ISME2012-1774

کاربرد روش CESE در انتقال حرارت مدل غیر فوریه ای تاخیر فاز دوگانه در فیلم نازک فلزی

محمد باقر آیانی[1]، امیر قاسمی توران پشتی[2]
[1]دانشگاه فردوسی مشهد؛ mbayani@um.ac.ir
[2]دانشگاه فردوسی مشهد؛ ghasemiamir9@gmail.com

چکیده

پیشرفت‌ها در علم میکروالکتریک و نانوتکنولوژی، علاقه‌ای شگرف به مطالعه در رژیم‌های غیرفوریه‌ای در انتقال حرارت را بوجود آورده است. چرا که، در مواردی نظیر مدت زمان به شدت کوتاه، محیط مادی بسیار کوچک، گرادیان دمایی بسیار بالا و دماهای نزدیک صفر مطلق، تئوری مرسوم مبنی بر تعادل محلی (قانون فوریه) کاربردی ندارد. کاملترین مدل انتقال حرارت غیرفوریه‌ای، مدل ماکروسکوپی تاخیر فاز دوگانه (DPL) است که پاسخ‌های فیزیکی مطلوبی را به دست می‌آورد. روش عددی زمان-مکان المان بقاء و المان حل (CESE) ، بطور همزمان دما و شار حرارتی را در مدل DPL به دست می‌آورد؛ در حالی که مدل‌های عددی دیگر معادلات را به صورت مجزا حل می‌کنند. بنابراین، روش فوق نسبت به دیگر روش‌ها دقیق‌تر بوده و زمان حل را کوتاه‌تر می‌کند. در این مطالعه به بررسی توزیع حرارت ناشی از لیزر پالس کوتاه در فیلم‌های نازک فلزی با استفاده از روش عددی CESE پرداخته شده است. مقایسه نتایج با نتایج تحلیلی موجود، صحت این روش عددی را تایید می‌کند.

کلمات کلیدی: مدل تاخیر فاز دوگانه (DPL)، روش عددی المان بقاء و المان حل (CESE)، لیزر پالس کوتاه، فیلم نازک فلزی، هدایت غیرفوریه

ISME2012-1774

کاربرد روش CESE در انتقال حرارت مدل غیرفوریه‌ای تاخیر فاز دوگانه در فیلم نازک فلزی

محمد باقر آیانی[۱]، امیر قاسمی توران پشتی[۲]
[۱] استادیار، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده فنی و مهندسی، mbayani@um.ac.ir
[۲] دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده فنی و مهندسی، ghasemiamir9@gmail.com

چکیده
پیشرفت‌ها در علم میکروالکتریک و نانوتکنولوژی، علاقه‌ای شگرف به مطالعه در رژیم‌های غیرفوریه‌ای در انتقال حرارت را بوجود آورده است. چرا که، در مواردی نظیر مدت زمان به شدت کوتاه، محیط مادی بسیار کوچک، گرادیان دمایی بسیار بالا و دماهای نزدیک صفر مطلق، تئوری مرسوم مبنی بر تعادل محلی (قانون فوریه) کاربردی ندارد. کاملترین مدل انتقال حرارت غیرفوریه‌ای، مدل ماکروسکوپی تاخیر فاز دوگانه (DPL) است که پاسخ‌های فیزیکی مطلوبی را به دست می‌آورد. روش عددی زمان-مکان المان بقاء و المان حل (CESE) ، بطور هم‌زمان دما و شار حرارتی را در مدل DPL به دست می‌آورد؛ در حالی که مدل‌های عددی دیگر معادلات را به صورت مجزا حل می‌کنند. بنابراین، روش فوق نسبت به دیگر روش‌ها دقیق‌تر بوده و زمان حل را کوتاه‌تر می‌کند. در این مطالعه به بررسی توزیع حرارت ناشی از لیزر پالس کوتاه در فیلم‌های نازک فلزی با استفاده از روش عددی CESE پرداخته شده است. مقایسه نتایج با نتایج تحلیلی موجود، صحت این روش عددی را تایید می‌کند.

واژه های کلیدی
مدل تاخیر فاز دوگانه (DPL)، روش عددی المان بقاء و المان حل (CESE)، لیزر پالس کوتاه، فیلم نازک فلزی، هدایت غیرفوریه.

