کنترل کیفیت

مفاهیمی از شاخص های قابلیت فرایند در حالت توزیع غیر نرمال

Process Capability Indices for Non-normal Distribution

چکیده:

هدف از تحلیل قابلیتِ فرایند، برآورد و کنترل و کاهش تغییرپذیری محصولات صنعتی در فرایند تولید است. در روش کلاسیک، برای برآورد فرایند شاخص های قابلیت[1] (PCI) داده ها باید از فرایند تحت کنترل جمع آوری شود و مستقل و هم توزیع (نرمال) باشند. در عمل، ممکن است برخی از مقادیر خارج از حدود کنترل باشد، در این حالت، محصولات صنعتی درگیر فرایندهای غیرنرمال، هستند. بنابراین استفاده ی (PCI)ها براساس فرضیه ی نرمال، منجر به نتایجی گمراه کننده خواهد شد. در دهه های اخیر، تعدیلات و تعمیم های فراوانی برای روش کلاسیک در برآورد (PCI)، برای حل مسأله ی غیرنرمال بودن داده های مشخصه های کیفیت، پیشنهاد شده است. دو رهیافت کلی برای برآورد (PCI)های فرایند غیرنرمال وجود دارد. رهیافت متداول، تبدیل داده های غیرنرمال به نرمال توسط روش های تبدیل و سپس کاربرد روش قراردادی نرمال جهت محاسبه ی (PCI)های داده های تبدیل یافته است که روش آسان و درستی ست. تبدیل جانسون و تبدیل باکس-کاکس معرف رهیافت نخست خواهند بود. رهیافت دیگر، استفاده از صدک های توزیع غیرنرمال است. روش دوم در اجرا و کاربرد آسان نیست و انحراف در برآورد توزیع فرایند بر کارایی (PCI)های برآورد شده تأثیرگذار است(مانند روش کلمنت[2] ۱۹۸۹). به دلیل کاربرد گسترده ی فرایند شاخص های قابلیت فرایند مانند C_p, C_{PK}, C_{Pm} در صنایع تولیدی، برای ارزیابی و برآورد تصمیم خرید، به این مبحث مهم نیز می پردازیم. در این راستا، وو و کو[3] (۲۰۰۴) به برآورد حجم تقریبی نمونه ی مورد نیاز، جهت دستیابی به کران اطمینان مطلوب با سطح اطمینان مشخص شده، برای استنباط شاخص های بالا پرداخته اند.

واژه های کلیدی: شاخص های قابلیت فرایند، توزیع نرمال، داده های غیرنرمال، چولگی، پایایی.

گردآوری و نوشته ی: ۱- صدیقه یوسفی،
دانشجوی کارشناسی ارشد آمار ریاضی
۲- غلامرضا محتشمی برزادران*، گروه آمار
دانشگاه فردوسی مشهد
۳-محمد باقر مقدس زاده،گروه آمار،
دانشگاه پیام نور مشهد
* عهده دار مکاتبات:
gmb1334@yahoo.com

تاریخ دریافت: ۸۹/۱۲/٤
تاریخ پذیرش:۹۰/۳/۱۷

۱- مقدمه

در صنعت، از شاخص های قابلیت برای تشخیص قابلیت فرایند ساخت محصولات استفاده می شود که نقش بسزایی در فرایند کنترل کیفیت مؤسسات مهندسی بزرگ دارند. افزون براین، می توان گفت که تحلیل کارایی(قابلیت) فرایند، استاندارد متداول و متعارفی برای بررسی کیفیت از دیدگاه تولیدکننده و مشتری است. روش عامه پسند برای تحلیل کارایی فرایند، استفاده از PCI است. در حقیقت می توان گفت که PCI برای بیان رابطه ی بین کارایی واقعی فرایند و آنچه براساس تقاضا و نیازمندی تعیین شده، طراحی شده است.

برای نخستین بار جوران[4] (۱۹۷۴) شاخص های قابلیت را نسبت دامنه ی رواداری[5] فرایند به معیار تغییرپذیری چندگانه برای مشخصه های مورد بررسی تعریف نمود. پس از آن، کین[6] (۱۹۸۶) مقایسه

1-Process Capability Indices 2-Clement 3-Wu and Kuo 4-Juran 5- Tolerance 6- Kane

و بحث هایی را پیرامون PCI ها و برآوردشان که هم اکنون نیز کاربرد گسترده یی دارد، مطرح کرد. علاوه براین، او نوع جدیدی از C_p و C_{PK} ی مرتبط با تلـــرانس متقارن را معرفی کـرد. بویلز[1] (۱۹۹۱) می گوید که C_p و C_{PK} به دلیل وابسته نبودن به مقدار هدف[2]، T، شاخص های بنیادی مفیدی هستند. به این دلیل چـان[3] و همکاران(۱۹۸۸)، شاخص C_{pm} را که دربرگیرنده ی مقدار هدف فرایند نیز هست، معرفی کردند.

استفاده ی درست از شاخص‌های قابلیت بر مبنای فرض هایی است(مانند پایایی و توزیع تقریبی نرمال)،که در عمل همواره این فرض ها برقرار نیست، بنابراین به درستی منعکس شدنِ اجرای فرایند در حالات توزیع غیرنرمال، جای بحث دارد. انگلیش و تیلور[4] (۱۹۹۳) با بررسی تأثیر فرضیه ی غیرنرمال بودن روی PCIها به این نتیجه رسیدند کــه C_{PK} نسبت به C_p حســاس تر به انحــراف از فرضیه ی توزیع نرمال است. همچنین کتز و جانسون[5] (۱۹۸۸)، پرن و چن[6] (۱۹۹۵ و ۱۹۹۶)، تانگ و چن[7] (۱۹۹۸) و چن و دینگ[8] (۲۰۰۱) تحقیقاتی پیرامون PCIهای غیرنرمال انجام داده اند. در این مقاله سعی بر آن است که پس از معرفی شاخص‌های قابلیت فرایند، به بررسی روش های برآورد این شاخص ها در حالت توزیع غیر نرمال می پردازیم. سر انجام چند روش برای برآورد حجم نمونه ی PCI ها معرفی خواهد شد.

