

## تأثیر تغییر طول حرارتی عرشه پلهای یکپارچه بر میزان فشار مقاوم وارد بر کوله پل ها

مجتبی موحدی فر<sup>۱</sup>، جعفر بلوری بزازی<sup>۲</sup>، محمد کاظم جعفری<sup>۳</sup>

۱- مربی گروه عمران دانشگاه آزاد اسلامی واحد نیشابور

۲- استادیار گروه عمران دانشگاه فردوسی مشهد

۳- استاد پژوهشگاه بین المللی زلزله

m.movahedi@iau-neyshabur.ac.ir

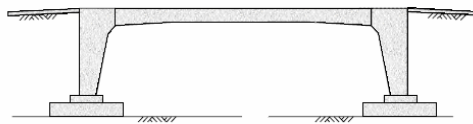
### خلاصه

در پل ها با سیستم کوله یکپارچه، با توجه به پیوستگی عرشه و دیوارهای انتهایی و به دلیل تغییر شکل حرارتی عرشه پل، دیوارهای انتهایی متحمل تغییر مکانهای سیکلی می گردند و این تغییر مکانها بر فشار بین کوله و خاک پشت آن تأثیرگذار است. در این تحقیق برای مطالعه اثر تغییر مکان-های سیکلی بر فشار مقاوم وارد بر کوله ها، با استفاده از نرم افزار Plaxis 8.2 و مدل نمودن پایه یک پل یکپارچه به بررسی این رفتار پرداخته شده است. نتایج نشان می دهند که فشار وارد بر دیوارها بستگی به دامنه تغییر مکان و تعداد سیکل حرکات دیواره دارد. به نحوی که با افزایش دامنه تغییر مکان و با افزایش تعداد سیکل حرکات دیواره، میزان فشار وارد بر دیواره افزایش می یابد.

کلمات کلیدی: پل یکپارچه، تغییر مکان سیکلی، پدیده قوس زدگی، تغییرات حرارتی

### ۱. مقدمه

پل های یکپارچه یا به عبارتی پل های بدون درز، نوعی از پل است که در آن کوله و عرشه پل در جهت طولی به شکل یکپارچه ایجاد گردیده و با توجه به عدم وجود درزه های انبساطی معمول که در پل ها به جهت تطابق انبساط و انقباض در عرشه پل ایجاد می گردند، این پل ها همانند یک قاب صلب عمل می نمایند. نمونه ای شماتیک از این پل در شکل (۱) نشان داده شده است.



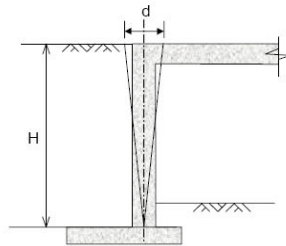
شکل ۱- شکل شماتیک پل یکپارچه

این پل ها که دارای عرشه یکپارچه (فاقد درز انبساطی) در طول خود می باشند و در اکثر موارد دارای هزینه اولیه کمتری بوده و هزینه تعمیر و نگهداری کمتری نیز در مقایسه با پل های معمول دارند، دارای سرعت اجرایی بالاتر و کیفیت بالاتر تردد نسبت به پلهای متداول را دارا می باشند. به عبارتی الودگی صوتی عبور و مرور از روی این پلها بسیار کم می باشد [1,2,3].

مزایای فراوان پل های یکپارچه در مقابل پل های معمول باعث ترویج ساخت این پل ها گردیده است بنحوی که تاکنون بیش از ۱۵۰۰۰ پل با عرشه یکپارچه فقط در آمریکای شمالی و اروپا ساخته شده است [4]. اما علی رغم مزایای زیاد این پل ها، بررسی های صورت گرفته نشان دادند که اگر چه استفاده از سیستمهای بدون درز به دلیل حذف مشکل بندهای انبساطی، موفق به نظر می رسیدند، اما به دلیل مسائل و مشکلاتی نیاز به بررسی های بیشتری در این خصوص دیده شد.

