



تجمع مهندسان
مکانیک ایران



ISME2012-1775

شبیه سازی عددی هدایت غیرفوریه‌ای ناشی از گرمایش لیزری پالس کوتاه در نانوفیلیم‌ها

محمد باقر آیانی^۱، امیر قاسمی توران پشته^۲

^۱ دانشگاه فردوسی مشهد؛ mbayani@um.ac.ir

^۲ دانشگاه فردوسی مشهد؛ ghasemiamir9@gmail.com

چکیده

اخیراً، لیزرهای پالس کوتاه سبب ظهور تکنولوژی‌های مدرن شده است. علاقه‌مندی به استفاده از لیزرهای پالس کوتاه در مواردی چون میکروماشین‌کاری‌ها، سیستم‌های میکروالکترومکانیکی (MEMS)، طراحی‌های لیزری، سختی‌سازی سطحی، ذوب و انجماد سریع فلزات و جراحی‌های پزشکی گسترش پیدا کرده است. در این مطالعه به بررسی عددی توزیع دمای گذرا ناشی از انتقال حرارت غیرفوریه‌ای با استفاده از مدل تاخیر فاز دوگانه در یک فیلم نازک فلزی که در اثر اعمال لیزر پالس کوتاه روی سطح آن به وجود می‌آید، پرداخته شده است. نتایج بدست آمده با نتایج آزمایشگاهی موجود و نتایج عددی حاصل از دو مدل هدایت فوریه و موج حرارتی مقایسه شده است. در حل معادلات از روش عددی کاملاً صریح استفاده شده است و اثرات جنس و ضخامت فیلم و زمان مشخصه لیزر مورد بررسی قرار گرفته است.

کلمات کلیدی: مدل تاخیر فاز دوگانه، انتقال حرارت غیرفوریه‌ای، لیزر پالس کوتاه، فیلم نازک

ISME2012-1775

شبیه سازی عددی هدایت غیرفوری‌های ناشی از گرمایش لیزری پالس کوتاه در نانوفیلیم‌ها

محمد باقر آسانی^۱، امیر قاسمی توران پشته^۲

^۱ استادیار، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده فنی و مهندسی، mbayani@um.ac.ir

^۲ دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده فنی و مهندسی، ghasemiamir9@gmail.com

چکیده

اخیراً، لیزرهای پالس کوتاه سبب ظهور تکنولوژی‌های مدرن شده است. علاقه‌مندی به استفاده از لیزرهای پالس کوتاه در مواردی چون میکروماشین‌کاری‌ها، سیستم‌های میکروالکترومکانیکی (MEMS)، طراحی‌های لیزری، سختی‌سازی سطحی، ذوب و انجماد سریع فلزات و جراحی‌های پزشکی گسترش پیدا کرده است. در این مطالعه به بررسی عددی توزیع دمای گذرا ناشی از انتقال حرارت غیرفوری‌های با استفاده از مدل تاخیر فاز دوگانه در یک فیلم نازک فلزی که در اثر اعمال لیزر پالس کوتاه روی سطح آن به وجود می‌آید، پرداخته شده است. نتایج بدست آمده با نتایج آزمایشگاهی موجود و نتایج عددی حاصل از دو مدل هدایت فوری و موج حرارتی مقایسه شده است. در حل معادلات از روش عددی کاملاً صریح استفاده شده است و اثرات جنس و ضخامت فیلم و زمان مشخصه لیزر مورد بررسی قرار گرفته است.