مقدمه
قانون کلاسیک فوریه بیانگر این است که شار حرارتی در هر زمان و هر نقطه‌ای از محیط مادی، مستقیما با گرادیان دما متناسب است:

$$q(x,t) = -k\nabla T(x,t) \qquad (۱)$$

به منظور در نظر گرفتن اثرات میکروسکوپی در انتقال حرارت غیرفوریه‌ای، مدل DPL[1] توسط زو[۲][۱] مطرح شد که دو تاخیر فاز را برای شار حرارتی و گرادیان دما معرفی می‌کند. بنابراین، رفتار تاخیری متناظر در ابعاد ماکرو به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$q(x,t+\tau_q) = -k\nabla T(x,t+\tau_T) \qquad (۲)$$

تاخیر فازهای τ_T و τ_q جزء ویژگی‌های ذاتی ماده هستند و مقادیری مثبت دارند. با بسط مرتبه اول سری تیلور معادله (۲) نسبت به متغیر t معادله زیر حاصل می‌گردد:

$$q + \tau_q \frac{\partial q}{\partial t} = -k\left[\frac{\partial T}{\partial x} + \tau_T \frac{\partial^2 T}{\partial t \partial x}\right] \qquad (۳)$$

معادله بقای انرژی با فرض خواص حرارتی ثابت و وجود منبع حرارتی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\rho c_p \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial q(x,t)}{\partial x} = S(x,t) \qquad (۴)$$

مسائل بسیاری در انتقال حرارت غیرفوریه‌ای با استفاده از مدل تاخیر فاز دوگانه با روش‌های تحلیلی یا عددی حل شده است. رامادان[۳] و همکارانش[۲] گرمایش لیزری فلزات را با استفاده از مدل تاخیر فاز دوگانه بررسی نموده‌اند. چیو[۴][۳] به‌صورت تحلیلی توزیع دما ناشی از اعمال لیزر پالس کوتاه در فیلم نازک طلا را به دست آورده است. نتایج آزمایشگاهی اعمال لیزر روی فیلم طلا به ضخامت ۰/۱ میکرومتر [۴]و[۵] نیز موجود می‌باشد. روش‌های عددی که برای حل معادله DPL وجود دارند، عموماً با ترکیب معادلات (۳)و(۴) و حذف T و یا q در بین آنها و در نتیجه به‌دست آوردن یک معادله بر حسب q و یا T استوار است، ولی در روش عددی CESE[5]، هر دو معادله فوق بدون ترکیب با یکدیگر، به صورت هم‌زمان حل می‌شوند. روش CESE توسط آقای چنگ[۶][۶] در سال ۱۹۹۵ به عنوان روشی در جهت حل معادلات ناویراستوکس و اولر در بسیاری از مسائل دینامیک سیالات محاسباتی و مسائل صوتی-هوایی[۷]، توسعه یافته است. چنگ و همکارانش[۸] روش CESE را در موج‌های ضربه‌ای در مجراهای لوله‌ای به کار بردند. زنگ[۷] و همکارانش[۹] این روش را در حل دوبعدی و سه‌بعدی معادله اولر، با استفاده از مش‌بندی‌های چهارضلعی و شش‌ضلعی استفاده نمودند. چو و یانگ[۸][۱۰] از روش CESE در مطالعه انتقال حرارت غیرفوریه‌ای مدل DPL بدون منبع حرارتی استفاده کرده‌اند.

اصل برتری روش CESE، اطمینان داشتن از بقای شار محلی و کلی در بستر زمان-مکان می‌باشد. در این روش هم متغیرهای مستقل جریان و هم مشتقات آنها مجهول بوده و بطور هم‌زمان حل می‌شوند. در روش CESE نیازی به تنظیم نمودن پراکندگی‌های مصنوعی جهت سازگار نمودن خاصیت‌های حل محلی نیست و بنابراین از یک حل دقیق یکنواخت می‌توان خاطر جمع بود. این

---

[1] Dual Phase Lag
[2] Tzou
[3] Ramadan
[4] Chiu
[5] Conservation Element and Solution Element
[6] Chang
[7] Zhang
[8] Chou & Yang

ویژگی باعث می‌شود که روش فوق یک حل‌کننده ایده‌آل برای مسائل با ماهیت موجی و پدیده‌های همراه با عدم پیوستگی یا گرادیان‌های شدید نظیر سیستم‌های احتراق، موج‌های ضربه‌ای و غیره باشد. بنابراین در مطالعه حاضر از روش CESE در شبیه‌سازی موج حرارتی DPL در یک محیط محدود استفاده شده که منطبق با شرایط هدایت حرارتی غیرفوریه‌ای است.

