نهمین کنفرانس هیدرولیک ایران
آبان ماه ۱۳۸۹، دانشگاه تربیت مدرس

روش بهینه برای حل مسائل هیدرولیک جریان در شبکه‌ی لوله‌ها

عبدالرضا ظهیری [۱]، محمد قبائی سوق [۲]، ابوالفضل مساعدی [۳]
۱- استادیارگروه مهندسی آب دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی گرگان.
۲- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی منابع آب دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی گرگان.
۳- دانشیارگروه مهندسی آب دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی گرگان،
مامور به دانشکده منابع طبیعی و محیط زیست فردوسی مشهد.
Zahiri_reza@yahoo.com
Ghabaei.m63@gmail.com
Mosaedi@yahoo.com

خلاصه

تمام یا برخی از معادلات تحلیل شبکه توزیع آب غیرخطی هستند چون هیچ روش مستقیمی برای حل معادلات غیرخطی وجود ندارد، لذا باید از روش‌های تکرار استفاده کرد. سه روش: هاردی‌کراس، نیوتون‌رافسون و نظریه خطی برای حل معادلات و در نتیجه تحلیل شبکه‌های توزیع آب وجود دارند. در این تحقیق، ابتدا مبانی روش شیب کاهشی به عنوان یک روش بهینه برای حل همزمان معادلات دبی جریان (ΔQ) و ارتفاع پیزومتریک (Δh) شبکه‌های لوله معرفی می‌شود. سپس با حل یک شبکه، ماتریس‌های مورد نیاز و نحوه‌ی تشکیل آن‌ها بیان می‌گردد. روش شیب کاهشی برخلاف سایر روش‌ها، برای انتخاب مقادیر اولیه‌ی دبی در لوله‌ها نیاز به معادلات پیوستگی جریان در گره‌ها ندارد و به طور همزمان به حل معادلات Δh و ΔQ می‌پردازد که سبب برتری آن نسبت به روش‌های پیشین می‌گردد. ضمن آن‌که مهم‌ترین محدودیت این روش آن است که مانند روش‌های نیوتن‌رافسون و نظریه خطی محاسبات ماتریسی آن با دست قابل انجام نیست.

کلمات کلیدی: شبکه‌ی لوله، بسط تیلور، روش شیب کاهشی

۱. مقدمه

تحلیل هیدرولیکی شبکه لوله به منظور طراحی عملکرد هیدرولیکی شبکه‌های جدید، کنترل روش طراحی و بهینه‌سازی شبکه‌های موجود استفاده می‌شود (۱). آنالیز شبکه لوله شامل: تعیین مقادیر دبی شارش یافته در هر لوله و ارتفاع پیزومتریک آب در گره‌های شبکه است به طوری که معادلات روابط پیوستگی جریان در گره‌ها و بقای جرم در شبکه را ارضا نمایند. پس از نوشتن معادلات فوق در هر شبکه تمام یا برخی از معادلات به صورت غیرخطی ظاهر می‌گردند که هیچ روش مستقیمی برای حل این مجموعه معادلات وجود ندارد لذا باید از روش‌های تکرار برای حل این معادلات استفاده کرد. بدیهی است که در هر تکرار، حل معادلات تقریبی بوده و باید تصحیح شود و از این رو تکرار محاسبات تا رسیدن به دقت مطلوب ادامه خواهد یافت. سه روش تکراری متداول برای حل معادلات و در نتیجه تحلیل شبکه‌های توزیع آب وجود دارند که به ترتیب زمان ارائه عبارتند از : روش هاردی کراس (۱۹۳۶)، روش نیوتن– رافسون (۱۹۶۳) و روش نظریه خطی (۱۹۷۲) (۲).

هاردی کراس، اولین فردی بود که در سال ۱۹۳۶ میلادی یک روش سیستماتیک تکراری برای تحلیل شبکه‌های توزیع آب پیشنهاد نمود. در این روش، معادلات غیرخطی دبی جریان و افت انرژی با در نظر گرفتن فرضیات ساده‌ای حل می‌شوند (۳). روش هاردی‌کراس، ساده بوده و حتی با محاسبات دستی نیز قابل انجام است، اما محدودیت عمده آن مربوط به چگونگی همگرایی محاسبات می‌باشد. همگرایی این روش بسیار کند بوده و این مسئله، منجر به تکرار زیاد مراحل محاسباتی و حتی واگرایی محاسبات می‌شود (۴).

