

تحلیل قابلیت اطمینان رابطه‌های موجود برای تعیین مقاومت فشاری ستون‌های بتنی محصور شده با FRP

محمد کارکن^۱، محمدرضا توکلی زاده^۲، فرزاد شهبابیان مقدم^۳

گروه عمران، دانشگاه فردوسی مشهد

Karkon442@gmail.com

چکیده

در این پژوهش، قابلیت اطمینان روابط ارائه شده برای محاسبه مقاومت فشاری ستون‌های محصور شده با FRP بررسی می‌شود. برای این منظور مقاومت فشاری بتن و مقاومت کششی FRP به عنوان متغیرهای تصادفی پنداشته می‌شود. این متغیرهای تصادفی، با به کار بردن سه تابع توزیع احتمال یکنواخت، نرمال و لگ نرمال و با ضریب پراکندگی‌های ۵، ۱۰ و ۱۵ درصد، با روش مونت کارلو تولید می‌گردند. با بهره‌جویی از مقادیر شبیه‌سازی شده، مقاومت فشاری بتن محصور شده برای هر رابطه حساب می‌شود. با مقایسه این مقاومت‌ها با نتایج آزمایش، قابلیت اطمینان و درصد خطا برای هر رابطه مشخص می‌گردد. در پایان، میزان شاخص بهره‌وری، کارایی و دقت هر یک از رابطه‌های مورد مطالعه، تعیین می‌گردد.

واژه‌های کلیدی: تحلیل احتمال اندیشانه - قابلیت اطمینان - مونت کارلو - بتن محصور شده - FRP.

مقدمه

در سال‌های اخیر تقویت سازه‌های موجود و ترمیم سازه‌های خسارت دیده به طور فزاینده‌ای رو به گسترش است. انتخاب روش تقویت یا ترمیم متناسب با مقاومت مورد نظر، میزان خسارت وارده، نوع اعضاء و اتصالات آن‌ها، امکان دسترسی به مصالح و جنبه‌های اقتصادی است. برای این کار می‌توان از روش‌های گوناگون از جمله پیش تنیدگی خارجی، ژاکت‌های بتنی یا فولادی و الیاف مسلح پلیمری (FRP) سود جست صورت تنگ یا دورپیچ می‌باشد. با دورپیچ کردن یک پایه بتنی با روکش FRP ظرفیت برشی، خمشی و محوری بهبود می‌یابد. به علاوه، شکل‌پذیری عضو نیز تا میزان مطلوبی افزایش پیدا می‌کند. روکش FRP با دورپیچ کردن پایه توسط الیاف FRP در راستای عرضی شکل می‌گیرد. تأثیر محصورشدگی ناشی از FRP توسط محققین زیادی مورد بررسی قرار گرفته و نتایج قابل توجهی به دست آمده است. در این میان مطالعات آزمایشگاهی مهمی صورت پذیرفته و مدل‌های تجربی متعددی نیز برای تشریح رفتار اعضاء بتن آرمه محصور شده با FRP ارائه شده است [۱]. در سال‌های اخیر، مطالعه سازه‌ها در فضای عدم قطعیت ناشی از تصادفی بودن مواد، بارگذاری، هندسه و ... مورد توجه بسیاری از پژوهشگران قرار گرفته است. Kong و همکاران [۲] با استفاده از روش مونت کارلو، اثر عدم قطعیت‌های ناشی از عوامل محیطی را بر دوام بتن اشباع شده بررسی نمودند. Diniz و Frangopol [۳] ایمنی ستون‌های بتنی ساخته شده از بتن با مقاومت بالا و دارای مشخصات غیر قطعی را مورد ارزیابی قرار دادند. همچنین Gu و Lu [۴] با انجام تحلیل احتمال اندیشانه، محدوده تغییرشکل اعضاء بتنی را در سطوح مختلف عملکردی، تعیین نمودند.

