نشریه آبیاری و زهکشی ایران
شماره ۱، جلد۵، بهار ۱۳۹۰، ص. ۴۹-۴۳

Iranian Journal of Irrigation and drainage
No. 1, Vol. 5, Spring 2011, p. 43-49

تخمین هدایت هیدرولیکی غیراشباع خاک بر پایه هندسه فرکتال‌ها

مرتضی صادقی[۱]، عزیزالله ایزدی[۲*] و بیژن قهرمان[۳]

چکیده

در سال‌های اخیر، هندسه فرکتال‌ها به عنوان یک ابزار مناسب برای تشریح ساختار پیچیده خاک‌ها به طور گسترده در حال توسعه است. از جمله کارهای شاخص در این زمینه مدل ارائه شده توسط Shepard (۱۹۹۳) برای پیش‌بینی تابع هدایت هیدرولیکی خاک از روی منحنی مشخصه رطوبتی می‌باشد. اگرچه این مدل پایه فیزیکی دارد، اما یک پارامتر تجربی موسوم به ضریب اعوجاج (T) نیز در آن به کار رفته است که Shepard روش مشخصی برای تعیین T ارائه نکرد. وی تنها به صورت تجربی ۱/۲۷، ۱/۲۳ و۱/۳۲ را به عنوان مقادیر مناسب T به ترتیب برای خاک‌های شنی، لومی و رسی ارائه کرد. در این مقاله، بر اساس مفاهیم هندسه فرکتال‌ها نشان داده شد که T با توان مدل van Genuchten (n) همبستگی دارد. بر این اساس، یک معادله منطقی برای تعیین T ارائه گردید. همچنین با تحلیل رگرسیونی براساس داده‌های اندازه‌گیری شده ۲۰ خاک از پایگاه UNSODA، شامل خاک‌های کلاس‌های شن، لوم و رس، یک معادله تجربی نیز به دست آمد. به منظور صحت‌سنجی، دو روش مذکور برای شش خاک دیگر از پایگاه UNSODA با بافت‌های مختلف به کار گرفته شدند. نتایج نشان داد که به جز در موارد خاص، معادله منطقی نتوانست به تخمین‌های دقیقی منجر شود. اما معادله تجربی توانست تخمین‌های مدل Shepard را در اکثر مواردٌ بهبود بخشد.

واژه های کلیدی: فرکتال، Shepard، هدایت هیدرولیکی غیراشباع، ضریب اعوجاج

مقدمه

برای تحلیل جریان غیراشباع در خاک با استفاده از معادله ریچاردز، تعیین منحنی مشخصه رطوبتی و تابع هدایت هیدرولیکی خاک ضروری می‌باشد. اندازه‌گیری منحنی مشخصه رطوبتی خاک با استفاده از روش‌های آزمایشگاهی بسیار رایج است، درحالیکه اندازه-گیری تابع هدایت هیدرولیکی خاک نیاز به روش‌های پیچیده‌تر و وقت‌گیرتری دارد. به همین دلیل، محققین زیادی برای تخمین تابع هدایت هیدرولیکی غیراشباع از روی منحنی مشخصه رطوبتی کوشیده‌اند (Burdine, 1953, Campbell, 1974, Mualem, 1976 vanGenuchten, 1980, Kosugi, 1996, Or and Tuller, 1999, Zand-Parsa and Sepaskhah, 2004).

در سال‌های اخیر، هندسه فرکتال‌ها برای تشریح ساختار پیچیده خاک‌ها به گستردگی به کار گرفته شده است. مطالعات مختلف نشان داده‌اند که هندسه فرکتال‌ها می‌تواند به عنوان یک ابزار مناسب برای تخمین توابع هیدرولیکی خاک‌ها به کار رود (Tyler and Wheatcraft, 1989; 1990, Rieu and Sposito, 1991, Perfect, 1999, Bird, et al., 2000, Huang and Zhang, 2005). قنبریان و شمسایی (۱۳۸۷) از ترکیب مدل‌های فرکتالی ارائه‌شده برای منحنی مشخصه رطوبتی با مدل‌های Burdine (1953) و Mualem (1976)، به مدل‌هایی فرکتالی برای پیش‌بینی هدایت هیدرولیکی غیراشباع خاک دست یافتند که تطابق خوبی با مقادیر اندازه‌گیری‌شده نشان دادند.

