مدلسازی داده های بارندگی در دشت مشهد با استفاده از تبدیلات موجک

۱. سمانه عاملی ۲. حسین ثنایی نژاد

۱. کارشناس شرکت آب منطقه ای خراسان رضوی(کارشناس ارشد)

Saman_ameli@yahoo.com

۲. دانشیار، گروه مهندسی آب،دانشگاه فردوسی مشهد

sanaein@gmail.com

چکیده

الگوهای مناسب و با دقت قابل قبول برای فرایند بارش یکی از ابزارهای مهم در بخش های مختلف مدیریت منابع آب مانند آبخیزداری، مهار بحران‌کمبود آب و مدیریت سیلاب ها به شمار می رود. بنابراین انتخاب یک مدل مناسب که بتواند بر اساس عوامل تاثیرگذار، میزان بارندگی را به طور قابل قبولی پیش بینی کند، امری ضروری به نظر می‌رسد. یکی از روش‌های رایج در مدلسازی های بارش استفاده از سری های زمانی است.

باید توجه داشت که سیگنال های فرآیند های هیدرولوژیکی از جمله بارندگی عموماً غیر ایستا بوده و محدوده وسیعی از مقیاس های زمانی را شامل می‌شوند. با توجه به قابلیت های منحصر به فرد موجک ها در پردازش سیگنال ها، می توان از این تبدیلات برای دستیابی به مدل های پیش بینی دراز مدت دقیق تر بارندگی بهره جست. تبدیلات موجک قابلیت تجزیه سری زمانی به چند زیر سری زمانی با مقیاس مختلف را دارند. با بهره گیری از این قابلیت ها و با تحلیل زیر سری های زمانی، بارندگی دشت مشهد در قالب این تبدیلات مدلسـازی شده است.

واژه های کلیدی: تبدیلات موجک، رواناب ، سری زمانی، مدلسازی بارش

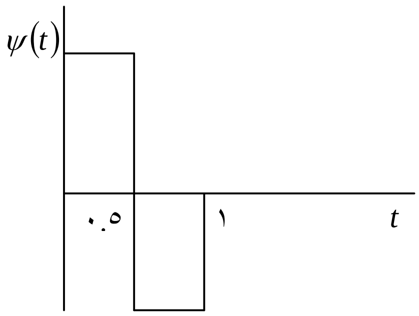
مقدمه

داده های هواشناسی همچون بارش باران و رواناب از اهمیت ویژه ای در مطالعه سیستم های آبی نظیر سدها، خطوط انتقال آب و سیستم های ذخیره سازی آب برخوردار است. طراحی این سیستم ها نیازمند تحقیق بر روی مجموعه گسترده ای از داده هاست که از محل حوزه پیش بینی شده جهت استقرار طرح مذکور جمع آوری می شود. بدین منظور ایستگاه های هواشناسی در مناطق و دشت های گوناگون پیوسته در حال گسترش اند. با این وجود در حال حاضر در بسیاری از این ایستگاه ها داده کافی در دست نیست. این امر محققان را بر آن داشته است که با بکارگیری روش های ساختگی به توسعه داده هایشان بپردازند. در این مطالعه سعی بر آن شده تا با استفاده از روش نسبتاً جدید موجک به شبیه سازی این داده ها بپردازیم.در پایان کلیه نتایج بدست آمده تحلیل شده است.

آنالیز موجک

یک تابع پیوسته با میانگین صفر و واریانس متناهی موجک نام دارد(رائو و بوپاردیکار ۱۹۹۸). توابع موجک متعددی وجود دارند که از آن میان موجک هار، مورلت، شانون و کلاه مکزیکی را میتوان نام برد. یکی از ساده ترین موجک ها موجک هار است که به صورت زیر (شکل ۱) تعریف می شود:

$$\psi(t)=\begin{cases}1 & 0\le t\le 1/2\\ -1 & 1/2\le t\le 1\\ o & o.w\end{cases} \tag{1}$$