توصیف روش CE/SE :

روش‌های عددی قدیمی معمولاً معادله هدایت غیرفوریه‌ای DPL بر حسب دما را با استفاده از طرح‌های تفاضل محدود یا المان محدود حل می‌کنند. اما در طرح CE/SE، حل دو معادله کوپل بقای انرژی و معادله مدل DPL به طور هم‌زمان صورت پذیرفته که در آنها دما و شارحرارتی هر دو بعنوان مجهول تلقی می‌شوند.

به منظور ساده سازی، روابط (۳) و (۴) را می‌توان به صورت ماتریسی زیر بازنویسی نمود:

$$\frac{\partial U_m}{\partial t}+\frac{\partial F_m}{\partial x}=P_m\ , \quad m=1,2 \qquad (۵)$$

که در آن، $U_m=\begin{bmatrix}q\\T\end{bmatrix}$ ، $F_m=\begin{bmatrix}\frac{k}{\tau_q}\left(T+\tau_T\frac{\partial T}{\partial t}\right)\\ \frac{1}{\rho c_p}q\end{bmatrix}$ و $P_m=\begin{bmatrix}\frac{-1}{\tau_q}q\\ \frac{1}{\rho c_p}S(x,t)\end{bmatrix}$ است.

$x_1=x$ و $x_2=t$ مولفه‌های مختصاتی فضای اقلیدسی دو بعدی E_2 هستند. با بکار بردن قضیه دیورژانس گوس در E_2، حالت دیفرانسیلی رابطه (۵) را می‌توان به صورت بقاء انتگرالی زیر تبدیل نمود:

$$\oint_{S(V)}\vec{h}_m\cdot d\vec{s}=\int_V (P_m)dv\ , \quad m=1,2 \qquad (۶)$$

که در آن $\vec{h}_m=(F_m,U_m)$ و $S(V)$ مرز محدوده مکان-زمانی اختیاری V، در فضای اقلیدسی E_2 می‌باشد. طرف راست رابطه (۶) بیانگر انتگرال حجمی P_m در محدوده V است.

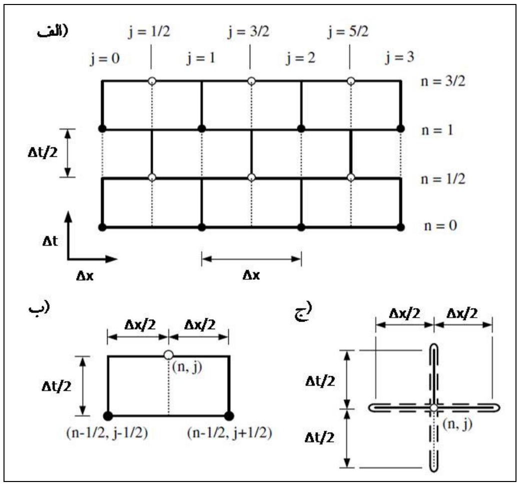
فضای اقلیدسی E_2 به مجموعه‌ای از محدوده‌های مستطیلی مجزا که بعنوان المان‌های بقاء (CEs) شناخته می‌شوند، تقسیم می‌گردد (شکل ۱). شکل ۱-ب المان بقاء مربوط به نقطه (j,n) را نشان می‌دهد و با CE(j,n) نمایش داده می‌شود. با توجه به شکل ۱-ج مشاهده می‌گردد مرزهای CE(j,n) از اتحاد سه المان حل (SE) مربوط به نقاط (j,n)، $\left(j-\frac{1}{2},n-\frac{1}{2}\right)$ و $\left(j+\frac{1}{2},n-\frac{1}{2}\right)$ به دست می‌آید.

