ICMEAT2012-1347

تعیین معادله حاکم بر پوسته مخروطی تحت بار متقارن با استفاده از تئوری خمشی

نغمه بهره‌مند[۱]، دکتر حسن حاجی‌کاظمی[۲]

[۱] گروه عمران، دانشکده مهندسی قائن، دانشگاه بیرجند، n_bahrehmand@yahoo.com
[۲]گروه عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

چکیده

برای تحلیل پوسته‌ها تئوری‌هایی چون تئوری غشایی، تئوری خمشی و تئوری بار نهایی مورد استفاده قرارمی‌گیرد که درحالت کلی مسئله خمش در پوسته‌ها در درجه دوم اهمیت قرار می‌گیرد. اما در پوسته‌های تک انحنایی مسئله خمش نسبت به پوسته‌های دو انحنایی بزرگتراست.

پوسته‌های مخروطی مثال‌هایی از پوسته‌های تک انحنایی هستند لذا مسئله خمش در این پوسته حائز اهمیت است. بر این اساس در این مقاله، معادله حاکم بر یک پوسته مخروطی که تحت بار متقارن قرار دارد براساس تئوری خمشی ارائه شده است. برای این کار از معادلات تعادل یک پوسته حاصل از دوران تحت بار متقارن استفاده شده و با جایگذاری روابط کرنش_تغییر مکان در روابط نیرو یا ممان_کرنش، روابط تنش های غشایی و ممان های خمشی بر حسب تغییر مکان های پوسته‌ی مخروطی محاسبه شده سپس با قراردادن روابط مذکور در بسط معادلات تعادل المان پوسته دورانی تحت بار متقارن و مختصر سازی آن، معادله حاکم بر پوسته مخروطی تحت بار متقارن بر حسب تغییرمکان های آن حاصل شده است.

واژه های کلیدی

پوسته مخروطی - پوسته دورانی- معادله تعادل- تئوری خمشی

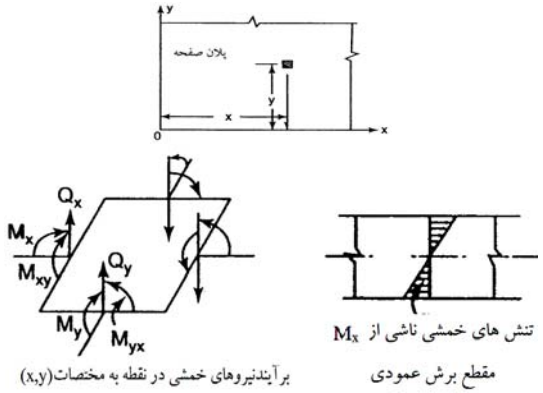
مقدمه

پوسته‌ها از نظر ریاضی رویه‌هایی هستند که در یک صفحه قرار نمی‌گیرند و در هر نقطه با دو شعاع انحنا که در حالت کلی با یکدیگر مساوی نیستند تعریف می‌شوند [۱]. همچنین سازه‌هایی هستند که مقاومت آنها بیشتر به شکل آنها بستگی دارد تا جرم آنها و این خاصیت باعث می‌شود که بدلیل استفاده از حداقل مصالح بهترین نتایج سازه‌ای را داشته باشند.

پوسته‌ها به دو دسته تک انحنایی یا قابل گسترش و دو انحنایی یا غیرقابل گسترش تقسیم‌بندی می‌شوند، پوسته‌های استوانه‌ای و مخروط‌ها مثال‌هایی از پوسته‌های تک انحنایی هستند که انحنای گوس آنها صفر می‌باشد و فقط از یک دسته از منحنی‌ها ایجاد می‌گردند.

تجزیه و تحلیل سازه پوسته‌ها غالباً مبتنی بر دو نظریه متمایز است. اولی نظریه غشایی است که معمولاً به بخش عمده‌ای از کل پوسته اعمال می‌شود و غشاء که می‌تواند در برابر فشار نیز مقاومت کند. دومی نظریه خمشی یا نظریه عمومی است که شامل تأثیرات خمش می‌شود. این نظریه امکان بحث را درباره انقطاعات در توزیع تنش که در یک ناحیه محدود از سازه (در مجاورت بار یا انقطاع هندسی) اتفاق می‌افتد، فراهم می‌کند[۲].

