تحلیل بار افزون قاب های دو بعدی
با جزء قابی ناکشسان دقیق بر پایه روش سختی

احمد شوشتری، رضا خواجوی

استادیار گروه عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

دانشگاه فردوسی مشهد، مرکز تحقیقات زلزله شناسی

ashoosht@um.ac.ir
r_yahya_khajavi@yahoo.com

خلاصه

پژوهشگران الگوسازی عضو قابی ناکشسان را برپایه مومسانی پیش‌رونده با شیوه‌های سختی، نرمی و درهم سامان داده‌اند. شیوه سختی، از آن رو که ساختاری نظام‌مند دارد، دلخواه تحلیلگران است. اما عضوهای قابی ساخته شده با این روش، میدان خمیدگی را که در پی رفتار ناکشسانی غیرخطی شده‌اند، خطی برآورد می‌کنند. برای برآمدن از این چالش، تحلیلگران یا عضو قابی را با چندین جزء شبکه‌بندی می‌کنند، و یا از عضو قابی ساخته شده به شیوه نرمی بهره می‌جویند. هر یک از این دو راهکار کاستی‌هایی دارند. در این مقاله، روشی برای ساخت عضو قابی به شیوه سختی پیشنهاد می‌شود که توانایی برآورد درست میدان خمیدگی را برپایه اندازه نرمی مقطع‌ها دارد. با بهره‌جویی از این عضو می توان از ساختار ساده روش سختی در تحلیل بهره جست. توانمندی این جزء با تحلیل بار افزون یک نمونه قابی نشان داده می‌شود.

کلمات کلیدی: تحلیل بار افزون، جزء محدود ناکشسان قابی، روش سختی، قاب دو بعدی، مومسانی پیش رونده.

۱. مقدمه

پیشرفت های نوین در زمینه سخت افزار و نرم افزار رایانه ای، مهندسان سازه را بر آن داشته تا برای طراحی بهینه تر ساختمان ها، به ویژه در برابر بارهای لرزه ای از روش هایی کارآتر چون طراحی بر پایه کارکرد بهره جویند. چنین روش های طراحی، نیازمند شیوه های تحلیلی پیچیده تری می باشند که رفتار فراکشسانی را نیز در بر گیرند. آیین نامه های ساختمانی چون FEMA-356 [1] و ATC-40 [2]، به روشنی به کارگیری شیوه های تحلیل ایستایی غیرخطی (NSP) یا همان تحلیل بار افزون (Pushover) را سفارش می کنند.

تا کنون، الگوسازی های گوناگون عضوهای قابی برای به کارگیری در تحلیل فراکشسانی قاب های ساختمانی پیشنهاد شده اند. در این میان، الگوسازی مومسانی پیش رونده، که فرآیند گسترش و پیشروی ویژگی مومسانی را در دوره بارگذاری پیگیری و رصد می کند، دو ویژگی سادگی و دقت شایسته تحلیل را همراه خود دارد. یکی از ویژگی های ارزشمند الگوهای مومسانی پیش رونده سازگاری نزدیک آنها با روش آشنای جزء محدود است. در یک نگاه فراگیر به روش های الگوسازی ناکشسانی پیش رونده عضو قابی، می توان سه دسته رابطه سازی جزء محدود را شناسانید که بر پایه سه شیوه فراگیر و شناخته شده وردشی به دست می آیند. این سه دسته، با نام های رابطه سازی سختی، نرمی، و درهم شناخته می شوند. در این میان، رابطه سازی سختی بیش از همه شناخته شده است، و در تحلیل های کشسانی، گزینه ای بی هم آورد به شمار می آید. اما این رابطه سازی در حوزه فراکشسانی با چالش هایی رو به روست. از این رو، پژوهشگران در الگوسازی های ناکشسانی، روش های نرمی و درهم را نیز آزموده اند [3,4].

در روش سختی از درونیاب های هرمیتی برای درونیابی میدان جا به جایی تیر بهره می جویند. کاربرد این درونیاب های هرمیتی برای گستره فراکشسانی چندان درست و روا نیست. تحلیل ناکشسانی سازه ها با بهره جویی از چنین جزء های محدود قابی، به ویژه در بخش هایی از سازه که در گستره رفتار ناکشسانی بسیار پیش رفته اند، و همچنین در بارگذاری های چرخه ای، پاسخ های نادرستی را به دست می دهد [5]. به سخن دیگر، ماتریس $B(x)$ که در رابطه سازی به روش سختی و با بهره جویی از درونیاب های هرمیتی مرتبه ۳، نمایشی خطی دارد، نمای درستی از نمودار خمیدگی تیر را به دست نمی دهد. زیرا که نمای نمودار خمیدگی تیر بسیار پیچیده است، و همراه با گسترش فرآیند ناکشسانی پیوسته دگرگون می

شود. برای کاستن از پیامدهای این تقریب و بهبود پاسخ های تحلیل، ناگزیر باید شمار بیشتری جزء محدود تیری برای پوشـش عـضو قـابی بـه کـار رود. چنین گسسته سازی ریزتر به ویژه در بخش هایی از عضو قابی بایسته خواهد بود که در آنها رفتارهای فراکشسانی بالایی پدیدار می شوند. بـه دنبـال ایـن شبکه بندی های ریز، گاه همگرایی عددی فرآیند تحلیل آسیب خواهد دید. افزون بر این، پوشاندن عضو قابی بـا چنـدین جـزء محـدود چنـدان دلخـواه تحلیلگران نیست؛ مهندسان با این گونه الگوسازی آشنایی ندارند، و گرایشی بدان نشان نمی دهند. با این همه، شیوه آسان و نظام مند پیـاده سـازی رایانـه ای روش سختی آن را از دیگر روش های رابطه سازی جزء محدود برجسته می کند.