واژه های کلیدی

مدل تاخیر فاز دوگانه، انتقال حرارت غیرفوری‌های، لیزر پالس کوتاه، فیلم نازک

مقدمه

بعد از دهها هزار شکافندگی‌های جامع و حقیقی در علم انتقال حرارت در قرن گذشته، قانون هدایت حرارتی فوری به عنوان یکی از تئوری‌های تجربی مبتنی بر مشاهدات آزمایشگاهی پابرجاست و هنوز هم کاربرد گسترده‌ای در علوم مهندسی دارد. هر چند وقتی قانون فوری با معادله بقای انرژی ترکیب می‌گردد؛ معادله حاصل بر این موضوع دلالت دارد که سیگنال‌های حرارتی با سرعت بی‌نهایت جابجا می‌شوند، ولی منصفانه می‌توان گفت که مدل کلاسیک فوری توصیفات عالی را از رفتارهای مختلف انتقال حرارت در یک ماده تک فاز، تحت اکثر شرایط محیطی فراهم می‌سازد. با این حال، قانون فوری وقتی با فرآیندهای گرمایشی با نرخ بالا (مدت زمان گذرا از مرتبه چند فمتوثانیه^۱) یا علوم مهندسی بروندی مربوط به هلیوم مایع (نزدیک صفر مطلق) روبرو می‌گردد، بطور کامل عاجز و ناتوان است و قادر به تهیه پیش‌بینی‌های منطقی در جهت آنالیز و بررسی این اثرات غیر فوری‌های نمی‌باشد.

برای برطرف نمودن این مفهوم غیرمنطقی فیزیکی یعنی انتشار آبی و ناگهانی انرژی، کاتانو [۱] و ورنوته^۲ یک قانون فوری اصلاح شده را مطرح نمودند که معمولاً از آن به عنوان مدل موج حرارتی یاد می‌شود. این مدل ماهیتاً فرض می‌کند یک زمان تاخیری بین گرادیان دمایی تحمیلی و شار گرمایی تولید شده، وجود دارد. مدل هدایت حرارتی هایپربولیک تا اندازه‌ای روزنه‌های موجود در تئوری قانون فوری را پر نمود و در موارد خاص جانشین خوبی برای تئوری کلاسیک فوری گشت. اگرچه، اختلافات مشاهده شده بین پیش-بینی‌های تئوری این مدل و نتایج آزمایشگاهی [۳]، به اضافه ناتوانی راسخ در تایید بنیان‌های فیزیکی [۴]، اعتبار مدل موج حرارتی را از بین برد و این مدل در معرض برخی بحث و جدل‌ها قرار گرفت. در مقابل بحرانی که مدل هایپربولیک با آن مواجه گردید، یک مدل دو مرحله‌ای توسط آیسیمو^۳ و همکارانش مطرح شد [۵]. همچنین مدل میدان فونونی خالص در کریستال‌های دی‌الکتریک نیز توسط گویر و کروم هنسل^۴ به دست آمد [۶] که به شفافیت موضوع مکانیزم گذار ترمودینامیکی عدم تعادلی و تبادل انرژی در مقیاس-های میکروسکوپی کمک نمود. به منظور متحد نمودن و ترکیب این اثرات میکروسکوپی به همراه توصیفات ماکروسکوپی (که اکثر مهندسان با آنها آشنا هستند)، آقای زو^۵ مدلی گسترده به نام مدل تاخیر فاز دوگانه (DPL^۶) را پیشنهاد نمود [۷]. این مدل پلی را روی شکاف موجود بین دیدگاه‌های میکروسکوپی و ماکروسکوپی ایجاد می‌نماید و گستره وسیعی از مدل‌های انتقال حرارت را تحت پوشش خود قرار می‌دهد.

اخیراً مدل DPL مورد توجه شایانی قرار گرفته است، چراکه، چشم اندازه‌های نوینی در موارد بیشماری از رفتارهای حرارتی غیر فوری‌های نظیر هدایت حرارتی در محیط‌های بیولوژیکی، انتقال حرارت در مواد بی‌شکل و گرمایش فیلم‌های چند لایه‌ای در ابرهادی‌ها، فین‌ها و دیواره‌های رآکتورها ارائه شده است. بدیهی است تلاش‌های بیشماری جهت حل تحلیلی معادله مدل DPL صورت گرفته است. تنگ و اراکی^۷ [۸] توزیع دما در یک صفحه محدود را، به همراه منبع انرژی نزدیک سطح، با استفاده از روش تابع گرین و

² Cattaneo & Vernotte

³ Anisimov

⁴ Guyer & Krumhansl

⁵ Tzou

⁶ Dual Phase Lag

⁷ Tang & Araki

¹ Femto seconds (10^{-15} s)

$$\rho c_p \frac{\partial T(r,t)}{\partial t} + \nabla \cdot q(r,t) = 0 \quad (4)$$

که این رابطه منجر به دستیابی به معادله هدایت حرارتی DPL بر حسب کمیت T می‌شود:

$$\nabla^2 T + \tau_T \frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 T) = \frac{\tau_q}{\alpha} \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (5)$$

که در آن $\alpha = k/(\rho c_p)$ ضریب پخش حرارتی است. معادله (5) یک معادله دیفرانسیل جزئی نسبتاً پیچیده است که بسته به انتخاب τ_T و τ_q ، ویژگی‌های فیزیکی متفاوتی را نشان می‌دهد.

