



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)



کمیته اجراکننده کنفرانس
ایران هوا فضای ایران



سازمان مهندسی هوانوردی
IRANIAN AEROSPACE ORGANIZATION

بدینو سیله تأیید می شود مقاله «به کارگیری روش کاسب جهت بلوبد حل عددی دو بعدی در روش

چمکنترل بین پرهای ثابت توپرین» با شناسه ۹۶۷۰۷۰۸۷۰ توسط جانب آقای «ادريس یوسفی راد» در

دوزدهمین کنفرانس انجمن هوافضای ایران ارائه شده است. این کنفرانس در روزهای اول تا سوم

اسفندماه ۹۳ در دانشگاه صنعتی امیرکبیر به گزار شد.

دیبر کنفرانس

محمد هسامون صدر

دانشگاه صنعتی امیرکبیر

بکارگیری روش کاسپ جهت بهبود حل عددی دوبعدی در روش حجم محدود جیمسون بین پره‌های ثابت توربین

ادریس یوسفی راد^۱، محمد رضا مهپیکر^۲، علیرضا تیمور تاش^۳

^{۱، ۲ و ۳}-بخش مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

در سال ۱۹۸۰ به بعد تلاشهای گسترده‌ای بر روی طرح‌های بالادست جریان صورت گرفت که به دو دسته روش‌های تجزیه بردار شار و روش‌های اختلاف بردار شار طبقه بنده گردید که جهت حل معادلات اویلر بر اساس خاصیت انتشاری موج بنا شده است. نقطه مشترک در این‌گونه روش‌ها، در رابطه بین جهت انتشار اطلاعات و جهت گستته نمودن معادله دیفرانسیل نهفته بوده و یا به عبارت دیگر جهت گستته نمودن معادلات دیفرانسیل و گرفتن اطلاعات هماهنگ با رفتار جریان غیر لزج می‌باشد.^[۳]

در کار حاضر به بررسی طرح کاسپ دو بعدی که در بر گرفته از دو روش بالادست و تفاضل محدود می‌باشد پرداخته شده، که با بکارگیری آن در روش جیمسون در پره ثابت توربین بخار خشک یا تکفاز، بهبود قابل ملاحظه‌ای داشته است. لازم به ذکر است که این منطقه (بخش میانی سطح مکش پره به سمت انتهای پره) به علت وجود شوک آبرودینامیکی و در جریان دو فازی بخار، وجود شوک میان، مدلسازی جریان آن از اهمیت ویژه‌ای برخوردار می‌باشد که البته در تحقیق حاضر، جریان بصورت تکفاز بررسی شده است.

نوآوری این تحقیق بهبود روش حجم محدود از طریق تلفیق روش کاسپ در روش حجم محدود جیمسون^[۴] می‌باشد که می‌تواند با بهره‌گیری از مزایای این روش، نتایج را بهبود خوبی بخشید. لازم به ذکر است که البته می‌تواند از هر روش عددی حجم محدود دیگری هم استفاده گردد.

روش تلفیقی پیشنهادی ابتکاری فوق با استفاده از شبکه محاسباتی ساده (شکل ۱)، می‌تواند علاوه بر مدلسازی جریان‌های تک فاز، برای جریان‌های پیچیده دوفازی نیز می‌تواند بکار گرفته شود. با توجه به پیچیدگی جریان‌های دو فازی و نتیجتاً حجم بالای محاسبات، هنوز استفاده از شبکه استاندارد یا ساده توصیه می‌گردد^[۱]، که برای تحقیق حاضر جریان بخار بصورت تکفاز بررسی شده است ولی هدف نهایی توسعه مدل پیشنهادی در جریان دوفازی بخار آب در تحقیقات آینده می‌باشد.

۱- طرح جیمسون

جیمسون و همکاران^[۵] سال ۱۹۸۱ یک طرح چهار مرحله‌ای را برای افزایش راندمان روش‌های تایم مارچینگ و وابسته به حجم محدود ارائه نمودند. طرح مذکور معادل با انفال مركزی در فضا بوده و برای انتگرال-گیری نسبت به زمان از روش چند مرحله‌ای رانچ کوتا به صورت صریح و مستقل استفاده می‌کند. نظر به گستته سازی مکان و زمان به طور جداگانه، طرح مذکور بسیار انعطاف‌پذیر بوده و پاسخ‌های ماندگار از آن طریق، مستقل از اندازه گام‌های زمانی است، در این طرح برای آشکار سازی شوک‌ها به نحو مطلوب ترکیبی از ترمومترها انتلاقی رسته دو و چهار به جملات شار افزوده شده‌اند. ضمناً لازم به یادآوری است که در طرح‌های اولیه جیمسون سه تکنیک برای تسریع همگرایی معرفی شده که عبارت