با استفاده از هندسه فرکتال‌ها برای شبیه‌سازی مسیر منافذ خاک، Shepard (1993) مدلی برای تخمین تابع هدایت هیدرولیکی از روی منحنی مشخصه رطوبتی خاک ارائه کرد. اگرچه این مدل پایه فیزیکی دارد، اما یک پارامتر تجربی موسوم به ضریب اعوجاج (T) نیز در آن به کار رفته است که Shepard روش مشخصی برای تعیین این پارامتر ارائه نکرد. وی به صورت تجربی مقادیر ۱/۲۷، ۱/۲۳ و۱/۳۲ را به ترتیب در خاک‌های شن، لوم و رس مناسب معرفی کرد. برای سایر کلاس‌های بافتی نیز مقدار معینی ارائه نگردید. بررسی گسترده منابع نشان داد که تا به حال هیچ تحقیقی به بهبود روش Shepard نپرداخته است. در مراجع نیز روش مشخصی برای تعیین T یافت نشده است. بر این اساس، این مطالعه با هدف ارائه روشی برای تعیین این پارامتر از روی منحنی رطوبتی خاک و بهبود تخمین‌های مدل اولیه Shepard انجام گردید.

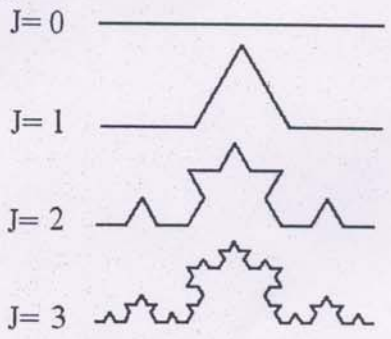
۱و۲- دانشجویان دکتری گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد
۳- استاد گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه فردوسی مشهد،
(* - نویسنده مسئول: Email: az.izady@gmail.com)

پیش‌زمینه نظری

خم کوخ

خم کوخ یکی از معروفترین اشکال فرکتالی است که در هر مرحله با تبدیل یک خط راست به طول واحد به چهار قطعه به طول ثلث واحد مطابق با شکل (۱) ایجاد می‌شود. در این خم، طول هر قطعه (l) در مرحله Jام می‌شود:

$$l = \left(1/3\right)^J \qquad (۱)$$



شکل ۱- نحوه تولید خم کوخ

و طول خم (p) در هر مرحله می‌شود:

$$p = \left(4/3\right)^J \qquad (۲)$$

عدد $4/3$ ضریب اعوجاج (T) نامیده می‌شود که عبارتست از نسبت طول خم در هر مرحله به طول خم در مرحله قبل.

بعد فرکتالی (D) برای این خم، طبق تعریف نسبت لگاریتم تعداد قطعات به لگاریتم عکس مقیاس (طول هر قطعه)، می‌شود:

$$D = \frac{\ln 4}{\ln 3} = \frac{\ln 16}{\ln 9} = \ldots = 1.2618$$

ب- مدل Shepard برای تخمین هدایت هیدرولیکی غیراشباع

Shepard (1993) با کمی تغییر در خم کوخ از آن برای شبیه‌سازی مسیر پر پیچ و خم آب در بین ذرات خاک استفاده کرد. بدین منظور وی فرض کرد که در هر مرحله از تولید خم، چهار قطعه طوری به هم وصل شوند که زوایای برابر تشکیل دهند (مثل یک مسیر زیگ زاگ). در این حالت T خم دیگر $4/3$ نخواهد بود و تغییر خواهد کرد.

Shepard فرض کرد که منافذ خاک از لوله‌هایی پر پیچ و خم ولی با قطر یکنواخت ($2r$) تشکیل می‌شوند. آنگاه منحنی رطوبتی خاک را به i بازه تقسیم‌بندی و برای هر بازه یک قطر منفذ میانگین از رابطه مویینگی ($r=0.15/h$، r و h هر دو بر حسب سانتی‌متر) و یک حجم منافذ (V) از روی اختلاف درصد رطوبت (θ) بالا و پایین حساب کرد. وی فرض کرد که مسیر منفذ هر بازه منطبق با یک مرحله از خم کوخ تغییر داده شده باشد، به نحویکه طول هر قطعه از خم نظیر هر بازه با قطر منفذ در آن بازه برابر باشد. بنابراین، طبق رابطه (۱) خواهیم داشت:

$$J_i = \frac{\ln 2r_i}{\ln(1/3)} \qquad (۳)$$

که اندیس i برای هر پارامتر نشان دهنده آن پارامتر در بازه iام است.