تحلیل عددی

منبع حرارتی یک بعدی لیزر که در معادله (4) بکار می‌رود، توسط آقای زو [۱۳] به صورت زیر تعریف شده است:

$$S(x,t) = 0.94J \left[\frac{1-R}{t_p \delta} \right] e^{-\frac{x}{\delta}} e^{-\frac{a|t-2t_p|}{\tau_p}} \quad (6)$$

R ضریب انعکاس‌پذیری فلز، t_p پهنای کامل در نیمه ماکزیمم (FWHM) از مدت زمان پالس لیزر، J چگالی انرژی و δ عمق نفوذ لیزر می‌باشد. فاکتور $t - 2t_p$ در نتیجه انتقال زمان اولیه از صفر به $2t_p$ حاصل شده است. با افزودن منبع حرارتی لیزر به معادله بقای انرژی و بازنویسی معادلات بر حسب کمیت T معادله زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \tau_T \frac{\partial^2 T}{\partial x^2 \partial t} + \frac{1}{k} \left(S + \tau_q \frac{\partial S}{\partial t} \right) \\ = \frac{\tau_q}{\alpha} \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \end{aligned} \quad (7)$$

شرایط اولیه زیر در این مسئله صادق است:

$$T(x,0) = T_0 = 300K, \quad \frac{\partial T}{\partial t}(x,0) = 0$$

شرط مرزی عایق در دیواره جلویی و انتهایی فیلم در نظر گرفته می‌شود، زیرا اتلاف گرما در طول گرمایش لیزری پالس کوتاه قابل صرف‌نظر کردن است:

$$\frac{\partial T}{\partial x}(0,t) = \frac{\partial T}{\partial x}(L,t) = 0$$

بسط تفاضلی مرکزی برای مشتق مرتبه دوم مکانی به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\Delta x^2} [T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n] \quad (8)$$

مشتق مرکب با استفاده از طرح تفاضل مرکزی نسبت به مکان و تفاضل پسر در زمان به صورت زیر در می‌آید:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^3 T}{\partial x^2 \partial t} = \\ \frac{1}{\Delta t \Delta x^2} \left[\begin{array}{c} T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n \\ -T_{i+1}^{n-1} + 2T_i^{n-1} - T_{i-1}^{n-1} \end{array} \right] \end{aligned} \quad (9)$$

با بسط تفاضلی پیشرو برای مشتق مرتبه اول زمانی، تقریب زیر به دست می‌آید:

تکنیک تبدیل انتگرال محدود، به دست آوردند. لیو^۱ [۹] با تکیه بر کاربرد هیبریدی روش تبدیل لاپلاس و یک فرمولاسیون حجم کنترلی، معادله DPL را آنالیز نمود تا اثرات تاخیر فاز دوگانه را روی گرمایش فیلم‌های نازک دولایه‌ای به همراه مقاومت حرارتی در سطح مشترک، مورد بررسی قرار دهد. اکثر حل‌های تحلیلی مربوط به مدل DPL عمومیت ندارند و تنها در مسائلی با شرایط اولیه و شرایط مرزی خاص می‌توان از این حل‌ها استفاده نمود. غیر از نوسانات عددی رنجش‌آور که معمولاً در حل معادلات با مشتقات جزئی هایپربولیک (HPDE) ظاهر می‌گردد، پیچیدگی ذاتی معادله مدل DPL (وجود مشتق ترکیبی مرتبه بالا نسبت به زمان و مکان) خود مانعی عظیم در مسیر رسیدن به یک حل جامع می‌باشد. اگر مسئله یک هندسه پیچیده یا خواص فیزیکی متغیر داشته باشد، حل عددی همواره به عنوان تنها راه‌حل در جهت رسیدن به نتیجه تلقی می‌گردد.