چکیده

با توسعه روش‌های عددی جهت مدلسازی، روش‌های بالادست و تفاضل مرکزی در مدلسازی جریان‌های مادون صوت و موفق صوت در مسیرهای متفاوت از جمله جریان‌های داخل پره‌های توربین، بکارگیری روش عددی کاسپ در روش حجم محدود جیمسون می‌تواند ویژگی‌های مثبت هر دو روش مذکور را همزمان استفاده نماید. نوآوری این مقاله بهبود روش عددی حجم محدود جیمسون با استفاده از روش کاسپ در مدلسازی دو بعدی جریان مافق صوت آدیباتیک و غیر لزج بین پره‌های استاتور توربین می‌باشد. با توجه به اهمیت ناحیه شوک‌ها در قسمت سطح مکش پره (محدوده هدف)، تأثیر استفاده از روش کاسپ روی نسبت فشار، منجر به بهبود متوسط حدود ۶ درصد، در روش حجم محدود جیمسون در این ناحیه می‌شود. نتایج مدل تلفیقی (جیمسون با کاسپ یا Jameson with Cusp) در منطقه شوک سطح مکش پره در مقایسه با نتایج تجربی، انطباق بسیار مطابق بهمراه کاهش خطاهای عددی را در ناحیه مذکور نشان می‌دهد. از آنجا که در طرح پیشنهادی تغییرات فشار سکون کمتر بوده و نوسانات خطای محاسباتی در مسیر روی پره بطور نسبی در حدود ۲۱ درصد کاهش یافته، لذا نتایج حاصل از این روش به فرضیات مسئله و همچنین به واقعیت جریان نیز نزدیکتر می‌باشد. نتایج جیمسون اولیه، نشان از انطباق مطلوب نتایج طرح جدید بویژه در منطقه هدف (ناحیه شوک روی سطح مکش پره) می‌باشد و همچنین نسبت دبی جرمی شرایط مناسبتری را کسب کرده و بطور متوسط حدود ۷ درصد آن را بهبود می‌بخشد.

واژه‌های کلیدی: روش‌های بالادست، کاسپ، جیمسون، پره توربین

مقدمه

با توجه به اهمیت توربین‌های بخار کم‌فشار در نیروگاه‌های بخاری، طراحی دقیق‌تر این تجهیزات می‌تواند باعث افزایش راندمان آنها شود. برای مدلسازی این جریانها معمولاً از روش عددی مختلف حجم محدود^[۱] استفاده می‌شود. بدست آوردن یک روش دقیق عددی برای تسریع شوک و ناپیوستگی‌های جریان که دارای حداقل اتلاف و نوسان باشد را شاید بتوان یکی از مهمترین چالش‌های روش محاسبات عددی (CFD) دانست. در حل عددی ابتدا معادلات دیفرانسیل با روش‌های مختلف به صورت انفصالی در آمده و بسطهای حاصل با تقریب خطاهای مناسب با برنامه‌های عددی محاسبه می‌گردد. در طرح‌های تفاضل مرکزی می‌باشد تقریب مناسب از جملات حذف شده در هنگام انفال با معادلات افزوده گردد تا از نوسانات ناخواسته جلوگیری نماید که به آنها اثلاف مصنوعی گویند. در زمانی که پدیده شوک اتفاق می‌افتد مناسب است از دقت مرتبه دوم به بالا برای محدوده حل در نظر گرفته شود^[۲].

با قیمانده بطور مساوی، بین نقاط چهارگانه A, B, C, D مطابق با شکل

(۲) انجام گرفته است، پس:

$$R_A(W) = 0.25 [R_{ij} + R_{i-1,j} + R_{i,j+1} + R_{i-1,j-1}] \quad (8)$$

بدین ترتیب طرح حاصله در فضا متقابل و منطقاً تقویت شده و معادله انفصال حاصله برای نقطه A بصورت زیر درآمده است:

$$\left(\frac{\partial W}{\partial t} \right)_A = R_A(W) \quad (9)$$

همانطور که ملاحظه می‌شود این معادله به شکل یک دیفرانسیل بوده و با استفاده از روش‌های رایج قابل حل می‌باشد.

۱-۱- مشخصات هندسی حجم کنترل

با توجه به آنچه تشریح شده است؛ برای حل عددی معادلات حاکم به روش کنترلی، محاسبه مساحت المان و نیز تعیین مقادیر ΔX و ΔY برای هر یک از جووه کنترلی لازم می‌باشد.

با توجه به شکل (۲) مساحت هر یک از المان‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\Omega_{ij} = \frac{Y_{i+1,j+1} - Y_{i,j}}{2} (X_{i,j+1} - X_{i+1,j}) + \frac{Y_{i+1,j} - Y_{i,j+1}}{2} (X_{i+1,j} - X_{i,j}) \quad (10)$$

و مقادیر ΔX و ΔY از روابط زیر بدست می‌آیند:

$$\begin{aligned} \Delta Y_{AB} &= Y_{i,j+1} - Y_{i,j} \\ \Delta Y_{BC} &= Y_{i+1,j+1} - Y_{i,j+1} \\ \Delta Y_{CD} &= Y_{i+1,j} - Y_{i+1,j+1} \\ \Delta Y_{DA} &= Y_{i,j} - Y_{i+1,j} \end{aligned} \quad (11)$$

همانطور که ملاحظه می‌شود، برای محاسبه مشخصات هندسی المان‌ها، اطلاع از مشخصات نقاط کنترلی شبکه ضروری است.

۲-۱- اتلاف مصنوعی (Artificial Dissipation)

تمام طرح‌های انفصال مرکزی رسته دو حتی با گام زمانی پایدار از تمایل خاصی به نایپایداری برخوردارند. در این روش به منظور جلوگیری از ایجاد نوسان در پس زمینه حل و نیز حذف یا کاهش نوسان‌های ایجاد شده در اطراف شوک از ترم‌های اتلافی استفاده شده است. ترم اتلافی اولیه‌ی که در نظر گرفته می‌شود. ترمی به صورت مشتق دوم بردار W است که ضریب آن متناسب با مقدار مطلق مشتق دوم فشار می‌باشد. بنابراین ترم اتلافی به جز در آن نواحی که تغییرات فشار زیاد است مثل اطراف شوک و نقطه سکون، در سایر نواحی دارای مقدار بسیار کمی است. مقدار ترم اتلافی که از این طریق به دست می‌آید. برای حذف نوسانات از داخل جریان کافی است ولی پاسخ جریان به طور کامل به سمت حالت دائم همگرا نمی‌شود. بدین صورت که پس از رسیدن جریان به حالت تقریباً دائم که در آن دامنه نوسانات به حدود یک می‌رسد، مقدار خطای این پائین‌تر نرفته و فرآیند حل تا زمانی طولانی ادامه پیدا می‌کند. نوسانات مذکور پریودهای طولانی دارند و گویی به واسطه انعکاس از مرزهای حوزه القاء می‌شوند. معلوم شده است که برای رفع این مشکل و برای آنکه پاسخ جریان به طور کامل به سمت جواب حالت دائم همگرا شود و نوسانات از

