



رابطه سازی تقریبی برای آنالیز اولیه ی دیوار برشی کوپل تحت تحریک لرزه ای

*مجید یعقوبی^۱، مصطفی رزاز^۲، حسن حاجی کاظمی^۳

چکیده

دیوار برشی کوپل یک سیستم سازه ای قابل استفاده در سازه های با قاب های مهاربندی فولادی است. با استفاده از روابط تعادل میان نیروهای داخلی و اینرسی در هر لحظه از زمان و بکارگیری اصل کار مجازی، معادله حرکت تحریک پایه برای دیوار برشی کوپل محاسبه می گردد. با بهره جویی از معادله تحریک و تابع شکل تقریبی سازه، نیروهای استاتیکی معادل در دسترس قرار می گیرد. سپس، تابع لنگر ناشی از حداکثر نیروهای استاتیکی معادل در ارتفاع سازه بدست می آید. با داشتن تابع لنگر و استفاده از معادله دیفرانسیل حاکم بر دیوار کوپل، معادله نیروی محوری در دیوارها، جریان برش در محیط اتصالی و تغییر مکان بالای سازه نتیجه می شوند. معادله دیفرانسیل حاکم بر دیوار کوپل با فرض جایگزینی محیط پیوسته معادل بجای تیرهای رابط به دست آمده است. در پایان، برای سازه های ۱۰، ۲۰ و ۳۰ طبقه، پاسخ های بدست آمده از روش تقریبی پیشنهادی با نتایج آنالیز نرم افزار Abaqus مقایسه می شوند.

کلمات کلیدی

دیوار برشی کوپل، آنالیز تقریبی، تحریک لرزه ای، روش محیط پیوسته.

*۱. دانشجوی دکتری سازه دانشگاه فردوسی مشهد - majidyaghoobi@yahoo.com

۲. دانشجوی کارشناسی ارشد سازه دانشگاه فردوسی مشهد - mostafarazzaz@gmail.com

۳. استاد دانشگاه فردوسی مشهد - hkazemi@um.ac.ir

لنگرهای خمشی تیرهای اتصالی را می توان با توزیع

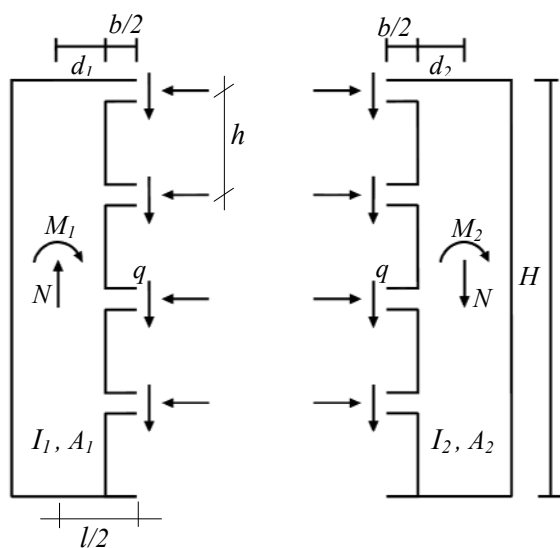
پیوسته معادل جایگزین کرد.

در سازه تغییرمکان یافته اولیه در مسیر نقاط عطف خمش تیرهای اتصال هیچ تغییرمکان نسبی قائمی نمی تواند وجود داشته باشد. بر این اساس، شرایط سازگاری قائم در این موقعیت ایجاب می کند که رابطه زیر برقرار باشد [۱]:

$$l \frac{dy}{dz} + \frac{b^3 h}{12EI_c} \frac{dN}{dz} - \frac{1}{E} \left(\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} \right) \int_0^z N dz = 0 \quad (1)$$

شکل (۱) عامل های بکار رفته را نشان می دهد. اثرات تغییرشکل های برشی بر تیرهای اتصال را می توان با جایگزینی صلبیت خمشی معادل EI_b به جای صلبیت خمشی حقیقی EI_c اعمال نمود [۲]. رابطه کلی لنگر انحنای دیوارهای کوپل به صورت زیر است:

$$E(I_1 + I_2) \frac{d^2 y}{dz^2} = M - l \int_0^H q dz = M - lN \quad (2)$$



شکل ۱. مشخصات هندسی دیوار کوپل

با استفاده از رابطه های (۱) و (۲)، معادله حاکم بر رفتار دیوارهای برشی کوپل بر حسب تغییرمکان جانبی y در دسترس قرار می گیرد [۱]:

$$\frac{d^4 y}{dz^4} - (k\alpha)^2 \frac{d^2 y}{dz^2} = \frac{1}{EI} \left(\frac{d^2 M}{dz^2} - (k\alpha)^2 \frac{k^2 - 1}{k^2} M \right) \quad (3)$$