ناکارآمدی های شیوه رابطه سازی سختی در تحلیل های ناکشسانی پژوهشگران را به سوی بهره گیری از دیگر روش های رابطه سازی کشانید. از آن میان می توان رابطه سازی به شیوه نرمی را نام برد که در الگوسازی جزء های محدود ناکشسان بسیار شایسته است. برتری این شیوه رابطه سازی در آن است که نمودار نیروها و لنگرهای درونی را در راستای عضو به خوبی و درستی الگوسازی می کند، بی آن که به رفتار فراکشسانی، هر چند پیچیـده، وابسته باشد. این شیوه رابطه سازی به ویژه در تحلیل های لرزه ای و آن جا که بتوان از بارهای گسترده وزنی در برابر بارهای جانبی لرزه ای چشم پوشید، پاسخ هایی بسیار بهتر را در سنجش با شیوه رابطه سازی سختی به دست می دهد.

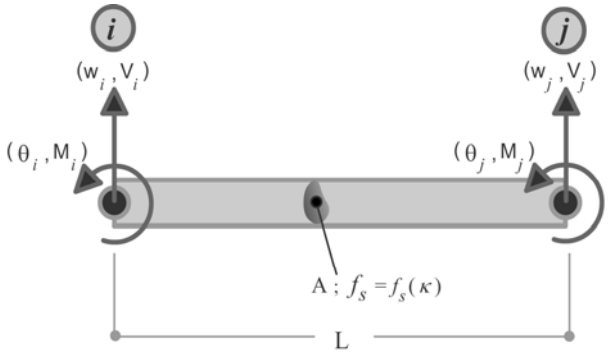
کاستی بنیادین شیوه نرمی در پیوند دادن میدان لنگرهای درونی تیر به جا به جایی ها و دوران های گرهی است. این کاستی از آن جا بر می آید که جزء بر پایه روش نرمی سامان یافته، با این رو در فرآیند تحلیل رایانه ایِ استوار بر روش سختی به کار گرفته شده است، و هیچ تابع درونیابی انگاشـته نشده است که جا به جایی ها و دوران های گرهی جزء را به کرنش های سرتاسری آن پیوند دهد.

این کاستی بنیادی دردسرهای فراوانی را در فرآیند تحلیل ناکشسانی پدید آورده است. شیوه هـایی کـه تـاکنون بـرای برآمـدن از ایـن چـالش پیشنهاد شده اند، پیچیده و نااستوارند، و هرگز به سادگی و استواری فرآیند تحلیلی روش سختی نمی رسـند [6]. یـادآوری مـی کنـد، در روش سـختی، پیوند میان بردار لنگرهای گرهی تیر با میدان لنگرهای درونی تیر با شناسایی ماتریس جا به جایی گرهی – خمیدگی،B ، به آسانی انجام می پذیرد.

در مقاله پیش رو، عضو قابی ناکشسان با روش سختی چنان سامان می یابد که می تواند نمودار پیچیده خمیدگی جزء را در حـوزه فراکشـسانی به درستی ارزیابی نماید. بدین گونه، ماتریس جا به جایی گرهی – خمیدگی،B ، که در هر گام تحلیل، بر پایه اندازه نرمی مقطع ها بهنگام می شـود، در دسترس خواهد بود. با داشتن این ماتریس، می توان ماتریس سختی مماسی جزء قابی ناکشسان را بر پایه روش سختی برپا کرد، و از آن در فرآیند تحلیل بهره جست. پس از انجام تحلیل در گام کنونی، و آشکار شدن اندازه جا به جایی ها و دوران های گرهی عضو قابی، بـا بهـره جـویی از مـاتریس بهنگـام شده B ، نمودار درست خمیدگی جزء پیدا خواهد شد. بدین گونه، دیگر نیازی به فرآیندهای پیچیده پیشنهاد شده برای یافتن خمیدگی مقطع ها و انجام گام شناسایی حالت جزء نخواهد بود. عضو قابی پیشنهاد شده، در نرم افزار OpenSees [7] پیاده سـازی شـده اسـت، و یـک نمونـه سـازه قـابی بـا بـه کارگیری آن تحلیل شده است. پاسخ های به دست آمده، کارآمدی عضو پیشنهادی را در کاهش هزینه و افزایش دقت، بـرای انجـام تحلیـل بـار افـزون قاب های دو بعدی نشان می دهند.