از، گام زمانی محلی (Local time stepping)، دمپ کننده آنتالپی (Enthalpy damping) و متوسط‌گیری ضمنی از باقیماندها (damping Implicit Residual averaging) است. معادلات بقای جرم، مننوم و انرژی برای بخار غیرلزج و قابل تراکم در مختصات کاترین دو بعدی به صورت زیر می‌باشد [۴]:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$G = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho vu \\ \rho v^2 + P \\ \rho vh_0 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + P \\ \rho uv \\ \rho uh_0 \end{bmatrix} \quad W = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e_0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$e_0 = e + \frac{V^2}{2} \quad (3)$$

در معادله فوق، بردار W شامل متغیرهای بقایی، بردارهای F, G بیانگر شارهای غیرلزج و e . انرژی کل می‌باشد.

در این روش ابتدا ناحیه مورد نظر به تعدادی حجم محدود تقسیم و سپس از فرم بقایی معادلات حاکم بر روی هر حجم محدود با استفاده از قضیه گرین (Green Theorem) انتگرال گیری می‌شود. در حالت دو بعدی با استفاده از این قضیه می‌توان انتگرال روی سطح هر سلول را به انتگرال روی مرزهای آن تبدیل نمود. بدین ترتیب کلیه مشتقات مکانی بسط داده شده و ترم مشتق زمانی به همان شکل اولیه نگه داشته می‌شود. با این کار یک دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی (O.D.E) به دست می‌آید که می‌توان آن را با استفاده از روش‌های کلاسیک حل نمود. واضح است که پس از انتگرال گیری از معادلات حاصله و پیشروی در زمان، پاسخ حالت دائم به دست خواهد آمد. در نواحی شوک نیز از ترم‌های اتلافی استفاده شده است [۴]:

$$D_{ij}^4(W) = D_{xij}^4(W) + D_{yij}^4(W) \quad (4)$$

خواص برای هر حجم محدود در نقاط گوشاهی و با زیر نویس Ω و j مشخص می‌شوند. با توجه به دو بعدی بودن معادلات، انتگرال روی سطح المان Ω انجام می‌شود. بنابراین در سیستم مختصات کاترین داریم:

$$\iint_{\Omega} \frac{\partial W}{\partial t} d\Omega + \iint_{\Omega} \left(\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} - \frac{\partial R}{\partial x} - \frac{\partial S}{\partial y} \right) = 0 \quad (5)$$

با استفاده از قضیه گرین و نیز تقریب زدن $\partial W / \partial t$ با مقدار آن در حجم محدود و خارج نمودن آن از انتگرال می‌توان نوشت:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = - \oint_{cell} (F dy - G dx - R dy + S dx) \quad (6)$$

رابطه برداری فوق نشان دهنده معادلات پیوستگی، ممنوتوم در جهات x و y و انرژی می‌باشد و Ω مساحت ثابت هر سلول است. جمله اول نشان دهنده میزان تغییرات خواص جریان نسبت به زمان در هر حجم محدود بوده و جمله دوم نرخ خالص شارعبوری خواص از جووه حجم محدود را نشان می‌دهد.

پس از انتگرال گیری، می‌توان معادله بقایی به صورت زیر نوشت:

$$\left(\frac{\partial W}{\partial t} \right)_{ij} = R_{ij}(W) \quad (7)$$

$R_{ij}(W)$ بیانگر باقیماندها است. باید تصریح نمود که تغییرات محاسبه شده برای W مربوط به کل سلول محاسباتی است، در حالی که متغیرهای جریان می‌باشند در نقاط کنترلی ذخیره گردند، بنابراین، تغییرات حاصله را به گوشاهای سلول اختصاص داده‌ایم؛ این عمل با سادگی و با تقسیم

بین بروند باید در نواحی هموار جریان که تغییرات فشار کم است، مقدار اتفال، با اضافه کردن یک ترم اتفالی از نوع مشتق چهارم افزایش یابد.

برای این ترم اتفالی می‌توان از یک ضریب ثابت بدون آنکه به دقت روش لطمه‌ای وارد آید، استفاده کرد. اما این ترم اتفالی که از مرتبه چهارم است، در نزدیکی شوک باعث ایجاد یک جهش ناگهانی در جواب می‌شود. به منظور اجتناب از این پدیده می‌توان از تفاضل بین ضریب ترم اتفالی مشتق دوم و ضریب ترم اتفالی جدید استفاده نمود. بدین ترتیب، در اطراف شوک که ضریب ترم اتفالی مشتق دوم مقدار بالایی دارد، ترم اتفالی مشتق چهارم غیر فعال شده، ولی در سایر نواحی فعال خواهد ماند.

شایان ذکر است که اتفال مصنوعی به کار رفته در این تحقیق از طرح اتفال مصنوعی اسکالار منسوب به جیمسون و همکارانش اقتباس شده است. طرح مذکور که در عمل بسیار کارآمد بوده، در اینجا برای منطبق شدن با فرمول بندی راس سلولی اصلاح شده، اما نتیجه هنوز از نوع تلفیقی است. به طوری که، شامل ترم‌های رسته دو و چهار می‌باشد و توسط سوچیج فشار و حس تغییرات در گرادیان فشار عمل می‌نماید.