عامل های به کار رفته در این رابطه به صورت زیر تعریف می شوند:

در بسیاری از ساختمان های بلند کنترل تغییر مکان جانبی توسط دیوارهای برشی انجام می گیرد. در این دیوارها اغلب باز شوهایی در هر طبقه جهت ایجاد امکانات معماری ایجاد می شود. برخی از طراحان، دو دیوار را در محل بازشو بصورت کاملاً مجزا در نظر می گیرند و برخی توسط تیرهای رابط قوی این دو دیوار را به هم متصل می نمایند. مجموعه تیرها و دیوارها، دیوار برشی کوپل نامیده می شود. سیستم کوپل شده سختی و مقاومتی به مراتب بیشتر از دو دیوار برشی مجزا از هم دارد.

تحلیل دیوارهای کوپله عموماً با پیچیدگی هایی مواجه است. برای احتراز از این پیچیدگی ها معمولاً روشهای ساده سازی شده ای که به آن ها روشهای تقریبی نیز گفته می شود بکار می روند. یکی از این روش ها استفاده از فرضیات محیط پیوسته است. در این روش تیرهای رابط با محیط پیوسته اتصالی معادل سازی می شوند.

در این مقاله راهکاری برای آنالیز اولیه ی دیوار برشی کوپل تحت تحریک لرزه ای پیشنهاد می شود. این روش می تواند در تحلیل اولیه ی سازه های بلند با سیستم دیواربرشی کوپل بهره جویی گردد.

۲ - معادله دیفرانسیل حاکم بر دیوار

فرضیات اولیه آنالیز به شرح زیر است:

- مشخصات دیوارها و تیرهای اتصالی در ارتفاع تغییر نکرده و ارتفاع طبقات ثابت است.
- مقاطع صفحه ای تمام اعضای سازه ای قبل از خمش و بعد از آن نیز به صورت صفحه باقی می ماند.
- صلبیت خمشی مربوط به تیرهای مجزای اتصالی با صلبیت خمشی به واحد طول $\frac{EI_b}{h}$ جایگزین می گردد.
- تغییرمکان افقی دیوارها به دلیل زیاد بودن صلبیت در صفحه تاوه های اطراف و سختی محوری تیرهای اتصالی یکسان است.
- مجموعه مجزای نیروهای محوری نیروهای برشی و

$$\delta W_E = -\delta\zeta(t) \left[\frac{d^2\zeta(t)}{dt^2} \int_0^H m(\psi(z))^2 dz + \frac{d^2u_g(t)}{dt^2} \int_0^H m\psi(z) dz \right] \quad (11)$$

کار مجازی داخلی، به علت لنگر خمشی $M(z,t)$ تحت انحنای مجازی $\delta\kappa(z)$ می باشد:

$$\delta W_I = \int_0^H M(z,t) \delta\kappa(z) dz$$

$$M(z,t) = EI(z) \frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial z^2} = EI(z) \frac{d^2\psi(z)}{dz^2} \zeta(t)$$

$$\delta\kappa(z) = \delta \left(\frac{\partial^2 u(z)}{\partial z^2} \right) = \frac{d^2\psi(z)}{dz^2} \delta\zeta(t) \quad (12)$$

در اینجا $EI(z) = EI$ ثابت فرض می شود.

$$\delta W_I = \delta\zeta(t) \left[\zeta(t) \int_0^H EI \left(\frac{d^2\psi(z)}{dz^2} \right)^2 dz \right] \quad (13)$$

برابری کار مجازی داخلی و خارجی نتیجه می دهد:

$$\delta W_E = \delta W_I$$

$$\delta\zeta(t) \left(\bar{m} \frac{d^2\zeta(t)}{dt^2} + \bar{k} \zeta(t) + \bar{L} \frac{d^2u_g(t)}{dt^2} \right) = 0 \quad (14)$$