روش نیوتون رافسون جملات غیرخطی را در سری تیلور بسط داده و از باقیمانده بعد از دو جمله صرف‌نظر کرده و فقط جملات خطی حفظ می‌شوند در واقع روش نیوتون‌رافسون معادلات غیرخطی را از طریق مشتق‌گیری جزئی خطی می‌کند. روش نظریه خطی برای حل معادلات غیرخطی شبکه لوله با ادغام بخشی از جملات غیرخطی در ثابت مقاومت لوله، این معادلات را خطی کرده و حل می‌نماید. امروزه با توجه به پیشرفت روزافزون رایانه، روش‌های نیوتون – رافسون و نظریه خطی به دلیل دارا بودن تعداد تکرار عملیات محاسباتی کمتر و سرعت همگرائی بالاتر، مورد توجه قرار گرفته‌اند (۲).

اخیرا روش شیب کاهشی به عنوان یکی از بهترین روش‌های تکرار ارائه و مطرح شده است(۱). در این روش، با استفاده از روابط هیدرولیکی حاکم بر شبکه لوله‌ها (معادلات پیوستگی جریان در گره‌ها و افت انرژی در حلقه‌ها)، بهره‌گیری از جبر ماتریس‌ها و بسط معادلات به کمک سری تیلور، معادلات حاکم به صورت همزمان حل می‌شوند. هدف از این تحقیق، معرفی روش شیب کاهشی به عنوان یکی از روش‌های حل هیدرولیک جریان در شبکه‌ی لوله‌ها می‌باشد.

۲. مواد و روش‌ها

در این تحقیق ابتدا روابط هیدرولیکی بین پارامترهای شبکه بیان می‌شود و سپس مبانی و تئوری روش شیب کاهشی به عنوان یکی از روش‌های تکرار برای حل معادلات لوله شرح داده می‌شود. سپس با طرح یک مساله از شبکه‌ی لوله، به حل آن از طریق روش شیب کاهشی پرداخته می‌شود .

۱.۲ روابط هیدرولیکی بین پارامترها

مهم‌ترین روابط هیدرولیکی که برای تحلیل جریان در شبکه‌ی لوله‌هابکار می‌روند عبارتند از:

۱.۱.۲ رابطه افت هد لوله

$$h_{LX} = H_i - H_J = R_X Q_X^n, (X = 1,2,3,\dots, X) \quad (۱)$$

در رابطه ۱، h_{lx} افت انرژی در لوله، H_i و H_j به ترتیب مقادیر انرژی کل درگره‌های بالادست و پائین‌دست، Q_x دبی لوله‌ی x، R_x ثابت مقاومت لوله ی و n توان است. در این رابطه، با توجه به این که برای محاسبه‌ی R_x از فرمول دارسی- ویسباخ یا هیزن- ویلیامز استفاده می‌شود، نمای n به ترتیب برابر ۲ و ۱/۸۵۲ منظور می‌شود. در اکثر حالات، یک رابطه غیر خطی بین Q_x و h_{lx} برقرار است.

۲.۱.۲ روابط پیوستگی جریان در گره‌ها

برای جریان تراکم‌ناپذیر ماندگار در هر شبکه، جمع جبری جریان‌های ورودی و خروجی از هر گره باید برابر صفر شود. لذا در گره j:

$$\sum_{Xj} Q_X + q_j = 0, (j = 1,2,3,\dots, j) \quad (۲)$$

در رابطه ۲ ، q_j دبی جریان ورودی (تغذیه) یا خروجی (مصرف) در گره j و $\sum_{Xj} Q_X$ مجموع دبی تمام لوله‌هایی است که به گره j متصل هستند.

۳.۱.۲ رابطه افت انرژی در حلقه

در هر حلقه، جمع جبری افت انرژی لوله‌های تشکیل دهنده‌ی آن باید برابر صفر شود بنابراین:

$$\sum_{X\varepsilon C} h_{lX} = \sum_{X\varepsilon C} R_X Q_X^n = 0, (c = 1,2,3,\dots, c) \quad (۳)$$

که در آن $\sum_{X\varepsilon C} h_{lX}$ معرف جمع افت هد تمام لوله‌هایی است که حلقه C را تشکیل می‌دهند.