۲. رابطه سازی جزء محدود قابی ناکشسان

در رابطه سازی پیش رو، جزء محدود قابی با رفتار ناکشسان، زیر بارگذاری دلخواه ایستا بررسی می شود. بـا انگاشـتن پنـداره تغییرمکانهـای کوچـک و نگره لاگرانژی در نوشتن معادله های تعادل، رفتار غیرخطی هندسی نادیده گرفته می شود. رابطه سازی کنونی برپایه نگره اولر – برنولی سامان می یابـد، و از این رو، کرنش های برشی عضو قابی ناچیز انگاشته خواهند شد. همچنین، از اندرکنش رفتار محوری عضو قابی با کارکرد خمشی آن چـشم پوشـی می شود. از این رو در بررسی عضو قابی پیشنهادی، به رابطه سازی رفتار محوری پرداخته نمی شود. همچنین، کارکرد پیچشی عضو قابی نادیده انگاشـته خواهد شد. بدین گونه، عضو قابی دارای ۲ گره در دو سر، و ۲ درجه آزادی خیز و دوران برای هر گره، همانند شکل (۱) می باشد. شایان گفـتن اسـت،



شکل ۱- عضو قابی ناکشسان اولر – برنولی با رفتار خمشی

همه رابطه هایی که از این پس آورده خواهند شد، در سطح جزء، و نه سازه، خواهند بود.

برای انجام تحلیل ناکشسانی و حل معادله های غیرخطی تعادل ایستا، بیشتر از روش های برافزایشی گام به گام بهره می جویند. در چنین روش هایی، پاسخ معادله غیرخطی تعادل سازه را با حل پی در پی یک دسته دستگاه معادله های خطی برافزایشی به دست می آورند. این دستگاه معادله ها برای بارگذاری ایستا، در گام i از برافزایش n برای هر عضو قابی همانند زیر خواهد بود:

$$\boldsymbol{K}^{n,i}\,\Delta\boldsymbol{u}^{n,i} = \Delta\boldsymbol{P}^{n,i} \qquad (۱)$$

در رابطه بالا، $\Delta\boldsymbol{u}$ اندازه برافزایش ها در جا به جایی های گرهی عضو قابی هستند. $\Delta\boldsymbol{P}$ بردار بارگذاری بیرونی است. ماتریس $\boldsymbol{K}$ ماتریس سختی مماسی می باشد، و بسته به گونه روش حل عددی، در هر یک یا چند گام تحلیل بر پایه پیش روندگی فرآیند مومسانی بهنگام می شود. پس از انجام تحلیل در هر گام، برافزایشی از جا به جایی های گرهی پیدا می شود، و از مجموع این برافزایش ها، اندازه جا به جایی های گرهی تا پایان هر گام آشکار خواهد شد. در ادامه، برای سادگی در نگارش، از بازنویسی بالانویس ها، آن گونه که در رابطه (۱) انجام پذیرفته است، خودداری می شود.

در رابطه سازی کنونی، برای ساخت ماتریس سختی مماسی از شیوه سختی بهره جویی می شود. برای پیاده سازی روش سختی و یافتن ماتریس سختی عضو قابی، درجه های آزادی دیداری را یک به یک، و در حالی که دیگر درجه های آزادی جزء گیردار شده اند، جا به جایی یکه می دهند. آن گاه، نیروهای پدید آمده در درجه های آزادی را بازیابی می کنند، تا بدین گونه، ستون های ماتریس سختی جزء محدود، یک به یک، پیدا شوند. از دیدگاه ریاضی، با انجام این کار، بردارهای پایه کانونی برای میدان های ناوابسته جا به جایی، یک به یک، در جزء محدود بازسازی و برپا می شوند. آشکار است که دسته بردارهای کانونی، تنها دسته بردارهای پایه برای میدان های جا به جایی نیستند؛ و می توان بیشمار پایه برای پوشش دهی این میدان گزینش کرد. تنها بایسته برای این دسته بردارها آن است که ناوابسته خطی باشند، تا بتوانند همه بردارهای میدان را پوشش دهند.

گام نخست در رابطه سازی کنونی، گزینش بردارهای پایه میدان های جا به جایی است. برای سادگی کار، بهتر آن است که به جای به کارگیری دسته بردارهای کانونی، بردارهای پایه را به گونه ای برگزید که بتوان آنها را در دو دسته بردارهای پایه همتای جا به جایی های جسم سخت، و بردارهای پایه همتای حالت های کرنش، که کارمایه کرنشی انباشت می کنند، همانند زیر، افراز نمود:

$$\boldsymbol{\Phi}_q = [\boldsymbol{\Phi}_{qr} \mid \boldsymbol{\Phi}_{qs}] \qquad (۲)$$

ماتریس $\boldsymbol{\Phi}_q$ آرایش ستونی بردارهای پایه گزیده شده برای پیاده سازی روش سختی است، که از این پس، با نام ماتریس پایه شناسایی خواهد گردید. زیر نویس q نشان دهنده تعمیم یافتگی ماتریس پایه است. در زیرماتریس $\boldsymbol{\Phi}_{qr}$ ، بردارهای پایه همتای جا به جایی های سخت جزء محدود جای می گیرند. در زیرماتریس $\boldsymbol{\Phi}_{qs}$ نیز بردارهای پایه همتای حالت های کرنشی جزء محدود، آرایش ستونی یافته اند.

