طراحی عناصر نوری پراشی با استفاده از ترکیب الگوریتمهای گرشبرگ-ساکستون و بهینه‌سازی گروه ذرات

الهه حسین‌زاده[۱]، میرمجتبی میرصالحی[۲]
[۱]گروه برق دانشکده مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد، hoseinzadeh.e@gmail.com
[۲]گروه برق دانشکده مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد، mirsalehi@um.ac.ir

چکیده - در این مقاله با استفاده از ترکیب الگوریتم‌های گرشبرگ-ساکستون و بهینه‌سازی گروه ذرات، روش جدیدی برای طراحی عناصر نوری پراشی ارائه شده است. برای مقایسه کارایی این روش نسبت به الگوریتم گرشبرگ-ساکستون و الگوریتم بهینه‌سازی گروه ذرات، از مقادیر خطا، بازده پراش و ناهمواری استفاده کرده‌ایم. نتایج شبیه سازی‌ها برای سه حرف F، P و Q نشان می دهد که الگوریتم گرشبرگ-ساکستون از نظر زمان پردازش، الگوریتم بهینه‌سازی گروه ذرات از نظر خطا و ناهمواری و الگوریتم ترکیبی از نظر بازده پراش روشهای بهتری هستند. الگوریتم ترکیبی از نظر خطا و میزان ناهمواری بهتر از الگوریتم گرشبرگ-ساکستون و از نظر زمان پردازش بهتر از الگوریتم بهینه سازی گروه ذرات است.

کلید واژه- عناصر نوری پراشی (DOE)، الگوریتم گرشبرگ ساکستون (GS)، بهینه سازی گروه ذرات (PSO).

۱- مقدمه

عناصر نوری پراشی[۱] (DOE) قطعاتی هستند که قادرند نور را به هر شکل دلخواهی در صفحه مشاهده توزیع کنند. از جمله کاربردهای این قطعات می‌توان به پردازش نوری، تقسیم پرتو و تزویج کننده‌های نوری[۲] اشاره کرد [۱].

هدف از طراحی عناصر نوری پراشی یافتن ساختار مناسب برای این عناصر است به طوری که در صفحه نمایش جبهه موج مورد نظر تشکیل شود. برای طراحی، به دو چیز نیاز است: ۱- روش تحلیل برای مربوط کردن میدان تابش در صفحه قطعه نوری و میدان پراش یافته در صفحه مشاهده و ۲- روش بهینه سازی برای پیدا کردن ساختار مناسب برای طراحی عنصر نوری پراشی [۲]. روشهای تحلیل شامل روشهای تحلیل دقیق و روشهای تحلیل پراش اسکالری است.

روشهای متعددی برای طراحی عناصر نوری پراشی پیشنهاد شده است. این روشها را می توان به دو دسته الگوریتمهای یک طرفه و دو طرفه تقسیم کرد. از الگوریتمهای یک طرفه می توان به الگوریتم تبرید شبیه سازی شده[۳] (SA) و الگوریتم ژنتیک[۴] (GA) اشاره کرد. الگوریتمهای یک طرفه مبتنی بر محاسبه تابع خطا هستند و فرایند بهبود ساختار عنصر نوری پراشی بر اساس تغییرات تابع خطا صورت می‌گیرد. این الگوریتمها، به علت محاسبات زیاد، زمانبر هستند [۳].

در الگوریتمهای دو طرفه از یک رابطه بازگشتی بین میدان موج مطلوب و پارامترهای عنصرنوری پراشی استفاده می شود. در میان الگوریتمهای دو طرفه، الگوریتمهای تبدیل فوریه تکراری[۵] بیشتر مورد توجه هستند. این الگوریتمها حجم محاسباتی کمتری دارند. به مجموعه الگوریتم گرشبرگ-ساکستون[۶] (GS) و الگوریتمهای الهام گرفته شده از آن در طراحی عناصر نوری پراشی، الگوریتمهای تبدیل فوریه تکراری گفته می شود. فرایند این الگوریتمها، تکراری است و از رابطه تبدیل فوریه برای مرتبط کردن اطلاعات صفحه مشاهده و صفحه عنصر نوری پراشی استفاده می شود [۳].