ترم‌های رسته چهار برای متغیرهای بقایی W به صورت زیر می‌باشند^[۴]:

$$D_{ij}^4(W) = D_{xij}^4(W) + D_{yij}^4(W) \quad (۱۲)$$

با توجه به انفال مركزی مشتقهای مرتبه چهار:

$$D_{xij}^4(W) = -\gamma_{xij}^4 [W_{i,j-2} - 4W_{i,j-1} + 6W_{i,j} - 4W_{i,j+1} + W_{i,j+2}] \quad (۱۳)$$

$$D_{yij}^4(W) = -\gamma_{yij}^4 [W_{i-2,j} - 4W_{i-1,j} + 6W_{i,j} - 4W_{i+1,j} + W_{i+2,j}] \quad (۱۴)$$

و ترم‌های اتفالی رسته دو به صورت زیر تعریف شده‌اند:

$$D_{ij}^2(W) = D_{xij}^2(W) + D_{yij}^2(W) \quad (۱۵)$$

به طوری که:

$$D_{xij}^2(W) = -\gamma_{xij}^2 [W_{i,j-1} - 2W_{i,j} - W_{i,j+1}] \quad (۱۶)$$

$$D_{yij}^2(W) = -\gamma_{yij}^2 [W_{i-1,j} - 2W_{i,j} - W_{i+1,j}] \quad (۱۷)$$

ضرایب $\gamma_{xij}^4, \gamma_{yij}^4, \gamma_{xij}^2, \gamma_{yij}^2$ توابعی از گرادیان فشار محلی محاسبه می‌شوند که ذیلا به آنها رسیدگی خواهیم کرد.

ترم‌های رسته چهار، دقت کلی طرح را که از رسته دو می‌باشد، تحت تاثیر قرار نمی‌دهند و همان گونه که قبلا اشاره شد قادرند تا نوسانات پس زمینه که به واسطه روش انفال مركزی تولید می‌شوند را حذف نمایند. اما در نزدیکی نواحی انفال مثل شوک‌ها منجر به جهش ناگهانی در جوابها می‌شوند. از طرف دیگر ترم‌های رسته دو بسیار اتفالی بوده و می‌توانند نوسانات شدید در نواحی انفال را حذف نمایند. اما، نوسانات پس زمینه فراوانی ایجاد می‌کنند. بر اساس تمہیدات جیمسون و همکارانش می‌توان ترم‌های مرتبه چهار را توسط یک حس کننده تغییرات فشار، بی اثر نموده و فقط ترم‌های رسته دو را در آن نواحی فعال نکه داشت.

یک حس کننده فشار برای تشخیص تغییرات گرادیان فشار به صورت زیر تعریف شده که برای اجتناب از مشکل دیمانسیونی، بدون بعد شده است^[۴]:

$$\varepsilon_{xij} = SF2X \left| \frac{P_{i,j+1} - 2P_{i,j} + P_{i,j-1}}{P_{i,j+1} + 2P_{i,j} + P_{i,j-1}} \right| \quad (۱۸)$$

$$\varepsilon_{yij} = SF2Y \left| \frac{P_{i+1,j} - 2P_{i,j} + P_{i-1,j}}{P_{i+1,j} + 2P_{i,j} + P_{i-1,j}} \right| \quad (۱۹)$$

$SF2X$ و $SF2Y$ ضرایب ترم‌های اتفالی رسته دوم می‌باشند که حدود ۰.۲۵ توصیه شده‌اند.

سوچیج فشاری تعریف شده برای خاموش نمودن ترم‌های رسته چهار و فعال نمودن ترم‌های رسته دو در نواحی انفال به صورت زیر موثر واقع می‌شود:

$$\gamma_{xij}^4 = \max(0, SF4X - \varepsilon_{xij}) \quad (۲۰)$$

$$\gamma_{yij}^4 = \max(0, SF4Y - \varepsilon_{yij}) \quad (۲۱)$$

به طوری که:

$$\gamma_{xij}^2 = \max(\varepsilon_{xij}, \varepsilon_{xi,j+1}) \quad (۲۲)$$

$$\gamma_{yij}^2 = \max(\varepsilon_{yij}, \varepsilon_{yi,j+1}) \quad (۲۳)$$

مقدار $SF4X$ و $SF4Y$ ضرایب اتفالی رسته چهار می‌باشند که برای آنها

ملاحظه می‌شود که در نزدیک یک انفال ε ، γ^2 از رسته یک بوده و ترم‌های رسته دو ترم‌های غالب در اضمحلان محسب می‌شوند. در مابقی حوزه، اتفال پس زمینه توسط ترم‌های رسته چهار انجام می‌شود. نتیجتاً اتفال کلی به صورت زیر خواهد بود:

$$D_{ij}(W) = D_{xij}(W) + D_{yij}(W) \quad (۲۴)$$

به طوری که:

$$D_{xij}^2(W) = D_{xij}^2(W) - D_{xij}^4(W) \quad (۲۵)$$

$$D_{yij}^2(W) = D_{yij}^2(W) - D_{yij}^4(W) \quad (۲۶)$$

پس از افزودن اتفال مصنوعی، معادله انفال در گره A به شکل زیر در می‌آید:

$$\left(\frac{\partial W}{\partial t} \right)_A = R_A(W) - D_A(W) \quad (۲۷)$$

در این روش برای افزایش کارآئی و سرعت حل، ترم اتفالی $D_A(W)$ فقط در اولين مرحله از مراحل رانج کوتا محاسبه و در سایر مراحل از همان مقدار مرحله اول استفاده شده است.