بر این اساس، تعداد منافذ در هر بازه در واحد سطح مقطع خاک (N_i) از رابطه زیر محاسبه خواهد شد:

$$N_i = \frac{V_i / \left(\pi r_i^2\right)}{T^{J_i}} \qquad (۴)$$

پس از تعیین قطر، طول و تعداد منافذ هر بازه، Shepard از رابطه پوازیه برای دبی لوله‌ها استفاده کرد و با نوشتن روابط در یک محیط پیوسته، در نهایت به معادله انتگرالی زیر برای تابع هدایت هیدرولیکی غیراشباع خاک رسید:

$$K(\theta) = \frac{g}{8\eta} \int_0^{\theta} \left(r^2 / T^{2J}\right) d\theta \qquad (۵)$$

که در آن، g شتاب گرانش ($980\ \text{cm s}^{-2}$) و η لزجت مطلق آب ($0.01\ \text{g cm}^{-1}\ \text{s}$) می‌باشد.

مواد و روش‌ها

بعد فرکتالی خم کوخ را در حالت کلی می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$D = \frac{\ln 4}{\ln(4/T)} \qquad (۶)$$

به عبارت دیگر خواهیم داشت:

$$T = 4^{1-1/D} \qquad (۷)$$

Tyler و Wheatcraft (1990) نشان دادند که بعد فرکتالی منافذ خاک می‌تواند به صورت زیر به شاخص توزیع اندازه منافذ خاک (λ) در توابع هیدرولیکی Brooks و Corey (1964) مربوط گردد:

$$D = 2 - \lambda \qquad (۸)$$

با به‌کارگیری توابع هیدرولیکی van Genuchten (1980) به صورت زیر:

$$\theta = \theta_r + \frac{(\theta_s - \theta_r)}{[1 + (\alpha h)^n]^m} \qquad (۹)$$

$$K = K_s \frac{\{1-(\alpha h)^{n-1}[1+(\alpha h)^n]^{-m}\}^2}{[1+(\alpha h)^n]^{m/2}} \quad (۱۰)$$

و با قبول رابطه $m = 1-1/n$ در این توابع، خواهیم داشت (van Genuchten, 1980):

$$n = \lambda + 1 \quad (۱۱)$$

که در آن، θ_s و θ_r به ترتیب درصد رطوبت اشباع و باقی‌مانده خاک، K_s هدایت هیدرولیکی اشباع خاک، و m، n و α پارامترهای تجربی می‌باشند. از تلفیق معادلات (۸) و (۱۱) خواهیم داشت:

$$D = 3 - n \quad (۱۲)$$

و از تلفیق معادلات (۷) و (۱۲) داریم:

$$T = 4^{(2-n)/(3-n)} \quad (۱۳)$$

معادله (۱۳) یک رابطه منطقی و دارای پایه ریاضی برای تعیین T از روی منحنی مشخصه رطوبتی خاک به دست می‌دهد. باید توجه شود که این معادله برای مقادیر n بزرگتر از ۲ (خاک‌های بسیار درشت‌بافت) نمی‌تواند به کار رود. چراکه اگر n بین ۲ تا ۳ باشد، هم D و هم T کوچکتر از یک خواهند شد که به لحاظ فیزیکی توجیه‌پذیر نمی‌باشد. این شرایط مستلزم این است که طول مسیر پرپیچ و خم لوله‌های مویین خاک از طول مسیر مستقیم کمتر باشد. همچنین طبق رابطه (۱۲)، مقادیر n بزرگتر از ۳ منجر به منفی شدن بعد فرکتالی می‌شود که باز هم به لحاظ فیزیکی بی‌معنا می‌باشد. در واقع این مشکل به اعتبار روش Tyler و Wheatcraft (1990) در برآورد بعد فرکتالی منافذ خاک برمی‌گردد. چرا که این روش نمی‌تواند مقادیر n بزرگتر از ۲ (λ بزرگتر از ۱) را به لحاظ فیزیکی توجیه کند، حال‌آنکه این شرایط در واقعیت در بسیاری از خاک‌های درشت‌بافت دیده می‌شود.