برای هر $(x,t)\in SE(j,n)$، مقادیر U_m،F_m و $\vec{h}_m$ به ترتیب با مقادیر U_m^* ، F_m^* و $\vec{h}_m^*$ که با استفاده از بسط مرتبه اول تیلور به دست می‌آیند، تقریب زده می‌شوند:

$$U_m^*(x,t;j,n)=(U_m)_j^n+(x-x_j)(U_{mx})_j^n+(t-t^n)(U_{mt})_j^n \qquad (۷)$$

$$F_m^*(x,t;j,n)=(F_m)_j^n+(x-x_j)(F_{mx})_j^n+(t-t^n)(F_{mt})_j^n$$

$$\vec{h}_m^*(x,t;j,n)=(U_m^*(x,t;j,n),F_m^*(x,t;j,n))$$



شکل ۱: توصیف شماتیک مش‌های مکان-زمان و المان‌ها در روش CESE. الف) مش‌بندی مکان-زمان جابجا شده، ب) المان بقا (CE) در نقطه (n,j)، ج) المان بقا (SE) در نقطه (n,j).

فرض می‌شود که توزیع مجدد P_m اثر مهمی روی مقادیر q و S(x,t) که از فرایند میانگین در تعدادی المان بقای مجاور هم به دست می‌آید، به شرط اینکه انتگرال حجمی P_m روی CE ثابت بماند، نخواهد داشت. در نتیجه، پیشنهاد می‌شود که منبع حرارتی داخلی طوری بازتوزیع گردد که گویی هیچ منبعی در هر SE وجود ندارد. بنابراین، می‌توان نوشت:

$$(U_{mt})_j^n=-(F_{mx})_j^n \qquad (۸)$$

با توجه به آن که F_m تابعی از U_m می‌باشد (رابطه(۵)). بنابراین F_{mx} تابعی از U_m و U_{mx} خواهد بود. درنتیجه معادله (۸) نشان می‌دهد که U_{mt} نیز تابعی از U_m و U_{mx} است. پس، می‌توان اذعان داشت که تنها متغیرهای مستقل که در طرح CE/SE نیاز به حل دارند به ترتیب عبارت است از: $(U_m)_j^n$ و $(U_{mx})_j^n$.

معادله جداسازی شده (۶) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\oint_{S(CE(j,n))}\vec{h}_m\cdot d\vec{s}=(P_m)_j^n\times\frac{\Delta x\Delta t}{2}\ , \quad m=1,2 \qquad (۹)$$

با ترکیب روابط (۹)-(۷) می‌توان نشان داد که:

$$\Delta x(U_m)_j^n-(P_m)_j^n\frac{\Delta x\Delta t}{2}= \frac{\Delta x}{2}\left[(U_m)_{j-\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}+\frac{\Delta x}{4}(U_{mx})_{j-\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}\right] +\frac{\Delta t}{2}\left[(F_m)_{j-\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}+\frac{\Delta t}{4}(F_{mt})_{j-\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}\right] +\frac{\Delta x}{2}\left[(U_m)_{j+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}-\frac{\Delta x}{4}(U_{mx})_{j+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}\right] \qquad (۱۰)$$

$$-\frac{\Delta t}{2}\left[(F_m)_{j+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}+\frac{\Delta t}{4}(F_{mt})_{j+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}\right], m=1,2$$

با توجه به شکل ۱-ب، عبارت اول از سمت چپ رابطه (۱۰)، برابر شار $\overrightarrow{h_m}$ از سطح بالایی CE(j,n) است. در حالی که عبارت-های اول و دوم از سمت راست، شار $\overrightarrow{h_m}$ در سطوح چپ و پایین CE(j,n) و مربوط به نقطه $(j-\frac{1}{2}, n-\frac{1}{2})$ می‌باشند. در پایان، عبارت‌های سوم و چهارم به ترتیب شارهای عبوری از سطوح پایین و راست CE(j,n) هستند که مربوط به $SE(j+\frac{1}{2}, n-\frac{1}{2})$ می-شوند.