در واقع به دلیل تغییر شکل سیکلی پایه‌های انتهایی پل که در اثر عواملی نظیر بارهای مرده و زنده، اثر نشست لایه‌ها، خزش و تغییرات حرارتی بوجود می‌آیند، دیوارهای انتهایی متحمل تغییر مکانهایی می‌شوند که در میان این تغییر مکانها تغییر شکلهای حرارتی عرشه پل، به دلیل تاثیر به-سزایی که در رفتار دیوارهای نگهدارنده انتهایی پل دارند بیشتر مورد توجه محققین قرار گرفته است.

در این پل‌ها دامنه حرکات دیوارهای نگهدارنده بستگی به دامنه انبساط طولی عبورگاه پل دارد. به طوری که با مشخص بودن دمای موثر پل، که در نقاط مختلف جغرافیایی قابل تعیین است و با مشخص بودن ضریب انبساط حرارتی سازه پل و طول دهانه، میزان دامنه جابجایی حرکات سیکلی تحمیلی بر دیوار نگهدارنده قابل محاسبه است. این حرکات تحمیلی عرشه پل به طور مستقیم بر قسمت فوقانی دیوار وارد می‌شود که با توجه به سختی دیوار و نوع اتصال تکیه گاه دیوار با پی آن، باعث تغییر مکان و تغییر شکل دیوار می‌شود که این تغییر شکل دیوارها، با توجه به سیکلی بودن دمای عرشه پل دارای خصوصیت سیکلی می‌باشند [5,6,7]. شکل (۲) به عنوان نمونه تغییر طول عرشه و نحوه انتقال این تغییر طول به دیواره انتهایی پل را در حالت دیواره صلب و اتصال مفصلی دیواره به پی نشان می‌دهد.



شکل ۲- نحوه انتقال تغییر طول عرشه به دیواره انتهایی پل

به دلیل دوران دیوارهای انتهایی پل‌ها در اثر تغییر طول حرارتی عرشه، فشار خاک وارد بر تکیه گاههای دو طرف پل افزایش می‌یابد [7]. در واقع این پایه‌ها باید به نحوی طراحی شوند که نیرویی بیش از نیروی که در طراحی معمول در نظر گرفته می‌شود را تحمل نمایند.

جهت بررسی تاثیر میزان دوران دیوار بر فشار وارد بین دیوار و خاک، تحقیقات گسترده آزمایشگاهی صورت گرفته است [3]. در این آزمایشات دیوار نگهدارنده به شکل صلب و بدون اصطکاک و با اتصال مفصلی به پی در نظر گرفته شده است. تراکم اولیه خاک دانه‌ای مورد آزمایش در تمام آزمایشات  $94/1 \pm 0/2$  بوده است. با استفاده از فشارسنج‌های قرار گرفته روی سطح دیوار، میزان فشار وارده در اثر تعداد سیکل‌های بارگذاری ثبت شده و نیز با روش عکس برداری، باندهای برشی ایجاد شده مشخص گردیده است. بررسی نتایج آزمایشات و کارهای انجام شده توسط محققین دیگر نیز که در این زمینه فعالیت داشتند بیان کننده نتایج مشابهی می‌باشد [8,9].

در تحقیق دیگری با نصب فشارسنج روی دیواره انتهایی یک پل میزان تغییرات فشار وارد بر دیوار ارزیابی شده است. این بررسی‌ها نشان داد که به دلیل حرکات دیوار، فشار وارد روند صعودی داشته و در طی دوره‌های روزانه و فصلی نیز دارای تغییرات بوده است [10]. بررسی‌هایی که توسط DarLey و همکاران بر روی پایه‌های یک پل مشابه انجام پذیرفت نیز بیان کننده نتایجی مشابه بود. این موضوع بیانگر این است که بر اثر انقباض و انبساط دوره‌ای سالانه و متعاقباً حرکات دیوار، دانسیته و سختی خاکریز پشت دیوار افزایش یافته است [7].