با صرف نظر از مقاومت خمشی پوسته، تنها نیروهای مقاوم در صفحه پوسته وجود خوا هد داشت و رفتار پوسته غشایی خواهد بود. در هرحال اگر به دلایلی پوسته توان تحمل بارها را تنها به وسیله منتجه‌های غشایی نداشته باشد باید علاوه بر مود غشایی از مود خمشی استفاده کرد. بنابراین در حالت کلی هشت برآیند تنش در هر نقطه از پوسته وجود دارد که سه برآیند مربوط به رفتار خمشی است. مود خمشی مقاوم در برابر بارهای اعمالی در مورد پوسته‌ها به طور کامل می‌تواند با دو نیروی برشی، دو لنگر خمشی و یک لنگر پیچشی تعریف شود. مطابق شکل (۱) در هرنقطه دلخواه در صفحه (x,y) ، نیروی برشی Q_x و لنگر خمشی M_x را در جهت x و لنگر خمشی M_y را در جهت y و لنگر پیچشی $M_{xy}=M_{yx}$ که به طور کامل تشریح کننده تنش‌های خمشی موجود در صفحه می‌باشد، تعریف می‌شوند.



شکل ۱: نیروهای خمشی[3]

تئوری غشایی با تعادل نیروها سازگاری داشته در حالیکه الزاماً با شرایط تغییر شکل سازگاری ندارد. از سوی دیگر تئوری خمشی علاوه برسازگاری مناسب روابط تعادل، سازگاری تغییرشکل‌ها را نیز بهتر برقرار می‌کند. همچنین تئوری غشایی پاسخگوی همه مسائل نیست و برای بدست آوردن پاسخ‌های واقعی‌تر استفاده از تئوری خمشی اجتناب ناپذیر است. در تئوری خمشی سیستم کلی منتجه‌های تنش به صورت M_{xy} ،M_y ،M_x ،N_{xy} ،N_y ،N_x، Q_y ،Q_x

تعریف می‌شود که همه معادلات تعادل و سازگاری را همزمان ارضا می‌کند. [3].

به طور کلی مسئله خمش در پوسته‌ها در درجه دوم اهمیت قرار می‌گیرد. اما در پوسته‌های تک انحنایی مسئله خمش نسبت به پوسته‌های دو انحنایی بزرگتراست و در خود پوسته‌های دو انحنایی خمش در پوسته‌های آنتی‌کلاستیک نسبت به سین‌کلاستیک بزرگتر است[۲].

در بررسی مطالعات پیشین دیده شده است که پوسته مخروطی کاربرد فراوانی در مهندسی عمران و پی‌سازی داشته است، به طوریکه در زمینه طراحی ژئوتکنیک پی‌های پوسته‌ای تا کنون تحقیقات زیادی انجام شده است که هر یک از دیدگاه متفاوتی به بررسی این نوع از پی‌ها پرداخته‌اند، درحالی‌که در زمینه طراحی سازه‌ی آنها تحقیقات کمتری صورت گرفته است. در زمینه طراحی سازه‌ای در سال ۱۹۶۰ Flugg [4] روابط تنش‌های غشایی پوسته مخروطی که در معرض فشار یکنواخت خاک عمود بر سطح مخروط قرار دارد را بیان نموده و در سال ۱۹۷۱ Kurian [3] روابط مربوط به تنش‌های پوسته مخروطی که در معرض فشار یکنواخت خاک در امتداد قائم بر سطح مخروط، قرار دارد را بیان نموده است واز میان مقالات مربوط به ژئوتکنیک می‌توان مقاله‌ای که در سال ۲۰۰۸، D.E. Esmaili و N. Hatef [5] از دانشگاه شیراز ارائه نمودند را بیان کرد که در آن ظرفیت باربری نهایی پی‌های پوسته‌ای هرمی و مخروطی بر روی ماسه مسلح و غیرمسلح را به صورت تئوری و آزمایشگاهی بررسی کرده‌اند.

در این میان یوگورال [۶] که در کتاب خود به نام "تنش در ورق‌ها و پوسته‌ها" روابط تئوری خمشی مربوط به پوسته‌های حاصل از دوران تحت بار متقارن را بیان نموده است ولی برای پوسته مخروطی رابطه تعادل و تنش‌های داخلی مشخصی با در نظر گرفتن تئوری خمشی موجود نمی‌باشد لذا در این مقاله به بررسی پوسته مخروطی پرداخته شده است و معادله تعادل حاکم بر آن براساس تئوری خمشی ارائه شده است.