۲.۲ روش شیب کاهشی

برای حل جریان در شبکه لوله‌ها با استفاده از روش شیب کاهشی، ابتدا باید ماتریس و بردارهای مورد نیاز را تشکیل داد و سپس با بهره‌گیری از آن‌ها، به حل شبکه مورد نظر اقدام نمود. ماتریس و بردارهای مورد نیاز به همراه معادلات و تئوری حاکم در این روش به صورت خلاصه در زیر معرفی می‌گردند.

بردارهای [NT]، [NN] و [NS] به ترتیب تعداد لوله‌های بکار رفته در شبکه، تعداد گره‌های با ارتفاع پیزومتریک مجهول و تعداد گره‌های با ارتفاع پیزومتریک ثابت در شبکه‌ی لوله را نشان می‌دهد. ماتریس [A12]، ماتریس اتصال با ابعاد (NT.NS) است که ارتباط بین هر گره با گره‌های دیگر را نشان می‌دهد. این ماتریس در هر سطر دارای فقط دو عنصر غیر صفر است و در هر ستون ۱- نشان دهنده‌ی لوله‌هایی است که از آن گره آغاز و ۱ نشان دهنده‌ی لوله‌هایی است که به آن گره ختم می‌شوند هم‌چنین ماتریس [A10]، ماتریس مکانی با ابعاد (NT.NS) که نشان دهنده‌ی لوله‌هایی است که به گره با ارتفاع ثابت متصل هستند. در این ماتریس لوله‌های متصل به هد ثابت دارای مقدار ۱- و بقیه‌ی لوله‌ها مقادیر صفر را به خود اختصاص می‌دهند. بنابراین با توجه به ماتریس و بردارهای معرفی شده افت هد در هر لوله بین دو گره مشخص از رابطه‌ی زیر بدست می آید:

$$[A11]\cdot[Q]+[A12]\cdot[H]=-[A10]\cdot[H_0] \quad (۴)$$

در فرم ماتریسی رابطه ۴، بردار [Q] با ابعاد (NT.1) معرف مقادیر دبی جریان در لوله‌های شبکه، بردار [H] با ابعاد (NN.1) معرف ارتفاع پیزومتریک گره‌های مجهول شبکه و بردار [H_0] با ابعاد (NS.1) معرف ارتفاع پیزومتریک گره‌های دارای هد ثابت است. ماتریس [A11]، ماتریس قطری با ابعاد (NT.NT) است که عناصر روی قطر اصلی آن دارای مقدار $\alpha_{NT}Q_1^{(n_{NT}-1)}+\beta_{NT}+\dfrac{\lambda_{NT}}{Q_{NT}}$ می‌باشند. مقادیر ضرایب β و λ وقتی در شبکه پمپ وجود ندارد، برابر صفر هستند. مقادیر ماتریس [A11] در هر تکرار بعلت تغییر یافتن مقادیر دبی [Q] و تغییر مقادیر ضریب اصطکاک که از رابطه‌ی سوامی در هر مرحله بدست می‌آید تغییر می‌کند.

$$[A11]=\begin{bmatrix} \alpha_1Q_1^{(n_1-1)}+\beta_1+\dfrac{\lambda_1}{Q_1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \alpha_2Q_2^{(n_2-1)}+\beta_1+\dfrac{\lambda_2}{Q_2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_3Q_3^{(n_3-1)}+\beta_3+\dfrac{\lambda_3}{Q_3} & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \alpha_{NT}Q_1^{(n_{NT}-1)}+\beta_{NT}+\dfrac{\lambda_{NT}}{Q_{NT}} \end{bmatrix}$$

شکل ۱- فرم ماتریسی ماتریس A11]