۲- طرح کاسپ

اساس این طرح، بر پایه جدا کردن جملات فشار در روابط شار جریان می‌باشد^[۳,۶,۷]. در این طرح سعی شده است ضمن رسیدن به یک جواب قابل قبول از پیچیدگی محاسبات و زمان لازم کاسته شود، بردار شار به دو جمله جابجایی شار و جمله فشار تجزیه شده و در حالت دو بعدی بردار شار از دو مؤلفه در جهات x و y به صورت زیر تشکیل شده است:

$$F = F_x \cdot S_y + F_y \cdot S_x \quad (۲۸)$$

$$S = \sqrt{S_x^2 + S_y^2} \quad (41)$$

$$F_R - F_L = (F_x \cdot S_y + F_y \cdot S_x)_R - (F_x \cdot S_y + F_y \cdot S_x)_L = \quad (42)$$

$$= (F_{x,R} - F_{x,L}) S_y + (F_{y,R} - F_{y,L}) S_x$$

در این حالت مانند حالت یک بعدی مؤلفه‌های شار جریان مانند رابطه (۳۱-۴) محاسبه می‌گردد:

$$F_{x,R} - F_{x,L} = \bar{u} \cdot (w_R - w_L) + \bar{w} \cdot (u_R - u_L) + F_{px,R} - F_{px,L} \quad (43)$$

$$F_{y,R} - F_{y,L} = \bar{v} \cdot (w_R - w_L) + \bar{w} \cdot (v_R - v_L) + F_{py,R} - F_{py,L} \quad (44)$$

بنابراین رابطه (۵۲-۴) برابر است با:

$$F_R - F_L = q(w_R - w_L) + \bar{w}(\Delta u S_y + \Delta v S_x) + \Delta F_{px} S_y + \Delta F_{py} S_x \quad (45)$$

$$\Delta F_{px} = F_{px,R} - F_{px,L} \quad (46)$$

$$\Delta F_{py} = F_{py,R} - F_{py,L} \quad (47)$$

عدد ماخ محلی به صورت $\lambda^\pm = q \pm c.S$ و $M = \frac{q}{c.S}$ تعریف

می‌گردد. بنابراین ضرائب α_x و α_y به شکل زیر نوشته می‌شوند:

$$\alpha_x = |\lambda| \quad (48)$$

$$\beta_x = \begin{cases} +\max(0, \frac{q+\lambda^-}{q-\lambda^-}) & \text{if } 0 \leq M \leq 1 \\ -\max(0, \frac{q+\lambda^+}{q-\lambda^+}) & \text{if } -1 \leq M \leq 0 \\ \text{sign}(M) & \text{if } |M| \geq 1 \end{cases} \quad (49)$$

در این حالت نیز همانند حالت یک بعدی در نزدیکی نقاط سکون ضریب باید به شکل زیر اصلاح گردد:

$$\alpha_x = \frac{1}{2} (\alpha_0 + \frac{|M|^2}{\alpha_0}) \quad (50)$$

که در آن α_0 یک مقدار خیلی کوچک است. برای اینکه بتوان جواب دقیقتری گرفت باید جملات اتلاف مصنوعی در نزدیکی موج‌های ضریبی با مقدار بیشتر، و در مابقی میدان حل با مقدار کمتر وارد حل شوند. به این منظور یکتابع سوئیچ $L(u,v)$ که قابلیت شناسایی جریان را دارد وارد محاسبات می‌شود [۳].

۳- الگوریتم بکارگیری تلفیق بهینه دو روش حل

در این روش، که از شبکه استاندارد $115 \times 12 \times 115$ جهت حل میدان جریان استفاده شده است، جریان ابتدا با روش حجم محدود جیمسون حل می‌شود تا مقدار دهی اولیه‌ای برای دامنه حل داشته باشیم، سپس مقادیر حل بعد از ۱۰ مرحله به معادلات اتلافی کاسپ داده شده و مراحل اجرا در آن صورت می‌پذیرد و این مراحل به نوبت تکرار می‌پذیرد که هر کدام از آنها به صورت مجزا یک سنسور جهت بررسی جواب‌ها به صورت جداگانه جهت همگرایی نهایی دارند (روش تلفیقی اول).

۴- نتیجه‌گیری

نتایج حاصل از بهبود روش عددی حجم محدود جیمسون از طریق تلفیق با روش کاسپ (روش تلفیقی اول) در شکل‌های (۳) تا (۸) ارائه شده است. در شکل‌های (۳)، (۴) و (۵) تغییرات نسبت فشار استاتیک به فشار سکون اولیه در طول پره به ترتیب در سطوح مکش، فشار و خط مرکزی جریان نشان داده شده است. همانگونه که در شکل مذکور مشاهده می‌شود در

$$F_x = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uH \\ \rho v \\ \rho vu \\ \rho v^2 + p \\ \rho vH \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$F_y = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho vu \\ \rho v \\ \rho vH \end{bmatrix} \quad (30)$$

در روابط فوق S_X و S_Y بردارهای سطح در جهات X و Y می‌باشند.

