ISAV 2012
دومین کنفرانس بین المللی آکوستیک و ارتعاشات
۶ و ۷ دی ۱۳۹۱ تهران - ایران

شناسایی پارامترهای دینامیکی سازه توسط روش بروز رسانی الگوی سازه

حسن سرمدی[آ]، عباس کرم‌الدین[آ*]، علیرضا انتظامی[آ]

[آ] دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی، مشهد، ایران.

[آ*] استادیار، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی، مشهد، ایران.

*پست الکترونیکی نویسنده مسئول: *hassan.sarmadi@stu-mail.um.ac.ir*

چکیده

هدف از انجام این پژوهش، شناسایی و تخمین پارامترهای دینامیکی سازه شامل ماتریس‌های جرم و سختی، توسط روش بروزرسانی الگوی سازه می‌باشد. در این راستا با در نظر گرفتن اطلاعات اولیه از الگوی نظری و با استفاده از داده‌های مودال همچون فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای ارتعاشی، ماتریس‌های جرم و سختی سازه شناسایی می‌شوند. در بخش رابطه‌سازی، توابع هدف به صورت اختلاف بین الگوی نظری و تجربی تعریف شده و با بهره بردن از گسترش روش مسئله مقدار ویژه و تعامد مودها، پارامترهای دینامیکی سازه تخمین زده می‌شوند. پارامترهای آزمایشگاهی مودال توسط آزمایش تجربی مودال بر روی یک قاب سه طبقه برشی تعیین شده‌اند. در این پژوهش ماتریس‌های جرم و سختی الگوی نظری بر اساس مشخصات موجود در سازه تعریف می‌شوند. در نتیجه هدف نهایی، شناسایی ماتریس‌های جرم و سختی واقعی سازه، بر اساس پارامترهای آزمایشگاهی مودال می‌باشد. بررسی درستی رابطه‌های ارائه شده ابتدا با حل یک مسئله عددی انجام گرفته و سپس با داده‌های آزمایشگاهی، جرم و سختی قاب سه طبقه برشی استخراج می‌شوند. در نهایت می‌توان نشان داد که با مقایسه رفتار دینامیکی بین داده‌های مودال الگوی آزمایشگاهی و الگوی تخمین زده شده، همگرایی مناسبی بین آنها وجود داشته و پارامترهای دینامیکی به درستی شناسایی شده‌اند.

کلمات کلیدی: شناسایی ماتریس‌های جرم و سختی؛ آزمایش تجربی مودال؛ روش بروزرسانی الگوی سازه

---

۱. مقدمه

روش شناسایی سیستم در چند دهه‌ی گذشته با پیشرفت آزمایش دینامیکی مودال، یکی از ابزارهای مفید برای ارزیابی سازه‌ها تحت اثر بارهای ارتعاشی قرار گرفته است. به طوری که بدون داشتن اطلاعات و ویژگی‌های موجود در سیستم مورد نظر، نمی‌توان به درستی رفتار دینامیکی آن را ارزیابی کرد. علاوه بر رسیدن به رفتار دقیق و نزدیک به واقعیت سازه‌ها، دانستن سلامت آنها و عاری بودن از هرگونه آسیبی، بدون پی بردن به ویژگی‌های دینامیکی سازه‌ها امکان‌پذیر نیست. بنابراین رسیدن به این اهداف جز با شناسایی و تخمین پارامترهای دینامیکی سازه‌ها قابل دسترسی نخواهد بود. یک سازه در طول ساخت، و در زمان بهره‌برداری خود، تحت اثر ارتعاش‌های مختلفی با شدت‌های گوناگون قرار می‌گیرد. سازه بر اساس هر نوع بار ارتعاشی، از خود پاسخی نشان خواهد داد. این پاسخ ارتعاشی به ویژگی‌های ذاتی و دینامیکی سازه همانند جرم، میرایی و سختی وابسته است. در نتیجه شناسایی و تخمین این پارامترها

برای تحلیل و طراحی سازه‌ها تحت اثر بارهای دینامیکی لازم می‌باشند. علاوه بر مسئله تحلیل و طراحی سازه‌ها، امروزه سازه‌های عظیمی همچون سدها، برج‌ها و پل‌ها، در سطح جهان ساخته شده و در حال بهره‌برداری هستند. در این گونه سازه‌ها، پی بردن به سلامت و شناسایی آسیب‌های احتمالی برای ارزیابی عملکرد سازه در زمان بهره‌برداری، از اهمیت بسیاری برخوردار می‌باشند. پارامترهای دینامیکی در سازه‌ها می‌توانند شامل پاسخ سازه و ویژگی‌های ذاتی آنها که ویژگی‌های فیزیکی-دینامیکی نیز نامیده می شوند، باشند. در سیستم‌های دینامیکی این پارامترها به صورت ماتریس‌های جرم، میرایی و سختی تعریف می‌شوند که در واقع، ویژگی‌های جداناپذیری از سازه بوده و بر اساس آن‌ها رفتار دینامیکی سازه‌ها ارزیابی می‌شود.