۲- اساس PCI

شاخص C_p، معیار قابلیت سنتی متداول فرایند، به صورت زیر تعریف شده است[کین۱۹۸۶]

$$C_p = \frac{USL-LSL}{۶\sigma} \quad (۱)$$

C_p قادر به در نظر گرفتن مقدار هدف نیست، از این رو کین(۱۹۸۶) شاخص C_{pk} را به صورت زیر معرفی کرد:

$$C_{pk} = min\{C_{PU}, C_{PL}\} \quad (۲)$$

که در آن، C_{pu} و C_{Pl} معیارهای یک طرفه ی فرایند هستندزیرا تنها یک حد مشخصات فنی را در بر می گیرند، به طوری که:

$$C_{PL} = \frac{\mu-LSL}{۳\sigma} \text{ و } C_{PU} = \frac{USL-\mu}{۳\sigma} \quad (۳)$$

شاخص C_{Pm} به صورت زیر تعریف می شود:

$$C_{pm} = \frac{USL-LSL}{6\sqrt{\sigma^{۲}+(\mu-T)^2}} \quad (۴)$$

در عمــل، پارامترهای μ و σ با برآوردهــای $\hat{\mu}$ و $\hat{\sigma}$ که بــه وسیله ی نمونه ی $x_1,\ldots,x_n$ گرفته شده، محاسبه می شوند: (۵)

$$\hat{\mu} = \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}, \hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n-1}}$$

تاگوچی[9] (۱۹۸۵) برآوردکننده ی زیر را برای σ پیشنهاد کرده است:

$$\hat{\sigma}_T = \sqrt{\hat{\sigma}^2 + (\bar{x} - T)^2} \quad (۶)$$

۳-محاسبه ی PCI برای داده های غیرنرمال

برخی از روش های معرفی شده در این بخش مانند تبدیل جانسون، رسم نمودار و تبدیل کلمنت، در صنعت بسیار کاربرد دارند، هر چند روش باکس-کاکس تاکنون ناشناخته بوده است. باید توجه داشت زمانی که توزیع تحت بررسی نرمال باشد، از لحاظ فرض علمی، تمام روش ها بجز روش آزاد توزیع، منجر به نتایج یکسانی برای C_p و C_{pk} می شود.

۳-۱ :نمودار احتمال

یک روش پذیرفته شده ی عمومی برای محاسبه ی PCI، استفاده از نمودار احتمال نرمال است، به طوری که می توان همزمان فرضیه ی نرمال را تحقیق کرد. شاخص C_p را بر حسب صدک ها[10] می توان به صورت رابطه ی(۷) بازنویسی کرد.

$$C_p = \frac{USL-LSL}{U_p-L_p} = \frac{USL-LSL}{\text{پایین نقطه ی ۰/۱۳۵ درصد} - \text{بالای نقطه ی ۰/۱۳۵ درصد}} \quad (۷)$$

که U_P صدک بالایی(یعنی۹۹/۸۶۵درصد از مشاهدات)و L_P صدک پایینی (۰/۱۳۵ درصد از مشاهـــدات) است. این صـدک هـا را مـــی توان به راحتی از کد رایانه یی ساده که نمودار احتمال را نمایش می دهد، بدست آورد.

به دلیل اینکه مقدار مرکزی مفید برای توزیع های چوله* مقدار میانه است، C_{pu} و C_{pL} را می توان این گونه تعریف کرد:

$$C_{PL} = \frac{\text{میانه}-LSL}{\text{میانه}-x_{0/99865}} \text{ و } C_{PU} = \frac{USL-\text{میانه}}{x_{0/99865}-\text{میانه}} \quad (۸)$$

که C_{pk} برابر با مینیمم C_{pu} و C_{pL} است.

1-Boyles 2-Target value 3-Chan 4-English and Taylor 5- Kotz and Johnson 6- Pearn and Chen 7- Tong 8- Ding 9-Taguchi 10- Percentiles

* در علم آمار و نظریه ی احتمالات، چولگی نشان دهنده ی میزان عدم تقارن توزیع احتمالی است(ویراستار)

۲-۳: فاصله ی رواداری آزاد توزیع

چان و همکاران(۱۹۸۸) روش زیر را برای محاسبه ی C_p و C_{pk} در فرایند غیرنرمال پیشنهاد کرده اند:

$$C_p = \frac{USL-LSL}{6\sigma} = \frac{USL-LSL}{\frac{3}{2}(4\sigma)} = \frac{USL-LSL}{3(2\sigma)}$$

با استفاده از تساوی های بالا داریم:

$$C_p = \frac{USL-LSL}{\omega} = \frac{USL-LSL}{\frac{3}{2}(\omega_2)} = \frac{USL-LSL}{3(\omega_3)}$$

به طور مشابه با بازنویسی C_{pk}خواهیم داشت:

(۹)

$$C_{pk} = \frac{\min\{(USL-\mu),(\mu-LSL)\}}{\frac{\omega}{2}}$$

که ω دامنه ی فاصله ی رواداری با پوشش ۹۹/۷۳درصد در ۹۵ درصد اوقات، ω_2 دامنه ی فاصله ی رواداری با پوشش ۹۵/۴۶ درصد در ۹۵ درصد مواقع، و ω_3 دامنه ی فاصله ی رواداری با پوشش ۶۸/۲۶ درصد در ۹۵ درصد بازه زمانی است. برآورد آماره های مرتب[1]، ω_2 و ω_3 بر اساس فرضیه ی نرمال، در مقاله ی چان و همکاران(۱۹۸۸) تحت عنوان روش گرافیکی برای فرایند قابلیت آورده شده است. در این روش محافظه کارانه، همواره دامنه ی طبیعی فرایند، بزرگ تر از برآوردی ست که با توجه به تغییرپذیری نمونه گیری انجام می پذیرد. روش آزاد توزیع تنها روشی است که منجر به نتیجه ی متفاوتی می شود ولو آن که توزیع تحت بررسی نرمال باشد.

۳-۳: روش واریانس وزنی

چو و بای[2](۱۹۹۶) روش ابتکاری واریانس وزنی را برای سازگار کردن مقادیرPCIها براساس درجه ی چولگی[3] جامعه پیشنهاد کرده اند. اگر P_x ، احتمال کمترمساوی بودنِ متغیرِ فرایند (X) ازمیانگین μ باشد. یعنی:

$$P_x = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} I(\bar{X} - X_i), \qquad (۱۰)$$

که $I(x)=1$ برای $x>0$ ،وبرای $x<0$ مقدار $I_x=0$خواهد شد.

PCIهای واریانس وزنی به شکل زیر درمی آید:

$$C_p = \frac{USL-LSL}{6\sigma W_x}, \qquad (۱۱)$$

به طوری که $W_x = \sqrt{1+|1-2P_x|}$ خواهد بود همچنین:

$$C_{PL} = \frac{\mu-LSL}{3\sqrt{2(1-P_x)}\sigma} \quad \text{و} \quad C_{PU} = \frac{USL-\mu}{3\sqrt{2P_x}\sigma}$$

(۱۲)

۴-۳: روش کلمنت

کلمنت در فرمول C_p در معادله ی (۱)، مقدار U_p-L_pرا جایگزین ۶ σ کرد:

$$C_p = \frac{USL-LSL}{U_p-L_p} \qquad (۱۳)$$

که U_p صدک ۹۹/۸۶۵ و L_p صدک ۰/۱۳۵ مشاهدات است و توسط گراسکا[4] و همکاران (۱۹۸۹) تعیین شده است. میانگین فرایند، μ، در C_{pk} توسط میانه ی M برآورد می گردد. همچنین σ ها در C_{pk} به ترتیب به وسیله ی U_p-M و $M-L_p$ برآورد می شود. بنابراین داریم:

$$C_{pk} = \min\left\{\frac{USL-M}{U_p-M}, \frac{M-LSL}{M-L_p}\right\} \qquad (۱۴)$$

در روش کلمنت، از برآوردگرهای کلاسیک چولگی(عدم تقارن) و کشیدگی[5](درجه ی اوج یک نمودار آماری)، که به ترتیب بر اساس گشتاورهای سوم و چهارم هستند، استفاده می شود که تا حدودی برای نمونه های با حجم کم، غیرقابل اعتماد هستند.