الگوریتم بهینه سازی گروه ذرات[۷] (PSO) یک روش بهینه سازی مبتنی بر قوانین احتمال است که از رفتار اجتماعی پرندگان در پیدا کردن غذا الهام گرفته است [۴]. این الگوریتم اولین بار در سال ۲۰۰۸ در طراحی عناصر نوری پراشی دو سطحی (باینری) مورد استفاده قرار گرفته است اما تا کنون برای طراحی عناصر نوری پراشی چند سطحی از آن استفاده نشده است [۵]. الگوریتم بهینه سازی گروه ذرات می تواند در گروه الگوریتمهای طراحی یک طرفه قرار بگیرد.

در این مقاله از ترکیب الگوریتم بهینه سازی گروه ذرات و روش گرشبرگ-ساکستون (PSOGS) برای طراحی عناصر نوری پراشی استفاده کرده‌ایم.

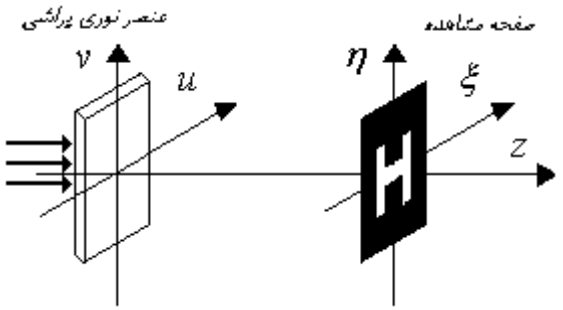
---

[1] Diffractive Optical Elements
[2] optical couplers
[3] Simulated Anneling
[4] Genetic Algorithm
[5] Iterative Fourier Transform Algorithm
[6] Gerchberg Saxton
[7] Particle Swarm Optimization

دربخش ۲ الگوریتم گرشبرگ-ساکستون، در بخش ۳ الگوریتم بهینه‌سازی گروه ذرات و در بخش ۴ روش ترکیبی پیشنهادی را توضیح می‌دهیم. بخش پنجم به شبیه سازیهاو نتایج و بخش ششم به جمع بندی اختصاص دارد.

۲- الگوریتم گرشبرگ-ساکستون

این الگوریتم برای اولین بار در طراحی میکروسکوپهای الکترونی توسط گرشبرگ و ساکستون مطرح شد[۶]. برای استفاده از الگوریتم گرشبرگ-ساکستون باید دو دسته اطلاعات داشته باشیم. دامنه سیگنال در صفحه عنصر نوری پراشی $A(u,v)$ و دامنه سیگنال در صفحه مشاهده $B(\xi,\eta)$ در نظر گرفته می‌شود (شکل ۱). الگوریتم در شکل ۲ ارائه شده است.



شکل۱: نحوه بکارگیری عنصر نوری پراشی

۱- فاز اولیه عنصر نوری پراشی تشکیل می‌شود.
۲- فاز عنصر نوری پراشی به سطوح کوانتیزاسیون مورد نظر کوانتیزه می‌شود.
۳- از تابع موج در صفحه عنصر نوری پراشی تبدیل فوریه گرفته می شود. دامنه مطلوب در صفحه مشاهده $B(\xi,\eta)$ جایگزین دامنه تابع حاصل از مرحله ۳ میشود.
۴- از تابع مرحله ۴ عکس تبدیل فوریه گرفته میشود.
۵- دامنه مطلوب در صفحه عنصر نوری پراشی $A(u,v)$ جایگزین دامنه
۶- تابع حاصل از مرحله ۵ میشود.
۷- فاز عنصر نوری پراشی محاسبه می‌شود.
۸- در صورتی که شرط توقف برآورده نشود، الگوریتم از مرحله ۲ تکرار می شود. در غیر اینصورت بهترین جواب دیده شده تاکنون به خروجی داده شده و الگوریتم متوقف می‌شود.