برای بررسی صحت معادله (۱۳)، تعداد ۲۰ خاک (شامل ۸ شن، ۸ لوم و ۴ رس) از پایگاه داده UNSODA (Leij et al., 1999) انتخاب گردید. این خاک‌ها به نحوی انتخاب شدند که مقادیر اندازه‌گیری شده منحنی رطوبتی و تابع هدایت هیدرولیکی در همه خاک‌ها موجود باشد. با استفاده از نرم افزار RETC (van Genuchten et al., 1992)، مدل‌های van Genuchten (معادلات ۹ و ۱۰) بر روی منحنی رطوبتی و تابع هدایت هیدرولیکی خاک‌ها برازش داده شدند. با آزمون و خطا، مقدار بهینه T برای هر خاک به نحوی تعیین شد که نتایج پیش‌بینی مدل Shepard (Kp_i) با حداقل خطا بر مقادیر حاصل از مدل هدایت هیدرولیکی ون‌گنوختن (Km_i) منطبق گردد. بدین منظور از حداقل‌سازی پارامتر ریشه میانگین مربعات خطای لگاریتمی ($RMSLD$) مطابق تعریف زیر استفاده گردید:

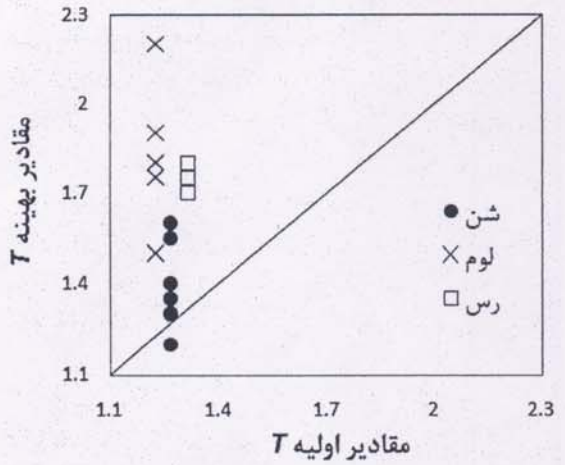
$$RMSLD = \sqrt{(1/t)\sum_{i=1}^{t}[\log(Kp_i) - \log(Km_i)]^2} \quad (۱۴)$$

که در آن، t تعداد نقاط بررسی شده می‌باشد.

همان‌طور که گفته شد، معادله (۱۳) برای مقادیر بزرگتر از ۲ برای n پیشنهاد نمی‌شود. به منظور ارائه روشی جایگزین برای رفع مشکل در خاک‌هایی که در آن‌ها n بزرگتر از ۲ می‌باشد، همبستگی T به n به طور تجربی نیز تحلیل گردید. بر این اساس، یک رابطه تجربی نیز برای تعیین مقدار T از روی مقدار n حاصل گردید. مقادیر T حاصل از معادله (۱۳) و نیز رابطه تجربی پیشنهادی برای تخمین تابع هدایت هیدرولیکی غیراشباع در شش خاک دیگر که از UNSODA به طور تصادفی انتخاب شدند، به کار رفتند. این نتایج با نتایج تخمین حاصل از مقادیر ارائه شده T توسط Shepard مقایسه گردیدند. خاک‌های استفاده شده در این ارزیابی عبارت بودند از کد خاک‌های ۱۳۸۳ با بافت رس سیلتی، ۱۴۶۵ با بافت شن، ۴۶۰۱ با بافت لوم رسی شنی، ۴۵۷۵ با بافت لوم، ۴۸۱۰ با بافت شن و ۱۳۶۰ با بافت رس سیلتی.

نتایج و بحث

شکل (۲) مقادیر بهینه T را در مقایسه با مقادیر اولیه ارائه شده توسط Shepard (1993) برای ۲۰ خاک مورد مطالعه نشان می‌دهد. این شکل نشان می‌دهد که به‌جز در یک خاک، مقادیر بهینه T برای خاک‌های مذکور بزرگتر از مقادیری بودند که Shepard به عنوان مقادیر مناسب ارائه کرد. در مورد خاک‌های رس و لوم این نکته با وضوح بیشتری نمایان است.



شکل ۲- مقایسه مقادیر اولیه T از مقاله Shepard (1993) و مقادیر بهینه آن برای ۲۰ خاک پایگاه UNSODA. خط ممتد خط یک به یک می‌باشد.

نتایج این تحقیق برای ۲۰ خاک بررسی شده وابستگی نسبتاً معنی‌دار T به n را نشان داد که شکل (۳) این مساله را بازگو می‌کند.