برومز و اینگلسون [8,9] عملکرد فشار جانبی خاک بر روی پایه‌های دو پل دارای قاب سخت را ارزیابی نمودند. ارزیابی‌ها در طی تراکم خاکریزها پس از تکمیل پل‌ها صورت گرفتند. آنها به این نتیجه رسیدند که فشار خاک بلافاصله پس از بتن ریزی و در هنگامیکه پایه‌ها جابجایی جانبی نداشتند، دارای توزیع فشار ثابت و هیدروستاتیک بوده است و هنگامیکه پایه به دلیل تغییرات حرارتی عرشه، بدور لبه پایین تر خود می‌چرخند، توزیع تنش پشت دیواره سهمی وار بوده است. به عبارتی فشار خاک در طی چرخه‌های انبساط و انقباض گرمایی افزایش یافته است.

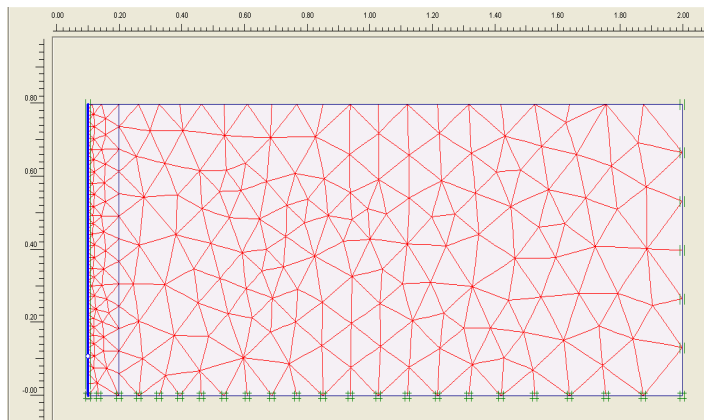
در تحقیقات دیگری که به منظور اندازه‌گیری فشار خاک پشت دیوارهای پایه‌های دو پل، انجام پذیرفت مشخص گردید که فشار پشت دیوار در قسمتهای میانی ارتفاع دیوار بیشتر از قسمتهای دیگر دیوار است [11]. مطالعات دیگری که جهت بررسی نحوه توزیع فشار پشت پایه‌ها صورت گرفت، نشان داد که در اثر دوران دیوار حول پایه، توزیع فشار خاک پشت دیوار غیرخطی بوده و بیشترین میزان فشار خاک در محدوده بین ۲۵٪ تا ۵۰٪ ناحیه بالایی دیوار رخ می‌دهد [12,13].

با توجه به پیشرفت روزافزون علوم رایانه، این امکان به بوجود آمده است که بسیاری از مدل‌های آزمایشگاهی را که ممکن است ساخت آنها هزینه بر و وقت گیر باشد مدل نمود و از نتایج آنها بهره جست. در این تحقیق سعی شده است با مدل نمودن یک دیوار نگهدارنده در شرایط کرنش صفحه-

ای، اثر بارهای سیکلی را بر روی این دیوارها مطالعه نماییم. در این راستا با استفاده از نرم افزار Plaxis 8.2 یک مدل دیوار انتهایی پل یکپارچه تعریف شده است. جزئیات مدل، شرایط بارگذاری و خواص مصالح پشت دیوار در بخش‌های بعدی به تفصیل ارائه شده است.

## ۲. برنامه و شرایط مدل

برای مطالعه اثر تغییر مکانهای سیکلی، یک مدل عددی با استفاده از برنامه Plaxis 8.2 مورد استفاده قرار گرفته است. در این برنامه جهت معرفی دیوار نگهدارنده از عناصر عمومی تیر استفاده شده که دارای سختی محوری و خمشی می‌باشند. در این مطالعه پارامترهای دیوار به گونه‌ای تعریف شده است که دیوار حالت صلب داشته باشد. همچنین جهت در نظر گرفتن اندرکنش بین خاک و دیواره در این مدل از عناصر میانی استفاده شده که خصوصیات مقاومتی این عناصر، درصدی از خصوصیات مقاومتی خاک در نظر گرفته می‌شود. طول و ارتفاع مدل ایجاد شده در نرم افزار به ترتیب  $1/9$  و  $0/8$  متر می‌باشد. در این مدل، دیوار نگهدارنده صلب که بدون اصطکاک در نظر گرفته شده است، قابلیت دوران حول نقطه‌ای واقع در  $10$  سانتی‌متری نسبت به کف دیوار را دارد. همچنین جهت افزایش دقت محاسبات از المانهای کوچکتر در نزدیکی دیوار حایل استفاده شده است. شکل (۳) ابعاد هندسی و شرایط مرزی مدل را نشان می‌دهد.