فرضیات

در این مقاله پوسته‌ها با ضخامت ثابت که در مقایسه با دو بعد دیگر کوچک است بررسی می‌شود و پوسته نازک پوسته‌ای است که نسبت ضخامت به شعاع انحنای آن (r) برابر یا کمتر از 1/20 باشد. برای پوسته‌های نازک که از نظر کاربردی دارای اهمیت است، این نسبت ممکن است 1/100 یا کوچکتر باشد.

روابط استفاده شده در این مقاله برای نظریه خمشی به پوسته‌های همسان‌گرد، الاستیک و همگن محدود می‌شود. فرضیات اساسی سینماتیک مرتبط با تغییر شکل یک پوسته نازک عبارت است از :

نسبت ضخامت پوسته به شعاع انحنای سطح میانی در مقایسه با واحد کوچک است.

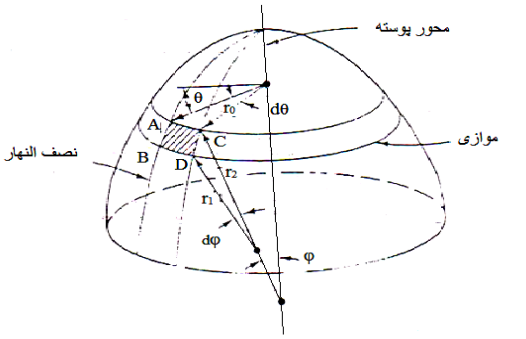
خیزها در مقایسه با ضخامت پوسته کوچک است.

سطوح مقاطع که قبل از تغییر شکل مسطح و عمود بر سطح میانی است، بعد از خمش پوسته، مسطح و عمود بر سطح میانی تغییر شکل یافته باقی می‌ماند. این فرضیه بیانگر آن است که از کرنش‌های γ_{xz} و γ_{yz} می‌توان صرف‌نظر کرد. کرنش عمودی، γ_z ناشی از بارگذاری جانبی را نیز می‌توان نادیده گرفت.

تنش‌های عمودی در جهت z ، σ_z نیز قابل صرف‌نظر کردن است.

هندسه پوسته‌های حاصل از دوران

مثال‌هایی از نوع ویژه‌ای از پوسته که با یک سطح حاصل از دوران توصیف می‌شود عبارت است از کره، استوانه و مخروط. صفحه میانی پوسته حاصل از دوران با چرخش آنچه منحنی نصف‌النهاری نامیده می‌شود، حول محور موجود در صفحه منحنی ایجاد می‌گردد. شکل(۲) نقطه‌ای را روی پوسته نشان می‌دهد که برای سهولت محاسبه، موقعیت آن با مختصات θ ، φ و r_o مشخص شده است. المان سطح ABCD با دو نصف‌النهار و دو دایره موازی تعریف می‌شود.



شکل ۲: هندسه یک پوسته حاصل از دوران[۶]

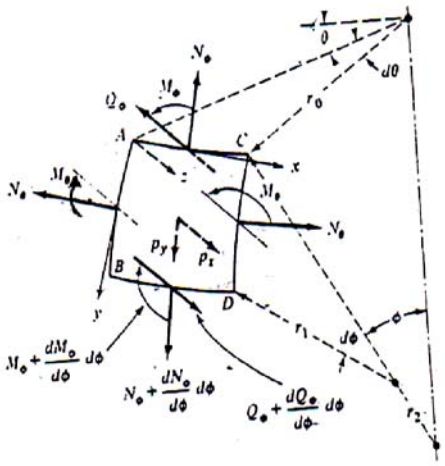
صفحات مربوط به شعاع‌های انحنای اصلی r_1 و r_2 در هر نقطه روی صفحه میانی پوسته به ترتیب صفحه‌ی نصف‌النهار و صفحه موازی در نقطه‌ی موردنظر است. از این رو شعاع‌های انحنای r_1 و r_2 مربوط به اضلاع CD و AC می‌باشد. شعاع انحنای اصلی r_2 سطح پوسته را در جهت عمود بر جهت مماس بر منحنی نصف‌النهار ایجاد می‌کند. دو شعاع انحنای r_1 و r_2 با رابطه $r = r_2 \sin\varphi$ ارتباط می‌یابد. لذا طول المان خمیده پوسته برابر است با :

$$L_{AC} = r\,d\theta = r_2 \sin\varphi\, d\theta \qquad (۱)$$

در توصیف فوق فرض می‌شود که شعاع‌های انحنای اصلی پوسته r_1 و r_2 ثابت‌های معلوم است. در حالتی که شعاع انحنا از نقطه‌ای به نقطه‌ای دیگر تغییر می‌کند، شعاع‌ها را با استفاده از معادله‌ای که شکل پوسته را تعریف می‌کند، همراه با روابط مختلف هندسه دیفرانسیل سطح محاسبه می‌کنند [۶].