که در آن \bar{m} ، \bar{k} و \bar{L} به صورت زیر مشخص می گردند:

$$\bar{m} = \int_0^H m(\psi(z))^2 dz$$

$$\bar{k} = \int_0^H EI \left(\frac{d^2\psi(z)}{dz^2} \right)^2 dz$$

$$\bar{L} = \int_0^H m\psi(z) dz \quad (15)$$

رابطه (14) برای هر $\delta\zeta(t)$ برقرار است. از این رو می توان نوشت:

$$\bar{m} \frac{d^2\zeta(t)}{dt^2} + \bar{k} \zeta(t) = -\bar{L} \frac{d^2u_g(t)}{dt^2} \quad (16)$$

۴ - یافتن نیروهای داخلی

در این قسمت لنگر خمشی به علت تغییر مکان $u(z,t)$ محاسبه می شود. برای انجام این کار نیروهای استاتیکی معادل $f_s(z)$ به دست می آیند. $f_s(z)$ نیرویی است که باعث تغییر مکان $u(z)$ در سازه می گردد. از آنجا که u تابع زمان است، f_s نیز تابع زمان خواهد بود. با استفاده از نظریه مقدماتی تیر f_s به صورت زیر در دسترس قرار می گیرد:

$$f_s(z,t) = \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(EI \frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial z^2} \right) = EI \frac{d^4\psi(z)}{dz^4} \zeta(t) \quad (17)$$

$$\alpha^2 = \frac{12I_e I^2}{b^3 h I}, \quad k^2 = 1 + \frac{AI}{A_1 A_2 I^2},$$

$$I = I_1 + I_2, \quad A = A_1 + A_2 \quad (8)$$

تابع N نیز به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\frac{d^2 N}{dz^2} - (k\alpha)^2 N = -\frac{\alpha^2}{l} M \quad (5)$$

۳ - معادله حرکت تحریک پایه

در هر لحظه از زمان سیستم تحت اثر نیروهای داخلی و اینرسی در حال تعادل است.

$$f_i(z,t) = -m(z) \frac{\partial^2 u^i(z,t)}{\partial t^2} \quad (6)$$

$f_i(z,t)$ نیروی اینرسی و $m(z)$ جرم واحد ارتفاع در تراز z را نشان می دهند. در اینجا جرم در ارتفاع ثابت و برابر با m در نظر گرفته می شود. $u^i(z,t)$ تغییر مکان کل را مشخص می کند.

$$u^i(z,t) = u(z,t) + u_g(t) \quad (7)$$

$$f_i(z,t) = -m \left(\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2} + \frac{d^2 u_g(t)}{dt^2} \right) \quad (8)$$

دیوار برشی کوپل یک سیستم یک درجه آزادی کلی می باشد. از این رو، تغییر شکل دیوار را می توان توسط یک تغییر مکان کلی $u(z,t)$ به صورت زیر نشان داد:

$$u(z,t) = \psi(z) \zeta(t) \quad (9)$$

$\zeta(t)$ مختصه کلی می باشد که در اینجا جابه جایی در بالای دیوار را مشخص می کند. بر پایه اصل کار مجازی، اگر سیستم در حال تعادل تحت تغییر مکان مجازی $\delta u(z)$ قرار گیرد، کار مجازی خارجی δW_E مساوی کار مجازی داخلی δW_I می باشد. کار مجازی خارجی به علت نیروهای $f_i(z,t)$ تحت تغییر مکان های مجازی $\delta u(z)$ انجام می شود.

$$\delta W_E = \int_0^H f_i(z,t) \delta u(z) dz \quad (10)$$

رابطه های (8) و (9) در برابری (10) جایگذاری می شود.

$$\delta W_E = -\int_0^H m \frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2} \delta u(z) dz - \frac{d^2 u_g(t)}{dt^2} \int_0^H m \delta u(z) dz$$

$$\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2} = \psi(z) \frac{d^2 \zeta(t)}{dt^2}, \quad \delta u(z) = \psi(z) \delta \zeta(t)$$

$$f_s(z) = C_0 \left[z^2 \left(\frac{3}{2H^2} - \frac{z}{2H^3} \right) \right] \quad (23)$$