شکل ۳- ابعاد و شرایط مرزی مدل  
(واحد اندازه‌ها متر است)

جهت خاک پشت دیوار از مصالح ماسه‌ای متراکم خشک استفاده شده است که خواص مکانیکی آن در جدول (۱) ارائه شده است. مدل رفتاری انتخابی برای این خاک، مدل موهر-کولمب در نظر گرفته شده است تا بتوانیم نتایج حاصله را با دیگر روابط مقایسه نماییم.

جدول ۱- خصوصیات مصالح

مقدار	پارامتر
$4.5 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$	سختی مماسی، E
$15 \text{ kN/m}^3$	وزن مخصوص خشک اولیه، $\gamma_{dry}$
30	زاویه اصطکاک اولیه، $\phi$
0	چسبندگی، c
0	زاویه اتساع، $\psi$

با استفاده از خصوصیات مصالح ماسه‌ای و استفاده از مدل دیوار حایل، بارگذاری‌های مختلفی انجام گرفته است که در ادامه شرح داده شده است.

### ۳. نحوه بارگذاری و مراحل تحلیل

در این مطالعه با استفاده از مدل شرح داده شده و با اعمال تغییر مکانهای سیکی به شکل رفت و برگشتی بر دیوار حایل صلب به میزان مشخص و با فرکانس مورد نظر که با استفاده از یک فایل اطلاعاتی به برنامه معرفی شده، به بررسی تاثیر پارامترهای زیر در میزان فشار مقاوم افقی وارد بر دیواره صلب بدون اصطکاک پرداخته شده است:

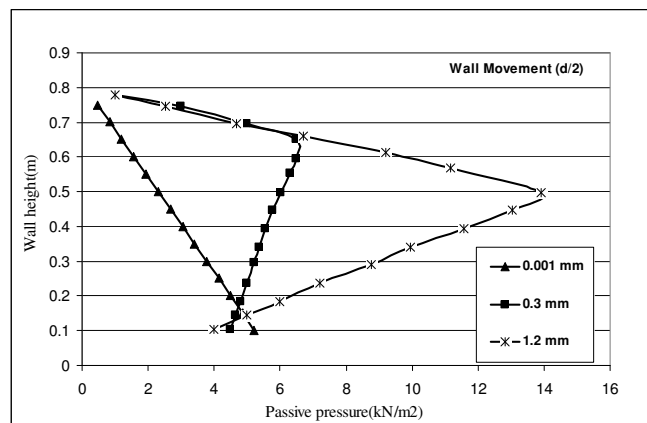
- میزان دوران دیواره
- تعداد سیکل حرکات دیواره
- فرکانس حرکات دیواره

لازم به ذکر است که در تمامی این بررسی‌ها بارگذاری به نحوی اعمال شده که دیوار در ابتدا از حالت شرایط سکون به حالت مقاوم تغییر وضعیت دهد.

### ۴. اثر میزان دوران دیواره

در این بررسی اثر میزان دوران دیوار (زاویه اصطکاک خاک و دیوار،  $\delta$  صفر در نظر گرفته شده است) بر فشار مقاوم افقی وارد بر آن، با استفاده از مدل دیوار نگهبان و با در نظر گرفتن تغییر مکانهای  $0.001 \text{ mm}$ ،  $0.3 \text{ mm}$  و  $d/2=1.2 \text{ mm}$  (شکل ۲) مورد بررسی قرار گرفته است. تغییر مکانهای ذکر شده، با توجه به مطالعاتی که Card & Cardel انجام داده‌اند، به گونه‌ای انتخاب شده‌اند که رفتار مصالح دانه‌ای در محدوده کرنش‌های کوچک، متوسط و بزرگ مورد ارزیابی قرار گیرد [14].