در چند دهه اخیر، روش‌های متعددی جهت تخمین و شناسایی پارامترهای دینامیکی توسط داده‌های مودال رابطه‌سازی شده است. علاوه بر این روش‌ها، پارامترهای فیزیکی-دینامیکی سازه‌ها را می‌توان با مفاهیم بهینه‌سازی و روش‌های بروز کردن الگوی نظری سازه‌ها تعیین کرد. نمونه پژوهش‌های متعددی در این زمینه انجام گرفته است. Imregun و Visser [۱] مروری جامع بر روی کارهای انجام گرفته به وسیله روش بروز رسانی انجام داده‌اند. در مقاله پژوهشی، Mottershead و Friswell [۲] و کتاب تالیف شده توسط آنها [۳]، اطلاعات پایه‌ای مبنی بر روش بروز رسانی الگوی نظری شرح داده شده است. Barunch و همکاران [۴] ماتریس جرم سازه را به وسیله بردارهای ویژه‌ی اندازه‌گیری شده و حداقل رسانی تابع وزنی به صورت اختلاف الگوی نظری و تجربی پیش بینی نمودند. Berman [۵] با حذف شرایط اتصالاتی سازه، به رابطه‌سازی در مورد شناسایی ماتریس جرم توسط جابه‌جایی‌های مودال اندازه‌گیری شده پرداخت. Berman و Nagy [۶] با ایجاد روش بهبود الگوی نظری، روش تخمین ماتریس جرم توسط Berman را بهبود دادند. همچنین آنها ماتریس سختی را نیز بر اساس روش Berman تصحیح کرده و بروز رسانی نمودند. Kabe [۷] با در نظر گرفتن شرایط اتصالاتی سازه و داده‌های مودال یک روش برای بهینه کردن و کاهش نقص‌های ماتریس سختی ارائه کرد. Caesar و Peter [۸] با ارائه دو روش، الگوی ریاضی سازه را بر اساس داده‌های مودال بروز رسانی کردند. Gao و Hemingway [۹] با ارائه روش حساسیت تعامدی به اصلاح الگو سازه پرداختند. در روش آنها به طور همزمان کاستی‌های خصوصیات جرم و سختی الگوشده بهبود یافت به طوری که اندازه واقعی ماتریس‌ها حفظ گردید. همچنین Yang و Chen [۱۰] نیز با ارتقاء روش بروز رسانی مستقیم الگوی سازه به شناسایی ماتریس‌های جرم و سختی سازه‌ها پرداخته اند. در این پژوهش با استفاده از انجام آزمایش تجربی مودال بر روی یک قاب برشی سه طبقه توسط چکش ضربه‌ای پارامترهای مودال همچون فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای ارتعاشی شناسایی می‌شوند. با در نظر گرفتن داده‌های اولیه همچون جرم متمرکز طبقات و داشتن ابعاد ستون‌ها جهت تعیین سختی هر طبقه می‌توان ماتریس‌های جرم و سختی نظری سازه را از الگوی عددی بدست آورد. فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای ارتعاشی الگوی نظری نیز توسط روش مسئله مقدار ویژه قابل محاسبه هستند. با بهره‌گیری از این داده‌ها و ارتقاء روش مسئله مقدار ویژه در نهایت ماتریس‌های جرم و سختی واقعی سازه توسط فرآیند بروز رسانی تخمین زده می‌شوند. این پژوهش بهبود روابط ارائه شده توسط Yang و Chen بر اساس معیار روش مستقیم بروز رسانی الگوی سازه می‌باشد. بر خلاف پژوهش آنها فرض می‌شود که از اطلاعات کامل مودال همچون شکل کامل مودهای ارتعاشی مورد استفاده قرار می‌گیرد. از طرفی دیگر از داده‌های آزمایشگاهی جهت تخمین پارامترهای دینامیکی استفاده خواهد شد.