مطالعه موجود از یک روش عددی اختلاف محدود صریح جهت حل معادله تاخیر فاز دوگانه با شرایط مرزی و اولیه معلوم در فیلم نازک فلزی که تحت گرمایش با لیزر پالس کوتاه قرار دارد، بهره برده است. نتایج عددی بدست آمده برای ۳ مدل ماکروسکوپی فوریه، موج حرارتی و DPL، با نتایج آزمایشگاهی موجود در این زمینه [۱۲، ۱۱، ۱۰] مقایسه شده است. ضعف مدل‌های کلاسیک فوریه و موج حرارتی در گرمایش فیلم نازک فلزی با لیزر پالس کوتاه، نشان داده می‌شود.

مدل ریاضی

قانون فوریه بیانگر این است که شار حرارتی در هر زمان و هر نقطه-ای از محیط مادی، مستقیماً با گرادیان دما متناسب است:

$$q(r,t) = -k \nabla T(r,t) \quad (1)$$

به منظور در نظر گرفتن اثرات مربوط به ابعاد میکرو نظیر بر هم کنش‌های الکترون-فونون، مدل DPL دو تاخیر فاز را برای شار حرارتی و گرادیان دما معرفی می‌کند. بنابراین، رفتار تاخیری متناظر در ابعاد ماکرو بصورت زیر توصیف می‌گردد:

$$q(r,t + \tau_q) = -k \nabla T(r,t + \tau_T) \quad (2)$$

این معادله بیانگر این است که گرادیان بوجود آمده در موقعیت \mathbf{r} و در لحظه زمانی $t + \tau_T$ ، باعث ایجاد شار گرمایی در لحظه زمانی متفاوت $t + \tau_q$ می‌گردد.

تاخیر فازهای τ_q و τ_T جزء ویژگی‌های ذاتی ماده هستند و مقادیری مثبت دارند. با بسط مرتبه اول سری تیلور معادله (۲) نسبت به متغیر t معادله زیر حاصل می‌گردد:

$$q + \tau_q \frac{\partial q}{\partial t} = -k \left[\nabla T + \tau_T \frac{\partial (\nabla T)}{\partial t} \right] \quad (3)$$

ترکیب معادله (۳) و معادله بقای انرژی به همراه خواص حرارتی ثابت و نبود منبع حرارتی، نتیجه می‌دهد:

Liu¹

Hyperbolic partial Differential Equations²

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{\Delta t} [T_i^{n+1} - T_i^n] \quad (10)$$

در انتها برای مشتق زمانی منبع حرارتی از بسط تفاضلی مرکزی استفاده شده است:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{1}{2\Delta t} [S_i^{n+1} - S_i^{n-1}] \quad (11)$$

جایگذاری معادلات (11-1) در معادله (7) منجر به دستیابی یک معادله تفاضل محدود صریح جهت حل مجهول T_i^{n+1} می‌گردد.

نتایج

در این مطالعه توزیع دمای گذرا ناشی از لیزر پالس کوتاه در فیلم های نازک فلزی با استفاده از مدل تاخیر فاز دوگانه، با یک روش عددی کاملاً صریح مورد بررسی قرار گرفت. فیلم موجود از جنس طلا یا کروم با ضخامت 100 نانومتر است که مشخصات حرارتی و ثابت‌های زمانی گردایان دما و شار حرارتی مربوط به آنها در جدول 1 آورده شده است [13]. دمای اولیه برابر 300 درجه کلوین و ابتدا و انتهای فیلم عایق می‌باشد. به منظور ارزیابی مدل استفاده شده و پی بردن به درستی مدل DPL، نتایج به دست آمده با نتایج آزمایشگاهی موجود در مقالات دیگر مقایسه شده است (شکل 1).