این شکل نشان می‌دهد که معادله (۱۳) برای مقادیر کوچک‌تر n (مربوط به خاک‌های ریزبافت) از اعتبار نسبی خوبی برخوردار هست. ولی همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شد، به دلیل عدم اعتبار روش Tyler و Wheatcraft (1990)، در مواردی که n از ۲ بیشتر باشد، معادله (۱۳) از واقع‌بینی دور می‌شود.

شکل (۳) یک همبستگی خطی نسبتاً معنی‌دار را بین مقادیر T و معکوس مقادیر n نشان می‌دهد. بر این اساس، معادله تجربی زیر از برازش یک خط به مقادیر T در برابر معکوس مقادیر n به دست آمد:

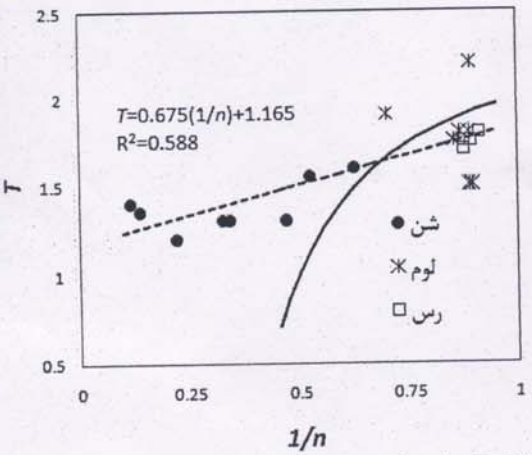
$$T = 0.675/n + 1.165 \qquad (۱۵)$$

ضریب تعیین معادله (۱۵) برابر با ۰/۵۸۸ به دست آمد که خیلی بالا نمی‌باشد. البته شکل (۳) نشان می‌دهد که با چشم‌پوشی از خاک‌های کلاس لوم، همبستگی T به n در دو کلاس دیگر نسبتاً قوی بوده است.

نتایج پیش‌بینی مدل Shepard با مقادیر T به دست آمده از معادلات (۱۳) و (۱۵) و نیز مقادیر اولیه ارائه شده توسط Shepard در برابر مقادیر اندازه‌گیری شده، برای شش خاک استفاده شده به منظور صحت‌سنجی، در شکل (۴) نشان داده شده است. این شکل نشان می‌دهد که اگرچه در چند مورد کاربرد معادله (۱۳) توانسته است نتایج پیش‌بینی مدل Shepard را بهبود دهد، ولی به طور کلّی این روش نیز به پیش‌بینی‌های خیلی خوبی منجر نشده است. این مساله می‌تواند به اعتبار فرض وجود یک بعد فرکتالی برای همه منافذ خاک برگردد. چراکه مطالعات اخیر نشان داده‌اند که در بسیاری از خاک‌ها، نمی‌توان ساختار هندسی خاک‌ها را تنها با یک بعد فرکتالی تشریح کرد و در محدوده‌های مختلف از اندازه منافذ و یا ذرات خاک، بعد فرکتالی می‌تواند متفاوت باشد (Posadas et al., 2001; 2003).

همچنین شکل (۴) نشان می‌دهد که استفاده از معادله تجربی (۱۵) برای تعیین T توانسته است پیش‌بینی‌های مدل Shepard را در اکثر موارد بهبود بخشد. این بهبود به‌خصوص در شکل‌های (۴-ب)، (۴-ت) و (۴-ج) مشهود است. همچنین در مقایسه با معادله (۱۳)، معادله تجربی (۱۵) عملکرد بهتری داشته است. پیش‌بینی‌ها بر اساس معادله (۱۵) در بیشتر موارد تطابق نسبتاً خوبی با داده‌های واقعی نشان داده است.

مقادیر *RMSLD* متناظر با شکل (۴) در جدول (۱) ارائه شده است. مقادیر نشان می‌دهد که کاربرد معادله منطقی (۱۳) تنها در دو خاک ۱۴۶۵ با بافت شن و ۴۵۷۵ با بافت لوم رسی شنی توانست پیش‌بینی‌ها را بهبود دهد. این نتیجه تا حدودی بر خلاف انتظار بود. چراکه با نظر به شکل (۳) انتظار می‌رفت پیش‌بینی‌ها بر اساس معادله (۱۳) در خاک‌های ریزبافت بهتر از خاک‌های درشت‌بافت باشد. البته لازم به یاداوری است که بیش از آن که نتایج به بافت خاک حساس باشد، انتظار می‌رود که نتایج به ساختار هندسی منافذ خاک‌ها حساس باشد و این‌که تا چه اندازه فرض وجود یک بعد فرکتالی برای کلّ منافذ خاک معتبر است.