۵-۳: تبدیل توان باکس-کاکس

باکس و کاکس[6] (۱۹۶۴) خانواده ی مفیدی از تبدیلات توان را، تحت متغیر پاسخ الزاماً مثبت X،معرفی کردند:

$$X^{(\lambda)} = \begin{cases} \frac{X^{\lambda}-1}{\lambda}, & \lambda \neq 0 \\ \ln X, & \lambda = 0 \end{cases}$$

این خانواده ی پیوسته، به تک پارامتر λ بستگی دارد که با استفاده از روش ماکزیمم درست نمایی برآورد می گردد:

$$L_{max} = -\frac{1}{2}\ln\hat{\sigma}^2 + \ln J(\lambda, X) = -\frac{1}{2}\ln\hat{\sigma}^2 + (\lambda-1)\sum_{i=1}^{n}\ln X_i,$$

که در آن :

$$J(\lambda, X) = \prod_{i=1}^{n}\frac{\partial W_i}{\partial X_i} = \prod_{i=1}^{n} X_i^{\lambda-1}$$

بنابراین معادله ی:

$$\ln J(\lambda, X) = (\lambda-1)\sum_{i=1}^{n}\ln X_i.$$

1-Order statistic 2- Choi and Bai 3-Kurtosis 4-Gruska 5-Skewness 6-Box and Cox

برآورد σ^2 برای λ، ثابت $\frac{S(\lambda)}{n}$ است؛ به طوری که $S(\lambda)$ مجموع مربعات مانده در آنالیز واریانس X^{λ} است. پس از محاسبه ی $L_{\max}(\lambda)$ برای مقادیر مختلف λ که در حدود دامنه هستند، برخلاف λ، می توان نمودار $L_{\max}(\lambda)$ را رسم کرد. در ازای مقدار بهینه ی λ^* و هر X، حدود مشخصات داده ها تبدیل به متغیر نرمال می شود. PCI هـای متناظر را مـی توان به کمک میانگین و انحراف معیار داده های تبدیل یافته و معادلات (۱) و (۲) محاسبه کرد.

۳-۶: تبدیل جانسون

جانسون سیستمی از توزیع ها را بر اساس روش گشتاوری، مشابه قاعده ی پیرسن[1] بسط داده است. شکل کلی تبدیل به صورت زیر داده می شود:

(۱۵)

$$z=\gamma+\eta\tau(x;\epsilon,\lambda);\quad -\infty<\gamma<\infty, -\infty<\epsilon<\infty, \eta>0, \lambda>0$$

به طوری که z متغیر نرمال استاندارد و x متغیر حاصل شده از توزیع جانسون است. چهار پارامتر γ، ϵ و η باید برآورد گردد و تابعی دلخواه است که یکی از سه حالت زیر را در برمی گیرد:

۱)-سیستم لگ نرمال[2] (S_L)

(۱۶)

$$\tau_1(x;\epsilon,\lambda)=\log\left(\frac{x-\epsilon}{\lambda}\right)$$

رابطه ی (۱۶)، توزیع S_L معادله ی جانسون است که خانواده ی لگ نرمال است. لازمه ی برآورد پارامترها عبارتند از:

$$\hat{\eta}=1/645\left[\log\left(\frac{x_{0/95}-x_{0/5}}{x_{0/5}-x_{0/05}}\right)\right]^{-1}$$

$$\hat{\gamma}^*=\hat{\eta}\log\left(\frac{1-\exp(-1/645/\hat{\eta})}{x_{0/5}-x_{0/05}}\right), \hat{\epsilon}=x_{0/5}-\exp\left(-\hat{\gamma}^*/\hat{\eta}\right)$$

که 100α امین صدک داده ها به عنوان $(n+1)\alpha$ امین مقدار رتبه بندی شده از n مشاهده به دست می آید. اگر لازم باشد می توان از درون یابی خطی[3] بین مقادیر متوالی برای تعیین صدک های مورد نیاز استفاده نمود.

۲)-روش بیکران (S_U)

(۱۷)

$$\tau_2(x;\epsilon,\lambda)=\sinh^{-1}\left(\frac{x-\epsilon}{\lambda}\right),\quad -\infty<x<\infty$$

منحنی ها در خانواده ی S_U بیکران است. این خانواده به طور کامل توزیع های نرمال و t را شامل می شود. هان و شاپیرو[4] (۱۹۶۷) نمودارهایی برای تعیین برآورد γ و η براساس مقادیر چولگی و کشیدگی ارائه داده اند.

۳)-روش کران دار (S_B)

(۱۸)

$$\tau_3(x;\epsilon,\lambda)=\log\left(\frac{x-\epsilon}{\epsilon+\lambda-x}\right),\quad \epsilon\le x\le\epsilon+\lambda$$

این خانواده توزیع های کران دار که شامل گاما، بتا و... است را دربرمی گیرد. به دلیل اینکه توزیع می تواند از پایین کران ϵ، کران بالایی $\epsilon+\lambda$ یا هر دو طرف کراندارباشد، حالات زیر را خواهیم داشت:

حالت اول: دامنه ی تغییرپذیری معلوم است. در حالتی که کران ها مشخص باشد، پارامترها به صورت زیر حاصل می شود.

$$\hat{\eta}=\frac{z_{1-\acute{\alpha}}-z_{\alpha}}{\log\left(\frac{(x_{1-\acute{\alpha}}-\epsilon)(\epsilon+\lambda-x_{\alpha})}{(x_{\alpha}-\epsilon)(\epsilon+\lambda-x_{1-\acute{\alpha}})}\right)},\quad \hat{\gamma}=z_{1-\acute{\alpha}}-\hat{\eta}\log\left(\frac{x_{1-\acute{\alpha}}-\epsilon}{\epsilon+\lambda-x_{1-\acute{\alpha}}}\right)$$

حالت دوم: یکی از کران ها معلوم است. در این حالت تساوی زیر برای تکمیل معادلات(۱۹)، مورد نیاز است.

$$\hat{\lambda}=(x_{0/5}-\epsilon)\left[\left(x_{\frac{0}{5}}-\epsilon\right)(x_{\alpha}-\epsilon)+\left(x_{\frac{0}{5}}-\epsilon\right)(x_{1-\alpha}-\epsilon)-2(x_{\alpha})(x_{1-\alpha})\right]\left[\left(x_{\frac{0}{5}}-\epsilon\right)^2-(x_{\alpha}-\epsilon)(x_{1-\alpha}-\epsilon)\right]^{-1}.$$

حالت سوم: هـــر دو کران مجهول است که باید چهار صدک داده ها را با صدک هـــای متناظر توزیع نرمال استاندارد، مطابقت داد. تساوی های حاصل شـــده به ازای $i=1,2,3,4$ غیر خطی است که باید به روش های عددی حل شو د.