نتایج حاصل از این بررسی که نشان دهنده فشار مقاوم افقی وارد بر دیواره در اولین تغییر حالت از شرایط سکون به حالت مقاوم دیواره است در شکل (۴) نشان داده شده است.



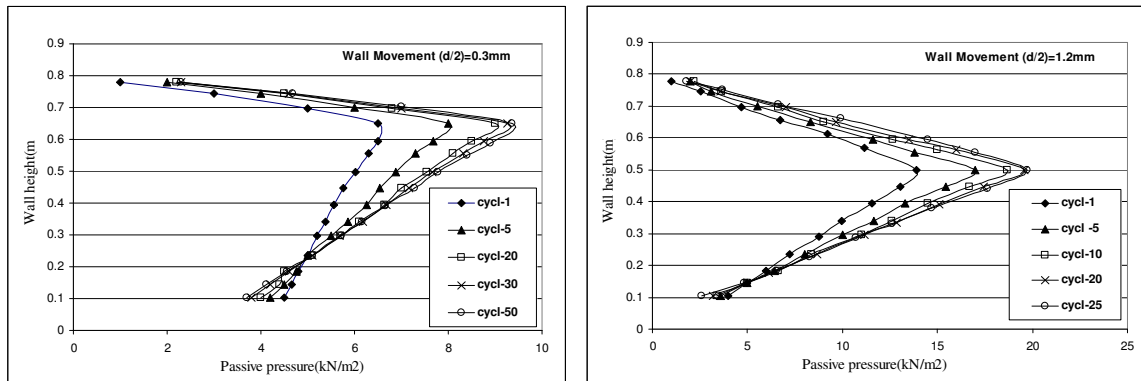
شکل ۴- تاثیر میزان دوران دیواره بر فشار مقاوم افقی

با توجه به شکل نکات زیر قابل استنباط است:

- در محدوده تغییر مکانهای کوچک ( $d/2=0.001 \text{ mm}$ ) میزان فشار وارد بر دیوار تقریباً خطی می باشد
- با افزایش میزان دوران دیوار، علاوه بر اینکه توزیع فشار وارد بر دیوار از حالت خطی به غیر خطی تبدیل گردیده است، فشار وارد بر دیوار نیز افزایش یافته است.
- با افزایش میزان دوران دیوار، مکان بیشینه تنش به تدریج از بالای دیوار به سمت نواحی پایین تر سوق یافته است.
- با افزایش دامنه تغییر مکان، تنش در نواحی انتهایی و نزدیک به محل لولا کاهش یافته است.

## ۵. اثر تعداد سیکل حرکات دیواره بر فشار مقاوم افقی

در این بخش اثر تعداد سیکل حرکات تناوبی، با در نظر گرفتن تغییر مکانهای مختلف در بالای دیوار (زاویه اصطکاک خاک و دیوار،  $\delta$ ، صفر در نظر گرفته شده است) و تاثیر آن بر فشار مقاوم افقی با استفاده از مدل دیوار مورد بررسی قرار گرفته که نتایج دو دامنه تغییر مکان به عنوان نمونه در شکل (۵) نشان داده شده است.



شکل ۵- تاثیر تعداد سیکل حرکات دیواره بر فشار مقاوم افقی

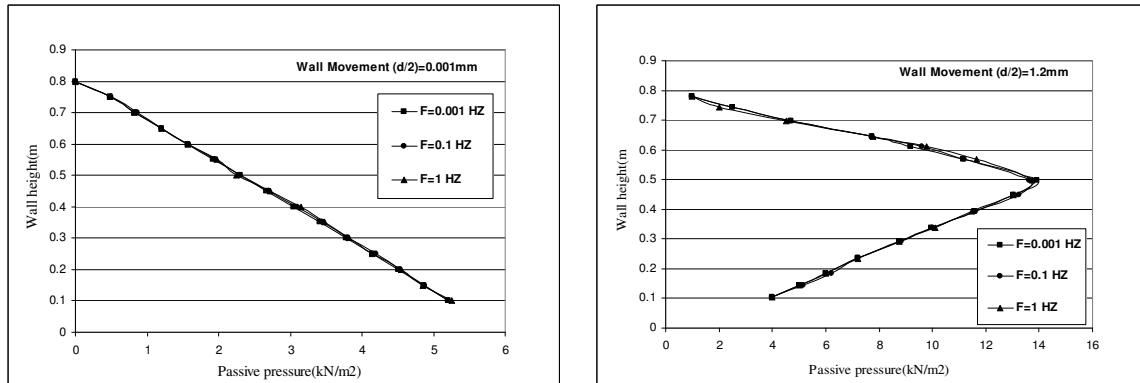
با توجه به شکل نکات زیر قابل استنباط است:

- با افزایش دامنه تغییر مکان دیوار و با افزایش تعداد سیکل حرکات، میزان فشار وارد بر دیوار افزایش می یابد
- در یک تغییر مکان مشخص دیوار، با افزایش تعداد سیکل حرکات، میزان فشار وارد بر دیوار افزایش یافته اما نرخ افزایش فشار وارد بر دیوار کاهش می یابد به نحوی که پس از تعداد محدودی سیکل حرکات دیوار میزان فشار وارد بر دیوار ثابت گردیده است.
- با افزایش تعداد سیکل حرکات دیواره، میزان فشار وارد بر دیواره در نواحی انتهایی کاهش می یابد. که این پدیده را می توان به دلیل افزایش پدیده قوس زدگی بین مصالح ماسه ای و دیواره حایل دانست .
- با افزایش دامنه تغییر مکان تعداد سیکل کمتری برای رسیدن به فشار ثابت لازم می باشد.
- همچنین بررسی ها نشان دادند که در دامنه تغییر مکانهای کوچک ( $d/2=0.001$  mm) افزایش تعداد سیکل حرکات دیوار، تاثیری در میزان فشار وارد بر دیوار ندارد.

## ۶. اثر فرکانس حرکت دیوار بر فشار مقاوم افقی

از آنجایی که عرشه پل های یکپارچه تحت تاثیر تغییرات حرارتی روزانه، فصلی و سالیانه قرار می گیرند که این دوره های دمایی دارای فرکانس های کم می باشند، لذا دیواره های انتهایی پل های یکپارچه نیز تحت تاثیر تغییر مکانهای سیکلی با فرکانس کم قرار می گیرند. لذا هدف از این قسمت بررسی تاثیر فرکانس های کم بر رفتار دیواره های انتهایی پل ها می باشد.

در این قسمت جهت بررسی تاثیر فرکانس بر میزان فشار وارد بر دیوار، به عنوان نمونه سه فرکانس  $f=0.001$  Hz،  $f=0.1$  Hz و  $f=1$  Hz (تعداد حرکات رفت و برگشتی دیوار در واحد ثانیه) مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج حاصل از این بررسی که بیان کننده تاثیر فرکانس در اولین تغییر حالت از شرایط سکون به مقاوم حرکت دیوار در دو دامنه (زاویه اصطکاک خاک و دیوار،  $\delta$ ، صفر در نظر گرفته شده است) را نشان می دهد در شکل (۶) ملاحظه می شود.