شکل ۲: الگوریتم گرشبرگ-ساکستون

۳- الگوریتم بهینه سازی گروه ذرات

در الگوریتم بهینه سازی گروه ذرات، هر جوابی به عنوان یک ذره در گروه در نظر گرفته می شود. هر ذره دارای یک موقعیت و سرعت است. مختصات موقعیت هر ذره مقادیر پارامترهایی هستند که الگوریتم می خواهد آنها را بهینه کند. بنابراین برای یک بهینه سازی با چندین پارامتر، هر ذره دارای موقعیتی در فضای چند بعدی خواهد بود. در الگوریتم بهینه سازی گروه ذرات از تابع برازندگی استفاده می شود تا براساس آن ذرات در فضای جستجو به سمت هدف حرکت کنند. موقعیت هر ذره با بالاترین مقدار برازندگی در $\mathbf{p_i}$ و بهترین موقعیتی که کل ذرات کسب کرده اند در $\mathbf{g_i}$ ذخیره میشود. سرعت ذرات با ضرایبی تصادفی در راستای این دو موقعیت به روز میشود:

$$v_{ij}(t+1) = w(t+1)v_{ij}(t) + c_1 r_{ij}(t)[\mathbf{p}_{ij} - x_{ij}(t)] + c_2 s_{ij}(t)[\mathbf{g}_{ij} - x_{ij}(t)] \quad (۱)$$

x_{ij} و v_{ij} به ترتیب مولفه های j- ام بردارهای موقعیت و سرعت ذره i- ام، r_{ij} و s_{ij} ضرایب تصادفی، c_1 و c_2 مقادیر ثابت، $w(t)$ ضریب لختی و t مرحله اجرای الگوریتم است. موقعیت جدید ذره i- ام از رابطه زیر تعیین می شود.

$$\mathbf{x_i}(t+1) = \mathbf{x_i}(t) + \mathbf{v_i}(t+1) \quad (۲)$$

در ابتدا سرعت و موقعیت اولیه هر ذره به صورت تصادفی انتخاب شده و رفته رفته تمام ذرات در راستای بهترین پاسخ مساله حرکت می‌کنند. این الگوریتم را در شکل ۳ ارائه کرده‌ایم.

۱- جمعیت اولیه ذرات تشکیل می‌شود.
۲- پارامترهای الگوریتم مقداردهی اولیه می‌شوند.
۳- برای هر ذره مقدار برازندگی آن محاسبه می‌شود.
۴- بهترین موقعیت هر ذره تاکنون تعیین می‌شود.
۵- بهترین موقعیت کشف شده توسط ذرات تا کنون مشخص می‌شود.
۶- سرعت هر ذره محاسبه می‌شود.
۷- موقعیت ذرات به روز می‌شود.
۸- پارامترهای الگوریتم به روز می‌شوند.
۹- در صورتی که شرط توقف برآورده نشود، الگوریتم از مرحله ۳ تکرار میشود. در غیر اینصورت بهترین جواب دیده شده تاکنون به خروجی داده شده و الگوریتم متوقف می‌شود.

شکل ۳: الگوریتم بهینه سازی گروه ذرات

۴- روش ترکیبی

الگوریتم گرشبرگ-ساکستون در اطراف نقطه شروع جستجو می کند. به همین دلیل موفقیت الگوریتم به انتخاب نقطه شروع وابسته است و به سرعت دچار همگرایی زودرس میشود. اما الگوریتم بهینه سازی گروه ذرات در کل فضای جواب جستجو می‌کند، به همین دلیل به نقطه شروع اجرای الگوریتم بستگی نداشته و حجم محاسباتی بالاتری نیز نسبت به الگوریتم گرشبرگ-ساکستون دارد.

۱- الگوریتم بهینه سازی گروه ذرات بر اساس شکل ۳ اجرا می شود.
۲- فاز عنصر نوری پراشی بدست آمده از بند ۱ به عنوان فاز اولیه در الگوریتم گرشبرگ-ساکستون در نظر گرفته می شود.
۳- الگوریتم گرشبرگ-ساکستون بر اساس شکل۲ اجرا می شود.

شکل۴ : الگوریتم ترکیبی

۵- شبیه سازی ها و نتایج

برای بررسی قابلیت روش ترکیبی، علاوه بر روش مذکور، الگوریتم بهینه سازی گروه ذرات و الگوریتم گرشبرگ-ساکستون را نیز پیاده سازی کرده ایم. نرم افزار مربوط به طراحی عناصر نوری پراشی با استفاده از الگوریتمهای فوق را به زبان MATLAB2010 نوشته ایم.