ضریب α در ماتریس [A11] همان ثابت مقاومت لوله R است که از رابطه‌ی (۵) بدست می‌آید:

$$R=\frac{fl}{12.1D^5} \quad (۵)$$

در رابطه ۵، طول لوله (L) بر حسب متر، قطر لوله (D) برحسب متر و f ضریب اصطکاک است که از رابطه‌ی کلبروک وایت بدست می‌آید. در این تحقیق برای دقت بیشتر، ضریب زبری در معادله‌ی دارسی- ویسباخ ثابت در نظر گرفته نشده و مقدار آن با توجه به زبری لوله و عدد رینولدز از رابطه‌ی سوامی ۱۹۷۶ (رابطه‌ی ۶) محاسبه شده است (۵).

$$f=\frac{1.325}{\left(\ln\left(\left(\dfrac{\varepsilon}{3.7D}\right)+\dfrac{5.74}{\left(\mathrm{Re}^{0.9}\right)}\right)\right)^2} \quad (۶)$$

در رابطه‌ی ۶، ε زبری لوله و Re عدد رینولدز است.

رابطه ۴ نشان دهنده‌ی معادله‌ی بقای جرم در شبکه است. بنابراین می‌توان رابطه‌ی پیوستگی گره را نیز به صورت روابط ماتریسی در قالب رابطه ۷ نشان داد:

$$[[A21]\cdot[Q]]=[q] \quad (۷)$$

در رابطه ۷، [A21] ترانهاده ماتریس [A12] می‌باشد و بردار [q] با ابعاد (NN.1) نشان‌دهنده‌ی مقادیر دبی ورودی و خروجی در گره‌های شبکه است.

معادلات بیان شده در روابط ۴ و ۷ را می‌توان به فرم ماتریسی زیر نشان داد:

$$\begin{bmatrix}[A11] & [A12]\\ [A21] & [0]\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}[Q]\\ [H]\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-[A10]\cdot[H_0]\\ [q]\end{bmatrix} \quad (۸)$$

معادلات بخش بالایی ماتریس رابطه ۸ غیرخطی است که حل آن نیازمند استفاده از روش‌های تکرار است. روش شیب کاهشی با استفاده از بسط معادلات در سری تیلور و بکارگیری عملگر گرادیان به حل معادلات فوق می‌پردازد.

$$\begin{bmatrix}[N][A11]^T & [A12]\\ [A21] & [0]\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}[dQ]\\ [dH]\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}[dE]\\ [dq]\end{bmatrix} \quad (۹)$$

در فرم ماتریسی رابطه ۹ماتریس[N]، ماتریسی قطری با ابعاد (NT.NT) که عناصر روی قطر اصلی دارای مقادیر ۲ (توان معادله افت هد در رابطه‌ی دارسی ویسباخ) می‌باشند. در هر تکرار مقادیر بردارهای [dE] و [dq] به ترتیب بیانگر مقادیر انرژی توازن نیافته در هر لوله و دبی متوازن نشده در هر گره می‌باشند که مقدار آن‌ها از روابط ۱۰و ۱۱ بدست می‌آید:

$$[dE]=[A11]\cdot[Q_i]+[A12]\cdot[H_i]+[A10]\cdot[H_0] \quad (۱۰)$$

$$[dq]=[A21]\cdot[Q_i]-[q] \quad (۱۱)$$

هدف روش شیب کاهشی حل ماتریس بیان شده در رابطه ۹ است با در نظر گرفتن این که در هر تکرار:

$$[dQ]=[Q_{i+1}]-[Q_i] \quad (۱۲)$$

$$[dH]=[H_{i+1}]-[H_i] \quad (۱۳)$$

با استفاده از جبر ماتریس‌ها می‌توان نشان داد که با حل معادله ۸، مقادیر ارتفاع پیزومتریک گره‌های مجهول و مقادیر دبی‌های شارش یافته در لوله‌های شبکه به ترتیب از روابط ۱۴ و ۱۵ بدست می‌آید. در روابط مذکور [I] ماتریس همانی با ابعاد (NT.NT) می‌باشد (۱).

$$[H_{I+1}]=-\left([A21]\left([N][A11]^T\right)^{-1}[A12]\right)^{-1}\cdot \left([A21]\left([N][A11]^T\right)^{-1}\left([A11][Q]+[A10][H_0]\right)-\left([A21][Q]-[q]\right)\right) \quad (۱۴)$$

$$[Q_{I+1}]=\left([I]-\left([N][A11]^T\right)^{-1}[A11]\right)\times[Q]-\left(\left([N][A11]^T\right)^{-1}\left([A12][H_{i+1}]+[A10][H_0]\right)\right) \quad (۱۵)$$

بنابراین برای حل شبکه با استفاده از روش شیب کاهشی، از روش گام‌به‌گام تکراری زیر استفاده می‌شود:

۱- فرض دبی اولیه شارش یافته برای تمام لوله‌های شبکه (برخلاف روش‌های قبلی می‌تواند بدون رعایت شرط پیوستگی در هر گره باشد).