W متغیر اولیه جریان در حالت دو بعدی به صورت زیر است:

$$W = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho E \end{bmatrix} \quad (31)$$

در اولین گام می‌بایست بردار متغیر اولیه جریان در دو سمت چپ و راست نقطه (i,j) به کمک تابع سوئیچ $L(u,v)$ محاسبه شود.

$$L(u,v) = \frac{1}{2} \left(1 - \left| \frac{u-v}{|u|+|v|} \right|^q \right) (u+v) \quad (32)$$

مقدار توان q انتخابی است و بین ۲ تا ۳ می‌باشد.

$$w_R = w_{i+1,j} - \frac{1}{2} L(\Delta w_{i+3/2,j}, \Delta w_{i-1/2,j}) \quad (33)$$

که در آن Δw به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta w_{i+1/2,j} = w_{i+1,j} - w_{i,j} \quad (34)$$

اگر مؤلفه‌های شار جریان به دو جمله جابجایی و فشار تفکیک شود نتیجه می‌گردد که:

$$\begin{aligned} F_x &= uw + F_{px} \\ F_y &= vw + F_{py} \end{aligned} \quad (35)$$

با در نظر گرفتن شار جابجایی q به صورت زیر، جملات فشار شار جریان برابرند با:

$$q = u S_y + v S_x \quad (36)$$

$$F = F_x \cdot S_y + F_y \cdot S_x = q \cdot w + F_{px} \cdot S_y + F_{py} \cdot S_x \quad (37)$$

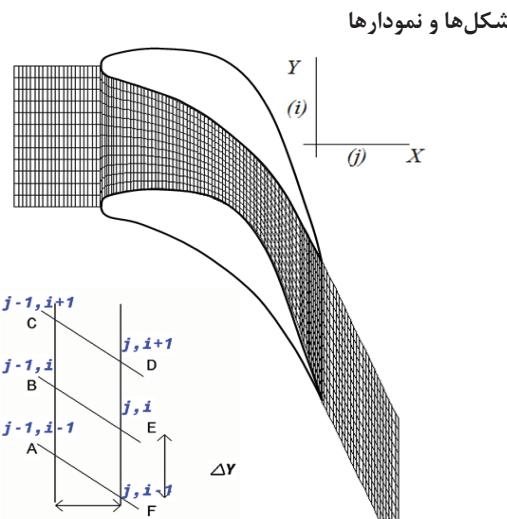
$$F_{px} = \begin{bmatrix} 0 \\ p \\ 0 \\ u \cdot p \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$F_{py} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ p \\ v \cdot p \end{bmatrix} \quad (39)$$

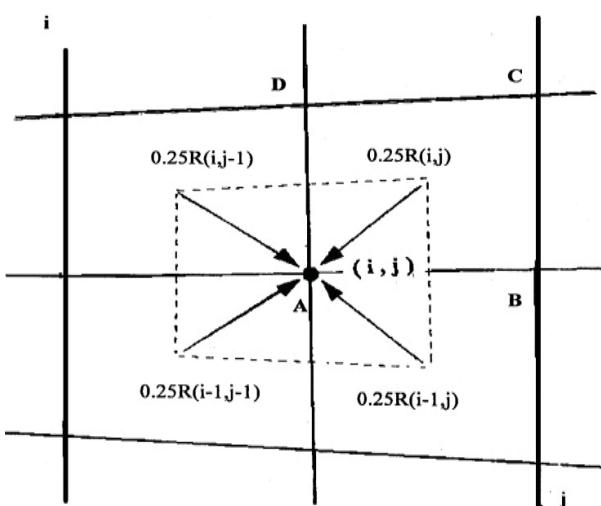
حال مؤلفه اتلاف مصنوعی در جهت X مانند به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$d_{i+1/2} = \frac{1}{2} \alpha_{i+1/2}^* c (w_R - w_L) S + \frac{1}{2} \beta_x (F_R - F_L) \quad (40)$$

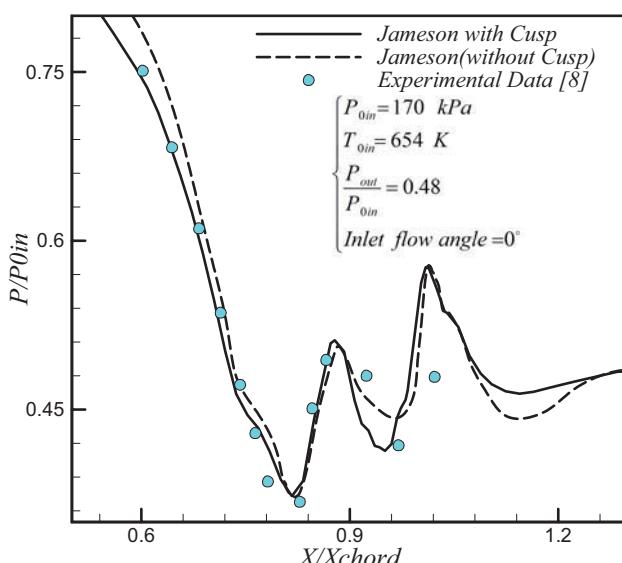
در رابطه فوق S و $F_R - F_L$ به صورت زیر محاسبه می‌شوند:



شکل ۱- شبکه استاندارد نوع H



شکل ۲- المانهای محاسباتی و نحوه توزیع باقیماندها به نقاط شبکه



شکل ۳- تغییرات نسبت فشار استانداریک به فشار سکون اولیه در طول پره

در سطح مکش (SS)

دوازدهمین کنفرانس انجمن هوافضای ایران
تهران، دانشگاه صنعتی امیرکبیر
منطقه هدف ($X/X_{Chord} < 0.7 < 0.95$) که ناحیه حساس
و پر اهمیت شوک‌ها روی سطح مکش می‌باشد و روش
تلفیقی اول هم در آن ناحیه تمرکز یافته است، نتایج تئوری
انطباق مطلوبی با نتایج آزمایشگاهی در مقایسه با روش اولیه
جیمسون(بدون کاسپ) دارد.

در جریان مورد نظر که آدیاباتیک و غیرلزج می‌باشد، مقدار فشار سکون
تا قبل از شوک بایستی ثابت بماند. در شکل(۶) تغییرات فشار سکون
نسبت به فشار سکون اولیه ابتدای پره ترسیم شده که هرچه این تغییرات
کمتر باشد حل مسئله به پیش فرض‌ها نزدیکتر است. از آن‌جا که در طرح
پیشنهادی تغییرات فشار سکون کمتر بوده و نوسانات خطای محاسباتی در
مسیر روی پره بطور نسبی در حدود ۲۱ درصد گرفته شده، لذا نتایج
حاصل از این روش به فرضیات مسئله و همچنین به واقعیت جریان نیز
نزدیک‌تر می‌باشد.