پوسته‌های حاصل از دوران تحت بارهای متقارن

یک پوسته‌ی حاصل از دوران در معرض بارهای متقارن در نظر گرفته می‌شود. نخست، حالت برآیند تنش وارده به یک نقطه از چنین پوسته‌ای تعریف می‌شود. این نقطه با یک المان بی نهایت کوچک در شکل (۳) نشان داده شده است. شرایط تقارن حاکی از آن است که فقط برآیندهای M_φ , M_θ , Q_φ , N_φ و N_θ وجود دارد و این که نیروهای عمودیN_θ ، M_θ با θ نمی‌تواند تغییر کند.



شکل ۳: المان پوسته حاصل از دوران تحت بار متقارن[۶]

بسط معادلات تعادل المان پوسته ABCD به ترتیب زیر صورت می‌پذیرد.

$$\frac{d}{d\varphi}(N_\varphi r_0\, d\theta)d\varphi - N_\theta r_1\, d\theta\, d\varphi\cos\varphi - Q_\varphi r_0\, d\theta + p_y r_1\, d\varphi\; r_0\, d\theta = 0 \qquad (۲)$$

$$\frac{d}{d\varphi}(N_\varphi r_0\, d\theta)d\varphi - N_\theta r_1\, d\theta\, d\varphi\cos\varphi - Q_\varphi r_0\, d\theta + p_y r_1\, d\varphi\; r_0\, d\theta = 0 \qquad (۳)$$

$$\frac{d}{d\varphi}(M_\varphi r_0\, d\theta)d\varphi - Q_\varphi r_0\, d\theta\; r_1\, d\varphi - M_\theta r_1\, d\varphi\cos\varphi\; d\theta = 0 \qquad (۴)$$

با حذف ضریب مشترک dφ , dθ در معادلات (۴ و ۳ ،۲) معادلات تعادل زیر به دست می‌آید :

$$\frac{d}{d\varphi}(N_\varphi r_0) - N_\theta r_1\cos\varphi - r_0 Q_\varphi + r_0 r_1\, p_y = 0$$

$$N_\varphi r_0 + N_\theta r_1\sin\varphi + \frac{d(Q_\varphi r_0)}{d\varphi} + p_z r_0 r_1 = 0 \qquad (۵)$$

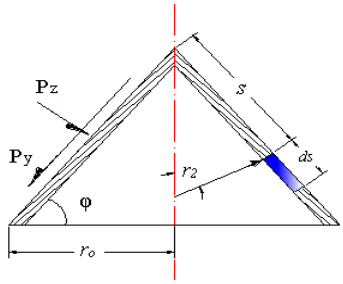
$$\frac{d}{d\varphi}(M_\varphi r_0) - M_\theta r_1\cos\varphi - Q_\varphi r_0 r_1 = 0$$

معادلات تعادل برای پوسته‌های متداول حاصل از دوران تحت بارهای متقارن را می‌توان از معادلات (۵) استخراج کرد [۶].

مخروط حالت خاصی از یک پوسته‌ی حاصل از دوران

در حالتی که پوسته حاصل از دوران مخروط باشد ، زاویه φ ثابت است. ($r_1=\infty$) و بنابراین دیگر نمی‌تواند به منزله یک مختص در دو جهت نصف النهار به کار رود (شکل۴). در عوض از مختصات s، یعنی فاصله‌ی یک نقطه از صفحه میانی که معمولاً از رأس اندازه گیری می‌شود ، در امتداد مولد استفاده می‌گردد. در این صورت طول یک المان در امتداد نصف النهار $ds = r_1\, d\varphi$ می‌باشد. بنابراین:

$$\frac{d}{d\varphi} = r_1\,\frac{d}{d_S}$$
$$r_0 = s\cos\varphi$$
$$r_2 = s\cot\varphi \qquad (۶)$$
$$M_\varphi = M_s$$
$$N_\varphi = N_s$$