۲- با استفاده از ماتریس و بردارهای تشکیل یافته و جایگذاری در رابطه‌ی ۱۴ مقادیر ارتفاع پیزومتریک گره‌های مجهول شبکه $[H_{i+1}]$ بدست می‌آید.

۳- با استفاده از $[H_{i+1}]$ محاسبه شده در گام ۲ مقادیر بردار $[Q_{i+1}]$ را از رابطه‌ی ۱۵ بدست آورید.

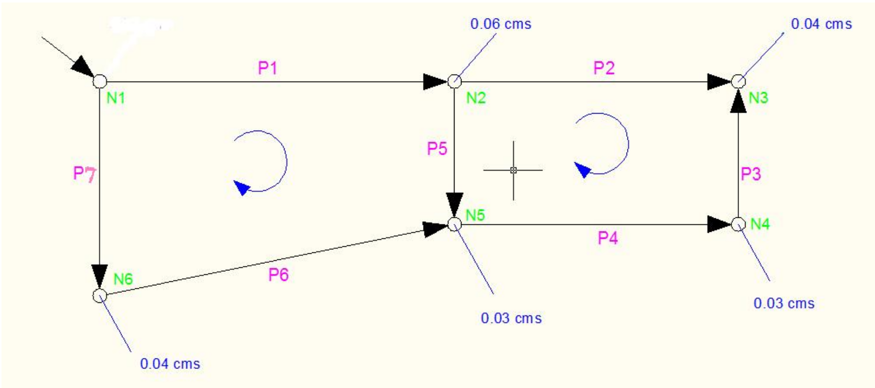
۴- با جایگزینی مقادیر بردار $[Q_{i+1}]$ به جای بردار $[Q_i]$ در رابطه‌ی ۱۴ مقادیر جدید $[H_{i+1}]$ را بدست آورید.

۵- این فرایند را تا زمانی ادامه می‌یابد که مقادیر ارتفاع پیزومتریکی گره‌های مجهول در دو تکرار متوالی تقریبا با هم برابر شوند یعنی: $[H_i]=[H_{i+1}]$ (۶).

۳. نتایج و بحث

۱.۳ حل یک مسئله با استفاده از روش شیب کاهشی

مثال: در شبکه‌ی لوله‌ی ترسیم‌شده در شکل ۲ شیر تعبیه شده بر روی لوله‌ی ۳-۲ دارای افت هد فرعی $10\,v^2{}_{2-3}/2g$ است و ارتفاع پیزومتریک در گره شماره ۱ برابر ۱۰۰ متر آب است و زبری برای تمام لوله‌ها برابر۰/۰۶ میلیمتر فرض می‌شود. مقادیر طول لوله‌ها برحسب متر و دبی مورد نیاز در هر گره برحسب مترمکعب برثانیه فرض شده‌است. مقادیر دبی شارش یافته در هر لوله و مقادیر هد ارتفاعی در گره‌های مجهول شبکه را با استفاده از روش شیب کاهشی به طور همزمان محاسبه نمائید.