C_0 ضریبی ثابت است. اگر تابع تغییرشکل دیوار در ارتفاع با y نشان داده شود می توان نوشت:

$$\frac{d^4 y}{dz^4} - \frac{f_s(z)}{EI} = 0 \quad (24)$$

$$\frac{d^4 y}{dz^4} = \frac{C_0}{EI} \left[z^2 \left(\frac{3}{2H^2} - \frac{z}{2H^3} \right) \right]$$

$$y = \left(\frac{C_0}{EI} \right) \left(\frac{-z^7}{1680H^3} + \frac{z^6}{240H^2} \right) + a_3 z^3 + a_2 z^2 + a_1 z + a_0$$

a_3, a_2, a_1, a_0 ضرایب ثابت اند که با اعمال شرط های

مرزی به دست می آیند. شرطهای مرزی برای دیوار برشی

کوپل در رابطه (22) آمدند. شکل مودی $\psi(z)$ تابع

تغییرشکلی از دیوار است به گونه ای که جابه جایی در

بالای سازه برابر یک گردد. این تابع، تغییرشکل سازه زیر

اثر ضریبی از تابع بارگذاری را نشان می دهد. به سخن

دیگر، در اثر ضریبی از تابع بار $f_s(z)$ ، تغییرمکان در بالای

سازه برابر یک می شود. تابع تغییرشکل دیوار در این

حالت، همان شکل مودی $\psi(z)$ خواهد بود. با ضرب تابع

تغییرشکل آمده در رابطه (24) در مقدار ثابت $\left(\frac{EI}{C_0 H^4} \right)$

شکل مودی به صورت زیر در دسترس قرار می گیرد:

$$\psi(z) = -\frac{1}{1680} \left(\frac{z}{H} \right)^7 + \frac{1}{240} \left(\frac{z}{H} \right)^6 + b_3 \left(\frac{z}{H} \right)^3 \quad (25)$$

$$+ b_2 \left(\frac{z}{H} \right)^2 + b_1 \left(\frac{z}{H} \right) + b_0$$

که b_3, b_2, b_1, b_0 ضرایب ثابت اند و با استفاده از شرط

های مرزی زیر به دست می آیند:

$$@z=0; \quad \psi(0)=0, \quad \left(\frac{d\psi}{dz} \right)_{z=0} = 0 \rightarrow b_0 = b_1 = 0$$

$$@z=H; \quad \psi(H)=1, \quad \left(\frac{d^2\psi}{dz^2} \right)_{z=H} = 0$$

$$\rightarrow b_3 = -\frac{293}{560}, b_2 = \frac{851}{560}$$

$$\psi(z) = -\frac{1}{1680} \left(\frac{z}{H} \right)^7 + \frac{1}{240} \left(\frac{z}{H} \right)^6 \quad (26)$$

$$- \frac{293}{560} \left(\frac{z}{H} \right)^3 + \frac{851}{560} \left(\frac{z}{H} \right)^2$$

از آنجا که این رابطه به مشتق چهارم تابع شکل فرضی وابسته می گردد. دقت کمتری نسبت به تغییرمکان های سازه خواهد داشت. بهترین تخمین در محدوده تابع شکل انتخابی برای نیروهای معادل استاتیکی به صورت زیر است:

$$f_s(z,t) = \omega_n^2 m \psi(z) \zeta(t) \quad (18)$$

$$\omega_n^2 = \frac{\bar{k}}{\bar{m}} = \frac{\int_0^H EI \left(\frac{d^2\psi(z)}{dz^2} \right)^2 dz}{\int_0^H \bar{m} (\psi(z))^2 dz} \quad (19)$$

مقدار حداکثر پاسخ سازه ζ_0 با استفاده از نیروهای استاتیکی معادل به دست می آید:

$$\zeta_0 = \frac{\bar{\Gamma}}{\omega_n^2} A \quad (20)$$

که A عرض طیف طرح شبه شتاب می باشد. برای محاسبه

A ابتدا از روی شتابنگاشت زلزله مورد نظر، طیف شبه

شتاب آن بدست می آید. سپس با دانستن زمان تناوب

طبیعی سازه می توان A را محاسبه نمود.