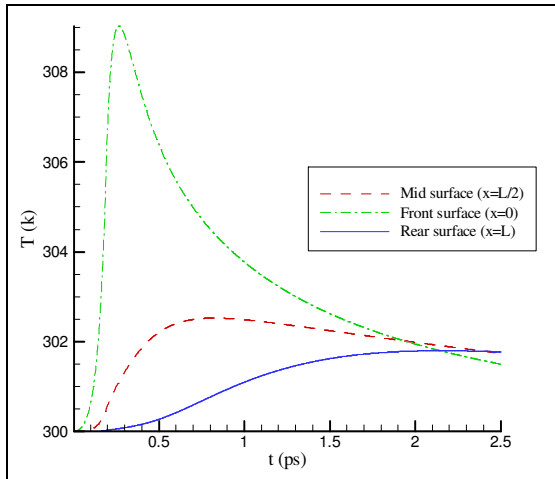
جدول 1: مشخصات حرارتی طلا و کروم

جنس	$k \left(\frac{W}{m \cdot K} \right)$	$\alpha \left(\frac{m^2}{s} \right) \times 10^4$	$\tau_f \text{ (ps)}$	$\tau_q \text{ (ps)}$
طلا	315	1/2	90	8/5
کروم	94	0/28	7/86	0/136

نتایج مدل DPL مقایسه شده است و می‌توان درستی مدل DPL را در این شکل به وضوح مشاهده نمود و به ضعف‌های مدل‌های فوق در پیش‌بینی دما در این حالت پی برد. علت عدم تطابق دو مدل فوریه $(\tau_f = \tau_q = 0)$ و موج حرارتی $(\tau_f = 0)$ با نتایج آزمایشگاهی این است که دو مدل ماکروسکوپی فوق قادر نیستند پاسخ‌ها و عکس-العمل‌های در ابعاد میکرو در حین گرمایش لیزری پالس کوتاه فلزات را تجزیه و تحلیل نمایند. در این بین بیشترین خطا را مدل فوریه دارد چون هم اثر فعل و انفعالات میکروساختماتی در بعد مکان و هم اثر گذرایی سریع در بعد زمان را نادیده می‌گیرد.

نمودارهای ترسیم شده بعدی بر اساس مدل تاخیر فاز دوگانه می‌باشد که صحت و سقم آن نیز مشخص گردید.

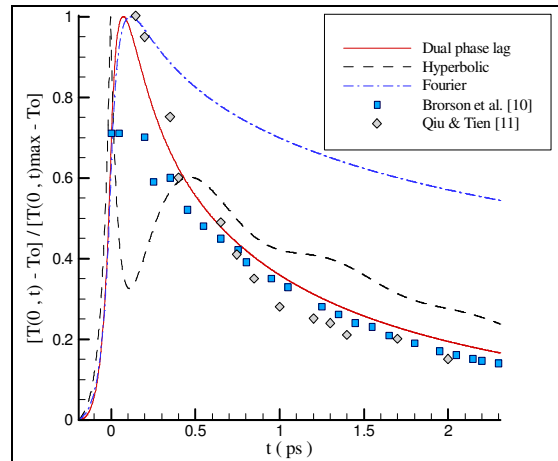
شکل 2 توزیع دما بر حسب زمان در 3 مکان ابتدایی، میانی و انتهایی فیلم را نشان می‌دهد. در زمان‌های اولیه بعد از اعمال لیزر روی سطح ابتدایی فلز، نمودارها روند افزایشی دارند. مقادیر دما هر چه از نقطه اعمال لیزر فاصله می‌گیریم کاهش می‌یابد که با توجه به فیزیک مسئله امری طبیعی است. نکته حائز اهمیت این است که در گرمایش فیلم فلزی توسط لیزر پالس کوتاه بیشترین دما در نقطه $x=0$ رخ می‌دهد ولی در زمان $t=0$ به وقوع نمی‌پیوندد، بلکه با توجه به شکل در $t=0/26$ میکوثانیه اتفاق می‌افتد. شیب نمودار در $x=0$ در حالت صعودی و نزولی بیشتر از دو نمودار دیگر است. می‌توان اذعان داشت که هر چه در راستای طول فیلم پیشروی می‌کنیم، از مقدار دمای ماکزیمم در آن مکان کاسته می‌شود و محل وقوع ماکزیمم دما در راستای زمان پیشروی می‌کند.