شکل ۲- مشخصات هندسی و هیدرولیکی شبکه لوله

ابتدا مطابق با جهت نشان داده شده در شکل۲ برای تمام لوله‌های شبکه (بدون رعایت شرط پیوستگی جریان) مقادیر دبی شارش یافته اولیه برابر با ۰/۱ مترمکعب بر ثانیه فرض می‌شود. با تعیین تعداد لوله، تعداد گره‌های با ارتفاع پیزومتریک مجهول و تعداد گره‌های با ارتفاع پیزومتریک ثابت در شبکه‌ی لوله‌ی مورد حل (که دراین مثال به ترتیب برابر ۷، ۵ و ۱ است) ابعاد ماتریس و بردارهای مورد نیاز مشخص می‌گردد. ماتریس‌ها و بردارهای مورد نیاز شامل: ماتریس اتصال [A12] با ابعاد (7×5)، بردار [Q] با ابعاد (7×1) معرف مقادیر دبی لوله‌های شبکه، بردار [H] با ابعاد (5×1) معرف ارتفاع پیزومتریک گره‌های مجهول و بردار $[H_0]$ با ابعاد (1×1) معرف ارتفاع پیزومتریک گره‌های با ارتفاع ثابت است. برای مثال در سطر دوم ماتریس اتصال، با توجه به جهت جریان انتخاب شده لوله‌ی شماره ۲ از گره شماره‌ی ۲ آغاز و به گره شماره‌ی ۳ پایان می‌یابد بنابراین مقدار گره آغازی عدد ۱- و گره پایانی عدد ۱ است و بقیه‌ی گره‌ها چون با این لوله در ارتباط مستقیم نیستند دارای مقدار صفر می‌باشند. مقادیر ماتریس‌ها و بردارهای لازم در شکل ۳ آورده شده است.

$$[A10] = \begin{vmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{vmatrix} \quad [Q] = \begin{vmatrix} 0.1 \\ 0.1 \\ 0.1 \\ 0.1 \\ 0.1 \\ 0.1 \\ 0.1 \end{vmatrix} \quad [H] = \begin{vmatrix} H_2 \\ H_3 \\ H_4 \\ H_5 \\ H_6 \end{vmatrix} \quad [H_0] = \begin{vmatrix} 100 \end{vmatrix} \quad [q] = \begin{vmatrix} 0.06 \\ 0.04 \\ 0.03 \\ 0.03 \\ 0.04 \end{vmatrix} \quad [A12] = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

شکل ۳- مقادیر ماتریس‌ها و بردارهای مورد نیاز برای حل مساله

هم‌چنین در شبکه‌ی مورد حل مقادیر ضرایب β و λ برابر صفر هستند زیرا در شبکه پمپ وجود ندارد بنابراین برای بدست آوردن اعداد روی قطر اصلی ماتریس [A11]، ابتدا با توجه به عدد رینولدز و مشخصات هر لوله مقادیر ضریب اصطکاک را از رابطه‌ی صریح سوامی محاسبه و سپس با جایگذاری مقادیر f در رابطه‌ی ۵ مقادیر α برای هر لوله محاسبه و در عبارت روی قطر اصلی ماتریس مذکور جایگذاری نمود. مقادیر ماتریس [A11] در شکل ۴ برای تکرار اول آورده شده است.

$$A11=\begin{bmatrix} 121.524 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1614.266 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6275.917 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1450.986 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6275.917 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 473.9027 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 72.914 \end{bmatrix}$$

شکل ۴- مقادیر ماتریس [A11]

با تشکیل ماتریس‌ها و بردارهای معرفی شده برای روش شیب کاهشی با استفاده از گام ۲ مقادیر ارتفاع پیزومتریک گره‌های مجهول شبکه (برحسب متر) در اولین تکرار از رابطه ۱۴ بدست می‌آید. سپس با اجرای گام ۳ مقادیر بردار دبی شارش یافته در لوله‌های شبکه (بر حسب مترمکعب بر ثانیه) از رابطه ۱۵ در تکرار اول حاصل می‌شود. در گام بعدی با استفاده از مقادیر ارتفاع پیزومتریک گره‌های مجهول در تکرار قبل مقادیر بردار $[Q_{i+1}]$ جدید از رابطه‌ی ۱۵ بدست می‌آید. سپس با جایگزینی مقادیر بردار $[Q_{i+1}]$ به جای بردار $[Q_i]$ در رابطه‌ی ۱۴ مقادیر جدید $[H_{i+1}]$ را بدست می‌آید. با ادامه‌ی این فرآیند در نهایت پس از ۶ تکرار مقادیر ارتفاع پیزومتریک در گره‌های مجهول شبکه با مقادیر ارتفاع پیزومتریک مرحله قبل (تکرار ۵) تفاوت چندانی ندارند و حل شبکه خاتمه می‌یابد. مقادیر ارتفاع پیزومتریک گره‌های مجهول شبکه در طی تکرارهای مختلف و روند چگونگی همگرایی آن‌ها در جدول ۱ آورده شده است. مقادیر دبی شارش یافته در هر لوله در هر تکرار بطور هم‌زمان نیز در جدول ۲ آورده‌شده است. مطابق جداول ۱ و ۲ بعد از ۶ تکرار مقادیر ارتفاع پیزومتریک و دبی جریان در تکرار ۵ و تکرار ۶ تفاوت چندانی با هم ندارند. مشخصات شبکه و نتایج حاصل از روش شیب کاهشی به همراه مقادیر ضریب اصطکاک مرحله‌ی نهایی حل شبکه‌ی مورد نظر در جدول ۳ آورده شده است. برای حل این شبکه با روش شیب کاهشی از یک برنامه کامپیوتری به زبان متلب استفاده شده است که در آن ماتریس‌های اولیه‌ی تشکیل یافته ورودی به جز بردار [Q] و ماتریس [A11]، در طول چرخه‌های اجرای برنامه ثابت بودند. در ماتریس [A11]، به علت تغییر یافتن مقادیر دبی [Q] و مقادیر ضریب اصطکاک که از رابطه‌ی سوامی در هر مرحله بدست می‌آمد اعداد روی قطر اصلی در هر تکرار تغییر می‌یافت.

