/8/2 $\mu$ ) می‌باشد. این سوخت جامد دارای نرخ سوزش نسبتاً بالایی می‌باشد. با توان فشاری تقریباً برابر با  $n=0.5$  و  $\gamma = 1.2$ . در شکل ۲ شماتیکی از حوزه حل مشاهده می‌شود.



شکل ۲: شماتیکی از حوزه حل مساله

برای محاسبه نرخ سوزش نیز از مدل زیر استفاده شده است که در آن  $\dot{r}_b$  نرخ سوزش سوخت می‌باشد و  $a$  و  $n$  ثابت‌های تجربی هستند [۱۴].

$$\dot{r}_b = aP^n \quad (15)$$

### شرایط مرزی

مرز غربی به عنوان شرط مرزی دیواره در نظر گرفته شده است و مرز شرقی به عنوان شرط مرزی خروجی، و مرز جنوبی به عنوان شرط مرزی تقارن، و مرز شمالی که در بسیاری از حل‌های تحلیلی به عنوان دیواره متخلخل فرض می‌شود، به صورت شرط مرزی دیواره

$$\tau_{zz} = \mu \left[ 2 \frac{\partial u_z}{\partial Z} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \vec{V}) \right] \quad (8)$$

$$\tau_{zr} = \mu \left[ \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial Z} \right] \quad (9)$$

$$\tau_{rr} = \mu \left[ 2 \frac{\partial v_r}{\partial Z} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \vec{V}) \right] \quad (10)$$

$$\tau_{\theta\theta} = \mu \left[ 2 \frac{v_r}{r} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \vec{V}) \right] \quad (11)$$

که

$$\nabla \cdot \vec{V} = \frac{\partial u_z}{\partial Z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_r) \quad (12)$$

### روش عددی به کار رفته

معادلات ناویر استوکس برای جریان تراکم‌پذیر لزج با استفاده از روش حجم محدود و الگوریتم سیمپل و اسکیم توان-پیرو حل شده‌اند. معمولاً الگوریتم سیمپل برای حل جریانهای تراکم‌ناپذیر مورد استفاده قرار می‌گیرد. با این حال بعضی از محققین از جمله ایسا و لاکوود و هن، الگوریتم سیمپل را برای جریانهای تراکم‌پذیر توسعه داده‌اند [۱۱ و ۱۲ و ۱۳].

### گسسته سازی

گسسته سازی معادلات بالا با استفاده از روش حجم محدود انجام می‌شود. ابتدا حوزه حل به تعدادی حجم گسسته شده است، به طوری که همه متغیرها در مرکز سلول‌ها ذخیره می‌شوند. سپس این معادلات برای همه حجم کنترل‌ها با استفاده از تئوری گوسین به کار می‌روند. توسعه عبارات گسسته شده برای کوتاهی عبارات فقط به یک سطح حجم کنترل مثلاً  $e$  بر می‌گردد. برای هر متغیر  $\phi$  (که اکنون می‌تواند مولفه‌های سرعت باشد) شکل کلی معادلات به فرم زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial V}{\partial t} \left[ (\rho\phi)_p^n - (\rho\phi)_p^{n-1} \right] + I_e - I_w + I_n - I_s = S_\phi \delta V \quad (13)$$

به طوری که  $I$  ترکیبی از ترم نفوذ ( $I^C$ ) و ترم پخش ( $I^D$ ) می‌باشد. شار پخش تقریباً به وسیله تفاضل مرکزی بیان می‌شود و می‌توان برای سطح سلول مثل  $e$  به صورت زیر بیان شود:

$$I_e^D = D_e (\phi_p - \phi_e) - S_e \phi \quad (14)$$

گسسته سازی شار جابه‌جایی به توجه خاصی نیاز دارد و همین امر است که موضوع توسعه اسکیم‌های مختلف شده است. هنگامی که با مسائلی روبرو می‌شویم که دارای ترم جابه‌جایی می‌باشند لازم است