شکل ۱ موجک هار

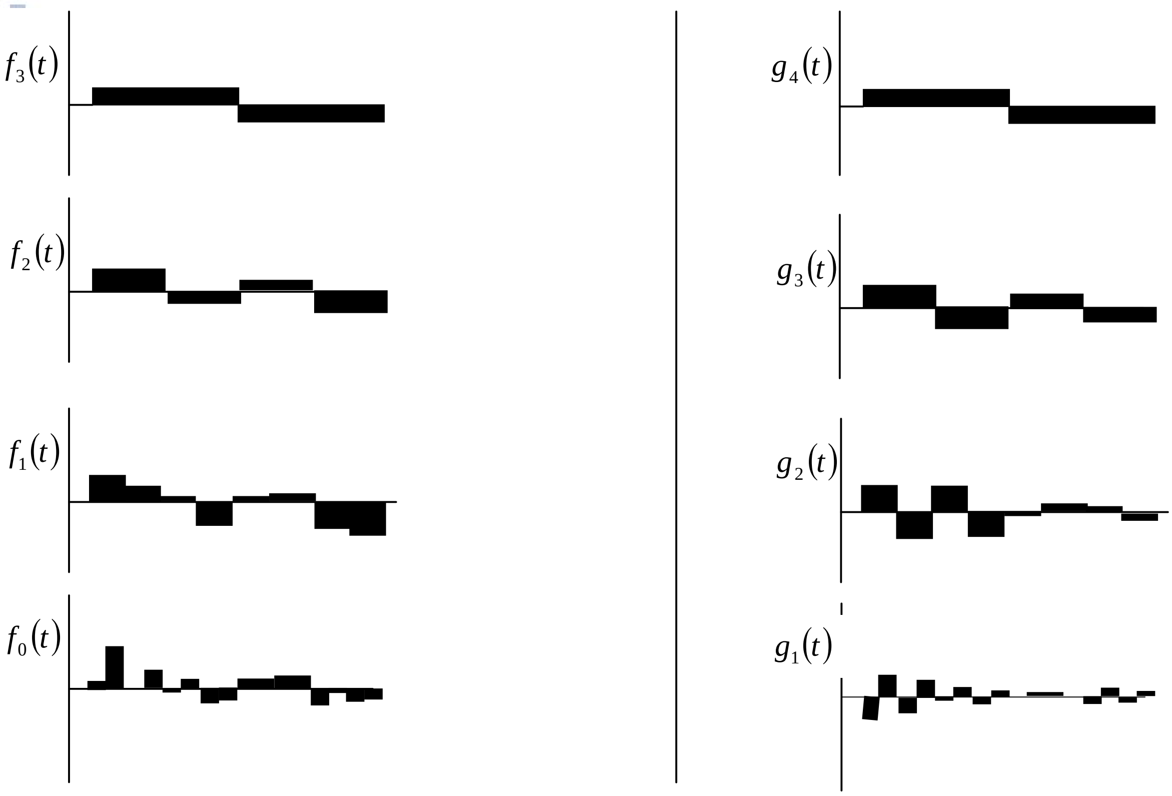
تبدیل موجک گسسته تابع f(t) به صورت زیر است:

$$d(k,l)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)2^{-k/2}\psi\left(2^{-k}t-l\right)dt \tag{2}$$

که در آن k متغیر مقیاس و l متغیر انتقال و هر دو اعداد صحیح می‌باشند($k>0$ انبساط و $k<0$ انقباض موجک را نشان می دهد). $\psi\left(2^{-k}t-l\right)$ تابع موجک نام دارد. موجک ها از تبدبل مکان و زمان موجک مادر بدست می آید. تبدیل معکوس به شکل زیر است:

$$f(t)=\sum_{-\infty}^{+\infty}\sum_{-\infty}^{+\infty} d(k,l)2^{-k/2}\psi\left(2^{-k}t-l\right) \tag{3}$$

در تحلیل چند ریزگی که اساس کار موجک هاست در ابتدا سیگنال مورد نظر تجزیه و سپس بازسازی می شود. در این مطالعه از موجک هار به دلیل سادگی آن استفاده شده است. در زیر تجزیه یک سیگنال (تحلیل چندریزگی) با استفاده از موجک هار مفصلاً بیان شده است.