جدول ۱- مقادیر ارتفاع پیزومتریک گره‌های مجهول در تکرارهای مختلف

شماره گره	تکرار اول	تکرار دوم	تکرار سوم	تکرار چهارم	تکرار پنجم	تکرار ششم
۲	۸۴/۶۲۰	۸۴/۹۸۹	۸۵/۶۸۹	۸۶/۰۸۴۲	۸۶/۱۵۱	۸۶/۱۵۰
۳	۲۳۲/۰۸۱	۸۱/۴۳۱	۶۷/۰۹۳	۶۴/۰۴۶	۶۳/۷۹۵	۶۳/۷۹۱
۴	۵۲/۲۶۷	۶۲/۳۵۲	۶۴/۳۱۰	۶۴/۳۹۰	۶۴/۳۴۸	۶۴/۳۴۴
۵	۹۷/۷۵۳	۸۲/۹۱۲	۸۱/۳۳۵	۸۰/۳۴۸	۸۰/۱۷۴	۸۰/۱۶۷
۶	۹۴/۶۴۵	۹۴/۲۴۸	۹۳/۹۰۷	۹۳/۶۹۸	۹۳/۶۷۰	۹۳/۶۶۱

۴. نتیجه‌گیری

در این تحقیق مبانی روش شیب کاهشی به‌عنوان یکی از روش‌های تکرار برای حل معادلات Δh و ΔQ شبکه لوله بیان و مورد استفاده قرار گرفت. برای حل معادلات هیدرولیکی شبکه باید برای لوله‌ها دبی اولیه یا برای گره‌ها ارتفاع اولیه فرض کرد. حجم محاسبات به مقادیر حدس اولیه‌ی پارامترهای فوق بستگی دارد. هرچه مقادیر اولیه به مقادیر نهایی نزدیک تر باشند حجم و تعداد تکرار محاسبات کمتر خواهد بود. روش شیب کاهشی بدون رعایت شرط پیوستگی جریان در گره‌های شبکه با تعداد تکرار محاسبات کمتر، همگرایی سریع‌تر و تشکیل ماتریس‌های کوچک‌تر نسبت به روش‌های نیوتن-رافسون و نظریه خطی برای حل بهینه شبکه‌های لوله به‌کار می‌رود. انجام محاسبات بدون نیاز به تخمین دبی‌های اولیه‌ی شارش یافته براساس اصل پیوستگی جریان در گره‌ها و حل همزمانی معادلات Δh و ΔQ از برتری‌های این روش نسبت به روش‌های هاردی کراس، نیوتون- رافسون و نظریه

خطی است. این روش بعلت نیاز به عملیات جبری بر روی ماتریس‌ها، مانند روش‌های نیوتن‌رافسون و نظریه خطی محاسبات آن با دست قابل انجام نیست و به ماشین حساب یا کد نویسی نیاز دارد. بنابراین روش شیب کاهشی می‌تواند به عنوان روشی بهینه برای حل مسائل هیدرولیک جریان در لوله‌ها بکار رود.