سطح مقطع ثابت با ماخ یک و شرایط خفگی روبرو باشیم. مهمترین تقریب فیزیکی که در این حل تحلیلی در نظر گرفته شده است این است که نرخ سوزش در تمام طول گرین ثابت فرض شده است که منجر به تولید شار جرمی ثابت از سطح سوخت می شود. توجه داشته باشید که مدل یک بعدی به نتایج زیر منتهی می شود:

$$M_{1D} = \sqrt{\frac{1 - \sqrt{1 - \chi^2}}{1 + \gamma \sqrt{1 - \chi^2}}} \quad (17)$$

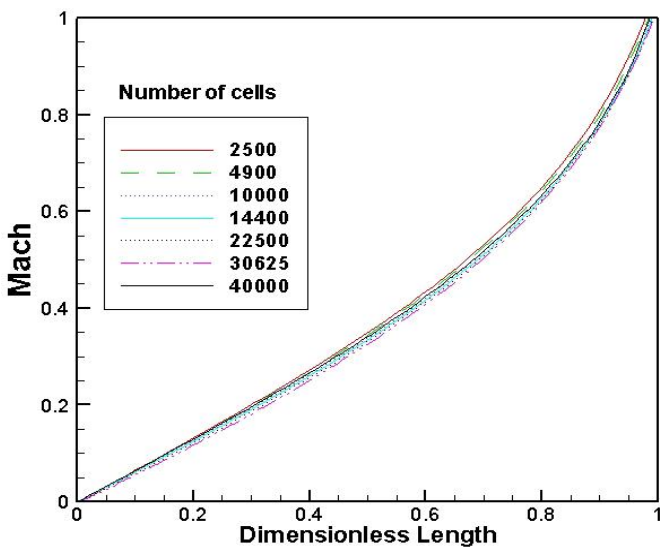
$$P'_{1D} = (1 + \gamma)^{-1} \left( 1 + \gamma \sqrt{1 - \chi^2} \right) \quad (18)$$

$$T'_{1D} = (1 + \gamma)^{(\frac{1}{\gamma})-1} \left( 1 + \gamma \sqrt{1 - \chi^2} \right)^{1-(\frac{1}{\gamma})} \quad (19)$$

که  $\chi = \frac{x}{L_s}$  و  $p' = \frac{p}{p_0}$  و  $T' = \frac{T}{T_0}$  می باشد. همچنین  $L_s$  طول گرین سوخت جامد،  $x$  فاصله از سر انتهای موتور، و  $\chi$  فاصله بدون بعد می باشد. همچنین  $\gamma$  نسبت گرماهای ویژه، و  $M_{1D}$  و  $P_{1D}$  به ترتیب عدد ماخ، فشار بی بعد و دمای بی بعد برای جریان یک بعدی می باشند. چگالی نیز از رابطه حالت گاز کامل محاسبه می شود. برای تطبیق دادن نتایج با حل یک بعدی باید مقادیر در هر فاصله محوری با مقادیر متوسط حل دوبعدی مقایسه شوند. این نکته نیز حائز اهمیت است که سطح مقطع خروجی زمانی به شرایط خفگی می رسد که عدد ماخ متوسط به مقدار یک برسد.

### استقلال از شبکه

نمودار عدد ماخ بر حسب طول بی بعد برای شبکه های مختلف رسم شده است و استقلال از شبکه، برای شبکه های مختلف بررسی شده و مشاهده شده است که در بازه بین ۲۵۰۰ سلول تا ۴۰۰۰۰ سلول نمودارها با تقریب خوبی به یکدیگر نزدیک می باشند.