شکل ۳- وابستگی T به n برای ۲۰ خاک پایگاه UNSODA. نقاط مربوط به داده‌های واقعی، خط ممتد منحنی معادله (۱۳) و خط‌چین خط رگرسیون می‌باشد.

بر اساس جدول (۱)، همچنین می‌توان گفت که مدل فرکتالی Shepard با کاربرد معادله تجربی (۱۵)، برای همه خاک‌ها به جز خاک ۴۶۱۰ با بافت لوم، پیش‌بینی‌های قابل قبولی از مقادیر هدایت هیدرولیکی به دست داد. این در حالی بود که استفاده از مقادیر اولیه معرفی شده توسط Shepard منجر به نتایج قابل قبولی نگردید.

جدول ۱- مقادیر *RMSLD* بین مقادیر اندازه‌گیری شده و پیش‌بینی شده با کاربرد روش‌های متفاوت برای تعیین T

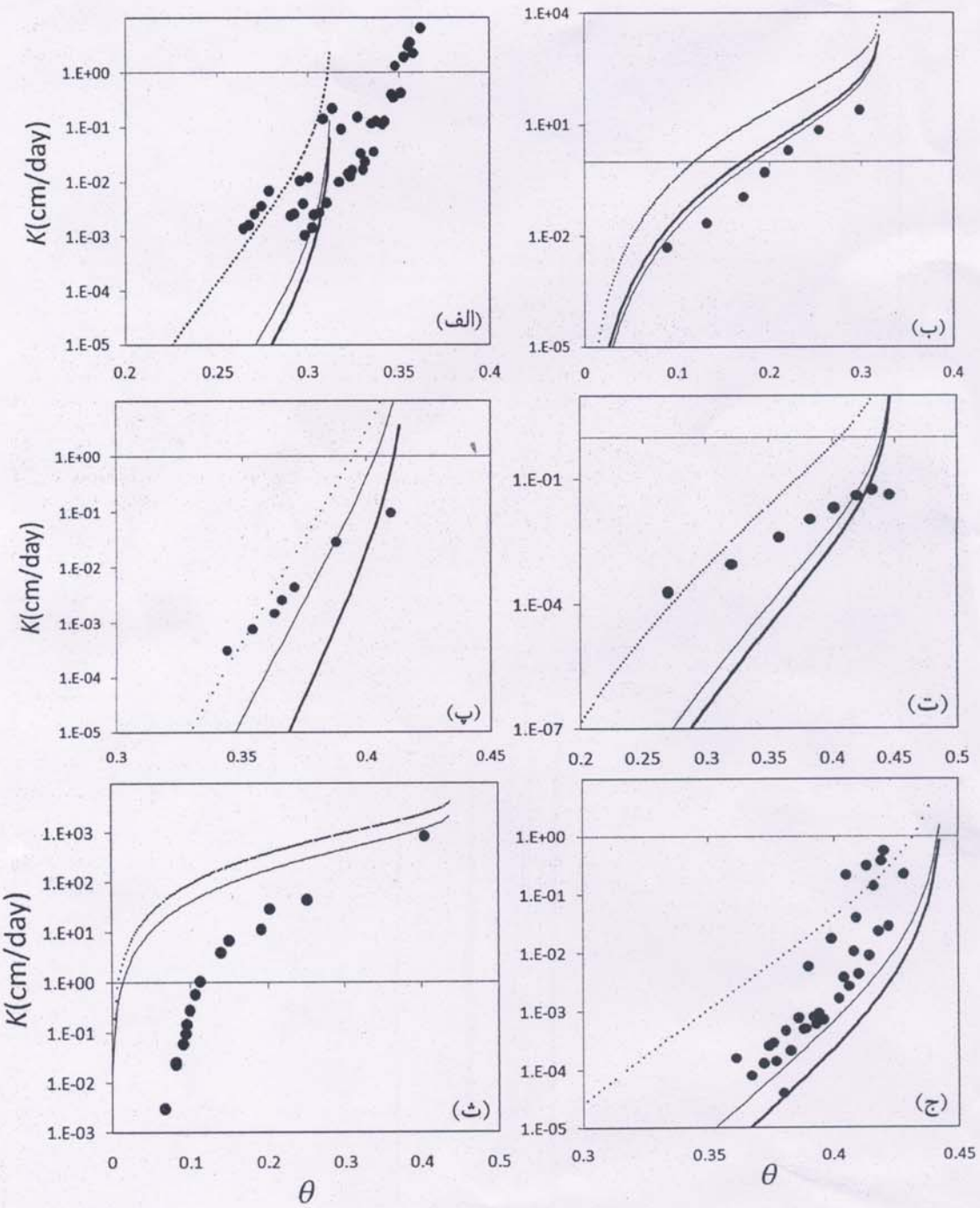
کد خاک	بافت خاک	Shepard	معادله (۱۳)	معادله (۱۵)
۱۳۸۳	رس سیلتی	۱/۰۱	۱/۵۵	۱/۰۶
۱۴۶۵	شن	۲/۰۲	۰/۹۹	۰/۷۷
۴۶۰۱	لوم	۱/۷۷	۱/۷۲	۱/۴۸
۴۵۷۵	لوم رسی شنی	۱/۷۲	۰/۸۷	۰/۶۳
۴۸۱۰	شن	۱/۳۳	-*	۱/۰۱
۱۳۶۰	رس سیلتی	۱/۷۵	۱/۹۴	۰/۹۱