۲. رابطه‌سازی ریاضی جهت تخمین ماتریس‌های جرم و سختی

برای تخمین پارامترهای دینامیکی سازه شامل ماتریس‌های جرم و سختی، در گام نخست اطلاعات اولیه از الگوی نظری تعریف می‌شوند. چنانچه $[M_a]$ و $[K_a]$ به ترتیب ماتریس‌های جرم و سختی نظری سازه باشند با حل مسئله ویژه می‌توان مقدارهای ویژه به صورت فرکانس‌های طبیعی $\{\omega_a^2\}$ و بردارهای ویژه به صورت مودهای ارتعاشی $[\phi_a]$ را به عنوان اطلاعات اولیه سازه بدست آورد. همچنین با انجام آزمایش دینامیکی مودال داده‌های اندازه‌گیری شده $\{\omega_x^2\}$ و $[\phi_x]$در اختیار می‌باشند. در آزمایش مودال به دلیل محدودیت‌هایی همچون مشکلات موجود در انجام آزمایش، غیر عملی بودن استخراج تمام اطلاعات مودال، داده‌های بدست آمده ناکامل هستند. روش‌های گسترش و کاهش الگو از جمله روش‌هایی هستند که با کمک آنها می‌توان داده‌های مودال به خصوص ماتریس مودهای ارتعاشی را به صورت N درجه آزادی بیان نمود[۱۱]. در عبارت‌های بیان شده زیر نویس‌های a و x به ترتیب داده‌های مرتبط با الگوی نظری و الگوی تجربی می‌باشند. با توجه به توضیح‌های مقدماتی، مبنای رابطه‌سازی جهت تخمین پارامترهای دینامیکی سازه به صورت تعریف تابع هدف از اختلاف میان پارامترهای الگوی نظری و تجربی در نظر گرفته می‌شود. این تابع‌های

هدف شامل ماتریس اختلاف جرمی که به صورت $[\Delta M]=[M_x]-[M_a]$ و ماتریس اختلاف سختی $[\Delta K]=[K_x]-[K_a]$ تعریف می‌شوند. همچنین با فرض کامل شدن ماتریس مودهای آزمایشگاهی توسط روش گسترش مودی، ماتریس $[\Delta\phi]$دربرگیرنده‌ی اختلاف میان مودهای الگوی نظری و تجربی از رابطه $[\Delta\phi]=[\phi_x]-[\phi_a]$ بیان می‌گردد. قابل درک است که تعیین ماتریس‌های خطای جرمی و سختی به دلیل عدم وجود ماتریس‌های $[M_x]$ و $[K_x]$ امکان‌پذیر نیست[۱۱]. بنابراین در این روش هدف اصلی تعیین ماتریس‌های خطای جرمی و سختی بر اساس اطلاعات اولیه و داده‌های مودال بوده و بعد از تعیین آنها، ماتریس‌های واقعی سازه که در واقع همان جرم و سختی آزمایشگاهی سازه هستند، تخمین زده می‌شوند. با تعریف اطلاعات اولیه از الگوی نظری و اندازه‌گیری پارامترهای مودال، بر اساس مفهوم مقدار ویژه، ماتریس جرم و سختی در حالت کلی به صورت زیر محاسبه می‌شوند.

۲.۱ تخمین ماتریس جرم سازه

با داشتن اطلاعاتی همچون ماتریس‌های جرم و سختی الگوی نظری و داده‌های مودال الگوی تجربی، می‌توان با تابع هدف تعریف شده، ماتریس جرم سازه را تخمین زد. در گام نخست باید با استفاده از داده‌های موجود، ماتریس نامعین $[\Delta M]$ را محاسبه کرد. برای رسیدن به این ماتریس، شکل مودهای واقعی سازه را به صورت $[\phi_x]=[\phi_a]+[\Delta\phi]$ و جرم واقعی سازه را به صورت $[M_x]=[M_a]+[\Delta M]$ در نظر گرفته و در رابطه (۱) جایگزین می‌کنیم.

$$[\phi_x]^T[M_x][\phi_x]=I \tag{۱}$$

$$\left([\phi_a]+[\Delta\phi]\right)^T\left([M_a]+[\Delta M]\right)\left([\phi_a]+[\Delta\phi]\right)=I \tag{۲}$$

با گسترش رابطه (۲) آنرا می‌توان به صورت زیر ارائه کرد.

$$\begin{aligned}&\left([\phi_a]^T[M_a][\phi_a]\right)+\left([\phi_a]^T[\Delta M][\phi_a]\right)+\left([\Delta\phi]^T[M_a][\phi_a]\right)+\left([\Delta\phi]^T[\Delta M][\phi_a]\right)\\&+\left([\phi_a]^T[M_a][\Delta\phi]\right)+\left([\phi_a]^T[\Delta M][\Delta\phi]\right)+\left([\Delta\phi]^T[M_a][\Delta\phi]\right)+\left([\Delta\phi]^T[\Delta M][\Delta\phi]\right)=I\end{aligned} \tag{۳}$$

با حذف و صفر شدن برخی از عبارت‌ها مورد نظر، رابطه نهایی برای تخمین ماتریس خطا جرمی به صورت زیر نتیجه گرفته می‌شود.

$$[\phi_a]^T[\Delta M][\phi_a]=-[\Delta\phi]^T[M_a][\phi_a]-[\phi_a]^T[M_a][\Delta\phi] \tag{۴}$$