شکل ۳: بررسی استقلال از شبکه برای شبکه های مختلف

دما ثابت و به عنوان ورودی جریان در نظر گرفته شده است. دمای آدیاباتیک شعله، در مرز شمالی به عنوان شرط مرزی ثابت فرض شده است. در حل جریان ناپایا شرط مرزی شمالی با توجه به مقدار نرخ سوزش در هر بازه زمانی، مقداری به سمت بالا حرکت می کند تا جایی که سوخت جامد به طور کامل بسوزد و تمام شود. سرعت شعله به عنوان سرعت گازهای ورودی به داخل دامنه حل در نظر گرفته شده است که از رابطه زیر بدست می آید:

$$v_f = \frac{\dot{r}_b \rho_p}{\rho_g} \quad (16)$$

که در رابطه بالا  $v_f$  سرعت شعله به عنوان سرعت ورودی گازها در مرز شمالی،  $\dot{r}_b$  نرخ سوزش پیشران جامد،  $\rho_p$  چگالی پیشران جامد، و  $\rho_g$  چگالی گازهای سوخته شده در مرز شمالی می باشد. در رابطه بالا چگالی پیشران جامد مقداری ثابت است و نرخ سوزش و چگالی گازهای سوخته شده هر دو در طول گرین کاهش می یابند ولی از آنجا که تغییرات کاهشی نرخ سوزش در طول گرین خیلی کم می باشد در نتیجه مشاهده می شود که سرعت شعله در طول گرین افزایش می یابد.

### اعتبار سنجی

نتایج حل عددی حالت پایا با نتایج حل تحلیلی یک بعدی حالت پایا و نتایج حل عددی حالت ناپایا با نتایج تجربی اعتبارسنجی شده اند. مقایسه نتایج، نشان دهنده مطابقت خوب نتایج حاصل از حل عددی با نتایج حل تحلیلی یک بعدی و همچنین نتایج تجربی می باشد.

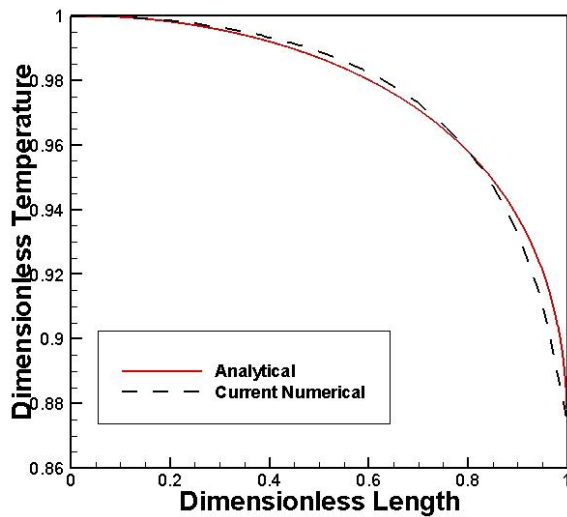
### حل تحلیلی یک بعدی

گنی و آهارون، اصول بالستیک داخلی موتورهای موشک سوخت جامد بدون شیپوره را به صورت تحلیلی و تجربی بررسی کرده اند و یک رابطه تحلیلی ساده برای شبیه سازی بالستیک داخلی موتورهای موشک سوخت جامد بدون شیپوره به صورت یک بعدی ارائه داده اند. در حل تحلیلی فرض شده است که جریان گاز، شبه پایا و یک بعدی، بدون اصطکاک و در لوله ای با سطح مقطع ثابت که از دیواره های آن جرم افزوده می شود. از آنجایی که واکنش های شیمیایی و آزادسازی حرارت در احتراق سوخت جامد در فاصله ای بسیار کم از دیواره صورت می گیرد، به همین جهت جهت جریان را می توانیم به صورت آدیاباتیک و غیرلزج در نظر بگیریم. فرضیاتی نظیر ثابت بودن خواص فیزیکی گاز، برای مثال، وزن مولکولی، گرمای ویژه  $C_p$  و نسبت گرمای ویژه  $\gamma$  و همچنین فرض شبه پایا بودن جریان درون محفظه احتراق علی رغم فرض پسروی و سوزش یکنواخت سطح سوخت جامد، یک تقریب مرتبه اول بسیار خوب برای موتورهای سوخت جامد به وجود آورده است.