برای محاسبه $(U_{mx})_j^n$ می‌توان از روابط زیر بهره برد:

$$(U_{mx})_j^n=\frac{(U_{mx+})_j^n+(U_{mx-})_j^n}{2} \qquad (۱۱)$$

که در آن مقادیر $(U_{mx\pm})_j^n$ از رابطه زیر به دست می‌آیند:

$$(U_{mx\pm})_j^n=\pm\frac{(U'_m)_{j\pm\frac{1}{2}}^n-(U_m)_j^n}{\Delta x/2} \qquad (۱۲)$$

در اینجا $(U'_m)_j^n$ در گام زمانی n را می‌توان بر حسب مقادیر موجود $(U_m)_j^{n-\frac{1}{2}}$ بیان کرد و بنابراین رابطه زیر به دست می‌آید:

$$(U'_m)_{j\pm\frac{1}{2}}^n=(U_m)_{j\pm\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}+\frac{\Delta t}{2}(U_{mt})_{j\pm\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} \qquad (۱۳)$$

روابط (۵)-(۱۳)، کاربرد طرح CE/SE در مدلسازی معادلات کوپل شده DPL و معادله انرژی را توصیف می‌کنند.

اثر لیزر به صورت یک منبع حرارتی در حل عددی وارد می‌شود. منبع حرارتی حجمی $S(x,t)$ مربوط به لیزر پالس کوتاه در معادله (۵) به صورت توزیع گوس مرتبه دوم در نظر گرفته شده است[۱]. مقایسه نتایج حل تحلیلی زو با نتایج آزمایشگاهی موجود [۵و۱۱]، توزیع گوسی فوق را تایید می‌کند. بنابراین، منبع حرارتی استفاده شده در این حل عددی به صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$S(x,t)=\frac{0.94J(1-R)}{t_p\delta}e^{-\frac{x}{\delta}-\frac{1.992|t-2t_p|}{t_p}} \qquad (۱۴)$$

که در آن J چگالی لیزر، δ عمق نفوذ لیزر، R ضریب انعکاس پذیری محیط مادی و t_p پهنای زمانی لیزر در شدت نیم ماکزیمم (FWHM)[9] اعمال پالس لیزری می‌باشد. مشخصات مربوط به لیزر در جدول ۱ آورده شده است.

جدول ۱: مشخصات لیزر

R	$\delta(nm)$	$J(\frac{j}{m^2})$	$t_p(fs)$[10]
۰/۹۳	۱۵/۳	۱۳/۴	۹۶

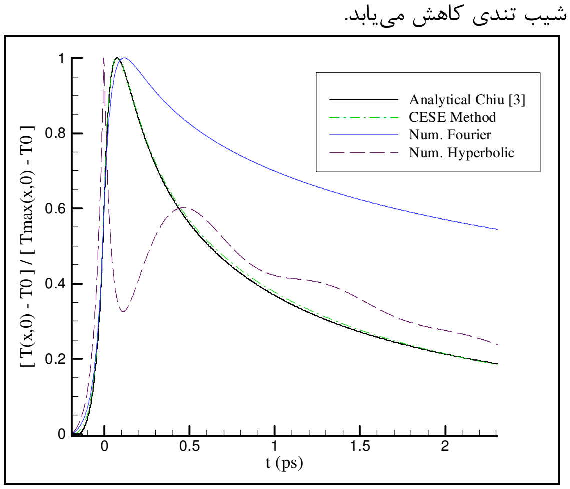
نتایج

در این مطالعه توزیع دمای یک بعدی گذرا، ناشی از لیزر پالس کوتاه در فیلم های نازک فلزی با استفاده از مدل تاخیر فاز دوگانه، با استفاده از روش عددی مکان- زمانی المان بقاء و المان حل، مورد بررسی قرار گرفته است. فیلم فلزی از جنس طلا می‌باشد که مشخصات حرارتی و ثابت‌های زمانی گرادیان دما و شار حرارتی مربوط به آن در جدول ۲ آورده شده است[۱]. دمای اولیه طلا برابر با ۳۰۰ درجه کلوین و سطوح ابتدایی و انتهایی آن عایق می‌باشند.