۱- دانشجوی دکتری سازه، ۰۹۱۷۸۸۱۴۰۹۹، karkon442@gmail.com

۲- استادیار

۳- دانشیار

هدف از این پژوهش، ارزش‌گذاری مدل‌های موجود برای تعیین مقاومت فشاری ستون‌های بتنی محصور شده با FRP است. برای این کار، مدل‌های تجربی موجود به منظور پیش‌بینی مقاومت و شکل‌پذیری بتن محصور شده با FRP استفاده شده و نامطمئنی همراه با این مدل‌ها بر مبنای اطلاعات آزمایشگاهی موجود تخمین زده می‌شود. این نامطمئنی مانند سایر نامطمئنی‌های همراه با خصوصیات مصالح و مدل‌سازه‌ای در تحلیل قابلیت اطمینان پایه‌های بتن آرمه محصور شده با FRP توسط شاخص بهره‌وری، ارزش‌گذاری می‌شود.

مدل‌های بتن محصور شده با FRP

بتن تحت فشار محوری تمایل به منبسط شدن دارد. یک روکش کامپوزیت FRP انبساط عرضی را محدود کرده و در بتن یک حالت فشار سه محوره ایجاد می‌کند که مقاومت و شکل‌پذیری بتن را افزایش می‌دهد. تأثیر حالت فشار سه بعدی بر خصوصیات بتن برای اولین بار توسط Richart و همکاران در سال ۱۹۲۸ مطالعه شد [۵]. آن‌ها مقاومت فشاری بتن محصور شده تحت فشار مایع جانبی را با رابطه زیر بیان کردند:

$$f'_{cc} = f'_c + k_1 f_l \quad (1)$$

که در آن f'_{cc} مقاومت فشاری بتن محصور شده، f'_c مقاومت فشاری بتن محصور نشده، f_l فشار جانبی اعمال شده و k_1 یک ضریب تجربی است که توسط Richart برابر 4.1 پیشنهاد گردید. برای استوانه‌های بتنی محصور شده با FRP فشار محصورشدگی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$f_l = \frac{2f_f t_f}{D} \quad (2)$$

که در آن f_f و t_f به ترتیب مقاومت کششی و ضخامت روکش FRP بوده و D ، قطر استوانه بتنی است. همچنین فرمول زیر نیز برای تخمین حداکثر مقاومت f'_{cc} بتن محصور شده پیشنهاد شده است [۶]:

$$\frac{f'_{cc}}{f'_c} = \left[1 + a \left(\frac{f_l}{f'_c} \right) \right] \quad (3)$$

مقادیر a و b ، ضرایبی هستند که به صورت تجربی تعیین می‌شوند. مطالعات تجربی بعدی نشان داد که محصورشدگی جانبی در ترازهای بالاتر فشار محصورشدگی، تأثیر کمی داشته و یک رابطه غیرخطی بین افزایش مقاومت بتن و نسبت محصورشدگی (f_l/f'_c) وجود دارد:

$$\frac{f'_{cc}}{f'_c} = \left[1 + a \left(\frac{f_l}{f'_c} \right)^n \right] \quad (4)$$

در رابطه اخیر، مقادیر $a=3.7$ و $n=0.86$ پیشنهاد شده‌اند. این رابطه بعدها توسط محققین دیگری استفاده شد و آنها مقادیر مختلفی را برای a و n بر مبنای آنالیز رگرسیون بر روی اطلاعات آزمایشگاهی پیشنهاد دادند. برای مثال Cusson، مقادیر $a=2.1$ و $n=0.7$ را با استفاده از نتایج آزمایش‌های فشار محوری پایه‌های بتنی با مقاومت بالا و محصور شده توسط طوقه‌های فولادی به دست آورد. برای بتن محصور شده با FRP، Karbhari، مقادیر $a=2.1$ و $n=0.87$ را با استفاده از نتایج آزمایش‌های فشاری استوانه‌های بتنی محصور شده با FRP، به دست آورد. در همین راستا Saafi، مقادیر $a=2.2$ و $n=0.84$ را بر مبنای نتایج آزمایش‌های مشابه پیشنهاد کرد [۷].