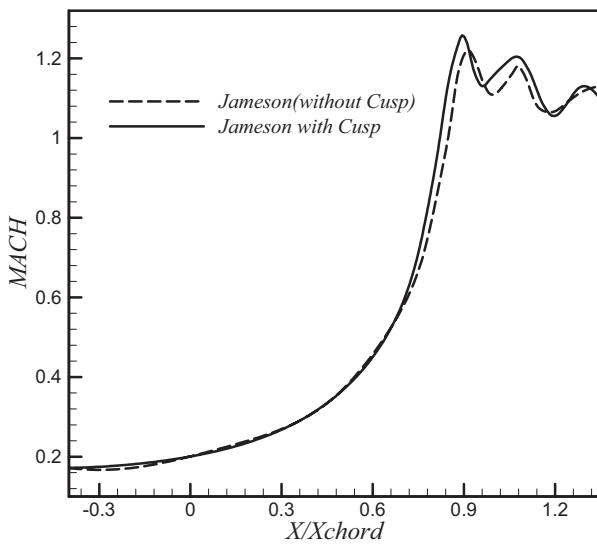
در شکل(۷)، تغییرات عدد ماخ در طول پره در خط مرکزی جریان
رسم شده است. با توجه به اینکه شوک باعث کاهش سرعت و درنتیجه
کاهش ماخ می‌شود، روش تلفیقی بهتر اثرات شوک (کاهش عدد ماخ یا
افزایش موضعی فشار) را نشان می‌دهد.

در شرایط پایدار برای بقای جرم، باید میزان دبی جرمی ورودی در
طول مسیر ثابت باشد. روش تلفیقی اول، کمترین تغییرات دبی جرمی
نسبت به دبی جرمی ورودی را نشان می‌دهد، با بکارگیری این تلفیق
حدود ۷ درصد بهبود را نسبت به روش جیمسون در شکل(۸) نشان می-
دهد، که می‌توان از دستاوردهای جدید در بهتر ارضاع شدن قانون بقای جرم،
اطمینان بیشتری حاصل نمود.

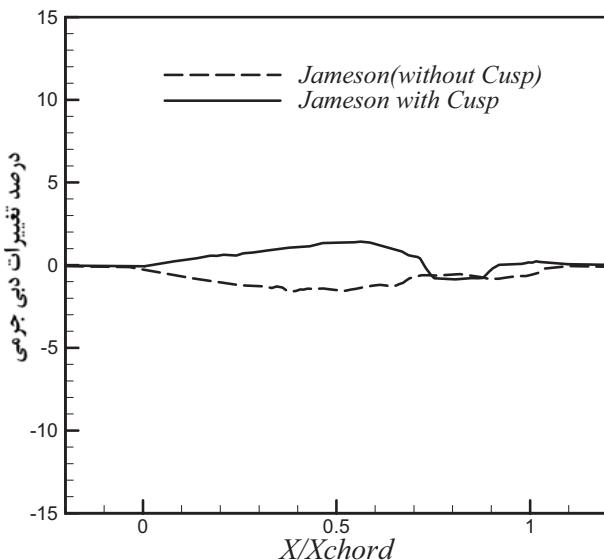
۵- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

همانگونه که توضیح داده شد، ایده تلفیق دو روش حجم‌محدود و کاسپ
(روش تلفیقی) می‌تواند روش حجم‌محدود جیمسون را بهبود خوبی دهد و
در منطقه هدف بکار گرفته شده است. ضمناً با استفاده از این تلفیق، شرط
بقای جرم و نسبت فشار سکون بهبود چشمگیری داشته است. با توجه به
ویژگی‌ها و کاربری گسترده روش‌های عددی حجم‌محدود که برای
هندسه‌های پیچیده بمانند جریان‌های داخل توربین‌ها بکار گرفته می‌شود،
لازم است که نسبت به بهبود این روش‌ها تحقیقات لازمه صورت پذیرد.
البته با استفاده از این ایده جدید می‌توان از هر روش حجم‌محدود دیگری
هم استفاده نمود.

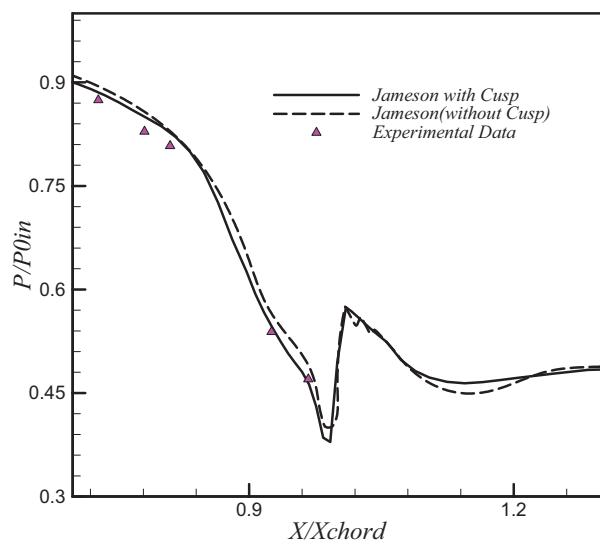
در شکل(۳) مقایسه نتایج مدل‌های پیشنهادی با نتایج آزمایشگاهی و
همچنین نتایج جیمسون اولیه، نشان از انطباق مطلوب نتایج طرح جدید
بویژه در منطقه هدف (نواحی شوک روی سطح مکش پره) می‌باشد و
همچنین در شکل(۶) تغییرات فشار سکون کمتر بوده و در شکل(۸) شرط
بقای جرم شرایط مناسبتری را کسب کرده است.