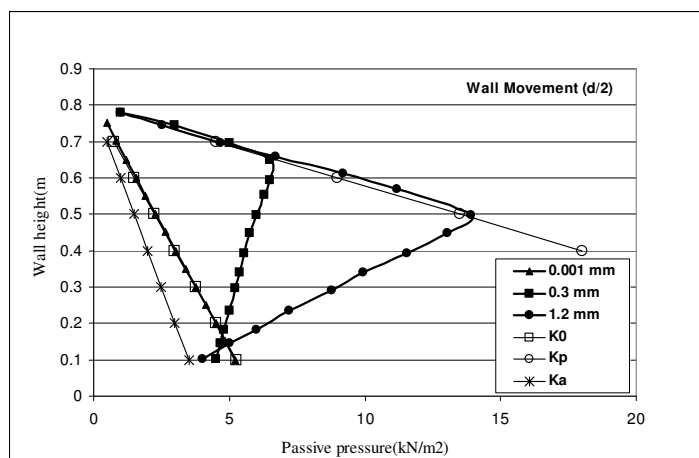


شکل ۶- تاثیر فرکانس حرکات دیواره بر فشار مقاوم افقی

از بررسی اشکال ملاحظه می‌شود که فرکانس حرکات دیوار تاثیر قابل توجهی بر میزان فشار خاک وارد بر دیوار ندارد. در ضمن بررسی‌ها نشان می‌دهد که فرکانس حرکات دیوار در سیکلهای بعدی نیز تاثیر گذار بر فشار وارد بر دیوار نمی‌باشد. عدم تاثیر فرکانس بارگذاری بر روی فشار وارده بین دیوار ساکن و خاک تحت بارهای سیکلی، توسط محققین دیگر نیز مورد بررسی قرار گرفته است که بیانگر نتایج مشابهی است [۱۵].

## ۷. تجزیه و تحلیل نتایج

جهت بررسی و تفسیر نتایج حاصل از رفتار اندرکنشی بین دیوار و خاک در شرایط بیان شده، به عنوان نمونه نتایج حاصله از فشار وارد بر دیواره در اولین سیکل حرکات، با نتایج بدست آمده از فشار خاک در حالت سکون و نتایج حاصله از فشار خاک بر مبنای تئوری مقاوم و محرک کولمب مقایسه شده است. نتایج این بررسی در شکل (۷) نشان داده شده است.



شکل ۷- مقایسه فشار وارد بر دیواره با مقادیر فشار حالت سکون، محرک و مقاوم



از بررسی شکل (۷) نتایج زیر حاصل می شود:

- در دامنه تغییر مکانهای کم ( $d/2=0.001mm$ ) فشار وارد بر دیواره با فشار حالت سکون دیواره تفاوت چندانی ندارد. به عبارتی در این دامنه از تغییر مکان، رفتار مصالح در محدوده الاستیک باقی مانده است.
- در دامنه تغییر مکان های متوسط ( $d/2=0.3mm$ ) میزان فشار وارد بر دیواره غیر خطی بوده که نشان دهنده خروج مصالح از حالت الاستیک بوده و در این دامنه از تغییر مکان فشار وارد بر دیواره از فشار در حالت سکون بیشتر بوده است.
- در دامنه تغییر مکانهای بزرگ نیز فشار وارد بر دیواره غیر خطی بوده است و در این حالت فشار وارد بر دیواره در نواحی فوقانی در حدود فشار مقاوم کولمب می باشد ولی با افزایش عمق میزان فشار وارد بر دیواره کاهش یافته است.
- همانطور که مشاهده می شود، فشار وارد بر دیوار در نیمه انتهایی دیوار دارای روند کاهشی می باشد که این پدیده را می توان به دلیل ایجاد پدیده قوس زدگی بین مصالح خاکی و دیوار حایل دانست که در اثر این پدیده تنش قائم کاهش یافته و در پی آن میزان فشار جانبی وارد بر دیواره نیز کاهش یافته است.
- همانطور که ملاحظه می شود در اثر افزایش دامنه تغییر مکان و افزایش تعداد سیکل حرکات دیواره در دامنه تغییر مکانهای متوسط و بزرگ، میزان قوس زدگی مصالح افزایش یافته و لذا میزان تنش افقی کاهش بیشتری یافته است به نحوی که میزان فشار در نواحی انتهایی از مقادیر فشار حالت سکون به سمت مقادیر فشار محرک کولمب سوق یافته است.