در فرآیند رابطه سازی پیشنهادی، پس از گزینش بردارهای پایه، آن ها را بایستی یک به یک در جزء محدود برپا کرد. با برپاسازی هر بردار پایه، میدان های کرنش های جزء برای جا به جایی های گرهی همتای آن بردار پایه شناسایی خواهند شد. برای این کار، از اصل نیروهای مجازی بهره جسته می شود. با انگاشت برپایی رابطه سازگاری میان جا به جایی های گرهی همتای بردار پایه k ، $(\Delta\boldsymbol{\phi}_{qk} \equiv \Delta u_k\,\boldsymbol{\phi}_{qk} \,|\, \Delta u_k \equiv 1)$ ، و میدان خمیدگی همتای آن $\Delta\boldsymbol{\kappa}_k$ ، وردشی از نیروها و تنش های مجازی در جزء محدود سامان می گیرد، و اندازه های کار مجازی بیرونی و درونی برابر یکدیگر نهاده می شوند:

$$\delta\boldsymbol{P}_k^T\,(\Delta u_k\,\boldsymbol{\phi}_{qk}) = \int_0^L \delta m_k\,\Delta\kappa_k\,dx \qquad (۳)$$

در این رابطه، $\kappa_k(x)$ و $m_k(x)$ به ترتیب، میدان های خمیدگی و لنگر درونی پدید آمده در عضو قابی، در پی برپایی بردار پایه $\boldsymbol{\phi}_{qk}$ می باشند. بردار $\delta\boldsymbol{P}_k$ نیز بردار نیرو (لنگر)های گرهی در درجه های آزادی دیداری برای بردار پایه $\boldsymbol{\phi}_{qk}$ است، و نمایشی همانند زیر دارد:

$$\delta\boldsymbol{P}_k = \{\delta V_{0k} = \delta V_k(0) \quad \delta m_{0k} = \delta m_k(0) \quad \delta V_{Lk} = \delta V_k(L) \quad \delta m_{Lk} = \delta m_k(L)\}^T \qquad (۴)$$

ماتریس $\delta\boldsymbol{P}_k$ از دو بخش زیر ساخته می شود:

$$\delta\boldsymbol{P}_k = \{\delta\boldsymbol{P}_{dk} \mid \delta\boldsymbol{P}_{ik}\}^T \qquad (۵)$$

در این رابطه، $\delta\boldsymbol{P}_{dk}$ زیربردار دلخواهی از نیروهای گرهی عضو قابی است که شمار درایه های آن برابر با شمار نیرو (لنگر)های درونی مقطع عضو قابی، در این جا ۲ ، می باشد. بردار $\delta\boldsymbol{P}_{ik}$ نیز دربردارنده دیگر نیرو (لنگر)های گرهی عضو قابی است. در این پژوهش، بردار $\delta\boldsymbol{P}_{dk}$ همانند زیر انگاشته می شود:

$$\delta\boldsymbol{P}_{dk} \equiv \delta\boldsymbol{m}_k = \begin{Bmatrix} \delta m_{0k} \\ \\ \delta m_{Lk} \end{Bmatrix} \qquad (۶)$$

بردارهای $\delta \boldsymbol{P}_k$ و $\delta \boldsymbol{m}_k$ با ماتریس ایستایی به هم پیوند می یابند:

$$\delta \boldsymbol{P}_k = \boldsymbol{S}\, \delta \boldsymbol{m}_k \qquad (۷)$$

بر پایه گزینش انجام گرفته در رابطه (۶)، ماتریس ایستایی نمایشی همانند زیر خواهد یافت:

$$\boldsymbol{S}^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 1 & -\frac{1}{L} & 0 \\ \frac{1}{L} & 0 & -\frac{1}{L} & 1 \end{bmatrix} \qquad (۸)$$

با پنداشت نبود یا ناچیزی بارهای میانی عضو قابی، که در تحلیل لرزه ای پنداره ای دور از آن چه رخ می دهد نیست، میدان لنگرهای درونی عضو قابی در پایه $\boldsymbol{\phi}_{qk}$ ، از درون یابی خطی لنگرهای گرهی دو سر، $\delta \boldsymbol{m}_k$ ، به دست خواهد آمد:

$$\delta m_k(x) = \boldsymbol{b}\, \delta \boldsymbol{P}_{dk} = \begin{bmatrix} \frac{x}{L} - 1 & \frac{x}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta m_{0k} \\ \delta m_{Lk} \end{Bmatrix} \qquad (۹)$$

همچنین، چنین انگاشته می شود که رابطه لنگر درونی و خمیدگی مقطع های عضو قابی همانند زیر در دسترس باشد:

$$\Delta \kappa_k = f_s\ \delta m_k \qquad (۱۰)$$

$$f_s \equiv EI\ \frac{-1}{T} \qquad (۱۱)$$

در این رابطه، f_s اندازه نرمی مقطع در گام کنونی تحلیل می باشد، که بر پایه آزمایش و یا انجام تحلیل مقطع به دست می آید. $(EI)_T$ اندازه سختی مماسی مقطع است. چنان چه از تابع اولیه گیری عددی در فرآیند تحلیل بهره جسته شود، دانستن اندازه نرمی تنها در نقطه های تابع اولیه گیری بسنده خواهد بود.