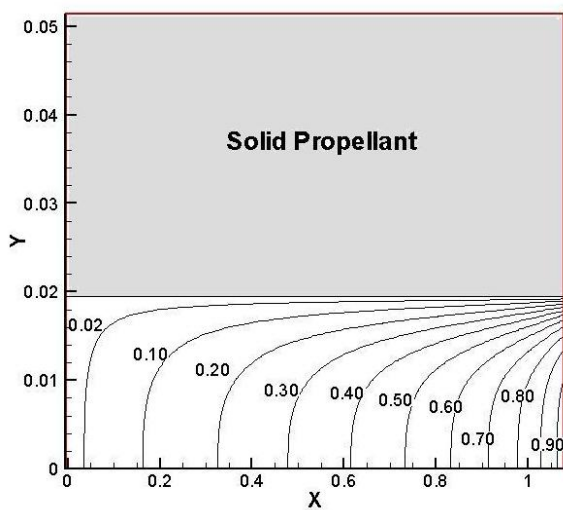
با فرض اینکه خواص جریان تابعی از فاصله در طول محفظه احتراق می باشند و مقادیر خواص جریان در مقطع شعاعی ثابت می باشند، شرایطی را ایجاد می کند که در انتهای خروجی از لوله با

## نتایج حل عددی جریان پایا

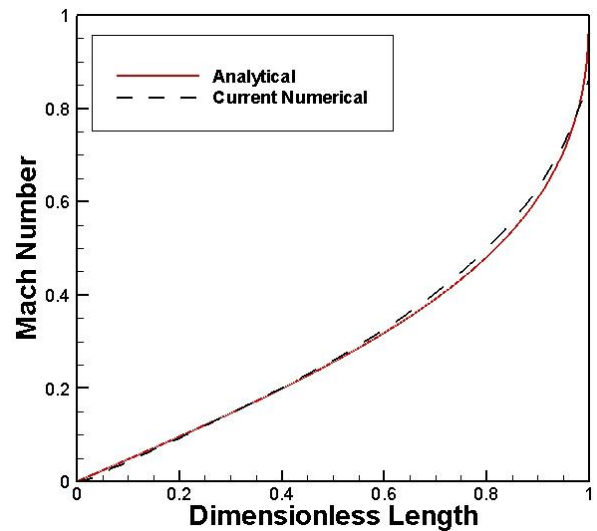
تغییرات خواص بی بعد جریان بر حسب طول جریانی منتج از حل عددی با نتایج حل تحلیلی یک بعدی مقایسه شده‌اند. مقادیر متوسط خواص در راستای شعاعی برای حل عددی با نتایج حل تحلیلی مقایسه شده‌اند. طبیعی است به خاطر اینکه حل تحلیلی به صورت یک بعدی است و حل عددی به صورت دوبعدی است، نتایج حل تحلیلی یک بعدی باید با نتایج متوسط حل دوبعدی در راستای شعاعی مقایسه شوند. با توجه به نتایج بدست آمده مشاهده می‌شود که نتایج حاصل از حل عددی مطابقت خوبی با نتایج حاصل از حل تحلیلی دارند. از نتایج حاصل شده مشاهده می‌کنیم که تغییرات فشار استاتیک در راستای شعاعی ناچیز می‌باشد.



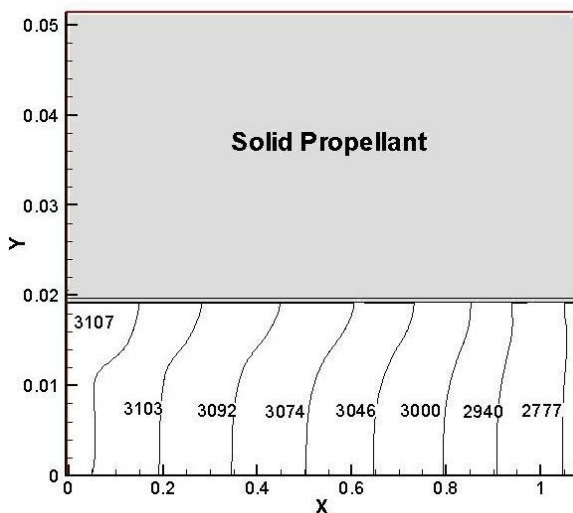
شکل ۶: تغییرات دمای بی بعد بر حسب طول بی بعد