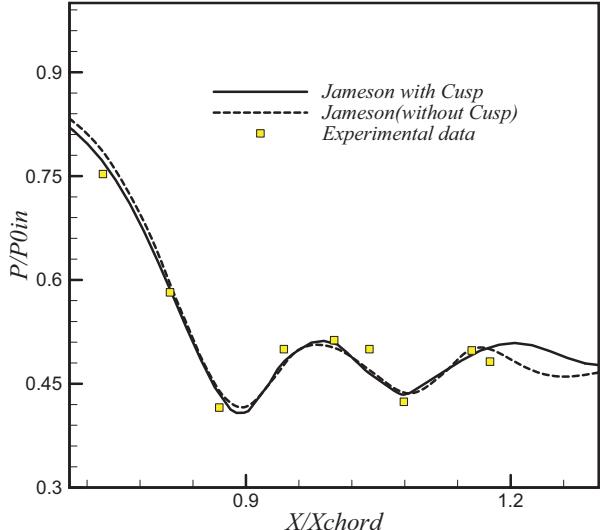
شکل ۷- منحنی تغییرات ماخ در طول پره در خط مرکزی جریان (MP)



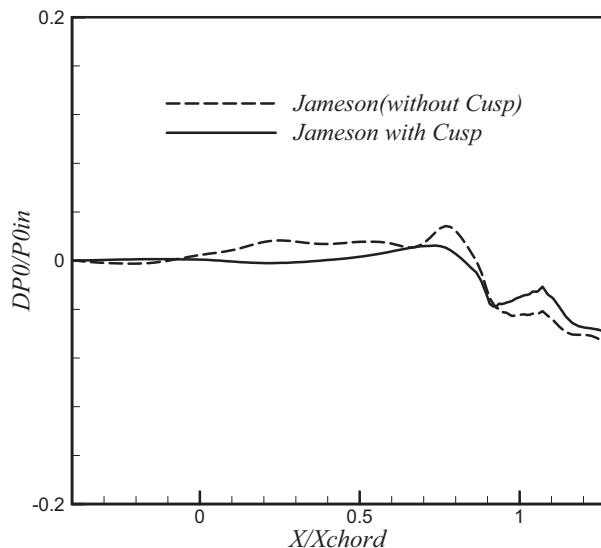
شکل ۸- تغییرات دبی جرمی جیمسون بهبود یافته



شکل ۴- تغییرات نسبت فشار استاتیک به فشار سکون اولیه در طول پره در سطح فشار (PS)



شکل ۵- تغییرات نسبت فشار استاتیک به فشار سکون اولیه در خط مرکزی جریان (MP)



شکل ۶- درصد تغییرات نسبت فشار سکون به فشار سکون ورودی در خط مرکزی جریان (MP)

مراجع

- ادریس یوسفی راد، محمدرضا مهپیکر، "به کارگیری روش معکوس جهت تلفیق حل عددی دو بعدی، حجم محدود و تفاضل محدود بین پره های ثابت توربین"، مهندسی مکانیک ایران- Iranian Journal of Mechanical Engineering Transactions of the ISME, Volume ۱۰-۱۰، صفحه ۲۵-۲۰، (۱۲).

- Jameson A. , Baker T.J. and Weatherill N.P., "Calculation of Inviscid Transonic Flow over a Complex Aircraft", AIAA paper ۸۶-۱۰۳,AIAA ۲۴th Aerospace Sciences Meeting , Reno, ۱۹۸۶.

- Mahmood P.Fard, M.Salari, M.Mansoor, M.Malek Jafarian, "An Investigation And Comparison Of Roe Upwind Methods With Cusp Central Difference Schemes" ۱۲th Asian Congress Of Fluid Mechanics, Daejeon, Korea, ۲۰۰۸-۲۱.

- علیرضا تیمورتاش، محمدرضا مهپیکر، "تحلیل جریان گذر صوتی و غیرلزج بخار ضمن چگالش در پاساز تیغه های توربین به روش تایم مارچینگ جیمسون روی شبکه منطبق مرز"، دانشکده مهندسی- دانشگاه فردوسی مشهد، Volume (۱۸)، صفحه ۱۰-۲۰، (۰۰۲۰).



۵. Jameson, A., "Analysis and design of Numerical Schemes for Gas Dynamics Artificial Diffusion, Upwind Biasing, Limiters and Their Effect on Accuracy and Multigrid Convergence", International Journal of Computational Fluid Dynamics, Vol. ۴, pp. ۱۷۱-۲۱۸, ۱۹۹۰.
۶. Jameson, A., "Analysis and Design of Numerical Schemes for Gas Dynamics ۲ Artificial Diffusion and Discrete Shock Structure", RIACS Report No. ۹۴.۱۶, International Journal of Computational Fluid Dynamics, Vol. ۵, pp. ۱-۳۸, ۲۰۰۱.
۷. Swanson, R.C., Radespiel, R., "Cell Centered and Cell Vertex Multigrid Schemes for the Navier-Stokes Equations", AIAA Journal, Vol. ۲۹, pp. ۶۹۷-۷۰۳, ۱۹۹۱.
۸. F.Bakhtar , M.R.Zamiri and Rodrigues-Lelis, , "A Comprative Study Of Treatment Of ۲-D Two-Phase Flows Of Steam By A Rung-Kutta And By Denton'S Method", I MechE, vol.۲۲۱ partC, ۲۰۰۷.