با به کارگیری رابطه (۹)، رابطه (۱۰) را می توان چنین بازنویسی کرد:

$$\Delta \kappa_k = f_s\, \boldsymbol{b}\, \delta \boldsymbol{m}_k \qquad (۱۲)$$

با جایگذاری رابطه های (۷)، (۹) و (۱۲) در رابطه (۳)، دستگاه معادله های زیر به دست خواهد آمد:

$$\int_0^L \boldsymbol{b}^T\ f_s\ \boldsymbol{b}\ dx\ .\ \delta \boldsymbol{m}_k = \boldsymbol{S}^T \Delta \boldsymbol{\phi}_{qk} \qquad (۱۳)$$

دستگاه معادله های بالا، رابطه نرمی در تراز جزء محدود همتای بردار پایه $\boldsymbol{\phi}_{qk}$ می باشد، که می توان آن را چنین بازنویسی کرد:

$$\boldsymbol{F}\ \delta \boldsymbol{m}_k = \boldsymbol{S}^T \Delta \boldsymbol{\phi}_{qk} \qquad (۱۴)$$

در این رابطه، $\boldsymbol{F}$ ماتریس نرمی عضو قابی است، که در گام کنونی تحلیل، برای همه بردارهای پایه یکسان است. از حل این دستگاه، بردار $\delta \boldsymbol{m}_k$ پیدا خواهد شد:

$$\delta \boldsymbol{m}_k = \boldsymbol{F}^{-1}\ \boldsymbol{S}^T \Delta \boldsymbol{\phi}_{qk} \qquad (۱۵)$$

با جایگزینی $\delta \boldsymbol{m}_k$ در رابطه (۱۲)، میدان خمیدگی عضو قابی همتای بردار پایه $\boldsymbol{\phi}_{qk}$ به دست خواهد آمد. اندازه $\Delta \kappa_k$ به دست آمده، یک ستون (درایه) از ماتریس پیوند دهنده میدان خمیدگی و جا به جایی در پایه $\boldsymbol{\Phi}_q$ ، $\boldsymbol{B}_q$ ، را برای گام کنونی می سازد:

$$\boldsymbol{B}_{qk} = \Delta \kappa_k = f_s\, \boldsymbol{b}\, \boldsymbol{F}^{-1}\ \boldsymbol{S}^T \Delta \boldsymbol{\phi}_{qk} \qquad (۱۶)$$

این رابطه در روش پیشنهادی، جایگاهی بسزا دارد.

با انجام فرآیند بالا برای همه بردارهای پایه، ماتریس $\boldsymbol{B}_q$ همانند زیر پیدا خواهد شد:

$$\boldsymbol{B}_q = [\boldsymbol{B}_{qk} : 1 \le k \le 4] \qquad (۱۷)$$

چنانچه بردارهای پایه از افراز رابطه (۲) پیروی کند، ماتریس $\boldsymbol{B}_q$ افرازی همانند زیر پیدا خواهد نمود:

$$\boldsymbol{B}_q = [\boldsymbol{B}_{qr} \mid \boldsymbol{B}_{qs}] \qquad (۱۸)$$

از آن جا که در پی برپایی بردارهای پایه همتای جا به جایی های سخت در عضو قابی، هیچ خمیدگی در مقطع های جزء پدیدار نخواهد شد، زیرماتریس $\boldsymbol{B}_{qr}$ صفر خواهد بود. بدین گونه، ماتریس $\boldsymbol{B}_q$ را می توان چنین بازنویسی نمود:

$$\boldsymbol{B}_q = [0 \quad 0 \quad | \quad \boldsymbol{B}_{qs1} \quad \boldsymbol{B}_{qs2}] \qquad (۱۹)$$

بر این پایه، نیازی به انجام فرآیند بالا برای بردارهای پایه همتای جا به جایی های سخت نیست، و بدین گونه، روند رابطه سازی و در پی آن، فرآیند تحلیل آسان و کم هزینه خواهد شد.

با بهره جویی از ماتریس $\boldsymbol{B}_q$ ، می توان ماتریس سختی جزء محدود را در پایه Φq، همانند زیر به دست آورد:

$$\boldsymbol{K}_q = \int_0^L \boldsymbol{B}_q^T \, EI_T \, \boldsymbol{B}_q \, dx \qquad (۲۰)$$

این ماتریس سختی، بر پایه ماتریس کرنش – جا به جایی در پایه Φq به دست آمده از رابطه (۱۹)، نمایشی این چنین خواهد یافت:

$$\boldsymbol{K}_q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{qs11} & K_{qs12} \\ 0 & 0 & K_{qs21} & K_{qs22} \end{bmatrix} \qquad (۲۱)$$

با یافتن ماتریس میدان خمیدگی – جا به جایی گرهی $\boldsymbol{B}_q$ ، و ماتریس سختی $\boldsymbol{K}_q$ در پایه $\boldsymbol{\Phi}_q$ ، می توان ماتریس های همتای آنها را در پایه کـانونی، $\boldsymbol{B}$ و $\boldsymbol{K}$ ، که همتای درجه های آزادی دیداری عضو قابی است، با رابطه های زیر بازیابی کرد:

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}_q . \boldsymbol{\Phi}_q^{-1} \qquad (۲۲)$$