(۲۰)

$$z_i=\hat{\eta}+\hat{\gamma}\log\left(\frac{x-\hat{\epsilon}}{\hat{\epsilon}+\hat{\lambda}-x_i}\right)$$

الگوریتم هیل[5] وهمکاران (۱۹۷۶) برای مطابقت چهار گشتاور ابتدایی X در خانواده ی توزیع های بالا کاربرد دارد. همانند گذشته، شاخص های قابلیت از فرمول های (۱) و (۲) محاسبه می شود.

1-Pearson method 2-The Lognormal system 3-Linear interpolation 4- Han and Shapiro 5- Hill

۳-۷: PCI رایت(C_s)

رایت شاخص قابلیتی به نام C_s معرفی کرد که ضریب چولگی تصحیح شده را در بر می گیرد:

$$C_s = \frac{\min\{USL-\mu, \mu-LSL\}}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu-T)^2 + |\mu_3/\sigma|}} \quad (21)$$

به طوری که $T=\mu$ و μ_3 گشتاور مرکزی مرتبه ی سوم داده ها است.

باید توجه داشت که برآورد C_p و C_{pk} با استفاده از روش های گوناگون نشان دهنده ی درجات مختلف، تغییرپذیری خواهد بود. به ویژه افزایش حجم نمونه منجر به تغییرپذیری C_p می شود، زیرا توزیع نمونه تحت فرضیه ی نرمال است. اما تغییرپذیری C_{pk} برای هر حجم نمونه ی منطقی، کاملا معنادار است (تانگ و همکاران ۱۹۹۷).

۴-تعیین حجم نمونه برای برآورد PCI

در این بخش فرض می کنیم که فرایند تحت کنترل و دارای توزیع نرمال است. چو[1] و همکاران (۱۹۹۰) حدود اطمینان پایین ۹۵ درصد را برای برآورد C_p و C_{pk} به دست آوردند. متأسفانه مقادیر جدول بندی شده $\hat{C}_{pk}$، براساس فرض های معینی هستند که در بسیاری از موارد، کاربردی نیست. کاشلرو هارلی[2] (۱۹۹۲) همچنین فرانکلین و وازرمن[3] (۱۹۹۲) فرمول های تقریبی مفیدی را برای رفع این کمبود ارائه داده اند. در این راستا، پرن و همکاران (۱۹۹۲) بحثی پیرامون ویژگی های استنباطی و توزیعی PCI مطرح کرده اند. کوتز و لاولاس[4] (۱۹۹۸) به طور جامع به مرور این شاخص ها پرداختند.

۴-۱: حجم نمونه ی تقریبی برای کران اطمینانی از C_p

برآورد شاخص قابلیت C_p به صورت زیر است که در آن:

$$S^2 = \sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2/(n-1)$$

است:

$$\hat{C}_p = \frac{USL-LSL}{6S} \quad (22)$$

کین(۱۹۸۶) ثابت کرد که:

$$(n-1)(C_p/\hat{C}_p)^2 \sim \chi^2_{n-1} \quad (23)$$

از رابطه ی (۲۳)، چو و همکاران (۱۹۹۰)، کران اطمینان دقیق پایینِ $(1-\alpha)100$ درصد را برای C_p به حالت زیر به دست آوردند:

$$\hat{C}_p\sqrt{\chi^2_{\alpha}(n-1)/(n-1)} \quad (24)$$

که $\chi^2_{\alpha}(n-1)$ نشاندهنده ی α امین چارک X^2 با n-1 درجه ی آزادی است. بنابراین دامنه ی کران اطمینان پایین برای $C_p/\hat{C}_p$ عبارت است از:

$$\sqrt{\chi^2_{\alpha}(n-1)/(n-1)} \quad (25)$$

با این وجود تعیین n از فرمول (۲۵) ساده نیست، زیرا $\chi^2_{\alpha}(n-1)$ تابعی از n است. البته با استفاده از این واقعیت که توزیع χ^2_{ν} هنگامی که $\nu \to \infty$ نرمال استاندارد می شود، داریم:

$$-z_{\alpha} \cong (\chi^2_{\alpha} - \nu)/\sqrt{2\nu}. \quad (26)$$

تقریب (۲۶) برای Vهای بزرگ صادق خواهد بود. به کمک توزیع مجانبی نرمال توابع مختلفی از χ^2_{ν}، می توان تقریب های بهتری به دست آورد. از تقریب های ساده ی شناخته شده، به ترتیب فیشر[5](۱۹۹۲) و ویلسون-هیلفرتی[6] (۱۹۳۱) تقریب های بهتری به شکل زیر معرفی نمودند.

$$-z_{\alpha} = \sqrt{2\chi^2_{\alpha}(\nu)} - \sqrt{2\nu-1}. \quad (27)$$

$$-z_{\alpha} = \sqrt{9\nu/2}\,\{(\chi^2_{\nu}/\nu)^{\frac{1}{3}} - (1-2/(9\nu))\}. \quad (28)$$

که z_{α}-چارک*αام در توزیع نرمال استاندارد است. تقریب (۲۸) صحیح تر از تقریب های (۲۷) و (۲۶) است. با استفاده از تقریب فیشر، رابطه ی (۲۷) و (۲۳) کران اطمینان پایین $(1-\alpha)100$ درصد برای $C_p/\hat{C}_p$ به شکل زیر است:

$$(-z_{\alpha} + \sqrt{2(n-1)-1})/\sqrt{2(n-1)}. \quad (29)$$

باید توجه کرد که می توان از $\frac{1}{2n-2}$ برای $n \geq 30$ صرف نظر کرد، بنابراین:

$$n = 1 + (z^2_{\alpha}/2)(1-(C_p/\hat{C}_p))^{-2} \quad (30)$$

1-Chou 2-Kushler and Hurley 3- Franklin and Wasserman 4-Lovelace 5- Fisher 6- Wilson-Hilferty

* چارک معادل واژه ی Quartile انتخاب شده است. چارک های اول و دوم و سوم به ترتیب معادل صدک های ۲۵، ۵۰، ۷۵ است(ویراستار)

با کمک رابطه ی (۲۸) و (۲۳) کران اطمینان پایین $100(1-\alpha)$ درصد برای $C_p/\hat{C}_p$ به صورت زیر حاصل می شود:

(۳۱)

$$\left(-z_\alpha\sqrt{2/(9(n-1))}+1-(2/(9(n-1))\right)^{\frac{3}{2}}.$$

که برای $n \geq 30$ می توان عبارت $\frac{1}{9n-9}$ را نادیده فرض کرد. بنابراین n به شکل زیر در خواهدآمد:

$$n = 1 + (2z_\alpha^2/9)\left(1-(C_p/\hat{C}_p)^{\frac{2}{3}}\right)^{-2} \qquad (32)$$

هولین[1] (۱۹۸۸) حدود اطمینان متفاوتی را برای C_p معرفی کرد که براساس فرمول تقریبی برای گشتاور S^{-1} است.