شکل ۴: نمایش پارامترهای پوسته مخروطی [۶]

با در نظر گرفتن: رابطه (۶) معادلات تعادل (۵)، برای مخروط به صورت معادلات(۷) که در زیر نشان داده شده است، بیان می‌شوند[۶].

$$\frac{d}{ds}(N_s.s) - N_\theta = -P_y s$$
$$N_\theta + \frac{d}{ds}(Q_S.s)\cot\varphi = -p_Z s\cot\varphi \qquad (۷)$$
$$\frac{d}{ds}(M_S.S) - (Q_S.s) - M_\theta = 0$$

که N_s نیرو بر واحد طول محیطی پوسته در جهتs، N_θ نیرو بر واحد طول محیطی پوسته در جهت θ، M_s لنگر خمشی در صفحهs، M_θ لنگر خمشی در صفحهθ، Q_s نیروی برشی در صفحه s، P_y نیرو بر واحد سطح المان پوسته در جهت y ، P_z نیرو بر واحد سطح المان پوسته در جهت z می‌باشد.

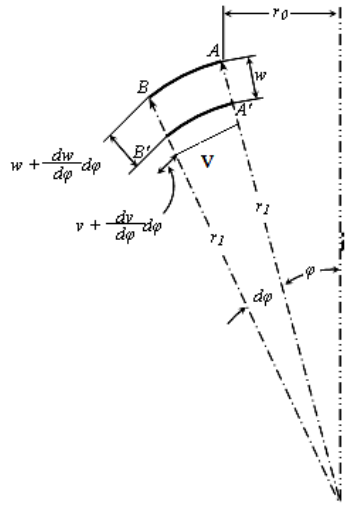
تغییر شکل متقارن محوری

برای بررسی تغییر مکان در پوسته‌ی حاصل از دوران با بارگذاری متقارن، المان AB به طول $r_1 d\varphi$ از نصف النهار در پوسته‌ی بدون کرنش در نظرگرفته می‌شود (شکل۵). تغییر مکان‌ها در جهت مماس بر نصف‌النهار و در جهت عمود بر سطح میانی به ترتیب با v و w نشان داده شده است. بعد از کرنش در پوسته، المان AB به موقعیت

A′B′ تغییر مکان می‌دهد. در آنالیز زیر از تقریب تغییر شکل کوچک استفاده شده و از جملات مرتبه‌ی بالای بینهایت کوچک صرف نظر می‌شود.

بنابراین کرنش نصف النهاری φ کل تغییر شکل بر واحد طول المان برابر است با :

$$\varepsilon_{\varphi} = \frac{1}{r_1}\frac{dv}{d\varphi} - \frac{w}{r_1} \qquad (۸)$$

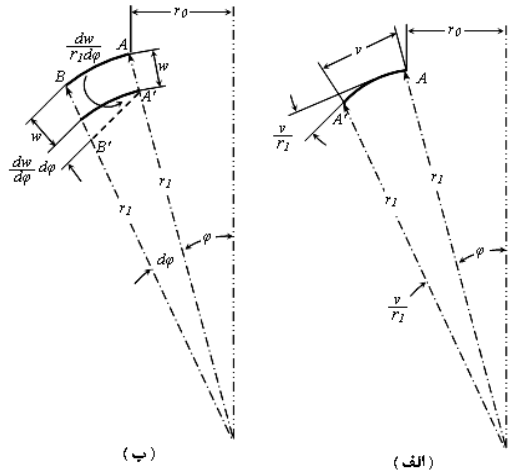


شکل ۵: تغییرات کرنش در المان AB [۶]

تغییر شکل یک المان از دایره‌ی موازی به همین شیوه بررسی می‌شود و کرنش محیطی به صورت زیر نوشته می‌شود [۶].

$$\varepsilon_{\theta} = \frac{1}{r_2}(v\cot\varphi - w) \qquad (۹)$$

روابط مربوط به تغییر انحنا با توجه به شکل (۶) به صورت زیر می‌باشد.