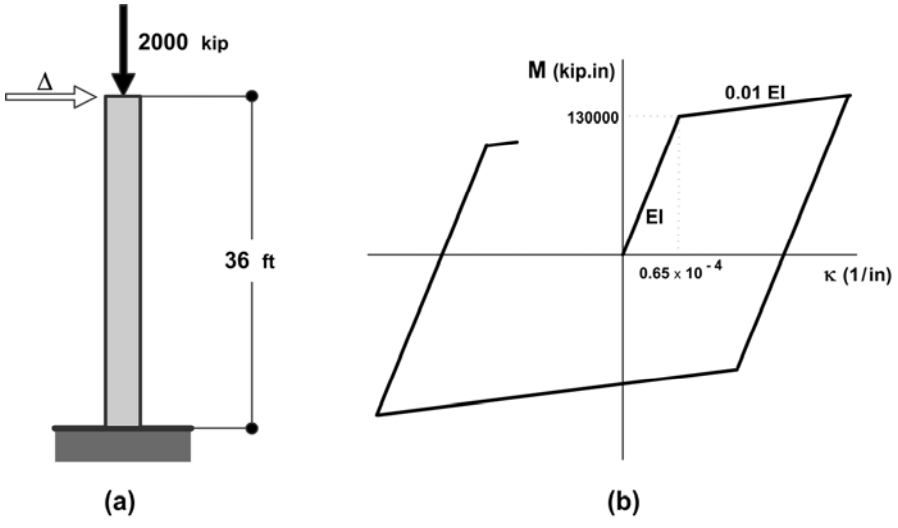
$$\boldsymbol{K} = \boldsymbol{\Phi}_q^{-T} \, \boldsymbol{K}_q \boldsymbol{\Phi}_q^{-1} \qquad (۲۳)$$

اکنون، با بازیابی ماتریس های بالا، می توان آنها را در فرآیند تحلیل ناکشسان به کار گرفت. شایان گفتن است، از آن جا که نرمی مقطع هـای عضو قابی در گام کنونی بهنگام شده، و در رابطه سازی پیشنهادی انگاشته شده است، ماتریس $\boldsymbol{B}$ توانایی ارزیابی درست میدان خمیدگی را در درازای عضو قابی دارد. همچنین، ماتریس سختی عضو قابی، از آن رو که بر پایه میدان های درسـت خمیـدگی بازیـابی مـی شـود، ارزیـابی درسـتی را از انـدازه سختی جزء پیش رو خواهد نهاد.

۳. نمونه عددی

در این بخش، توانمندی عضو قابی ناکشسان به دست آمده از رابطه سازی پیشنهادی در انجام تحلیل لرزه ای بار افزون برای ستون تک با پای گیردار بـه درازای L = 36 ft (11 *m*) و زیر بار وزنی W = 2000 *kip* (8900 *KN*) ، آن گونه که در شکل (۲- آ) نشان داده شده است، بررسی می شـود. تحلیل بار افزون از گونه جا به جایی– پایه است و با برافزایش های جا به جایی جانبی در سر آزاد ستون انجام می پذیرد. مقطع های ستون یکسانند و دو رفتار نادرگیر محوری و خمشی را دارا هستند. رفتار محوری مقطع ستون کشسان و با شناسـه EA = 12977987.5 *kip* (5.77×10^7 *KN*) انگاشـته می شود. رفتار خمشی ستون، دوخطی با سخت شوندگی جنبشی، همانند شکل (۲- ب) پنداشته خواهد شد.

در این پژوهش، برای پیاده کردن رابطه سازی پیشنهادی، ماتریس پایه زیر به کار رفته است:



شکل ۲- تحلیل بار افزون ستون ناکشسان با پای گیردار. (آ) هندسه سازه. (ب) نمودار لنگر – خمیدگی مقطع ستون

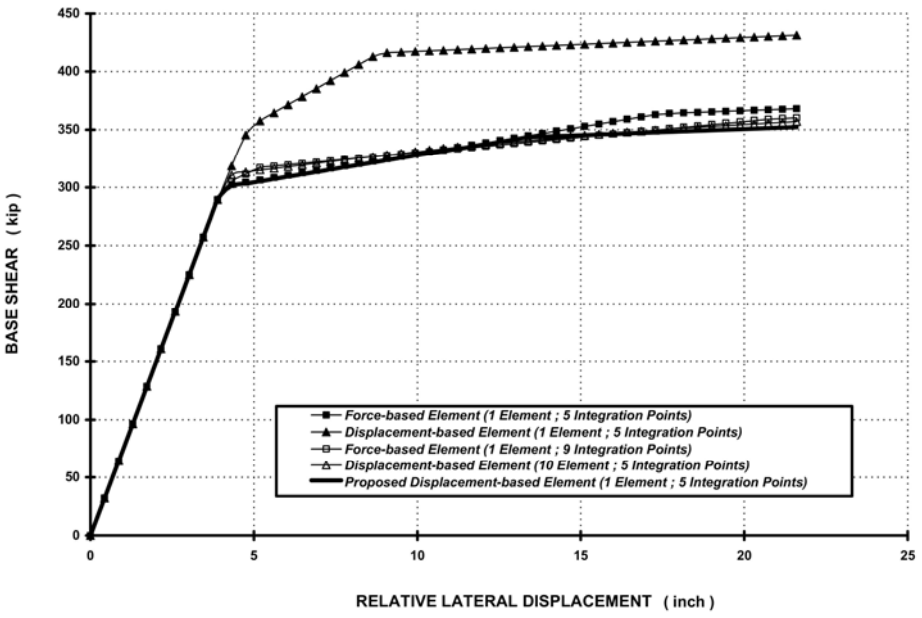
$$\boldsymbol{\Phi}_q = [\boldsymbol{\Phi}_{qr} \mid \boldsymbol{\Phi}_{qs}] = \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & -L/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -L/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right] \qquad (۲۴)$$