همچنین او کران پایین اطمینان دیگری برای $C_p/\hat{C}_p$ به صورت زیر به دست آورد:

(۳۳)

$$1 - z_\alpha\sqrt{\frac{1}{2(n-3)}+\frac{6}{2(n-3)(n-1)}}$$

که با نادیده گرفتن عبارت $\frac{3}{(n-3)(n-1)}$ برای $n \geq 30$ خواهیم داشت:

(۳۴)

$$n = 3 + (z_\alpha^2/2)\left(1-(C_p/\hat{C}_p)\right)^{-2}$$

جدول های ۱ تا ۴، کران اطمینان پایین ۹۵و ۹۹ درصد را برای $C_p/\hat{C}_p$ نشان می دهند که به ترتیب از فرمول های (۲۵)، (۲۹)، (۳۱) و (۳۳) حاصل شده اند. این جدول ها نشان می دهند که تقریب ویلسون-هیلفرتی دارای نتایج مشابه تر به توزیع کیدو است. بنابراین روش ویلسون-هیلفرتی دقیق تر از سایر تقریب ها ست.

جدول ۱: کران اطمینان پایین دقیق اطمینان برای $C_p/\hat{C}_p$، با استفاده از χ^2.

مقادیر از پیش تعیین شده ی $C_p/\hat{C}_p$	n	99%	n	95%
0/8	66	0/7985	35	0/7982
	67	0/8000	36	0/8012
0/9	268	0/8999	138	0/8999
	269	0/9000	139	0/9003

جدول ۲: کران اطمینان پایین دقیق اطمینان برای $C_p/\hat{C}_p$، با استفاده از تقریب فیشر.

مقادیر از پیش تعیین شده ی $C_p/\hat{C}_p$	n	99%	n	95%
0/8	71	0/7998	37	0/7992
	72	0/8013	38	0/8020
0/9	276	0/8999	141	0/8999
	277	0/9001	142	0/9003

جدول ۳: کران اطمینان پایین دقیق اطمینان برای $C_p/\hat{C}_p$، با استفاده از تقریب ویلسون-هیلفرتی.

مقادیر از پیش تعیین شده ی $C_p/\hat{C}_p$	n	99%	n	95%
0/8	67	0/7998	35	0/7977
	68	0/8013	36	0/8006
0/9	268	0/8998	138	0/8996
	269	0/9000	139	0/9000

جدول ۴: کران اطمینان پایین دقیق اطمینان برای $C_p/\hat{C}_p$، با استفاده از تقریب هولین.

مقادیر از پیش تعیین شده ی $C_p/\hat{C}_p$	n	99%	n	95%
0/8	76	0/7999	41	0/7977
	77	0/8014	42	0/8006
0/9	279	0/8999	143	0/8996
	280	0/9001	144	0/9000

باید توجه داشت که وابستگی n به $\hat{C}_p$ به دلیل $C_p/\hat{C}_p$ است که از فرمول های (۳۰)، (۳۲) و (۳۴) حاصل می شود. در جدول های ۵، ۶ و ۷، حجم نمونه ی تقریبی n برای کران های اطمینان پایین ۹۵ و ۹۹ درصد، ارائه شده است. به کمک حجم نمونه های تقریبی موجود در جدول ها، می توان به لزوم وجود نمونه های بزرگ برای دستیابی به دامنه ی اطمینان پایین مفید پی برد.

با توجه به جدول (۱)، تمام حجم نمونه های موجود در جدول (۶) کم تخمین زده شده اند که دلیل عمده ی آن نادیده گرفتن عبارت $\frac{1}{9n-9}$ در محاسبه ی حجم نمونه است. پس از بررسی

1-Heavlin

جدول هـــا و نتایج حاصل از آن ها، استفـــاده از جدول (۳)پیشنـهاد می شود.

جدول ۵:حجم‌نمونه‌ی‌تقریبی‌بااستفاده‌ازتقریب‌فیشر

$C_p/\hat{C}_p$	99%	95%
0/8	68/6483≅ 69	34/8193≅ 35
0/9	271/5933≅ 272	136/2771≅ 137

جدول ۶:حجم‌نمونه‌ی‌تقریبی‌بااستفاده‌ازتقریب‌ویلسون-هیلفرتی

$C_p/\hat{C}_p$	99%	95%
0/8	68/9440≅ 64	32/4674≅ 33
0/9	262/3893≅ 263	131/6771≅ 132

جدول ۷:حجم‌نمونه‌ی‌تقریبی‌بااستفاده‌ازتقریب‌هولین

$C_p/\hat{C}_p$	99%	95%
0/8	70/6483≅ 71	36/8193≅ 37
0/9	273/5933≅ 274	138/2771≅ 139

۲-۴: حجم نمونه ی تقریبی برای دامنه ی اطمینان C_{pk}

رابطه‌ی برآوردکننده ی شاخص قابلیت فرایند C_{pk} را می توان به صورت زیر تعریف کرد:

$$\hat{C}_{pk} = \frac{min\{(USL-\bar{X}),(\bar{X}-LSL)\}}{3S} \quad (۳۵)$$

توزیع نمونه ی C_{pk} مشکل تر و پیچیده تر از C_p است. کاشلر و هـــارلی (۱۹۹۲) تذکر دادند که تقریب بیسل[1] (۱۹۹۰) محاسبه ی ساده‌تر و نسبتاً درست‌تری دارد. در این راستا فرانکلین و وازرمن (۱۹۹۲) به وسیله ی شبیه سازی نشان داده اند که روش بیسل برای $n \geq ۳۰$ در حد اطمینان ۹۵ درصد برای C_{pk} مناسب است.

کران اطمینان پایین بیسل به صورت زیر است:

$$\hat{C}_{pk} - z_\alpha\sqrt{(1/9n) + (\hat{C}_{pk}^2/2(n-1))}, \quad (۳۶)$$

در جدول ۸، چند کران پایین اطمینان تقریبی برای C_{pk} نشان داده شده است. برای $n \geq ۳۰$ داریم $2(n-1) \approx 2n$،

بنابراین رابطه ی (۳۶) به صورت زیر درخواهدآمد:

$$\hat{C}_{pk} - z_\alpha\sqrt{(1/9n) + (\hat{C}_{pk}^2/2n)}, \quad (۳۷)$$

با حل n از رابطه ی(۳۷) داریم:

$$n = z_\alpha^2\big((1/9\hat{C}_{pk}^2) + 0/5\big)/(1 - C_{pk}/\hat{C}_{pk})^2 \quad (۳۸)$$

از رابطه ی (۳۸) می توان نتیجه گرفت که وابستگی n به $\hat{C}_{pk}$ به دلیل $C_{pk}/\hat{C}_{pk}$است. جدول (۹)، حجـــم نمونه ی تقریبی n برای کران های اطمینان پایین ۹۵و۹۹درصد را نشان می دهد. فرمول تقریبی (۳۸) ، احتیاج به نمونه های بزرگ برای دستیابی به کـــران اطمـینان پایین مفیدی برای C_{pk}را تایید می کند.