در این پژوهش برای ارزیابی اثر عدم قطعیت‌های موجود در رابطه‌های تعیین مقاومت فشاری ستون‌های بتنی محصور شده با FRP، مقاومت فشاری بتن و مقاومت کششی FRP به عنوان متغیرهای تصادفی با تابع‌های چگالی احتمال نرمال، لگ نرمال و یکنواخت با ضرایب پراکندگی ۵، ۱۰ و ۱۵ درصد در نظر گرفته می‌شود. برای تولید این متغیرهای تصادفی از روش مونت کارلو استفاده می‌گردد. از متغیرهای شبیه‌سازی شده فوق، مقاومت بتن محصور شده به دست می‌آید. از مقایسه مقاومت حاصل از متغیرهای شبیه‌سازی شده با نتایج آزمایش، قابلیت اطمینان و درصد خطا برای هر رابطه مشخص می‌گردد. در پایان، به منظور کاربردی شدن نتایج تحقیق حاضر، شاخص بهره‌وری یعنی نسبت قابلیت اطمینان به درصدخطا تعیین می‌گردد. بدین

ترتیب بر اساس میزان شاخص بهره‌وری، کارایی و دقت هر یک از رابطه‌های پیشنهادی مشخص می‌گردد. رابطه‌هایی که در این بررسی، مورد ارزیابی قرار می‌گیرند، در جدول (۱) آمده است:

جدول (۱) - رابطه‌های پیشنهادی برای تعیین مقاومت فشاری بتن محصور شده

Model	Expression	No.
Saadatmanesh et al. (1994)	$f'_{cc} = f'_c(-1.25 + 2.25\sqrt{1 + \frac{7.94f_l}{f'_c} - \frac{2f_l}{f'_c}})$	(1)
Kono et al. (1998)	$f'_{cc} = f'_c(1 + 0.0572f_l)$	(2)
Samaan et al. (1998)	$f'_{cc} = f'_c(1 + 6.0\frac{f_l^{0.7}}{f'_c})$	(3)
Saafi et al. (1999)	$f'_{cc} = f'_c(1 + 2.2(\frac{f_l}{f'_c})^{0.84})$	(4)
Spoelstra and Monti (1994)	$f'_{cc} = f'_c(0.2 + 3(\frac{f_l}{f'_c})^{0.5})$	(5)
Xiao and Wu (2000)	$f'_{cc} = f'_c\left(1.1 + \left(4.1 - 0.75\frac{f_c'^2}{E_l}\right)\frac{f_l}{f'_c}\right)$	(6)

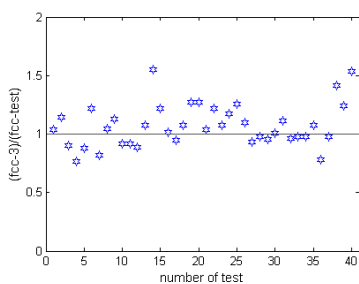
بررسی میزان دقت رابطه‌های موجود (تحلیل آماری)

به منظور ارزیابی میزان دقت رابطه‌های موجود، مقادیر مقاومت فشاری بتن محصور شده حاصل از روابط شش‌گانه با نتایج آزمایش مقایسه شده است. برای این منظور از نتایج آزمایش محققین زیر استفاده شده است [۸]:

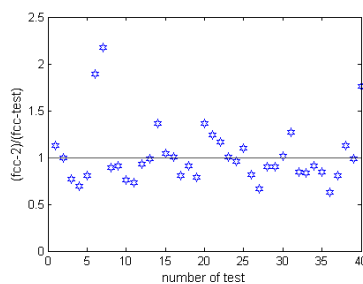
جدول (۲) - آزمایش‌های مورد استفاده در ارزیابی روابط