## ۸. نتیجه گیری

- با توجه به مطالعات و بررسی های صورت گرفته می توان موارد زیر را نتیجه گیری نمود:
- با توجه به نحوه عملکرد دیوارهای انتهایی پل های یکپارچه و همچنین با توجه به نتایج بدست آمده بنظر می رسد که نیروی وارد بر این دیوارها از نیرو در شرایط ساکن بیشتر و از نیرو در حالت مقاوم (بر اساس تئوری کولمب در شرایط مقاوم) کمتر می باشد.
  - با افزایش تعداد سیکل حرکات دوره ای، میزان فشار وارد بر دیوار افزایش و نرخ افزایش فشار وارد بر دیوار کاهش یافته است و لذا پس از تعداد مشخصی سیکل حرکت دیوار، میزان فشار وارد بر دیوار ثابت خواهد شد.
  - همانطور که بررسی ها نشان دادند، فرکانس های بارگذاری اعمالی در این تحقیق (فرکانسهای کم)، تاثیر قابل توجهی بر میزان فشار وارد بین دیوار و خاک ماسه ای خشک ندارد.
  - با افزایش دامنه تغییر مکان، ناحیه بیشتری از خاک پشت دیوار وارد ناحیه پلاستیک گردیده و لذا این امر سبب می گردد که ناحیه با فشار بیشینه به قسمت های پایین تر دیوار انتقال یابد.
  - با افزایش دامنه تغییر مکان، تنش در نواحی انتهایی به دلیل پدیده قوس زدگی کاهش می یابد که این پدیده با افزایش تعداد سیکل حرکات دیواره نیز افزایش بیشتری یافته و لذا با افزایش دامنه تغییر مکان و با افزایش تعداد سیکل حرکات دیواره میزان تنش در نواحی انتهایی کاهش بیشتری خواهد یافت.
  - در دامنه تغییر مکانهای کوچک میزان فشار وارد بر دیواره با فشار وارد بر دیواره در حالت سکون تفاوت چندانی ندارد.

## ۹. مراجع

1. Burke, M. P., (1993), "Integral bridges: Attributes and limitations." Transportation Research Record, 1393:1-8
2. Card, G. B. and Carder, D. R., (1993), "A literature review of the geotechnical aspects of the design of integral bridge abutments." Project Report 52, Transport Research Laboratory, Crowthorne, England.
3. Springman, S. M and Norrish, A. R. M. and Ng, C. W., (1996), "Cycling loading of sand behind integral bridge abutments." Technical Report 146, UK Highways Agency.
4. Kunin, J. and Alampalli, S., (2000), "Integral Abutment Bridges: Current Practice in United States and Canada" Journal of performance of constructed Facilities, ASCE Vol. 14, No. 3, 104-111



5. Duncan J. M. & Arsoy S., (2003), "Effect of Bridge-Soil interaction on Behavior of piles supporting integral Bridge", Paper No. 03-2633.
  6. Horvath J. S., (2000), "Integral Abutment Bridge", Manhattan College Research Report No. CE/GE-00-2.
  7. Darley P., Carder D. R. and Barker K. J., (1998), "Seasonal thermal effects over three years on the shallow abutments of an integral bridge in Glasgow", TRL Report No. 344.
  8. Broms B. B. and Ingleson I., (1971), "Earth pressure against the abutments of a rigid frame bridge", Geotechnique, Vol. 21, No.1, 1971, pp. 15-28.
  9. Broms B. B. and Ingleson, I., (1972), "Lateral Earth pressure on a bridge abutment", Proceeding of the 5<sup>th</sup> European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Madrid, Vol. 1, pp. 117-123.
  10. Hoppe E. J. and Gomez J. P., (1996), "Field study of an Integral Back wall Bridge", Virginia Transportation Research Council, Charlottesville, Va, VTRC 97-R7.
  11. Sanford T. C. and Elgaaly M., (1993), "Skew effects on backfill pressures at frame bridge abutments", Transportation Research Record, 1414:1-11.
  12. Fang Y. S. and Chen T. J. and Wu B. F., (1994), "Passive Earth Pressures with various wall movements", Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1270:1307-1323.
  13. T. A. JR. Thomson., (1999), "Passive Earth Pressures Behind Integral Bridge Abutments", PhD thesis, University of Massachusetts Amherst, Massachusetts, USA.
  14. Card G. B. and Carder D. R., (1993), "A literature review of the geotechnical aspects of the design of integral bridge abutments". Project Report 52, Transport Research Laboratory, Crow Thorne, England
۱۵. میر محمد حسینی، سید مجدالدین و نیکخواه، محمود، (۱۳۸۲) "ارائه یک مدل فیزیکی برای مطالعه رانش خاک تحت اثر سربارهای استاتیکی و سیکی"، نشریه دانشکده فنی، جلد ۳۷، شماره ۱.