شکل(۶)المان پوسته تغییر شکل یافته.(الف): تغمیر مکان v نقطه A به نقطه‌ی A′ (ب): تغییر مکان اضافی نقطه‌ی B نسبت به نقطه‌ی A [۶]

$$X_{\varphi} = \frac{1}{r_1}\frac{d}{d\varphi}\left(\frac{v}{r_1} + \frac{dw}{r_1\, d\varphi}\right) \qquad (۱۰)$$

$$X_{\theta} = \left(\frac{v}{r_1} + \frac{dw}{r_1\, d\varphi}\right)\frac{\cot\varphi}{r_2} \qquad (۱۱)$$

روابط نیرو-تغییر مکان و ممان-تغییر مکان پوسته متقارن حاصل از دوران

روابط برآیند نیرو-کرنش برای نیروهای غشایی به صورت زیر می‌باشند :

$$N_{\theta} = \frac{Et}{1-\upsilon^2}(\varepsilon_{\theta} + \upsilon\varepsilon_{\varphi})$$
$$N_{\varphi} = \frac{Et}{1-\upsilon^2}(\varepsilon_{\varphi} + \upsilon\varepsilon_{\theta}) \qquad (۱۲)$$

که در آن E مدول الاستیسیته، υ نسبت پواسون، t ضخامت پوسته می‌باشند.

با قراردادن روابط (۸ و ۹) در روابط نیرو – کرنش (۱۲)، روابط نیرو-تغییرمکان برای یک پوسته حاصل از دوران به صورت زیر استخراج می‌شود. :

$$N_{\theta} = \frac{Et}{1-\upsilon^2}\left[\frac{1}{r_2}(v\cot\varphi - w) + \frac{\upsilon}{r_1}\left(\frac{dv}{d\varphi} - w\right)\right]$$
$$N_{\varphi} = \frac{Et}{1-\upsilon^2}\left[\frac{1}{r_1}\left(\frac{dv}{d\varphi} - w\right) + \frac{\upsilon}{r_2}(v\cot\varphi - w)\right] \qquad (۱۳)$$

روابط ممان-کرنش برای ممان‌های خمشی به صورت زیر می‌باشد :

$$M_{\varphi} = -D(X_{\varphi} + \upsilon X_{\theta})$$
$$M_{\theta} = -D(X_{\theta} + \upsilon X_{\varphi}) \qquad (۱۴)$$

با جایگزین کردن روابط (۱۰و ۱۱) در روابط ممان- کرنش (۱۴)، روابط ممان- تغییر مکان نیز برای یک پوسته حاصل از دوران به صورت زیر حاصل می‌شود[۶] :

$$M_{\varphi} = -D\left[\frac{1}{r_1}\frac{d}{d\varphi}\left(\frac{v}{r_1} + \frac{dw}{r_1\, d\varphi}\right) + \frac{\upsilon}{r_2}\left(\frac{v}{r_1} + \frac{dw}{r_1\, d\varphi}\right)\cot\varphi\right]$$
$$M_{\theta} = -D\left[\left(\frac{v}{r_1} + \frac{dw}{r_1\, d\varphi}\right)\frac{\cot}{r_2} + \frac{\upsilon}{r_1}\frac{d}{d\varphi}\left(\frac{v}{r_1} + \frac{dw}{r_1\, d\varphi}\right)\right] \qquad (۱۵)$$

که D سختی خمشی می‌باشد [۶].

روابط نیرو-تغییر مکان و ممان-تغییر مکان پوسته مخروطی تحت بار متقارن

باجایگزینی روابط (۶) در معادلات (۱۳) و (۱۵) روابط زیر برای مخروط حاصل می‌شود

$$N_S = \frac{Et}{1-\upsilon^2}\left[\left(\frac{v}{s} - \frac{w}{s\cot\varphi}\right)\right] \qquad (۱۶)$$

$$N_{\theta} = \frac{Et}{1-\upsilon^2}\left[\left(\frac{v}{s} - \frac{w}{s\cot\varphi}\right) + \upsilon\frac{dv}{ds}\right] \qquad (۱۷)$$

$$M_S = -D\left[\frac{d^2w}{ds^2} + \frac{\upsilon}{s}\frac{dw}{ds}\right] \qquad (۱۸)$$

$$M_{\theta} = -D\left[\frac{1}{s}\left(\frac{dw}{ds}\right) + \upsilon\frac{d^2w}{ds^2}\right] \qquad (۱۹)$$

نتایج

معادله حاکم بر پوسته مخروطی

با دقت در روابط(۷) و تبدیل سه معادله به یک معادله از طریق جایگزینی متغیرها ، یک معادله مطابق زیر بر حسب متغیرهای M_s ، N_s ، M_θ به دست می‌آید.