تعداد	آزمایش	تعداد	آزمایش
1	Ahmad et al. (1991)	3	Shahawy et al. (2000)
3	Nanni and Bradford (1995)	2	Rochette and Labossière (2000)
3	Harmon (1992)	2	Micelli et al. (2001)
3	Watanabe et al. (1997)	6	Rousakis (2001)
3	Miyauchi et al. (1997)	3	Saafi et al. (1999)
3	Kono et al. (1998)	3	Mirmiran and Shahawy (1997)
1	Toutanji (1999)	2	La Tegola and Manni (1999)
1	Matthys et al. (1999)	1	Fam and Rizkalla (2000)

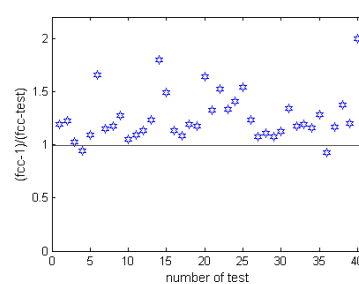
نتایج این مقایسه، در شکل‌های (۱) تا (۶) نشان داده شده است.



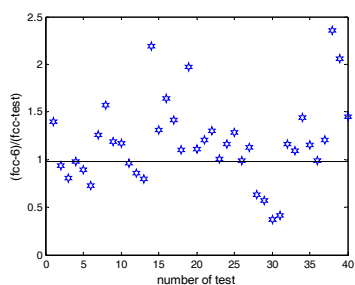
شکل ۳- دقت رابطه (۳)



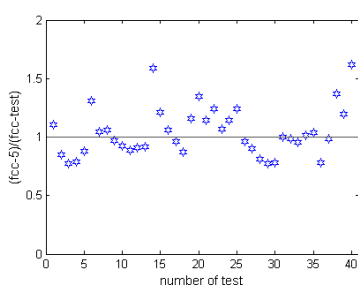
شکل ۲- دقت رابطه (۲)



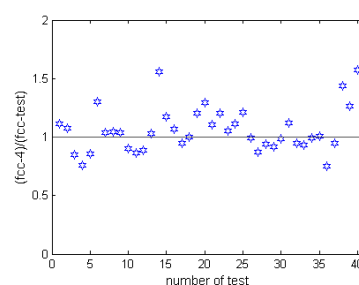
شکل ۱- دقت رابطه (۱)



شکل ۶- دقت رابطه (۶)

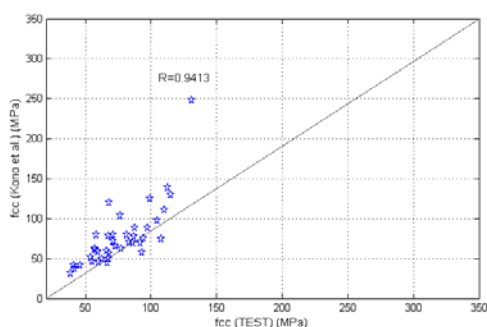


شکل ۵- دقت رابطه (۵)

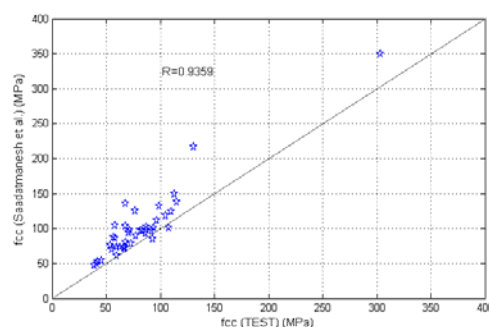


شکل ۴- دقت رابطه (۴)

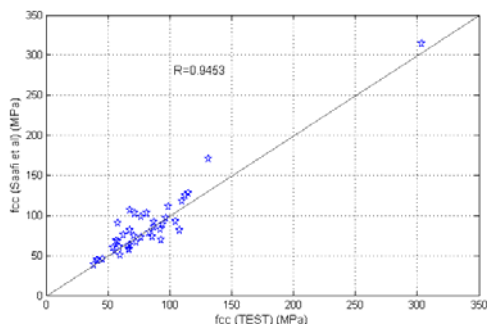
به منظور ارزیابی بهتر روابط شش گانه، ضریب همبستگی بین نتایج حاصل از آزمایش با نتایج مدل‌های ارائه شده نیز محاسبه شده است. نتایج در شکل‌های (۷) تا (۱۲) نشان داده شده است.