جدول ۲: مشخصات حرارتی فلز طلا

$\tau_T(ps)$	$\tau_q(ps)$	$\alpha(\frac{m^2}{s})\times10^4$	$k(\frac{w}{m.k})$	$L(nm)$
۹۰	۸/۵	۱/۲	۳۱۵	۱۰۰

به منظور ارزیابی روش عددی CESE نتایج به دست آمده با نتایج تحلیلی چو[۳] مقایسه شده است (شکل۲) . به دلیل اهمیت فوق العاده نقطه x=0 ، تغییرات دمای بدون بعد بر حسب زمان بر روی سطح جلویی ورق که در معرض برخورد پرتوی لیزر قرار دارد، در شکل ۲ نشان داده شده است. مقایسه نتایج موجود با نتایج آزمایشگاهی [۴]و[۵]، درستی مدل DPL در گرمایش لیزری فیلم-های نازک فلزی را تایید می‌نماید. نتایج عددی مربوط به مدل‌های ماکروسکوپی دیگر یعنی مدل کلاسیک فوریه و مدل موج حرارتی نیز در این شکل جهت مقایسه با نتایج مدل DPL رسم شده است که می‌توان به ضعف مدل‌های دیگر در پیش‌بینی دما در این حالت پی برد. تا رسیدن به مقدار ماکزیمم دما تقریباً نمودارها تفاوت عمده‌ای با هم ندارند. ولی با گذشت زمان مدل فوریه بالاتر از ۲ مدل دیگر قرار می‌گیرد. نتایج حاصل از روش عددی CESE کاملا منطبق بر نتایج تحلیلی موجود می‌باشد. با توجه شکل مشاهده می‌شود که دمای سطح طلا در زمان صفر به حداکثر مقدار خود نمی‌رسد بلکه در لحظات کوتاهی بعد از اعمال لیزر (t=۰/۲۶ پیکوثانیه) به مقدار ماکزیمم خود می‌رسد و پس از آن، با گذشت زمان دمای سطح با شیب تندی کاهش می‌یابد.

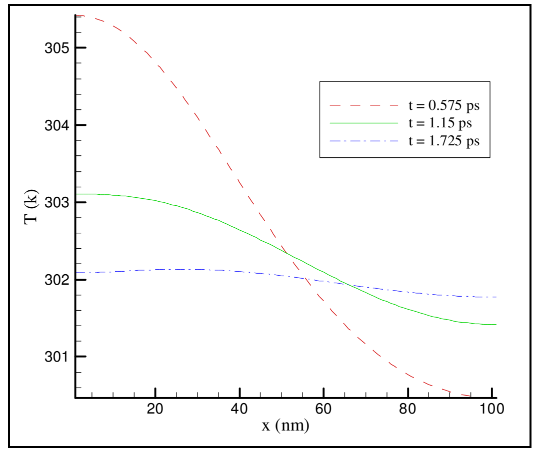


شکل ۲: تغییرات دمای بدون بعد سطح نسبت به زمان

توزیع دما در لایه نازک فلزی در عملیات حرارتی لیزری از مواردی است که توجه ویژه‌ای به آن می‌شود. به این منظور توزیع دما در لایه طلا در ۳ زمان مختلف، در شکل ۳ آورده شده است. با توجه به شکل مشاهده می‌شود، در زمان‌های ابتدایی، اختلاف دمای دو

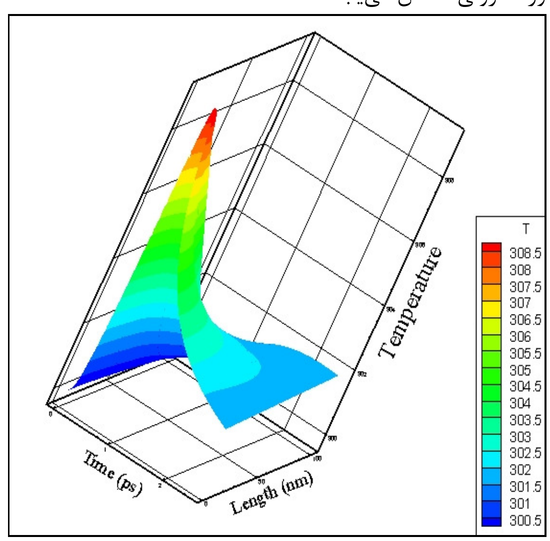
[9] Full width at half maximum
[10] Femto seconds (10^{-15} s)

طرف لایه طلا بیشتر است و با توجه به لیزر استفاده شده در زمان اما با گذشت زمان، اختلاف فوق کاسته شده به طوریکه در زمان ۱/۵۲۷ پیکوثانیه، این اختلاف ناچیز گشته و به کمتر از ۰/۲ درجه سانتیگراد می‌رسد. همچنین با توجه به این شکل می‌توان روند افزایشی دمای سطح انتهایی و روند کاهشی دمای سطح ابتدایی را با گذشت زمان مشاهده نمود.