جدول ۸:دامنه ی اطمینان پایین برای C_{pk}بااستفاده‌ازتقریب‌بیسل

$\hat{C}_{pk}$	مقادیر از پیش تنظیم شده $C_p/\hat{C}_p$	n	99%	n	95%
1/25	0/8	78	0/7998	39	0/7987
		79	0/8011	40	0/8013
	0/9	309	0/8998	155	0/8999
		310	0/9000	156	0/9002
1/50	0/8	75	0/7997	38	0/7998
		76	0/8010	39	0/8025
	0/9	297	0/8998	149	0/8998
		298	0/9000	150	0/9002

جدول ۹:حجم‌نمونه‌ی‌تقریبی‌بااستفاده‌ازتقریب‌بیسل

$\hat{C}_{pk}$	$C_{pk}/\hat{C}_{pk}$	n	
		99%	95%
1/25	0/8	78	39
	0/9	310	155
1/50	0/8	75	38
	0/9	298	149

۳-۴: حجم نمونه ی تقریبی برای کران اطمینانی از C_{pm}

رابطـــه ی برآوردکننده ی شاخص C_{pm} به صورت زیر تعریـف می شود:

$$C_{pm} = \frac{USL-LSL}{6\sqrt{S^2 + n(\bar{X}-T)^2/(n-1)}} \quad (۳۹)$$

1-Bissel

از چان و همکاران (۱۹۸۸) می دانیم:

(۴۰) $$(n-1)(n+\lambda)C_{pm}^2/(n\hat{C}_{pm}^2)\sim\chi'^2_n(\lambda)$$

که $\chi'^2_n(\lambda)$ توزیع χ^2 غیرمرکزی با n درجه‌ی آزادی و پارامتر غیرمرکزی $\lambda = n\delta = n(\mu-T)^2/\sigma^2$ است. بنابراین کران اطمینان پایین دقیق $(1-\alpha)$ ۱۰۰ درصد برای $C_{pm}/\hat{C}_{pm}$، به صورت زیر به دست می آید:

(۴۱) $$\left(n\chi'^2_n(\lambda)/(n-1)(n+\lambda)\right)^{\frac{1}{2}}$$

بویلز(۱۹۹۱) تقریب بهتری برای توزیع $\chi'^2_n(\lambda)$، پیشنهاد کرد که پیش از آن توسط پتنیک [1] (۱۹۴۹) مطرح شده بود:

(۴۲) $$\chi'^2_n(\lambda)\approx e\chi^2_f,$$

که $e=(n+2\lambda)/(n+\lambda)$، χ^2_f توزیع کیدو با f درجه ی آزادی و پارامتر غیر مرکزی: $f=(n+\lambda)^2/(n+2\lambda)$ است .

بنابراین رابطه ی (۴۰) به صورت زیر تغییر می کند:

(۴۳) $$(n-1)fC_{pm}^2/(n\hat{C}_{pm}^2)\sim\chi^2_f$$

با استفاده از رابطه ی(۴۳) دامنه ی اطمینان دقیق پایین $(1-\alpha)$ ۱۰۰ درصد برای $C_{pm}/\hat{C}_{pm}$ به صورت زیرمی شود:

(۴۴) $$\left(n\chi^2_\alpha(f)\right)/((n-1)f)^{\frac{1}{2}}$$

همانند C_p، تقریب های ساده ی مشهور فیشر و ویلسون-هیلفرتی است که به ترتیب در فرمول هـای (۲۷) و(۲۸) آمده است. به کمک آن ها کران اطمینان دقیق پایین $(1-\alpha)$ ۱۰۰درصد برای $C_{pm}/\hat{C}_{pm}$ عبارت است از:

(۴۵) $$\sqrt{\frac{n}{n-1}}\left(\frac{-z_\alpha}{\sqrt{2f}}+\sqrt{1-\frac{1}{2f}}\right)$$

برای $n\geq 30$ عبارت $\frac{1}{2f}$ رانادیده فرض می کنیم. بنابراین n به شکـل زیر درمی آید:

(۴۶) $$n=(z_\alpha^2/2)(1-C_{pm}/\hat{C}_{pm})^{-2}((1+2\delta)/(1+\delta)^2)$$

حال به کمک رابطه ی(۲۸) و فرمول (۴۳)، کران اطمینان دقیق پایین $(1-\alpha)$ ۱۰۰ درصد برای $C_{pm}/\hat{C}_{pm}$ به شکل زیر است:

(۴۷) $$\left(-z_\alpha\sqrt{2/(9f)}+1-2/(9f)\right)^{\frac{3}{2}}$$

در این تقریب نیز برای $n\geq 30$ می توان عبارت $\frac{2}{9f}$ را نادیده فرض کرد. از حل معادله برحسب n داریم:

(۴۸) $$n=(2z_\alpha^2/9)\times\left(1-(C_{pm}/\hat{C}_{pm})^{\frac{2}{3}}\right)^{-2}\times((1+2\delta)/(1+\delta)^2)$$

جدول های ۱۰، ۱۱ و ۱۳ کران اطمینان پایین ۹۵و ۹۹ درصد را برای $C_{pm}/\hat{C}_{pm}$ نشان می دهند که به ترتیب از فرمول های (۴۱)، (۴۴)، (۴۵) و (۴۷) به دست آمده اند. این جدول ها، همانند C_p، نشان می دهند که تقریب ویلسون-هیلفرتی شبیه تر به توزیع کیدو است. بنابراین روش ویلسون-هیلفرتی دقیق تر از تقریب فیشر است.

جدول ۱۰:کران اطمینان پایین دقیق برای $C_{pm}/\hat{C}_{pm}$ بااستفاده از χ^2 غیرمرکزی

$\hat{\delta}$	مقادیر از پیش تعیین شده ی $C_{pm}/\hat{C}_{pm}$	n	99%	n	95%
0	0/8	61	0/7987	30	0/7985
		62	0/8002	31	0/8017
	0/9	258	0/8999	127	0/8996
		259	0/9001	128	0/9000
1	0/8	46	0/7983	22	0/7979
		47	0/8004	23	0/8022
	0/9	194	0/8999	94	0/8996
		195	0/9002	95	0/9001

جدول ۱۱ :کران اطمینان پایین برای $C_{pm}/\hat{C}_{pm}$، بااستفاده از تقریب

$\hat{\delta}$	مقادیر از پیش تعیین شده ی $C_{pm}/\hat{C}_{pm}$ شده	n	99%	n	95%
0	0/8	61	0/7987	30	0/7985
		62	0/8002	31	0/8017
	0/9	258	0/8999	127	0/8996
		259	0/9001	128	0/9000
1	0/8	46	0/7993	22	0/7967
		47	0/8014	23	0/8011
	0/9	194	0/8998	94	0/8996
		195	0/9001	95	0/9002