جدول ۲- مقادیر دبی جریان در لوله‌های شبکه در تکرارهای مختلف

شماره لوله	تکرار اول	تکرار دوم	تکرار سوم	تکرار چهارم	تکرار پنجم	تکرار ششم
۱	۰/۱۱۳۳	۰/۱۱۱۲	۰/۱۰۸۶	۰/۱۰۷۱	۰/۱۰۶۸	۰/۱۰۶۸
۲	۰/۰۰۴۳	۰/۰۲۶۴	۰/۰۳۴۸	۰/۰۳۶۹	۰/۰۳۷۱	۰/۰۳۷۱
۳	۰/۰۳۵۷	۰/۰۱۳۶	۰/۰۰۵۲	۰/۰۰۳۱	۰/۰۰۲۹	۰/۰۰۲۹
۴	۰/۰۶۵۷	۰/۰۴۳۶	۰/۰۳۵۲	۰/۰۳۳۱	۰/۰۳۲۹	۰/۰۳۲۹
۵	۰/۰۴۹	۰/۰۲۴۸	۰/۰۱۳۸	۰/۰۱۰۲	۰/۰۰۹۷	۰/۰۰۹۷
۶	۰/۰۴۶۷	۰/۰۴۸۸	۰/۰۵۱۴	۰/۰۵۲۹	۰/۰۵۳۲	۰/۰۵۳۲
۷	۰/۰۸۶۷	۰/۰۸۸۸	۰/۰۹۱۴	۰/۰۹۲۹	۰/۰۹۳۲	۰/۰۹۳۲

جدول ۲- مقادیر مشخصات شبکه و نتایج حاصل از روش شیب کاهشی

شماره لوله	طول لوله	قطر لوله	ضریب اصطکاک	مجموع افت هد در لوله	سرعت	دبی جریان
	متر	میلیمتر			متر بر ثانیه	مترمکعب بر ثانیه
۱	۵۰۰	۲۵۰	۰/۰۲۸۷	۱۳/۸۵	۲/۱۷۶	۰/۱۰۶۸
۲	۴۰۰	۱۵۰	۰/۰۳۳۶	۲۲/۳۵	۲/۰۹۹	۰/۰۳۷۱
۳	۲۰۰	۱۰۰	۰/۰۳۳۹	۰/۵۵	۰/۳۶۹	۰/۰۰۲۹
۴	۴۰۰	۱۵۰	۰/۰۳۳۶	۱۵/۸۳	۱/۸۶۲	۰/۰۳۲۹
۵	۲۰۰	۱۰۰	۰/۰۳۸۶	۶/۰۰	۱/۲۳۵	۰/۰۰۹۷
۶	۶۰۰	۲۰۰	۰/۰۳۰۸	۱۳/۴۹	۱/۶۹۳	۰/۰۵۳۲
۷	۳۰۰	۲۵۰	۰/۰۲۸۷	۶/۳۴	۱/۸۹۹	۰/۰۹۳۲

۵. مراجع

1. Marriott, M., (2009), "*Civil Engineering Hydraulics*," 5 the edition, Wiley Blackwell, pp.424

۲. تائبی، ا. و چمنی، م. ر.، (۱۳۸۶)، "*شبکه‌های توزیع آب شهری*،" مرکز نشر دانشگاه صنعتی - اصفهان، چاپ دوم، ۶۰۰ ص.

3. Cornish, R.J., (1939), "The Analysis of Flow in Networks of Pipes" J Inst CE, Vol.13, P147.

4. Cross, H., (1936), "*Analysis of Flow in Networks of Conduits or Conductors*," Bulletin. NO .286.

۵. سلماسی، ف.، (۱۳۸۷)، "*محاسبه شبکه لوله‌ها بوسیله نرم‌افزار Excel*، " مجموعه مقالات سومین کنفرانس ملی مدیریت منابع آب تبریز، تبریز.

6. Salgado, R., Todini, E., and Connell, P. E., (1988), "*Comparison of the gradient method with some traditional methods for the analysis of water supply distribution networks*,", In Computer Applications in Water Supply: Vol.138-62.