شکل ۲ تجزیه یک تابع و بازسازی یک دنباله از داده ها

به ازای مقدار معین k، تابع $f_k(t)$ میانگین $f(t)$ بر بازه ای با طول 2^k است:

$$f_k(t)=\frac{1}{2^k}\int_{2^k l}^{2^k(l+1)} f(\tau)d\tau \qquad 2^k l < t < 2^k(l+1) \tag{4}$$

با افزایش مقدار k رزولوشن کاهش می یابد. در سمت چپ شکل ۲ تغییر در سطح رزولوشن با تغییر در اندازه k و با استفاده از معادله ۴ نشان داده شده است. لازم به ذکر است که در شکل ۲ نمونه ای به حجم ۱۶ بکار رفته است.

تفاوت میان میانگین های متوالی $f_{k-1}(t)$ و $f_k(t)$ را تابع جزئیات می نامیم:

$$g_k(t)= f_{k-1}(t)- f_k(t) \tag{5}$$

در سمت راست شکل ۲ توابع جزئیات با استفاده از رابطه ۵ در رزولوشن های مختلف محاسبه شده است. بر اساس رابطه

۴ به ازای تمامی مقادیر t داریم $f_4(t)=0$. همچنین می توان دید که

$$f(t)=\sum_{-\infty}^{+\infty} g_k(t) \tag{6}$$

بایازیت و اکسوی با مقایسه روابط ۳ و ۶ نشان داده اند که تحلیل چندریزگی با استفاده از توابع جزئیات با تجزیه موجک بوسیله موجک هار یکسان است. بر اساس رابطه ۶ می توان با محاسبه مجموع تمامی توابع جزئیات سیگنال اولیه را بدست‌آورد. رابطه ۶ اساس الگوریتم تولید است.

الگوریتم تولید

نمونه‌ای به حجم $M = 2^K$ که در آن K یک عدد صحیح مثبت است از فرایند تصادفی $f(t)$ با میانگین صفر انتخاب می‌شود(در نمونه بیان شده در شکل ۲ ، $K = 4$): $f(1), f(2),..., f(M)$. نمونه $f_k(i)$ ؛ ($k = 0,1,...K; i = 1,...,M$) از میانگین های 2^k عنصر متوالی یک نمونه تشکیل شده است. $f_0(i)$ نمونه اولیه و $f_K(i)$ به ازای هر i برابر صفر است(بنا به رابطه ۴ میانگین محاسبه شده برای هر یک از M عنصر برابر صفر است). تابع جزئیات $g_k(t)$ از نمونه ای با حجم M عنصر تشکیل شده است و با استفاده از رابطه ۴ به ازای $k = 1,2,3,...,K$ بدست می‌آید.

بنابراین به ازای هر f_i از نمونه اولیه K مقدار $g_k(i)$ تابع جزئیات متناظر با رزولوشن های مختلف وجود دارد. با انتخاب تصادفی M عنصر برای هر $g_k(t)$ و محاسبه مجموع آن با استفاده از رابطه ۶ مقدار شبیه سازی شده $f(t)$ بدست می‌آید.

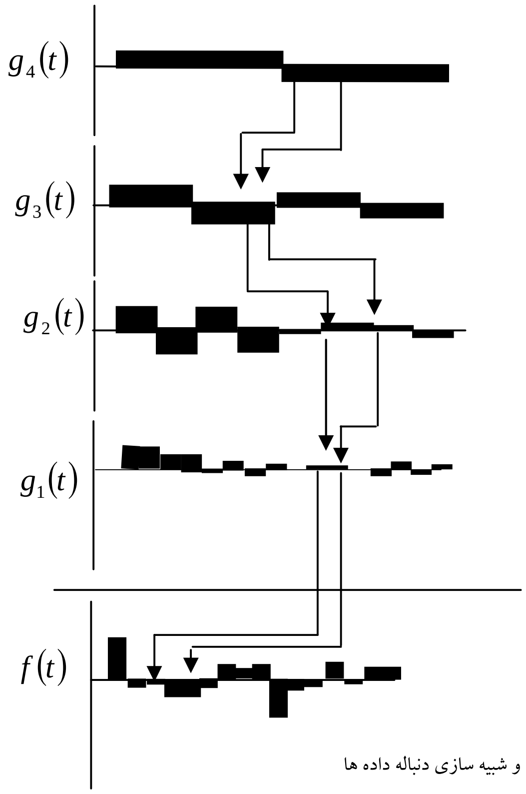
$$f(j)=\sum_{k=1}^{K} g_k(j) \tag{7}$$

j اندیس عناصر تولید شده است. مراحل مختلف الگوریتم تولید در زیر آمده است.