۵-۱- معیارهای طراحی

انتخاب روش طراحی به معیار طراحی و انتخاب معیار طراحی به کاربرد عنصر نوری پراشی بستگی دارد. معیارهای متعددی در طراحی مطرح هستند. از جمله آنها دقت، بازده پراش و ناهمواری[1] می باشد. ما مقایسه قابلیت الگوریتمها را بر اساس این سه معیار انجام داده ایم.

بازده پراش[2] (DE) نسبت توان موجود در ناحیه سیگنال[3] (SR) به کل توان در صفحه مشاهده می باشد:

$$\mathrm{DE} = \sum_{(\xi,\eta)\in \mathrm{SR}} \mathrm{I}_f(\xi,\eta) \Big/ \sum_{(\xi,\eta)\in \mathrm{All}} \mathrm{I}_f(\xi,\eta) \qquad (۳)$$

ناحیه سیگنال ناحیه ای است که پیکسلهای مربوط به شکل مطلوب در صفحه مشاهده را پوشش می دهد.

معیار دقت، خطای نسبی ریشه میانگین مربعات خطا به میانگین شدت مطلوب در ناحیه اندازه گیری[4] (MR) است.

$$\mathrm{ER} = \sqrt{\sum_{(\xi,\eta)\in \mathrm{MR}} [\tilde{I}_f(\xi,\eta) - \tilde{I}_0(\xi,\eta)]^2 / [\tilde{I}_0^2(\xi,\eta)\, N_{MR}]} \qquad (۴)$$

ناحیه اندازه گیری ناحیه‌ای است که شکل مطلوب در صفحه مشاهده در آنجا تشکیل می شود. N_{MR} تعداد پیکسلها در ناحیه اندازه گیری، $\tilde{I}_f(\xi,\eta) = I_f(\xi,\eta) / \sum_{(\xi,\eta)\in MR} I_f(\xi,\eta)$ و $\tilde{I}_0(\xi,\eta) = I_0(\xi,\eta) / \sum_{(\xi,\eta)\in MR} I_0(\xi,\eta)$ به ترتیب شدت سیگنال نرمالیزه شده بدست آمده در صفحه مشاهده و شدت سیگنال نرمالیزه شده مطلوب می‌باشد [۷].

معیار ناهمواری به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$RO = \sum_{(\xi,\eta)\in \mathrm{MR}} \left\{ H[\tilde{I}_f(\xi,\eta) - \tilde{I}_0(\xi,\eta)] \right\}^2 / N_{MR} \qquad (۵)$$

H میانگین انحنای منحنی شدت سیگنال خروجی است [۷].

۵-۲- طراحی عناصر نوری پراشی

در فرایند طراحی عناصر نوری پراشی، صفحه عنصر نوری پراشی به N^2 پیکسل تقسیم شده و فاز متناظر با هر پیکسل محاسبه می‌شود. همچنین صفحه مشاهده به $4N^2$ پیکسل تقسیم شده است. به منظور استفاده از الگوریتم تبدیل فوریه سریع[5] (FFT) ابعاد ماتریس مربوط به صفحه عنصر نوری پراشی با افزودن صفر از N به ۲N افزایش می یابد.

در الگوریتم بهینه سازی گروه ذرات، تعداد ابعاد هر ذره N^2 انتخاب می‌شود و محدوده مجاز مقادیر هر بعد ذره صفر تا 2π می‌باشد. در بهینه سازی تعداد ذرات را ۵۰ انتخاب کرده‌ایم. همچنین مقادیر مناسب پارامترهای c_1 و c_2 را از طریق آزمون و خطا، $c_1 = 0.1$ و $c_2 = 3.1$ بدست آورده ایم. ضریب $w(t)$ هم در حین اجرای برنامه به صورت خطی از ۰.۱۵ تا صفر کاهش داده شده است. به منظور جلوگیری از همگرایی زودرس از عملگر جهش[6] استفاده کرده‌ایم [۸]. نرخ جهش در هر مرحله از رابطه

[1] roughness
[2] Diffraction Efficiency
[3] Signal Region
[4] Measure Region
[5] Fast Fourier Transform
[6] mutation

(۶) محاسبه می شود.