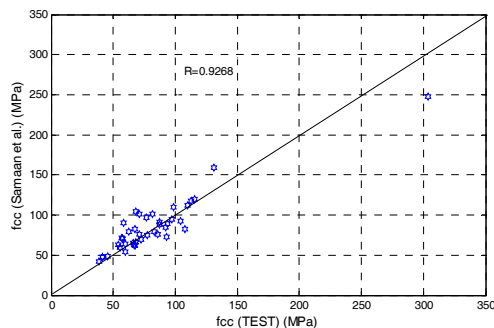
شکل (۸) - میزان همبستگی رابطه (۲) با آزمایش



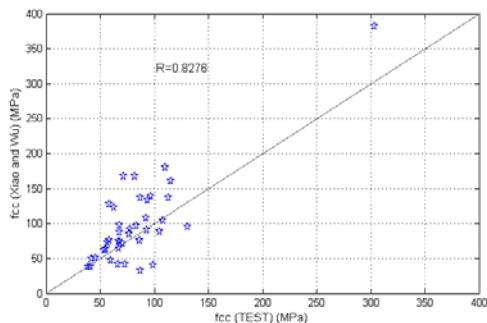
شکل (۷) - میزان همبستگی رابطه (۱) با آزمایش



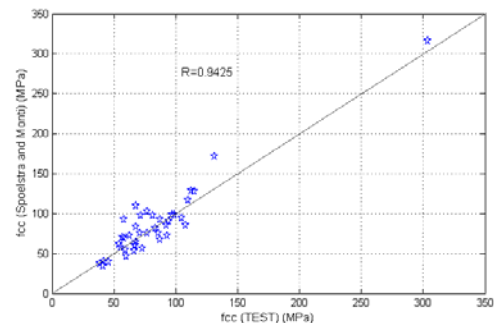
شکل (۱۰) - میزان همبستگی رابطه (۴) با آزمایش



شکل (۹) - میزان همبستگی رابطه (۳) با آزمایش



شکل (۱۲) - میزان همبستگی رابطه (۶) با آزمایش



شکل (۱۱) - میزان همبستگی رابطه (۵) با آزمایش

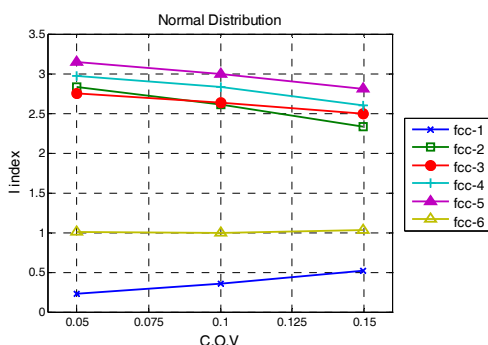
همان طور که در شکل های فوق مشاهده می شود، رابطه (۱) با اینکه ضریب همبستگی مناسب دارد، اما مقاومت را بیشتر از نتایج آزمایش تخمین می زند. رابطه های (۳) تا (۵) مقاومت را در حدود نتایج آزمایش برآورد می کنند. رابطه (۴) بالاترین ضریب همبستگی و کمترین پراکندگی را دارا می باشد. رابطه (۶) دارای پایین ترین ضریب همبستگی می باشد و پراکندگی نتایج بسیار زیاد می باشد.