* به این دلیل که مقدار n بزرگتر از ۲ بود، از معادله (۱۳) در این خاک استفاده نشد.

نتیجه‌گیری

در این تحقیق، نشان داده شد که مدل فرکتالی Shepard (1993) برای تخمین تابع هدایت هیدرولیکی خاک تا حد زیادی به مقادیر ضریب اعوجاج (T) حساس است. چنانچه بتوان به طریقی T را برای هر خاک به خوبی براورد کرد، می‌توان از مدل Shepard به عنوان یک مدل قابل اطمینان استفاده کرد. در این تحقیق، هم بر

مبنای مفاهیم هندسه فرکتال‌ها و هم به صورت تجربی نشان داده شد که T با توان مدل رطوبتی van Genuchten (n) همبستگی دارد.



شکل ٤- مقایسه مقادیر پیش‌بینی شده و اندازه‌گیری شده هدایت هیدرولیکی برای کد خاک‌های (الف) ۱۳۸۳، (ب) ١٤٦٥، (پ) ٤٦٠١، (ت) ٤٥٧٥، (ث) ٤٨١٠ و (ج) ١٣٦٠. نقاط مقادیر اندازه‌گیری شده و خط پررنگ، خط کم‌رنگ و خط‌چین به ترتیب مربوط به مقادیر پیش‌بینی شده بر اساس T به دست آمده از معادله (۱۳)، معادله (۱۵) و مقادیر اولیه Shepard (1993) می‌باشند.

بر این اساس، معادلات منطقی (۱۳) و تجربی (۱۵) ارائه گردیدند که با استفاده از آن‌ها می‌توان T را از روی مقادیر n تخمین زد. نتایج این تحقیق نشان داد که روش‌های پیشنهادی می‌توانند پیش‌بینی‌های مدل Shepard را نسبت به قبل تا حد زیادی بهبود بخشند. اما هنوز هم ضرورت تحقیق و مطالعه بیشتر به منظور دست‌یابی به روش‌های دقیق‌تر برای تخمین T احساس می‌شود. به نظر می‌رسد که بسط روابط ارائه شده در این مقاله با در نظر گرفتن وجود چند بعد فرکتالی برای توزیع اندازه منافذ خاک، می‌تواند به بهبود روش حاضر کمک کند.

مراجع

قنبریان، ب.، شمسایی، ا.، (۱۳۸۷). ارائه مدل‌های فرکتالی به منظور پیش‌بینی هدایت هیدرولیکی غیراشباع خاک. سومین کنفرانس مدیریت منابع آب ایران، دانشگاه تبریز.

Bird, N. R. A., Perrier, E. and Rieu, M., (2000). The water retention function for a model of soil structure with pore and solid fractal distribution. Eur. J. Soil Sci., 51, 55-63.

Brooks, R. H. and Corey, A. T., (1964). Hydraulic properties of porous media. Hydrological Paper no. 3. Colorado State University, Fort Collins.

Burdine, N. T., (1953). Relative permeability calculation from pore size distribution data. Trans. Am. Inst. Min. Eng., 198, 71-78.

Campbell, G. S. (1974). A simple method for determining unsaturated conductivity from moisture retention data. Soil Sci., 117, 311-314.

Huang, G., and Zhang, R., (2005). Evaluation of soil water retention curve with the pore-solid fractal model. Geoderma, 127, 52-61.