رابطه سازی پیشنهادی در نرم افزار OpenSees پیاده سازی شده است، و ستون یک سر گیردار با بهره جویی از عـضو قـابی پیـشنهادی، و دو عضو قابی دیگر، که پیشتر در برنامه OpenSees گنجانده شده اند، تحلیل می شوند. این دو عضو برپایه رابطه سـازی نرمـی و رابطـه سـازی سـختی بـا درونیابی خطی میدان خمیدگی پیاده سازی شده اند. پاسخ های به دست آمده از تحلیل با عضو قابی پیشنهادی با پاسخ های به دست آمده از تحلیل های انجام گرفته با دو عضو دیگر سنجیده می شوند. یادآوری می کند، در هر سه عضو قابی، از تابع اولیه گیری تقریبی گوس – لوباتو بهره جسته شده است. در تحلیل سازه نمونه، پاسخ درست، همان است که در پی افزایش شمار جزءهای محدود عضوهای قابی بر پایه روش سـختی، و یـا افـزایش شـمار نقطـه های تابع اولیه گیری عضوهای قابی بر پایه روش نرمی، همگرا شده اند.

در نمونه پیش رو، نخست سازه زیر بار وزنی تحلیل ایستایی می شود. در انجـام ایـن تحلیـل از روش نیـوتن – رافسون بـا رواداری هـنج بـردار برافزایش جا به جایی برابر 1×10^{-8} بهره جویی شده است. هر چند، کمتر رخ می دهد که سازه زیـر بارگـذاری وزنـی نخـستین کـارکرد فراکشـسانی بیابد. پس از انجام تحلیل وزنی، تحلیل بار افزون انجام خواهد پذیرفت.

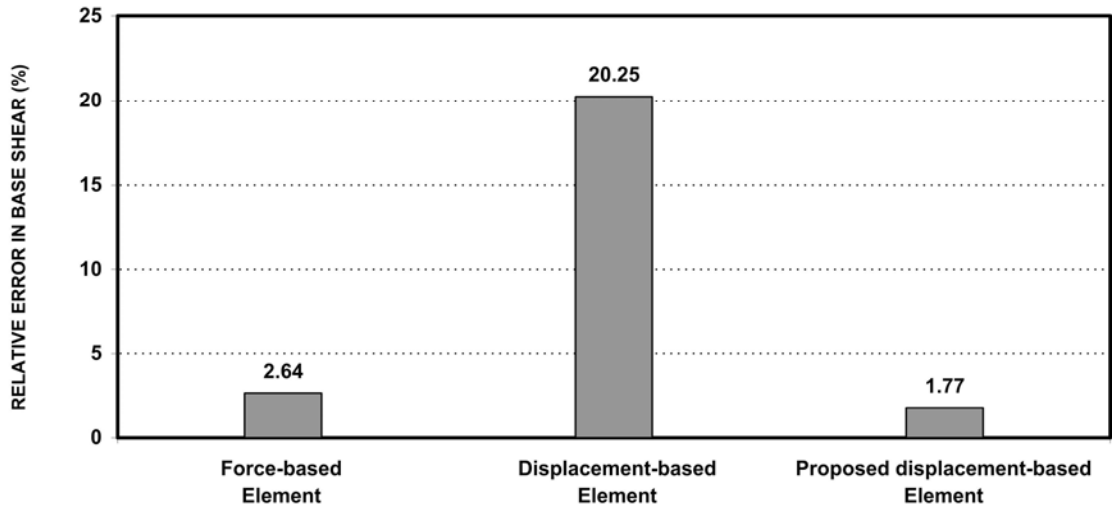
نمودارهای ظرفیت به دست آمده از پنج گزینه تحلیل بار افزون با به کارگیری سه عضو قابی ناکشسان، که یکی از آنها عـضو قـابی پیـشنهادی است، در شکل (۳) نشان داده شده اند. همان گونه که از شکل بر می آید، گزینه تحلیل با ۱۰ عضو قابی بر پایه روش سختی (با خمیدگی خطی)، و یک عضو قابی با ۹ نقطه تابع اولیه گیری، همسانی بسیار نزدیکی با یکدیگر دارند؛ از این رو، میانگین پاسخ آنها را می توان پاسخ درست پنداشت.