تحلیل احتمال اندیشانه مقاومت فشاری بتن محصور شده با FRP

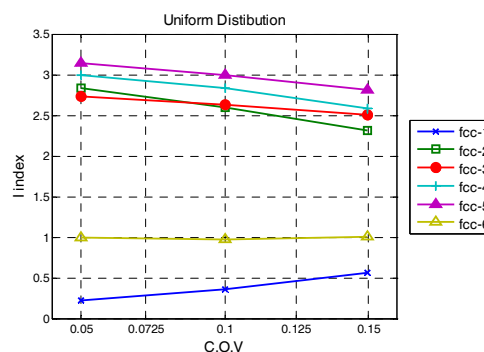
در این پژوهش، مقاومت فشاری بتن (f'_c) و مقاومت کششی FRP (f_{com}) به صورت متغیر تصادفی در نظر گرفته می شوند. برای شبیه سازی متغیرهای تصادفی فوق از روش مونت کارلو استفاده می شود. با استفاده از این روش تعداد ۱۰۰۰۰ مقدار برای هر متغیر تصادفی تولید می گردد. برای این کار، تابع چگالی احتمال متغیرهای تصادفی به صورت نرمال، لگ نرمال و یکنواخت با ضریب پراکندگی ۵، ۱۰ و ۱۵ درصد در نظر گرفته می شود. برای ارزیابی دقت رابطه های پنجگانه در فضای عدم قطعیت، از دو معیار میانگین خطا و قابلیت اطمینان استفاده می شود. برای بررسی بهتر قابلیت اطمینان روابط، از شاخص بهره وری (I) استفاده می گردد. این شاخص به صورت نسبت معیار قابلیت اطمینان به معیار خطا تعریف می گردد. بنابراین، رابطه ای بهتر می باشد که شاخص بهره وری بالاتری داشته باشد. معیارهای مورد استفاده در تحلیل قابلیت اطمینان، در جدول (۳) نشان داده شده است. در این جدول، F_i تعداد مواردی است که مقدار تخمین زده شده برای مقاومت فشاری بتن از نتیجه آزمایشگاهی بیشتر شده است. نتایج در شکل های (۱۳) تا (۱۵) نشان داده شده است.

جدول (۳) - معیارهای مورد استفاده در تحلیل قابلیت اطمینان

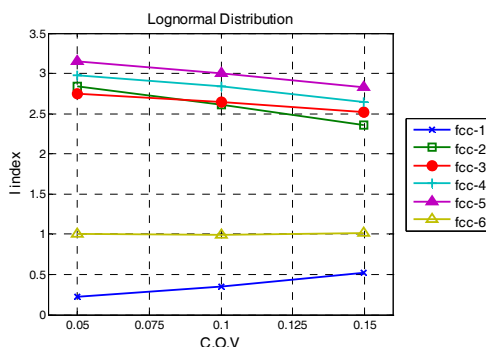
تحلیل قابلیت اطمینان	
$\overline{Er} = \frac{\sum_{j=1}^{40} Er_j}{40}$	معیار میانگین خطاها (\overline{Er})
$Er_j = \frac{\sum_{i=1}^{5000} \left \frac{f'_{cc,th} - f'_{cc,exp}}{f'_{cc,exp}} \right }{10000} \times 100$	میانگین خطای داده های تصادفی
$S.I. = 1 - \overline{F}$	معیار قابلیت اطمینان
$\overline{F} = \frac{\sum_{i=1}^{40} F_i}{40}$	میزان عدم اطمینان
F_i	مقدار تخمینی از مقاومت آزمایشگاهی بیشتر شده
$I = \frac{S.I.}{Er}$	شاخص بهره وری (I)