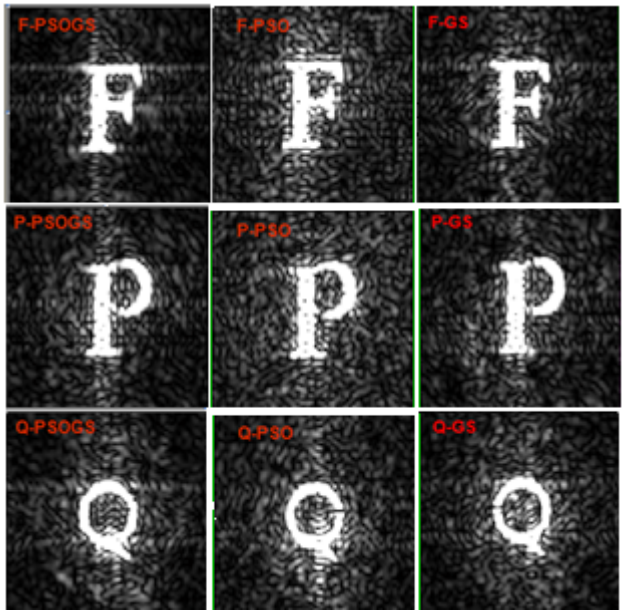
$$\mu = 0.05 + 0.85(t/mt)^2 \qquad (۶)$$

mt حداکثر تعداد تکرارهای الگوریتم است. در صورت اعمال جهش فقط یک بعد از موقعیت یک ذره که به صورت تصادفی انتخاب می شود، تغییر می‌کند.

مقادیر پارامترهای الگوریتم ترکیبی مانند الگوریتم بهینه سازی گروه ذرات است. در اجرای الگوریتم گرشبرگ-ساکستون و بهینه‌یاب گروه ذرات نقطه شروع به صورت تصادفی انتخاب میشود. در هر سه روش محدودیتی برای تعداد تکرارها در نظر گرفته شده است که بعد از رسیدن به آن مقدار الگوریتم متوقف می‌شود.

شبیه سازی‌ها در ابعاد ۳۲×۳۲ پیکسل و با ۱۶ سطح کوانتیزاسیون انجام شده است. به عنوان نمونه، طراحی عناصر نوری پراشی برای تشکیل حروف F، P و Q انجام شده است. شکل۵ تصاویر مطلوب این حروف را نشان می دهد و یک نمونه از تصاویر تشکیل شده در صفحه مشاهده حاصل از الگوریتم گرشبرگ-ساکستون (GS)، الگوریتم بهینه سازی گروه ذرات (PSO) و الگوریتم ترکیبی (PSOGS) در شکل ۶ آورده شده است. در هر مورد، عمل طراحی ۱۰ بار اجرا شده و میانگین، بهترین و بدترین جوابها در جدول‌های ۱و ۲ ارائه شده است.

شکل ۵: تصاویر مطلوب حروف F، P و Q در صفحه مشاهده



الف) ب) پ)

شکل۶: تصویر نهایی در صفحه مشاهده حاصل از الف) الگوریتم گرشبرگ-ساکستون (GS)، ب)الگوریتم بهینه سازی گروه ذرات (PSO) و پ) الگوریتم ترکیبی (PSOGS)

جدول ۱: نتایج طراحی برای حرف F

الگوریتم	خطا (ER)		
	بدترین	میانگین	بهترین
GS	0.6125	0.5746	0.5339
PSO	0.3835	0.3652	0.3479
PSOGS	0.6313	0.5877	0.5617
	ناهمواری (RO)		
	بدترین	میانگین	بهترین
GS	1.9433	1.7788	1.5274
PSO	1.2149	1.0552	0.9068
PSOGS	1.4181	1.8199	1.4181
	بازده پراش (DE)		
	بدترین	میانگین	بهترین
GS	0.7490	0.7718	0.7873
PSO	0.6545	0.6681	0.6805
PSOGS	0.7607	0.7788	0.8017
	زمان اجرا (seconds)		
	بدترین	میانگین	بهترین
GS	3.1	3.1	3.0
PSO	1782.8	1643.4	1447.4
PSOGS	349.2	374.9	399.1