با جایگذاری ζ_0 در رابطه (18) حداکثر نیروهای استاتیکی

معادل $f_s(z)$ به دست می آید. با داشتن $f_s(z)$ می توان

لنگرهای خمشی سازه را محاسبه نمود:

$$f_s(z) = \bar{\Gamma} \bar{m} \psi(z) A$$

$$M_s(z) = \int_z^H (x-z) f_s(x) dx = \bar{\Gamma} A \int_z^H (x-z) m \psi(x) dx \quad (21)$$

با داشتن شکل مودی سازه، نحوه توزیع لنگر خمشی در

ارتفاع دیوار در دسترس قرار می گیرد. تابع شکل باید

شرایط مرزی تغییرمکانی را برقرار نماید. یک روش ممکن

انتخاب تابع شکل به صورت معادله تغییرشکل برج به

علت نیروی جانبی استاتیکی است. شرایط مرزی

تغییرمکانی برای دیوار برشی کوپل به صورت زیر است:

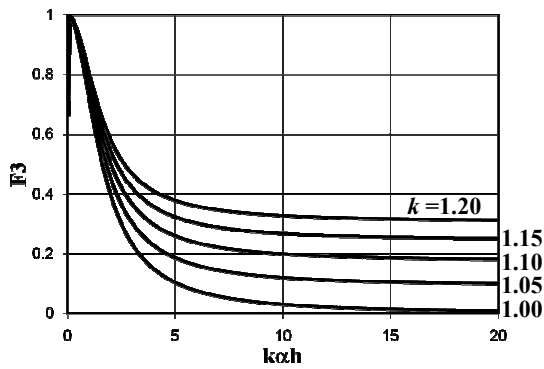
$$@z=0; \quad \psi(0)=0, \quad \left(\frac{d\psi}{dz} \right)_{z=0} = 0$$

$$@z=H; \quad \left(\frac{d^2\psi}{dz^2} \right)_{z=H} = 0 \quad (22)$$

چندجمله ای $z^2 \left(\frac{3}{2H^2} - \frac{z}{2H^3} \right)$ همه این شرط ها را

برقرار می نماید. بنابراین نیروهای معادل استاتیکی اعمالی

به سازه در اثر تحریک پایه می تواند به صورت زیر باشد:



شکل ۴. تغییرات ضریب تغییر مکان بالای سازه F3

۵ - مطالعات عددی

در این بخش جهت نشان دادن کارایی روش فوق یک مثال عددی طرح شده و توزیع نیروی محوری دیوارها و لنگر تیرهای اتصالی و همچنین جابه جایی ماکزیمم تحت مشخصات لرزه ای زلزله طبس محاسبه می شوند. برای این کار سازه های دیوار برشی با ۱۰، ۲۰ و ۳۰ طبقه با ضخامت ۰.۳۵ و ۰.۵ و ۰.۷ متر بررسی می گردند. هندسه این دیوارها در شکل (۵) نمایش داده شده است.

وزن واحد طول این دیوارها برابر با 57000 N/m است. مدول الاستیسیته بتن $2.35 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ در نظر گرفته می شود. پاسخ های تقریبی سازه به همراه نتایج بدست آمده از نرم افزار Abaqus در جدول (۱) می آیند.

با داشتن $\psi(z)$ می توان تابع لنگر M را محاسبه نمود:

$$\bar{I} = \frac{\bar{L}}{\bar{m}} = \frac{\int_0^H \psi dz}{\int_0^H \psi^2 dz} = \frac{177171995}{111495196}$$

$$M = \frac{-Am\bar{I}}{604800} \left(-166757H^2 + \frac{5z^9}{H^7} + 227565zH - 45 \frac{z^8}{H^6} + 15822 \frac{z^5}{H^3} - 76590 \frac{z^4}{H^2} \right) \quad (27)$$

با بهره جویی از تابع محاسبه شده برای لنگر و رابطه (۵)، تابع N برحسب پارامترهای $\frac{z}{H}$ و kaH به صورت زیر نوشته می شود:

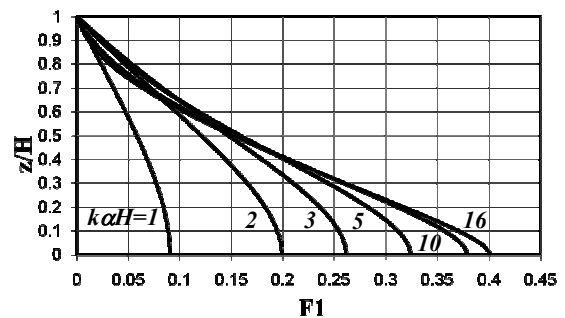
$$N = \frac{AmH^2}{k^2l} F_1\left(\frac{z}{H}, kaH\right) \quad (28)$$

با داشتن تابع N به آسانی می توان برش q را محاسبه نمود:

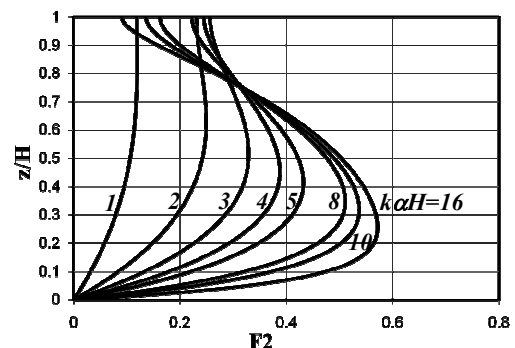
$$q = -\frac{dN}{dz} = \frac{AmH}{k^2l} F_2\left(\frac{z}{H}, kaH\right) \quad (29)$$

مقادیر تابع y در بالای دیوار بر پایه پارامترهای kaH و αH به صورت زیر در دسترس قرار می گیرد:

$$y(H) = \frac{AmH^4}{8EI} F_3(k, \alpha H) \quad (30)$$



شکل ۲. تغییرات ضریب نیروی محوری F1



شکل ۳. تغییرات ضریب جریان برش F2

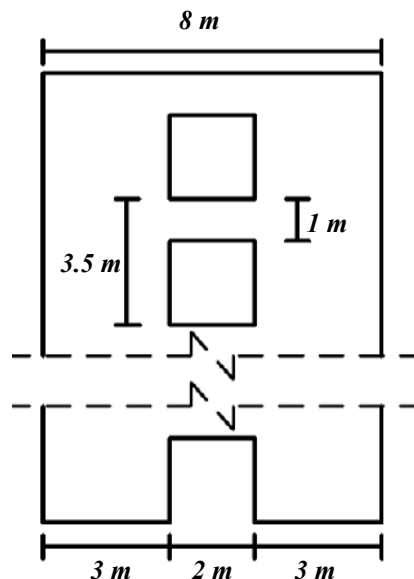
مراجع

[۱] استفورد اسمیت، برایان و کول، آلکس، آنالیز و

طراحی سازه های بلند، ترجمه حسن حاجی

کاظمی، انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد، ۱۳۷۵.

[2] S.P. Timoshenko, and J.M. Gere, Mechanics of Materials, Chapter 6, Van Nostrand Reinhold, New York, 1973.



شکل ۵. هندسه دیوار مورد بررسی

جدول ۱. جابه جایی ماکزیمم دیوار برشی کوپل

تعداد طبقه	پاسخ (m)	
	روش تقریبی	نرم افزار
۱۰	۰.۱۲۸۷	۰.۱۲۱۴
۲۰	۰.۵۰۶۳	۰.۴۹۵۹
۳۰	۱.۵۱۲۳	۱.۴۶۸۵

۶ - نتیجه گیری

پارامتر kaH سختی اعضای اتصالی را نشان می دهد. در این مقاله نشان داده شد که با تقویت تیرهای اتصالی جریان برش ماکزیمم در ناحیه ی اتصالی به ترازهای ارتفاعی پایینتر سازه منتقل می شود.

کنترل جابه جایی بالای سازه دیوار برشی می تواند به عنوان ملاکی در طرح اولیه سازه های بلند در نظر گرفته شود. روش پیشنهادی در این مقاله می تواند جابه جایی بالای دیوار را با دقت مناسبی تخمین بزند.

با توجه به نتایج بدست آمده، با کمی افزایش سختی تیرهای اتصالی می توان تغییرمکان بالای دیوار را به میزان زیادی کاهش داد. نرخ کاهش تغییرمکان بالای سازه با بالا رفتن سختی تیرهای ناحیه اتصالی کاهش می یابد.