بر پایه نمودار شکل (۳) می توان به خوبی داوری کرد که عضو قابی پیشنهادی، که با روش سختی رابطه سازی شده است، و همچنین عضو قابی به روش نرمی، نمودارهای ظرفیت نزدیک به نمودارهای پاسخ درست دارند. این در حالی است که عضو قابی بر پایه روش سختی و خمیدگی خطی، نمودار پاسخ چندان درستی را در دسترس نمی گذارد. نمودار شکل (۴) اندازه خطای نسبی هر یک از سه عضو قابی ناکشسان را در برآورد برش



شکل ۳- نمودار ظرفیت به دست آمده از تحلیل بار افزون ستون با پای گیردار با عضوهای قابی ناکشسان گوناگون

پایه در پایان فرآیند تحلیل بار افزون نشان می دهد. از نمودارهای دو شکل (۳) و (۴) بر می آید که عضو قابی پیشنهادی، افزون بر پاسخ های بسیار شایسته تر در برابر عضو قابی ساخته شده با روش سختی بر پایه خمیدگی خطی، در سنجش با عضو قابی ناکشسان ساخته شده با روش نرمی نیز پاسخ های بهتری را به دست داده است. یادآوری می کند، پاسخ شایسته به دست آمده بر پایه عضو پیشنهادی، در فرآیند ساده و نظام مند روش سختی به دست آمده است. در برابر آن، عضو قابی به دست آمده از روش نرمی، هر چند پاسخ هایی نزدیک به درست را به دست می دهد، اما روند شناسایی حالت کنونی عضو قابی در آن پیچیده تر به انجام می رسد.



شکل ٤- خطای نسبی در برش پایه برای سه گزینه عضو قابی ناکشسان

۴. نتیجه گیری

در این پژوهش، روشی نو در برپاسازی عضو قابی دو بعدی ناکشسان بر پایه شیوه سختی پیشنهاد شده است، که در برابر دو عضو قابی ناکشسان پیشین، یکی ساخته شده با روش نرمی و دیگری ساخته شده با روش سختی بر پایه درونیابی خطی از میدان خمیدگی، برتری های زیر را دارا می باشد:

۱. جزء پیشنهادی و جزء ساخته شده به روش نرمی، روی هم رفته، از دقت شایسته ای برخوردارند، و در سنجش با جـزء آشـنای سـاخته شده با روش سختی بر پایه خمیدگی خطی، پاسخ های بسیار بهتری را در دسترس می نهند. کارآمدی جـزء پیـشنهادی در توانـایی آن برای بهنگام سازی و ارزیابی درست و همزمان میدان خمیدگی و نیرو(لنگر)های درونی همگام با گسترش پدیده مومسانی در درازای عضو نهفته است. این در حالی است که عضو ساخته شده با روش سختی، میدان خمیدگی را به نادرست خطی ارزیابی می کند. عضو ساخته شده به روش نرمی نیز، اگر چه میدان نیرو(لنگر)های درونی را به درستی ارزیابی مـی کنـد، بـا ایـن رو، میـدان خمیـدگی را بـا پیمایش فرآیندی برافزایشی و در چندین گام برآورد می نماید.

۲. افزایش دقت تحلیل و دنبال کردن روند همگرایی در جزء پیشنهادی، همانند جزء ساخته شده با روش نرمی، با افزودن بـر شـمار نقطـه های تابع اولیه گیری شدنی است، و نیازی به ریزسازی شبکه بندی، آن گونه که برای جزءهای ساخته شده با روش سختی انجـام مـی پذیرد، نخواهد بود. آشکار است که شکستن هر عضو قاب به چندین جزء چندان آسان و دلخواه تحلیلگران نیست.

۳. به کارگیری جزء پیشنهادی فرآیند تحلیل را در سنجش با کاربرد جزء ساخته شـده بـه روش نرمـی کـم هزینـه مـی سـازد. زیـرا گـام شناسایی حالت در جزء پیشنهادی همان روند آشنای روش سختی است. گام شناسایی حالـت در رونـد تحلیـل بـا بـه کـارگیری جـزء ساخته شده به روش نرمی پیچیده و زمانبر است.

۴. جزء پیشنهادی با روش سختی رابطه سازی شده است؛ از این رو، به آسانی در برنامه های رایانه ای که بر پایه شیوه نظام منـد و اسـتوار سختی نوشته شده اند، پیاده سازی می شود، و از برتری های محاسباتی روش سختی برخوردار می باشد.

۵. مراجع

1. Federal Emergency Management Agency, FEMA-356 (2000), Prestandard and commentary for seismic rehabilitation of buildings, Washington (DC).

2. Applied Technology Council, ATC-40 (1996), Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings, vols. 1 & 2, California.

3. Hjelmstad K.D. and Taciroghlu E., (2002), "Mixed methods and flexibility approaches for nonlinear frame analysis," Journal of Constructional Steel Research, **58**, pp 967-993.

4. Hjelmstad K.D. and Taciroghlu E., (2003), "Mixed variational methods for finite element analysis of geometrically non-linear, inelastic Bernoulli-Euler beams," Communications in Numerical Methods in Engineering, **19**, pp 809–832.

5. Filippou F.C. and Issa A., (1992), "Nonlinear static and dynamic analysis of reinforced concrete subassebmblages," Report UCB/EERC–92/08, Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, University of California, Berkeley.

6. Neuenhofer A. and Filippou F.C., (1997), "Evaluation of nonlinear frame finite-element models," Journal of Structural Engineering, **123** (7), pp 958–966.

7. OpenSees ver 2.1.0, (2008), Pacific Earthquake Engineering Research Center (PEER). University of California, Berkeley Available from URL: http://opensees.berkeley.edu.