$$\frac{d}{ds}(N_S S) + p_y S + \frac{d}{ds}[\frac{d}{ds}(M_S S) - M_\theta]\cot\varphi + P_Z S\cot\varphi = 0$$

با ساده‌سازی رابطه‌ی فوق معادله تعادل (۲۰) حاصل می‌شود.

$$N_S + S\frac{dN_S}{ds} + S\frac{d^2M_S}{ds^2}\cot\varphi + 2\frac{dM_S}{ds}\cot\varphi - \frac{dM_\theta}{ds}\cot\varphi + P_Z S\cot\varphi + P_y S = 0 \quad (۲۰)$$

با قرار دادن N_s ، M_s و M_θ بر حسب v و w از معادلات (۱۹،۱۸،۱۷،۱۶) در معادله‌ی (۲۰) و مرتب‌سازی آن، رابطه‌ی زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{d^4w}{ds^4} + \frac{2}{s}\frac{d^3w}{ds^3} - \frac{1}{s^2}\frac{d^2w}{ds^2} + (\frac{1}{s^3} + \frac{12\upsilon}{t^2\, s\cot^2\varphi})\frac{dw}{ds} + (\frac{12\upsilon}{t^2})\frac{d^2v}{ds^2} = \frac{P_Z}{D} + \frac{P_y}{D\cot\varphi} \quad (۲۱)$$

رابطه‌ی (۲۱) معادله حاکم بر یک پوسته‌ی مخروطی شکل تحت بارگذاری متقارن می‌باشد. این معادله دارای متغییرهای w و v بر حسب s می‌باشد. همانطور که در رابطه مذکور دیده می‌شود تنها مشتق مرتبه دوم v نسبت به s در معادله موجود است که در صورتی که میزان تغییرات این متغییر نسبت به s کوچک باشد می‌توان از آن صرف نظر کرد و در این صورت تنها پارامتر w برحسب s در رابطه وجود خواهد داشت که این رابطه در زیر نشان داده شده است.

$$\frac{d^4w}{ds^4} + \frac{2}{s}\frac{d^3w}{ds^3} - \frac{1}{s^2}\frac{d^2w}{ds^2} + (\frac{1}{s^3} + \frac{12\upsilon}{t^2\, s\cot^2\varphi})\frac{dw}{ds} = \frac{P_Z}{D} + \frac{P_y}{D\cot\varphi} \quad (۲۲)$$

معادله (۲۲) معادله ساده شده ایست که به روش‌های مختلف قابل حل می‌باشد.

به طور کلی تحلیل‌های تئوری خمشی به دو گروه ۱- تحلیل‌های تقریبی ۲- تحلیل‌های پیچیده و زمانبر تقسیم می‌شوند. تحلیل‌های دسته‌ی دوم به دو گروه تحلیل‌های عددی و تحلیل‌های دقیق با فرمول‌های بسته تقسیم می‌شوند. در تحلیل‌های عددی دو روش معمول به صورت روش اختلاف محدود و روش اجزاء محدود به کار می‌روند که پر کاربردترین روشهای مورد استفاده برای تحلیل پوسته‌های بتنی می‌باشند.

معادله (۲۲) برای طیف وسیعی از پوسته‌های مخروطی تحت بار متقارن قابل استفاده می‌باشد لذا با توجه به این موضوع که این نوع از پوسته‌ها برای چه هدفی طراحی شده‌اند و چه شرایط مرزی برای آن برقرار می‌باشد می‌توان مناسب ترین روش برای حل معادله را از بین روش‌های مذکور انتخاب نمود که با توجه به صورت معادله روش اختلاف محدود و اجزاء محدود پر کاربردترین آنها می‌باشند.

نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در این مقاله معادله حاکم بر پوسته‌ی مخروطی تحت بارهای متقارن حاصل شد که در رابطه (۲۱) نشان داده شده است. با این فرض که تغییرات تغییرمکان در جهت مماس بر سطح پوسته(v) کوچک باشد رابطه (۲۲) برای چنین پوسته‌ای مناسب می‌باشد.

معادله (۲۲) برای طیف وسیعی از پوسته‌های مخروطی تحت بار متقارن قابل استفاده می‌باشد لذا با توجه به این موضوع که این نوع از پوسته‌ها برای چه هدفی طراحی شده‌اند و چه شرایط مرزی برای آن برقرار می‌باشد مناسب ترین روش برای حل معادله را انتخاب نمود که با توجه به صورت معادله روش اختلاف محدود و اجزاء محدود پر کاربردترین آنها می‌باشند.