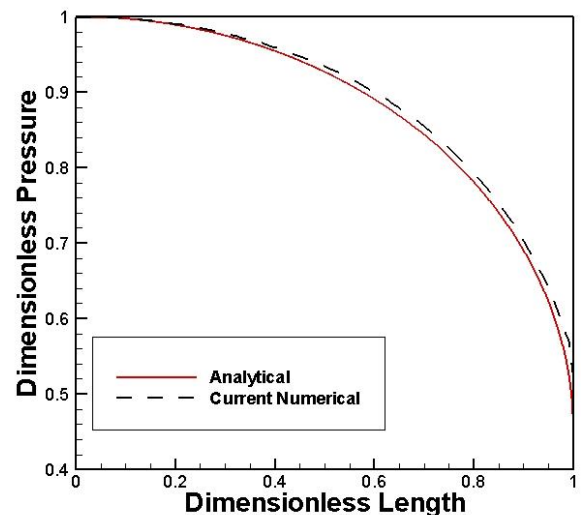
شکل ۷: کانتور تغییرات عدد ماخ



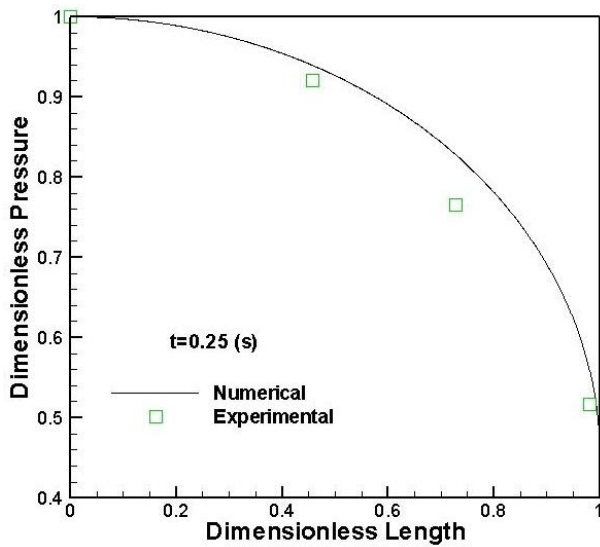
شکل ۴: تغییرات عدد ماخ بر حسب طول بی بعد



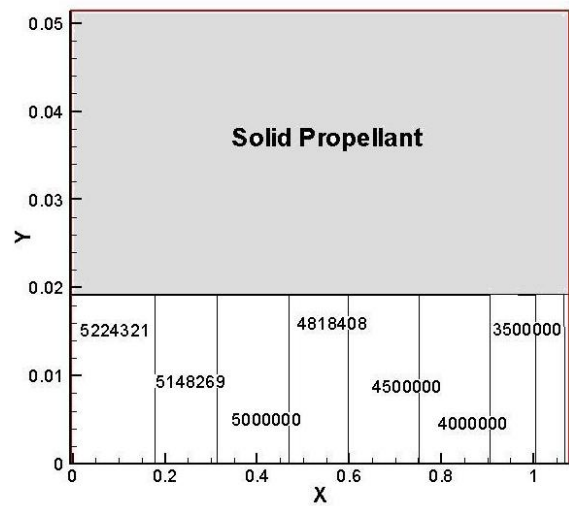
شکل ۸: کانتور تغییرات دما بر حسب درجه کلونین