جدول ۱۲ :کران اطمینان پایین برای $C_{pm}/\hat{C}_{pm}$،بااستفاده از تقریب فیشر

$\hat{\delta}$	مقادیر از پیش تعیین شده ی $C_{pm}/\hat{C}_{pm}$	n	99%	n	95%
0	0/8	70	0/7998	30	0/7992
		71	0/8013	31	0/8020
	0/9	275	0/8999	127	0/8999
		276	0/9001	128	0/9003
1	0/8	52	0/7988	22	0/7992
		53	0/8008	23	0/8029
	0/9	206	0/8998	94	0/8999
		207	0/9001	95	0/9004

1-Patnaik

جدول ۱۳: کران اطمینان پایین برای $C_{pm}/\hat{C}_{pm}$ ، با استفاده از تقریب ویلسون-هیلفرتی

$\hat{\delta}$	مقادیر از پیش تعیین شده ی $C_{pm}/\hat{C}_{pm}$	n	99%	n	95%
0	0/8	66	0/7998	34	0/7982
		67	0/8012	35	0/8011
	0/9	267	0/8998	137	0/8999
		268	0/9000	138	0/9003
1	0/8	49	0/7988	25	0/7969
		50	0/8008	26	0/8002
	0/9	200	0/8998	102	0/8996
		201	0/900۰	103	0/9001

باید اشـــاره شود وابستگـــی n به $\hat{C}_{pm}'$ به دلیل $C_{pm}/\hat{C}_{pm}$ است که به راحتی از فرمول هـــای (۴۶) و(۴۸) به دست مـــی آید. در جدول های ۱۴و ۱۵، حجم نمونه ی تقریبی n برای کران های اطمـــینان پایین ۹۵ و۹۹ ارائه شده است.

از لحاظ کاربردی، حجم نمونه ی تقریبی n، فرضیه ی لزوم وجود نمونه های بزرگ برای دستیابی به کران اطـمینان پایین مفید در $\hat{C}_{pm}'$ را تقویت می کند.

وضعیت برای $\hat{C}_{pm}'$ متفاوت از C_p است، زیرا زیاد برآوردکردن از جدول (۱۳)واضح است. این اریبی را مـــی توان با نادیده گرفتن $\frac{۲}{۹f}$ ، درست کرد. بنابراین برای این شاخص، استفاده از جدول ۱۵ نسبت به ۱۳ برتری دارد.

جدول ۱۴: حجم نمونه‌ی تقریبی با استفاده از تقریب فیشر

$\hat{\delta}$	$C_{pm}/\hat{C}_{pm}$	n	
		99%	95%
0	0/8	67/6483≅68	33/8193≅34
	0/9	270/5933≅271	135/2771≅136
1	0/8	50/7363≅51	25/3645≅26
	0/9	202/9450≅203	101/4578≅102

جدول ۱۵: حجم نمونه‌ی تقریبی با استفاده از تقریب ویلسون-هیلفرتی

$\hat{\delta}$	$C_{pm}/\hat{C}_{pm}$	n	
		99%	95%
0	0/8	62/9440≅63	31/4674≅32
	0/9	261/3893≅262	130/6771≅131
1	0/8	47/2080≅48	23/6006≅24
	0/9	196/0420≅197	98/0068≅99

۴-۴ : مثال توضیحی

داده هـــای جـــدول(۵) مـــونتگـــمری[1] (۲۰۰۱)، بـرای توضیح روش های معرفی شده استفاده می شود. این مثال، شامل داده هایی برای فرایند ساخت رینگ های پیستون تولید شده در موتور اتومبیل است. برای n=۱۲۵ قطر داخلی رینگ های حاصل از فرایند تولید اندازه گیری شده است. حدود بالا و پایین قطر داخلی رینگ های کنترل شده $USL = ۷۴/۰۵$ و $LSL = ۷۳/۹۵$ ، و مقدار هدف ۷۴ است.

میانگین و انحراف از استاندارد داده های حاصل از نمونه ها، به ترتیب $\bar{X}=۷٤/۰۰۱۱۷٦$ و $S=۰/۰۱۰۰٦۹۹۷$ است. بنابراین شاخص های قابلیت فرایندمحاسبه شده عبارتند از:

$$\hat{C}_p = 1/66 \quad , \hat{C}_{pk} = 1/61 \ , \hat{C}_{pm} = 1/64.$$

و $\hat{\delta} = (\bar{x} - T)^{۲} / s^{۲} \cong ۰/۰۱۳۶۳۸$ خواهد بود که توسط بویلز پیشنهاد شد. به عنوان مثال، برای به دست آوردن کران اطمینان پایین ۹۹ درصد برای

$$C_{pk} = 0.9\ C_{pk} = 0.9\text{x}1.61=1.449$$

حجم نمونه ی پیشنهادی از رابطه ی(۳۸) به صورت زیر حاصل می شود :

$$n = (2/326342)^2 \times ((1/ (9 \times 1/61^2)) + 0/5)/(1- 0/9)^2$$

$$= 293.7915 \cong 294.$$

به طور مشابه، کران اطمینان پایین ۹۹ درصد برای C_{pm} به صورت زیر به دست می آید:

$$C_{pm}=0.9'\hat{C}_{pm}=0.9\text{x}1.64=1.475$$

حجم نمونه ی پیشنهادی از رابطه ی(۳۸) عبارت خواهد بود از:

$$n = (2\times2/326342^2/9)(1 - (0/9)2/3)^{-2}\times (1+2\times0/013638)/(1+0/013638)^2$$

$$= 261.3420\cong262.$$

حداقل برآورد حجم نمونه ی n ، ۲۹۴ و ۲۶۲ بدست می آید که ضمانت اجرایی آن در سطح ۹۹ درصد، مطابق کران اطمینان پایین برای C_{pk} و C_{pm} به ترتیب ۱/۴۴۹ و ۱/۴۷۶ است.

در نهایت در جدول های ۱۶، ۱۷ و ۱۸ نتایج برای نسبت های مختلفی از $C_p/\hat{C}_p$ ، $C_{pk}/\hat{C}_{pk}$ و $C_{pm}/\hat{C}_{pm}$ و در سطوح اطمینان ۹۵ و ۹۹ درصد ارائه شده است.