شکل (۱۴) - نمودار شاخص بهره وری در توزیع احتمال نرمال



شکل (۱۳) - نمودار شاخص بهره وری در توزیع احتمال یکنواخت



شکل (۱۵) - نمودار شاخص بهره‌وری در توزیع احتمال لگ‌نرمال

نتیجه‌گیری

در این مقاله میزان دقت و قابلیت اطمینان مدل‌های ارائه شده برای تعیین مقاومت فشاری ستون‌های محصور شده با FRP مورد ارزیابی قرار گرفت. مقایسه این مدل‌ها با اطلاعات آزمایشگاهی موجود نشان می‌دهد که نامطمئنی قابل توجهی با این مدل‌ها همراه است. میزان دقت و کارایی روابط با تعیین شاخص بهره‌وری یعنی نسبت قابلیت اطمینان به درصد خطا مورد سنجش قرار گرفته است. نتایج حاصل به قرار زیر است:

۱- حداکثر مقدار میانگین نسبت $f'_{cc,th}/f'_{cc,exp}$ ، مربوط به رابطه (۱) و حداقل آن مربوط به رابطه (۲) است. دقیق‌ترین مقدار میانگین این نسبت مربوط به رابطه (۲) است که فقط ۲ درصد بیشتر از نتایج آزمایش بوده است.

۲- قابلیت اطمینان و میانگین خطاها به نوع تابع چگالی احتمال و مقدار ضریب پراکندگی بستگی داشته است. مقدار قابلیت اطمینان با افزایش ضریب پراکندگی کاهش یافته است و بیشترین مقدار آن مربوط به رابطه (۵) بوده است. مقدار میانگین خطاها با افزایش ضریب پراکندگی افزایش یافته است و کمترین مقدار آن مربوط به رابطه (۳) بوده است.

۳- شاخص بهره‌وری به نوع تابع چگالی احتمال و مقدار ضریب پراکندگی بستگی داشته است و با افزایش ضریب پراکندگی کاهش یافته است. بیشترین میزان شاخص بهره‌وری در هر سه در توزیع احتمال، مربوطه به رابطه (۵) بوده است. در نتیجه با توجه به تحلیل آماری و قابلیت اطمینان انجام شده، رابطه (۵) مطمئن‌ترین رابطه می‌باشد.

مراجع

- 1- Toutanji, H. A. and Li, Z., "Behavior of Concrete Columns Confined with Fiber Reinforced Polymer Tubes," *ACI Mater. Journal*, Vol. 96, No. 4, 1999, pp. 500-509.
- 2- Kong, J. S. and Ababneh, A. N. and Frangopol, D. M. and Xi, Y., "Reliability Analysis of Chloride Penetration in Saturated Concrete", *Journal of Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol. 17, 2002, pp. 305-315.
- 3- Diniz, S. M. and Frangopol, D. M., "Safety Evaluation of Slender High-Strength Concrete Columns under Sustained loads", *Journal of Computers and Structures*, Vol. 81, 2003, pp. 1457-1486.
- 4- Lu, Y. and Gu, X., "Probability Analysis of RC Member Deformation Limits for Different Performance levels and Reliability of their Deterministic Calculations", *Journal of Structural Safety*, Vol. 26, 2004, pp. 367-389.
- 5- Richart, F. E. and Brandtzaeg, A., and Brown, R. L. "A Study of the Failure of Concrete Under Combined Compressive Stresses" *Engineering Experimental Station Bull.* No. 185, 1928, Univ. of Illinois, Urbana, Ill.
- 6- Cusson, D. and Paultre, P. "Stress-Strain Model for Confined High-Strength Concrete", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 121, No. 3, 1995, pp. 468-477.
- 7- Saafi, M. and Toutanji, H. and Zongjin, Li., "Behavior of Concrete Columns Confined with Fiber Reinforced Polymer Tubes", *ACI Material Journal*, Vol. 96, No. 4, 1999, pp. 500-510.
- 8- Cevik A. "Modeling Strength Enhancement of FRP Confined Concrete Cylinders Using Soft Computing", *Expert Systems with Applications*, Vol. 38, 2011, pp. 5662-5673.