شکل ۵: تغییرات فشار بی بعد بر حسب طول بی بعد



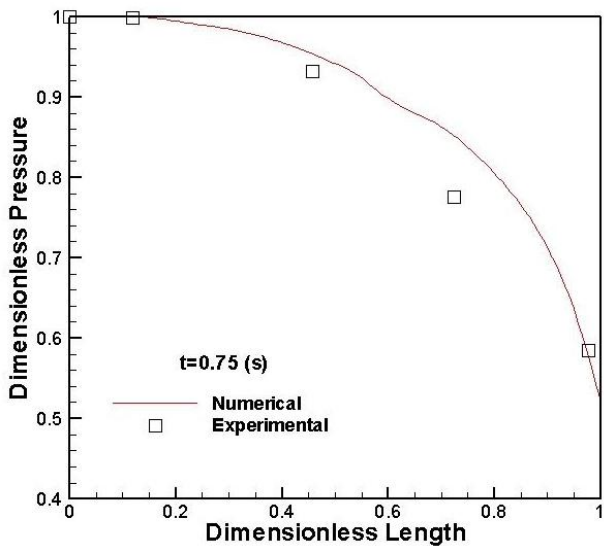
شکل ۱۰: تغییرات فشار بی‌بعد بر حسب طول بی‌بعد در زمان  $t=0.25$  (s)



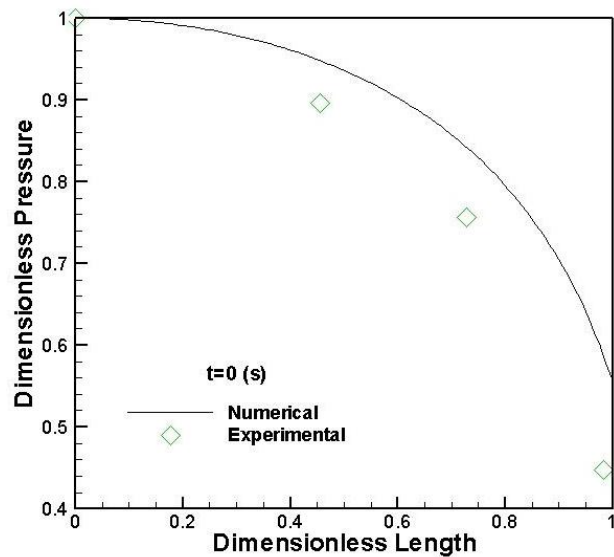
شکل ۸: کانور تغییرات فشار بر حسب پاسکال

### نتایج حل عددی جریان ناپایا

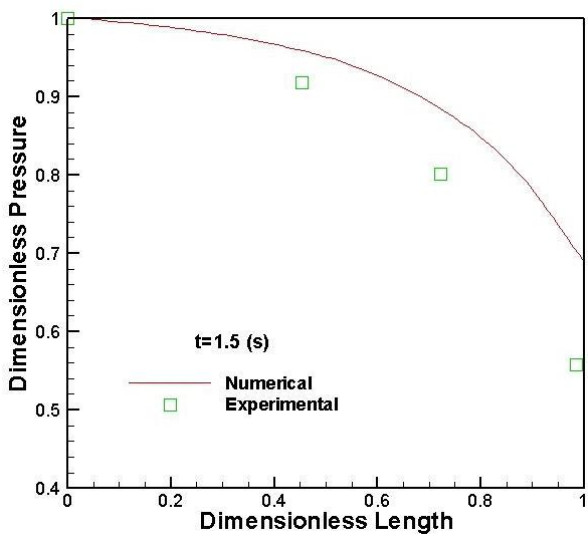
نتایج فشار بی‌بعد حاصل از حل عددی با نتایج تجربی بدست آمده توسط گنی و آهارون، در زمان‌های مختلف مقایسه شده است و مشاهده می‌شود که نتایج حاصل از حل عددی جریان با نتایج تجربی مطابقت خوبی دارند. در شکل‌های ۹ تا ۱۲ تغییرات فشار متوسط جریان درون محفظه موتور موشک در زمان‌های مختلف با نتایج تجربی مقایسه شده است. این مقایسه نشان دهنده مطابقت خوب نتایج حل عددی با نتایج تجربی می‌باشد.