جدول ۱۶: حجم نمونه‌ی تقریبی برای C_p به روش پیشنهادشده

نسبت ها	مقدار شاخص	٪۹۵	٪۹۹
0/8	1/328	36	68
0/85	1/411	63	120
0/9	1/494	139	269
0/95	1/577	547	1079

1-Montgomery

۴-۵ : نتیجه گیری

در این مقاله، به بررسی شاخص های قابلیت فرایند در حالت غیرنرمال و محاسبه ی آن ها پرداخته شد. ما به این نتیجه رسیدیم زمانی که توزیع تحتِ بررسیِ نرمال باشد، از لحاظ فرض علمی، تمام روش ها بجز روش آزاد توزیع، منجر به نتایج یکسانی برای شاخص های قابلیت(PCI)می شود. همچنین در برآورد حجم نمونه به کمک فرمول های (۳۱)، (۳۶) و (۴۷)، می توان کران پایین اطمینان $(1-\alpha)$ ۱۰۰ درصد را برای شاخص های قابلیت C_p، C_{pk}، C_{pm} برآورد کرد. این برآوردها نسبتاً برای $n>30$ دقیق هستند. در واقع این فرمول های تقریبی، برای نمونه های با حجم بزرگ، منجر به کران دقیق تری می شود. جدول های ۸ و ۹ نشان می دهد که مقادیر بزرگتر $\hat{C}_{pk}$ ، مطابق با حجم نمونه ی کوچکتر است. همچنین با توجه به جدول های ۱۰ تا ۱۵ می توان گفت مقادیر کوچک تر δ با حجم نمونه های بزرگتر متناظر خواهد بود IRM

جدول ۱۷:حجم نمونه ی تقریبی برای $\hat{C}_{pk}$ به روش پیشنهادشده

نسبت ها	مقدار شاخص	95%	99%
0/8	1/228	37	74
0/85	1/3685	66	131
0/9	1/449	147	294
0/95	1/5295	588	1176

جدول ۱۸:حجم نمونه ی تقریبی برای C_{pm} به روش پیشنهادشده

نسبت ها	مقدار شاخص	95%	99%
0/8	1/312	32	63
0/85	1/394	58	115
0/9	1/476	131	262
0/95	1/558	532	1064

مراجع

[1] Bissell, A. F. (1990). How reliable is your capability index? *Applied Statistics*, **39**, 331-340.

[2] Box, G. and Cox, D. (1964). An analysis of transformation. *J. R. Statist. Soc.* **26**, 221–252.

[3] Boyles, R. A. (1991). The Taguchi capability index. *Journal of Quality Technology*, **23**, 1, 17-26.

[4] Chan, L. K., Cheng, S. W. and Spiring, F. A. (1988). A new measure of process capability: C_{pm}. *Journal of Quality Technology*. **20**, 162-175.

[5] Chen, J. P. and Ding, C. G. (2001). A new process capability for non-normal distributions. *International Journal of Quality and Reliability Management,* **18**, 762-770.

[6] Choi, I. S. and Bai, D. S. (1996). Process capability indices for skewed population. *Proc. 20th Int. conf. on Computer and Industrial Engineering,* 1211-1214.

[7] Chou, Y. M., Owen, D. S. and Borrego, A. (1990). Lower confidence limits on process capability indices. *Journal of QualityTecnology* **22**, 223-229.

[8] Clements, A. J. (1989). Process capability indices for non-normal Calculations. *Qual. Prog.*, **22**, 49–55.

[9] English R. J. and Taylor, D. G. (1993). Process capability analysis-a robustness study. *Int. J. Prod. Res.*, **31**, 1621–1635.

[10] Fisher, R. A. (1992). On the interpretation of χ^2 from contingence tables and calculation of p. *Journal of the Royal Statistical Society*, **85**, 87-94.

[11] Franklin, L. A. and Wasserman, G. S. (1992). A note on the conservative nature of the tables of lower confidence limits for C_{pk} with a suggested correction. *Communications in Statistics: Simulation and Computation,* **21**, 1165-1169.

[12] Gruska, G.F., Mirkhani, K. and Lamberson, L.R. (1989). *Non-normal Data Analysis*. Multi face Publishing Co, Michigan.

[13] Hahn J. G. and Shapiro S. S. (1967). *Statistical Models in Engineering*. Wiley, New York.

[14] Heavlin, W. D. (1988). Statistical properties of capability indices. *Technical Report No.320, Tech. Library, Advanced Micro*

Devices, Inc., Sunnyvale, CA, **24**.

[15] Hill, I. D. Hill, R. and Holder, R. L. (1976). Fitting Johnson curves by moments algorithm ASA 99. *Appl. Statist.*, **25**, 180–189.

[16] Juran, J. M. (ed.) (1974). *Quality Control Handbook*. 3rd ed. New York, McGraw Hill .

[17] Kane, V.E. (1986). Process Capability Indices. *Journal of Quality Technology*, **18**, 41-52.

[18] Kotz, S, and Johnson, N. L. (1993). *Process Capability Indices*. Chapman & Hall, London.

[19] Kotz, S, and Lovelace, C. R. (1998). *Process Capability Indices in Theory and Practice.* Arnold, New York.

[20] Kushler, R. H. and Hurley, P.(1992). Confidence bounds for capability indices. *Journal of Quality Technology,* **24**, 188-195.

[21] Montgomery, D. C. (2001). *Introduction to Statistical Quality Control*, John Wiley & Sons, New York.

[22] Patnaik, P. B. (1949). The non-central χ^2 and F-distributions and their approximations. *Biometrika,* **36**, 202-232.

[23] Pearn, W. L., Kotz, S. and Johnson, N. L. (1992). Distributional and inferential properties of process capability indices. *Journal of Quality Technology,* **24**, 216-231.

[24] Pearn, W. L. and Chen, K. S. (1995). Estimating process capability indices for non-normal Pearsonian populations. *Qual. & Reli. Eng. Int.* , **11**, 389-388.

[25] Pearn, W. L. and Chen, K. S. (1996). A Bayesian- like estimator of $C_{pk.}$ *Com. In Stat., sim. And Comp.,* **25**, 321-329.

[26] Taguchi, G. (1985). A tutorial on quality control and assurance. The Taguchi Methods ASA Annual Meeting. Las Vegas, Nevada.

[27] Tong, L. I. and Chen, J. P. (1998). Lower confidance limit of process capability indices for non-normal process distributions. *Int. Journal of Reli. And Manag.,* **15**, 907-919.

[28] Wilson, E. B. and Hilferty, M. M. (1931). The distributions of Chi-square. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, **17**, 184-688.

[29] Wu, C. C. and Kuo, H. L. (2004). Sample size determination for the estimate of process capability indices . *Information and Management Sciences,* **1**, 1-12.

نقطه ی چرخش راهبردی در کسب و کار، هنگامی است که تعادل نیروها از ساختار کهن، از روش های کنونی انجام کار و از راه های جاری رقابت به روندی تازه روی می آورد. نقطه ی چرخش راهبردی چه هنگامی آشکـــار می شود؟ پیش خود تصور کنید که با یک گروه به گردش و پیاده روی در جنگل رفته و راه را گم کرده اید. یکی از همــــراهان حساس و کم حـــوصله، از راهنما می پرسد: مطمئن هستید که راه را درست می رویم؟ آیا گم نشده ایم؟ راهنما با دست او را کنار می زند و به راه خود ادامه می دهد. ولی به دلیل ندیدن ردپا، مسیر و علامت های آشنا، رفته رفته ناشکیبایی گسترش می یابد. دست آخر، در نقطه یی، راهنما توقف می کند، سر خود را کمی می خاراند و با ناخشنودی می گوید: بله بچه ها، مثل اینکه گم شدیم! در زمینه ی کسب و کار، چنین مرحله یی، نقطه ی چرخش راهبردی است.

اندرو- اس-گرو