شکل 2: توزیع دمای گذرا در نقاط ابتدایی، میانی و انتهایی فیلم طلا به ضخامت 100 نانومتر.

اثر ضخامت فیلم نازک فلزی طلا در توزیع دمای گذرا، در شکل 3 بررسی شده است. با توجه به نمودار با افزایش ضخامت، مقادیر دما در تمام نقاط فیلم کاهش می‌یابد ولی فرم کلی نمودار حفظ می‌شود. با توجه به فیزیک مسئله و عدم تغییر مشخصات لیزر امری کاملاً منطقی است. همانطور که در شکل مشاهده می‌شود هر چه ضخامت فیلم بیشتر می‌گردد مقدار ماکزیمم دما در اثر اعمال لیزر

نتایج آزمایشگاهی [10، 11 و 12] به دلیل نازک بودن بیش از حد فیلم فلزی و حائز اهمیت بودن نقطه $x=0$ ، تنها روی سطح جلویی فیلم که در معرض برخورد پرتوی لیزر قرار دارد، موجود است.



شکل 3: دمای نرمال گذرا در سطح فیلم طلا به ضخامت 100 نانومتر. مقایسه بین حل‌های عددی و آزمایشگاهی.

شکل 1 تغییرات $[T(0,t) - To] / [T(0,t)_max - To]$ را بر حسب زمان نشان می‌دهد. نتایج عددی مربوط به مدل‌های حرارتی کلاسیک فوریه و موج حرارتی در این شکل با نتایج آزمایشگاهی و

از کروم به عنوان زیرلایه برای فیلم طلا استفاده می‌شود. چرا که، حرارت مانده از جذب در ورقه طلا را انتقال می‌دهد و آسیب پذیری فیلم طلا را کمتر می‌کند و این امر به علت انعکاس پذیری کم این فلز است.

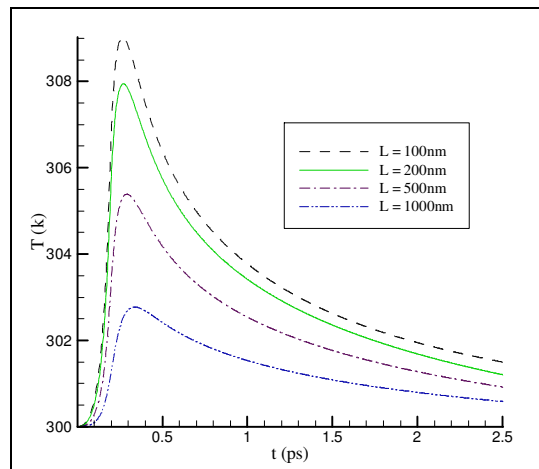
نتیجه گیری

در این مطالعه نشان داده شد که مدل‌های سنتی فوریه و موج حرارتی در پیش‌بینی توزیع دما در گرمایش فیزی با لیزر پالس کوتاه عاجز هستند ولی مدل تاخیر فاز دوگانه اثرات میکروسکوپی را در نظر می‌گیرد و نتایجی قابل قبول ارائه می‌دهد.