شکل ۱۱: تغییرات فشار بی‌بعد بر حسب طول بی‌بعد در زمان  $t=0.75$  (s)



شکل ۹: تغییرات فشار بی‌بعد بر حسب طول بی‌بعد در زمان  $t=0$  (s)



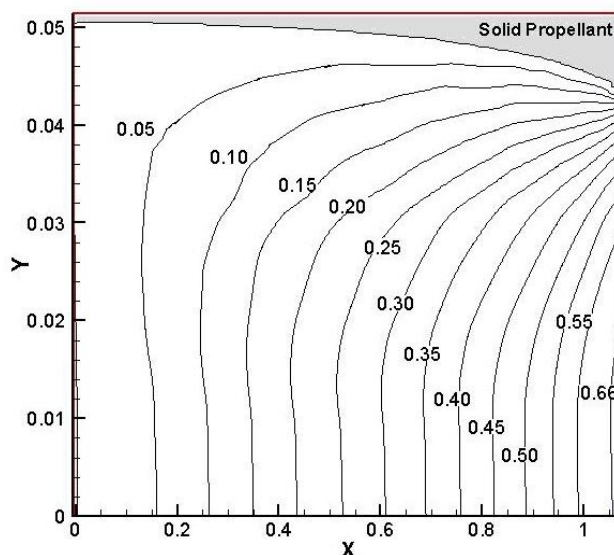
شکل ۱۲: تغییرات فشار بی‌بعد بر حسب طول بی‌بعد در زمان  $t=1.5$  (s)

### نتیجه گیری

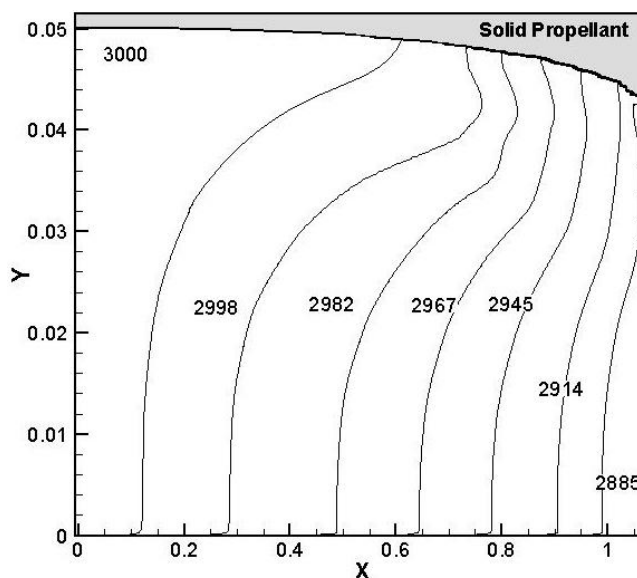
با توجه به صرفه اقتصادی بسیار خوب موتورهای موشک بدون شیبوره و سادگی ساخت و تولید آنها، طراحی و شبیه‌سازی اینگونه موشکها دارای اهمیت ویژه‌ای می‌باشد. به همین جهت در این تحقیق این موتورها با استفاده از روش عددی شبیه‌سازی شده‌اند و نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که نتایج حل عددی حاضر مطابقت خوبی با نتایج حل تحلیلی برای جریان پایا دارند و همچنین نتایج حل جریان ناپایا نیز مطابقت خوبی با نتایج تجربی دارد. در نتیجه این نشان دهنده شبیه‌سازی مناسب بالستیک داخلی موتور موشک سوخت جامد بدون شیبوره با استفاده از نرم افزار توسعه داده شده می‌باشد.