شکل ۳: توزیع دمای ناشی از لیزر در فیلم طلا در ۳ زمان مختلف

توزیع کلی دما در زمان‌های مختلف و در تمامی مکان‌های فیلم فلزی طلا به صورت خطوط دما ثابت در شکل ۴ ترسیم شده است. محل ماکزیمم دما همانطور که در شکل دیده می‌شود، در نقطه x=۰ است ولی در زمان صفر نیست. توزیع دما در x=L/2 با گذشت زمان روندی صعودی دارد و بعد از رسیدن به مقدار ماکزیمم خود به صورت نزولی کاهش می‌یابد.



شکل ۴: خطوط دما در زمان‌ها و مکان‌های مختلف.

نتیجه‌گیری

برای افزایش کارایی کاربرد لیزر در علوم میکروالکتریک و نانو-تکنولوژی، مطالعه توزیع دما ناشی از اعمال لیزرهای پالس کوتاه و تحریکات دمایی بسیار حائز اهمیت است.

t=۰/۵۷۵ پیکوثانیه این اختلاف به حدود ۵/۵ درجه می‌رسد.

پیشگویی‌های درست و مطابق با نتایج آزمایشگاهی در مورد رفتار فیلم فلزی، محققین را در رسیدن به روش‌های مطمئن یاری می‌کند. در این مطالعه نشان داده شد که مدل‌های سنتی فوریه و موج حرارتی در پیش‌بینی توزیع دما عاجز هستند ولی مدل تاخیر فاز دوگانه اثرات میکروسکوپی را در نظر می‌گیرد و نتایجی قابل قبول ارائه می‌دهد. دو فاکتور ماکزیمم دما و زمان رخ دادن آن، در عملیات‌های لیزری فوق العاده مهم می‌باشند. در این مطالعه نشان داده شد که محل ماکزیمم دما در نقطه اعمال لیزر یعنی x=۰ است ولی در زمان صفر نمی‌باشد.

مراجع

[1] Tzou, D. Y., 1997. *Macro-to Micro scale Heat Transfer :The Lagging Behavior* . Taylor & Francis, Washington D.C.

[2] Ramadan K., Tyfour W. R. and Al-Nimr M. A., 2009. “On the analysis of short-pulse laser heating of metals using the dual phase lag heat conduction”. *Journal of Heat Transfer*, 131, pp. 291-301.

[3] Chiu, K. S., 1999. “Temperature dependent properties and microvoid in thermal lagging”. PhD thesis, Dissertation, University of Missouri-Columbia, Columbia, Missouri.

[4] Brorson, S. D., Fujimoto, J. G., and Ippen, E. P., 1987. “Femto-second electron heat transport dynamics in thin gold film”. *Phys. Rev. Lett*., 59, pp. 1962-1965.

[5] Qiu, T. Q., Tien, C. L., 1992. “Short-pulse laser heating on metals”. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 35, pp. 719-726.

[6] Chang S. C., 1995. “The method of space–time conservation element and solution element – A new approach for solving the Navier–Stokes and Euler equations”. *J. Comput. Phys*., 119, pp. 295–324.

[7] Loh, C. Y., Hultgren L. S. and Chang S.C., 2001. “Wave computation in compressible flow using space–time conservation element and solution element method”. *AIAA J*., 39, pp. 794–801.

[8] Chow, C. Y., Chang, S. C.,1994. “Application of the CESE method to shock tube problems”. NASA TM-106806.

[9] Zhang Z. C., John Yu S. T. and Chang S. C., 2002. “A space–time conservation element and solution element method for solving the two- and three-dimension unsteady euler equations using quadrilateral and hexahedral meshes”. J. *Comput. Phys,* 175, pp. 168–199.

[10]Chou Y., Yang R. J., 2008. “Application of CESE method to simulate non-Fourier heat conduction in finite medium with pulse surface heating”. Int. J. Heat Mass Transf, 51, pp. 3525–3534.

[11]Qiu, T. Q., Tien, C. L., 1993. “Heat transfer mechanisms during short-pulse laser

[12]heating of metals”. *ASME Journal of Heat Transfer*, 115, pp. 835-841.