مرحله اول: برای بدست آوردن اولین عنصر دنباله، مقادیر g_k ($k = 0,1,...,K$) به صورت تصادفی از M مقدار نمونه اولیه انتخاب و به منظور شبیه سازی f_1 ، مجموع آن‌ها محاسبه می‌شود. (شکل ۳)

مرحله دوم: در این مرحله برای شبیه سازی دومین عنصر به ازای هر k، g_k هایی که دقیقاً بعد از g_k انتخاب شده در مرحله قبل آمده است انتخاب و برای بدست آوردن f_2 مجموع آن‌ها محاسبه می‌شود.(شکل ۳)

مرحله سوم: تولید و شبیه سازی داده ها با استفاده از این روش به تعداد دلخواه ادامه می‌یابد. برای تولید هر عنصر f_j مجموع توابع جزئیاتی که دقیقاً بعد از توابع جزئیات انتخاب شده در مرحله قبل(مرحله $j-1$) آمده است محاسبه می‌شود.



شکل ۳ بازسازی و شبیه سازی دنباله داده ها

شبیه سازی داده ها

در اینجا به تولید داده های بارش باران در مجموعه داده هایی با چولگی صفر می‌پردازیم.خاطر نشان می‌شود که داده های مورد استفاده در این روش لزوماً باید فاقد چولگی باشند لذا در صورت عدم چولگی داده ها در ابتدا باید داده ها به داده هایی با چولگی صفر تبدیل و سپس از مدل موجک استفاده کرد.

برای مدلسازی و پیش بینی بارش از داده های سالانه و ماهانه بارش استفاده می‌شود. در این مطالعه داده های بارش ۳۰ سال در بخشی از دشت مشهد بکار رفته است. با توجه به جدول ۱ نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که مدل موجک از ظرفیت بالایی در تولید و بازسازی داده های آماری سالانه و ماهانه داده های بارش برخوردار است.

جدول ۳. مشخصه های داده های شبیه سازی شده و مشاهده شده بارش سالانه(دشت مشهد)

مقادیر مشاهده شده	مقادیر شبیه سازی شده	
۳۲۷/۴	۳۲۷/۷	میانگین (mm)
۹۱/۹۹۷	۸۹/۴۵	انحراف استاندارد
-۰/۵۰۱	-۰/۵۰۹	ضریب چولگی
۴۹۱/۵	۵۱۰	ماکزیمم
۶۹	۸۲	مینیمم

نتیجه گیری

تحلیل موجک به شکل ارائه شده یک روش غیر خطی است. مزیت استفاده از یک روش غیرخطی برای تولید داده ها در این است که در این روش نیازی به انتخاب یک توزیع برای یک فرایند تصادفی و برآورد پارامترهای آن نیست. نقطه ضعف این روش در عدم حفظ چولگی داده هاست. بدین معنی که در الگوریتم تولید، ضرایب چولگی یک سری غیرنرمال بازسازی نمی‌شود. تغییرات ضرایب چولگی در سری داده های شبیه سازی شده بسیار زیاد است. بر اساس قضیه حد مرکزی با افزایش تعداد داده های شبیه سازی شده میانگین این ضرایب به صفر میل می‌کند. با استفاده از تبدیلات مناسب می‌توان یک سری از داده های غیر نرمال را ابتدا نرمال نموده داده های مورد نیاز شبیه سازی و سپس از تبدیل معکوس استفاده نمود.این فرآیند تقریبا می‌تواند ضعف مذکور را برطرف کرده و ضرایب چولگی داده های اولیه را بازسازی نماید.

منابع

Aksoy, H. ۲۰۰۱. Storage capacity for river reservoirs by wavelet based generation of sequent-peak algorithm. Water Resources Management, ۱۵, ۴۲۳-۴۳۷

Aksoy, H., Akar, T. and Unal, N.E. ۲۰۰۴a. Wavelet analysis for modeling suspended sediment discharge. Nordic Hydrology

- **Aksoy, H. ۲۰۰۴. Wavelet analysis for hydrometrological data simulation. Science & practice for the ۲۱st century. Volume I**

Rao, R.m. and Bopardikar, A.J. ۱۹۹۸. wavelet transforms, introduction to theory and applications. Addison –Weseley, Reading, MA.