جدول ۲: نتایج طراحی برای حرف P

الگوریتم	خطا (ER)		
	بدترین	میانگین	بهترین
GS	0.6110	0.5696	0.5144
PSO	0.3945	0.3734	0.3502
PSOGS	0.6053	0.5793	0.5076
	ناهمواری (RO)		
	بدترین	میانگین	بهترین
GS	1.6361	1.2813	1.1299
PSO	0.8870	0.7718	0.6692
PSOGS	1.8324	1.4482	1.0050
	بازده پراش (DE)		
	بدترین	میانگین	بهترین
GS	0.8138	0.8259	0.8351
PSO	0.7468	0.7302	0.7199
PSOGS	0.8161	0.8285	0.8443
	زمان اجرا (seconds)		
	بدترین	میانگین	بهترین
GS	3.3	3.2	3.2
PSO	2822.9	2788.6	2649.9
PSOGS	652.2	599.6	547.4

جدول ۳: نتایج طراحی برای حرف Q

الگوریتم	خطا (ER)		
	بدترین	میانگین	بهترین
GS	0.5629	0.5224	0.4852
PSO	0.5495	0.4367	0.4015
PSOGS	0.5316	0.5123	0.4963
	ناهمواری (RO)		
	بدترین	میانگین	بهترین
GS	1.6361	1.2813	1.1299
PSO	1.5437	0.9588	0.9244
PSOGS	1.8324	1.4482	1.0050
	بازده پراش (DE)		
	بدترین	میانگین	بهترین
GS	0.7714	0.7979	0.8101
PSO	0.7533	0.7401	0.7310
PSOGS	0.7735	0.7983	0.8203
	زمان اجرا (seconds)		
	بدترین	میانگین	بهترین
GS	3.1	3.0	2.9
PSO	2822.9	2788.6	2649.9
PSOGS	652.2	599.6	547.4

۶- جمع بندی

در این مقاله، یک روش ترکیبی از الگوریتم گرشبرگ-ساکستون و الگوریتم بهینه سازی گروه ذرات برای طراحی عناصر نوری پراشی پیشنهاد و نتایج شبیه سازی‌های این روش با روشهای فوق مقایسه شده است. نتایج شبیه سازی‌ها نشان می‌دهد که الگوریتم بهینه سازی گروه ذرات از خطای کمتر و همواری بهتر، الگوریتم گرشبرگ-ساکستون از زمان پردازش کمتر و الگوریتم ترکیبی از بازده پراش بهتری برخوردار است. الگوریتم ترکیبی از نظر خطا و میزان ناهمواری، بهتر از الگوریتم گرشبرگ-ساکستون و از نظر زمان پردازش بهتر از الگوریتم بهینه سازی گروه ذرات است. البته این نتایج مربوط به چند مورد طراحی انجام شده می‌باشد و مقایسه دقیقتر نیازمند طراحی‌های بیشتر است.

مراجع

[1] V. Soifer, V. Kotlyar and L. Doskolovich, *Iterative Methods for Diffractive Optical Elements Computation,* Taylor & Francis Ltd., 1997.

[2] J. N. Mait, "Understanding diffractive optic design in the scalar domain," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 12, no. 10, pp. 2145-2158, 1995.

[3] J. Jiang, "Rigorous Analysis and Design of Diffractive Optical Elements," Ph.D. Dissertation, University of Alabama in Huntsville, USA, 2000.

[4] J. Kennedy and R. Eberhart, "Particle swarm optimization," Proceeding of IEEE International Conference on Neural Networks, 1995, pp. 1942-1948.

[5] T. G. Jabbour and S. M. Kuebler, "Particle swarm optimization of axially superresolving binary phase diffractive optical elements," *Opt. Lett.,* vol. 33, no. 13, pp. 1533- 1535, 2008.

[6] R. W. Gerchberg and W. O. Saxton, "A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures," *Optik,* vol. 35, no. 2, pp. 237-246, 1972.

[7] M. Pasienski and B. DeMarco, "A high-accuracy algorithm for designing arbitrary holographic atom traps," *Optics Express*, vol. 16, issue 3, pp. 2176-2190, 2008.

[8] A. Stacey, M. Jancic and I. Grundy, "Particle swarm optimization with mutation," The 2003 Congress on Evolutionary Computation, vol. 2, no. 4, pp. 8-12, 2003.