### مراجع

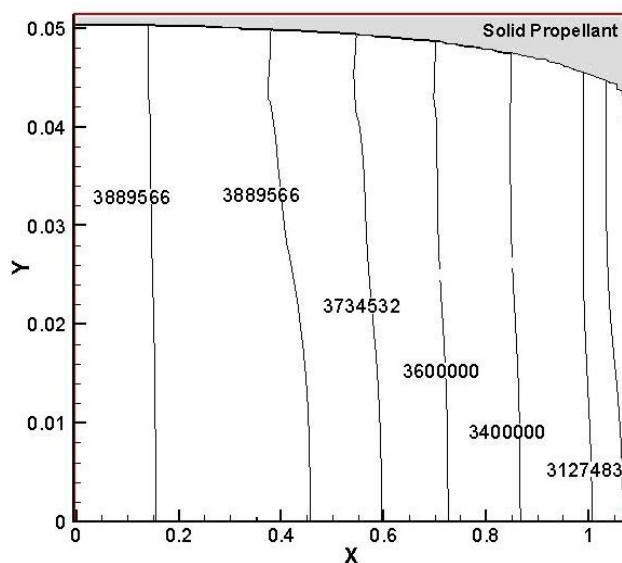
- [1] Procinsky, I. M., Catherine A. McHale, 1981. "Nozzleless Boosters for Integral-Rocket-Ramjet Missile Systems". *Spacecraft Journal*, vol. 18, pp. 193-199.
- [2] Gany, A., Aharon, I., 1999. "Internal Ballistics Considerations of Nozzleless Rocket Motors". *Propulsion And Power Journal*, vol. 15, pp. 866-873.
- [3] Püskülcü, G., Ulas, A., 2008. "3-D grain burnback analysis of solid propellant rocket motors: Part 1 – ballistic motor tests". *Journal of Aerospace Science and Technology*, vol. 12, pp. 579–584.
- [4] Püskülcü, G., Ulas, A., 2008. "3-D grain burnback analysis of solid propellant rocket motors: Part 2 – modeling and simulations". *Journal of Aerospace Science and Technology*, vol. 12, pp. 585-591.
- [5] Hejl R. J., Heister S. D., 1995. "Solid Rocket Motor Grain Burnback Analysis Using Adaptive Grids". *Journal of Propulsion and Power*, vol. 11, n. 5, PP. 1006-1011.
- [6] Krishnan, S., Ramakrishnan R., 1999. "Effect of motor length and propellant formulation on nozzleless solid rocket performance". *ProQuest Science Journals*, vol. 213, part G, PP. 35-44.
- [7] Maicke, B. A., Majdalani, J., 2006. "The Compressible Taylor Flow in Slab Rocket Motors". presented at 42nd Joint Propulsion Conference, Sacramento, California.
- [8] Maicke, B. A., Majdalani, J., 2010. "On the Compressible Hart-McClure Mean Flow Motion in Simulated Rocket Motors". Presented at 46th Joint Propulsion Conference, Nashville, TN, AIAA.
- [9] Akiki, M., Majdalani, J., 2009. "Compressibility Effects in Slender Rocket Motors". presented at 45th Joint Propulsion Conference, Denver, Colorado.
- [10] Akiki, M., Majdalani, J., 2010. "Quasi-Analytical Approximation of the Compressible Flow in a Planar Rocket Configuration". Presented at 46th Joint Propulsion Conference, Nashville, TN, AIAA.
- [11] Han, S. M., 1983. "A Generalized Finite-Difference Method For Transient Analysis of Compressible and Incompressible Flows, Numerical Methods For Fluid Transient Analysis".



شکل ۱۳: کانتور تغییرات عدد ماخ در  $t=1.5$  (s)



شکل ۱۴: کانتور تغییرات دما در  $t=1.5$  (s)



شکل ۱۵: کانتور تغییرات فشار در  $t=1.5$  (s)

- Applied Mechanics, Bioengineering and Fluid Engineering Conference, Huston, June 20.
- [12] Issa, R. I., Lockwood, F. C., 1977. "On the Prediction of Two-Dimensional Supersonic Viscous Interactions Near Walls". *AIAA JOURNAL*, VOL. 15, NO. 2, pages 182-188.
- [13] PHD Thesis, Issa, R. I., 1974. "The prediction of supersonic boundary-layers with embedded pressure waves". PHD Thesis, University of London.
- [14] George P. Sutton, Oscar Biblarz, "*Rocket Propulsion Elements*", Seventh Edition, Published by: JOHN WILEY & SONS, INC., 2001.