مراجع

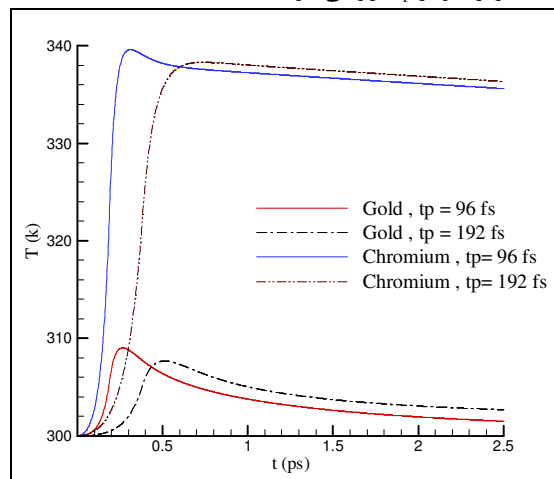
- [1] Cattaneo C., 1958. "Sur une forme de l'équation de la chaleur éliminant le paradoxe d'une propagation instantanée". *Comptes Rendus*, 247, pp. 431-433.
- [2] Vernotte P., 1958. "Les paradoxes de la théorie continue de l'équation de la chaleur". *Comptes Rendus*, 246, pp. 3154-3155.
- [3] Herwig H., Becket K., 2000. "Fourier versus non-Fourier heat conduction in materials with a nonhomogeneous inner structure". *J. Heat Transfer*, 122, pp. 363-365.
- [4] Körner C., Bergmann H. W., 1998. "The physical defects of the hyperbolic heat conduction equation". *Appl. Phys.*, A 67, pp. 397-401.
- [5] Anisimov S. I., Kapeliovich B. L., Perel'man T. L., 1974. "Electron emission from metal surfaces exposed to ultra-short laser pulses". *Soviet Phys. JETP* 39, pp. 375-377.
- [6] Guyer R. A., Krumhansl J. A., 1966. "Solution of the linearized phonon Boltzmann equation". *Phys. Rev.* 148, pp. 766-780.
- [7] Tzou D. Y., 1995. "A unified field approach for heat conduction from macro- to micro-scales". *ASME J. Heat Transfer* 117, pp. 8-16.
- [8] Tang D. W., Araki N., 1999. "Wavy, wavelike, diffusive thermal responses of finite rigid slabs to high-speed heating of laser-pulses". *Int. J. Heat Mass Transfer*, 42, pp. 855-860.
- [9] Liu Kuo-Chi, 2005. "Analysis of dual-phase-lag thermal behavior in layered films with temperature-dependent interface thermal resistance". *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 38, pp. 3722-3732.
- [10] Brorson, S. D., Fujimoto, J. G., and Ippen, E. P., 1987. "Femto-second electron heat-transport dynamics in thin gold film". *Phys. Rev. Lett.*, 59, pp. 1962-1965.
- [11] Qiu, T. Q., Tien, C. L., 1992. "Short-pulse laser heating on metals". *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 35, pp. 719-726.
- [12] Qiu, T. Q., Tien, C. L., 1993. "Heat transfer mechanisms during short-pulse laser heating of metals". *ASME Journal of Heat Transfer*, 115, pp. 835-841.
- [13] Tzou, D. Y., 1997. *Macro-to Micro scale Heat Transfer: The Lagging Behavior*. Taylor & Francis, Washington D.C.

پالس کوتاه مشابه، کمتر می‌شود؛ در حالی که زمان رسیدن به ماکزیمم دما ثابت است.



شکل ۳: توزیع دمای گذرا در سطح فیلم طلا با ضخامت های مختلف.

زمان مشخصه یا به عبارت دیگر پهناى زمانی لیزر در نیمه ماکزیمم از پارامترهای مهم لیزر است. با افزایش زمان مشخصه انتظار می‌رود زمان اعمال لیزر افزایش یابد ولی از شدت آن کاسته شود. شکل ۴ تغییرات دمای سطح را نسبت به زمان در دو زمان مشخصه مختلف نشان می‌دهد. در این نمودار ۲ پارامتر جنس و زمان مشخصه مورد بررسی قرار می‌گیرد. مشاهده می‌گردد با افزایش زمان مشخصه، مقدار ماکزیمم دما در سطح کاهش می‌یابد و زمانی که این ماکزیمم رخ می‌دهد، بیشتر می‌شود. در زمان‌های اولیه نمودار مربوط به t_p نسبت به نمودار $2t_p$ بالاتر است ولی با گذشت زمان نمودار مربوط به $2t_p$ بالاتر از نمودار t_p قرار می‌گیرد.



شکل ۴: تغییرات دمای سطح نسبت به زمان در زمان های مشخصه متفاوت برای دو فلز طلا و کروم.

در شکل ۴ نتایج در دو فیلم نازک به ضخامت ۱۰۰ نانومتر با جنس-های طلا و کروم آورده شده است. با توجه به این نکته که ضریب انعکاس‌پذیری در کروم کمتر از طلا است انتظار می‌رود که محدوده دمایی در کروم نسبت به طلا بالاتر باشد. در ساخت آینه‌های لیزری