پس از حل معادله فوق و تعیین مقادیر تغییر مکان عمود بر سطح پوسته و تغییرمکان مماس بر سطح در امتداد خط مولد مخروط، با جایگزین کردن این تغییر مکان‌ها در روابط (۱۹،۱۸،۱۷،۱۶) مقادیر تنش‌های غشایی و ممان‌های خمشی ایجاد شده در درون پوسته مورد نظر محاسبه می‌شوند.

فهرست علائم

ds	تغییرات s ، تغییرات طول رویه‌ی سطح مخروط
dv	تغییرات v ، تغییرات تغییر مکان در امتداد سطح مخروط
dw	تغییرات w، تغییرات تغییر مکان عمود بر سطح مخروط
dφ	تغییرات φ
dθ	تغییرات θ
D	سختی خمشی
E	مدول الاستیسیته
M_x	لنگر خمشی در صفحه x
M_y	لنگر خمشی در صفحه y
M_{xy}	لنگر پیچشی در صفحه x ودر جهت y
M_{yx}	لنگر پیچشی در صفحه y ودر جهت x
M_θ	لنگر خمشی در صفحهθ
M_φ	لنگر خمشی در صفحهφ
M_s	لنگر خمشی در صفحهs
N_x	نیروی در پوسته بر واحد طول محیطی در جهت x
N_y	نیروی در پوسته بر واحد طول محیطی در جهت y

N_{xy} نیروی برشی در صفحه x ودر جهت y

N_{yx} نیروی برشی در صفحه y ودر جهت x

N_s نیروی در پوسته بر واحد طول محیطی در جهت s

N_θ نیروی در پوسته بر واحد طول محیطی در جهت θ

N_φ نیروی در پوسته بر واحد طول محیطی در جهت φ

P_y نیرو بر واحد سطح المان پوسته در جهت y

P_z نیرو بر واحد سطح المان پوسته در جهت z

Q_x نیروی برشی در صفحه x

Q_y نیروی برشی در صفحه y

Q_s نیروی برشی در صفحه s

Q_φ نیروی برشی در صفحه φ

s جهت مختصات در امتداد خط مولد مخروط

s_2 طول رویه‌ی مخروط

t ضخامت پوسته

v تغییر مکان مماسی، برای مخروط مماس بر سطح پوسته در امتداد s

w تغییر مکان عمود بر سطح پوسته مخروط، تغییر مکان شعاعی

"علائم یونانی"

φ زاویه رویه مخروط با امتداد افق،زاویه بین دو شعاع انحنا در جهت نصف‌النهاری پوسته

ε_φ کرنش نصف النهاری

ε_θ کرنش محیطی

υ نسبت پواسون

X_φ تغییر انحنای نصف النهار

X_θ تغییر انحنای شعاعی

γ_{xz} کرنش برشی در صفحه x و در جهت z

γ_{yz} کرنش برشی در صفحه y و در جهت z

γ_z کرنش عمودی در جهت z ناشی از بارگذاری جانبی

مراجع

[۱] دکتر رحیمیان، محمد، دکتر اسکندری قادی، مرتضی،۱۳۷۹ .تئوری ارتجاعی. انتشارات دانشگاه تهران.

[۲] دکتر محمدی دوستدار، حسین، دکتر نوائی‌نیا، بهرام، ۱۳۷۸ .سازه‌های بتنی خاص. دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل.

[3] Kurian, N. P.,2006. *Shell Foundations: Geometry ,Analysis, Design and Construction*. Alpha Science International Ltd, Harrow, U.K

[4] Flugge, W., 1960. *Stresses in Shells*. Springer Verlag, Berlin

[5] D. Esmaili and N.Hatef, 2008, "Experimental and Numerical Investigation of Ultimate Loud Capacity of Shell Foundation on Reinforced and Unreinforced Sand", *Iranian Journal of Science & Technology*, Transaction B, Engineering, Vol.32, No. B5, pp 491-500.

[۶] یوگورال، ای. سی.، ۱۳۷۵ . تنش در ورق ها و پوسته ها. ترجمه دکتر غلامحسین رحیمی، انتشارات دانشگاه تربیت مدرس .