Kosugi, K., (1996). Lognormal distribution model for unsaturated soil hydraulic properties. Water Resources Research. 32(121): 2697-2703.

Leij, F. J., Alves, W. J., Van Genuchten, M. Th. and Williams, J. R., (1999). The UNSODA unsaturated soil hydraulic database. p. 1269-1281. In M.Th. van Genuchten et al. (ed.) Characterization and measurement of the hydraulic properties of unsaturated porous media. Univ. of California, Riverside, CA.

Mualem, Y., (1976). A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. Water Resour. Res., 12, 513-22.

Or, D., Tuller, M., (1999). Liquid retention and interfacial area in variably saturated porous media: upscaling from single-pore to sample scale model. Water Resour. Res., 33 (12), 3591- 3605.

Perfect, E. (1999). Estimating soil mass fractal dimensions from water retention curves. Geoderma, 88, 221-231.

Posadas, A., Gimenez, D., Bittelli, M. Vaz, C. M. P. and Flury, M., (2001). Multifractal characterization of soil particle-size distributions. Soil Sci. Soc. Am. J., 65, 1361-1367.

Posadas, A., Gimenez, D., Quiroz, R. and Protz, R., (2003). Multifractal characterization of soil pore systems. Soil Sci. Soc. Am. J., 67, 1361-1369.

Rieu, M. and Sposito, G., (1991). Fractal fragmentation, soil porosity and soil water properties: 1. Theory. Soil Sci. Soc. Am. J., 55, 1231-1238.

Shepard, J. S., (1993). Using a fractal model to calculate the hydraulic conductivity function. Soil Sci. Soc. Am. J., 57, 300-307.

Tyler, S. W. and Wheatcraft S. W., (1989). Application of fractal mathematics to soil water retention estimation. Soil Sci. Soc. Am. J., 53 (4), 987-996.

Tyler, S. W. and Wheatcraft S. W., (1990). Fractal processes in soil water retention. Water Resour. Res. 26 (5), 1047-1054.

van Genuchten, M. TH., (1980). A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. Soil Sci. Soc. Am. J., 44, 892-898.

van Genuchten, M. Th., Leij, F.J. and Yates, S. R., (1992). The RETC code for quantifying the hydraulic functions of unsaturated soils. Project summary, EPA'S Robert S. Kerr Environmental Research Lab., Ada ,OK, USA.

Zand-Parsa, Sh., Sepaskhah, A. R., (2004). Soil hydraulic conductivity function based on specific liquid-vapour interfacial area around the soil particles. Geoderma, 119, 143-157.

تاریخ دریافت: ۸۸/۱۲/۱۰
تاریخ پذیرش: ۸۹/۱۲/۱۸

Iranian Journal of Irrigation and drainage
No. 1, Vol. 5, Spring 2011, p. 43-49

نشریه آبیاری و زهکشی ایران
شماره ۱، جلد۵، بهار ۱۳۹۰، ص. ۴۹-۴۳

Estimating Soil Unsaturated Hydraulic Conductivity Based on Fractals Geometry

M. Sadeghi[1], A .Izady[*1], and B. Ghahraman[2]

Abstract

In recent years, fractals geometry has been widely used as a useful tool to describe the complex structure of soils. The model developed by Shepard (1993) for predicting the soil hydraulic conductivity function is one of the superior works in this field. Although this model is physically based, an empirical parameter, named tortuosity factor (T), has been used at that, while Shepard did not present any method to determine T. He only empirically proposed 1.27, 1.23 and 1.32 as proper values of T for sandy, loamy and clayey soils, respectively. In this paper, based on fractals geometry concepts, it is indicated that T is related to the van Genuchten power (n). Based on this, a logical relationship was developed to determine T. Moreover, an empirical relationship was obtained based on regression analysis of measured data of 20 soils from UNSODA database, including sand, loam, and clay classes. To validate, the mentioned relationships were applied to six other soils from UNSODA with different textures. The results indicated that, except a few special cases, the logical relationship could not result in accurate predictions. However, in the most cases, the empirical relationship could significantly improve the Shepard's model predictions.

Keywords: Fractal, Shepard, Unsaturated hydraulic conductivity, Tortuosity factor

1,2- PhD student of Water Engineering Department, College of Agriculture, Ferdowsi University of Mashhad
(*Corresponding Author: Email: az.izady@gmail.com)
3-Professor of Water Engineering Department, College of Agriculture, Ferdowsi University of Mashhad