رابطه بدست آمده را با پیش و پس ضرب $[\phi_a]^T$ و $[\phi_a]$ گسترش می‌دهیم.

$$[\phi_a][\phi_a]^T[\Delta M][\phi_a][\phi_a]^T=[\phi_a]\left(-[\Delta\phi]^T[M_a][\phi_a]-[\phi_a]^T[M_a][\Delta\phi]\right)[\phi_a]^T \tag{۵}$$

با در نظر گرفتن شرط تعامد مودی الگوی نظری به صورت $[\phi_a]^T[M_a][\phi_a]=I$، می‌توان حاصلضرب مودهای الگوی نظری را برابر با معکوس ماتریس جرم سازه دانست. بر این اساس رابطه $[\phi_a][\phi_a]^T=[M_a]^{-1}$ را در رابطه (۵) جایگزین کرده و ماتریس نامعین خطای جرمی $[\Delta M]$ را تعریف می‌کنیم.

$$[\Delta M]=[M_a][\phi_a]\left(-[\Delta\phi]^T[M_a][\phi_a]-[\phi_a]^T[M_a][\Delta\phi]\right)[\phi_a]^T[M_a] \tag{۶}$$

همانطور که مشاهده می‌شود عبارت داخل پرانتز یک ماتریس N×N می باشد که به اطلاعات اولیه از الگوی نظری و داده‌های مودال آزمایشگاهی بستگی دارد.

$$[C_m]=-[\Delta\phi]^T[M_a][\phi_a]-[\phi_a]^T[M_a][\Delta\phi] \tag{۷}$$

با تعیین ماتریس ضرایب جرمی سازه $[C_m]$ و محاسبه ماتریس خطای جرمی $[\Delta M]$ می‌توان ماتریس جرم سازه به صورت ماتریس جرم الگوی تجربی بر اساس رابطه زیر تخمین زد.

$$[M_x]=[M_a]+\left([M_a][\phi_a][C_m][\phi_a]^T[M_a]\right) \tag{۸}$$

همانطور که مشاهده می‌شود تنها با داشتن جرم اولیه سازه و پارامترهای مودال می‌توان ماتریس جرم سازه را استخراج نمود. تنها محدودیت در تخمین ماتریس جرم سازه N درجه آزادی، عدم داشتن تمام داده‌های مودال در تمام درجه‌های آزادی می‌باشد. در صورتی که تنها از چند مود اولیه سازه استفاده شود برای جلوگیری از خطا در عملیات ماتریسی، تمامی ماتریس‌ها را به صورت کامل

تعریف کرده و تنها برای مودهایی که قابل اندازه‌گیری نیستند، سطر و ستون متناظر با آنها را برابر با صفر قرار می‌دهیم. با این روش علاوه بر استخراج کامل ماتریس جرم تنها می‌توان از چند مود ارتعاشی سازه استفاده نمود. همچنین در برخی از سازه‌ها تنها مود اول بر سازه حاکم است. در این صورت به جای استفاده از تمام درجه‌های آزادی می‌توان تنها از مود اول سازه بهره برد. با بهره جستن تنها از مود اول سازه N درجه آزادی ماتریس ضرایب جرمی $[C_m]$ به صورت مقادیر اسکالر در خواهد آمد.

$$c_m = -\{\Delta\phi\}^T_{1\times N}[M_a]_{N\times N}\{\phi_a\}_{N\times 1} - \{\phi_a\}^T_{1\times N}[M_a]_{N\times N}\{\Delta\phi\}_{N\times 1} \quad (۹)$$

با تعریف ضریب جرمی، ماتریس خطا به صورت $[\Delta M] = c_m[M_a]$ تعیین می‌شود. در نتیجه ماتریس جرم سازه را می‌توان تنها با لحاظ کردن مود اول ارتعاشی سازه به صورت زیر ارائه نمود.

$$[M_x] = (1+c_m)[M_a] \quad (۱۰)$$

۲.۲ تخمین ماتریس سختی سازه

برای تخمین ماتریس سختی نیز بر اساس اطلاعات اولیه از الگوی نظری و داده‌های مودال آزمایشگاهی می‌توان از شرط تعامد مودی استفاده کرد. در این گام، هدف محاسبه ماتریس خطای سختی $[\Delta K]$ می‌باشد. پر واضح است که با تعیین این ماتریس می‌توان به ماتریس سختی سازه دست یافت. با قرار دادن ماتریس شکل مودهای واقعی سازه $[\phi_x]=[\phi_a]+[\Delta\phi]$ و سختی واقعی سازه به صورت $[K_x]=[K_a]+[\Delta K]$ در رابطه (۱۱) و تعمیم آن می‌توان ماتریس خطای سختی $[\Delta K]$ را محاسبه کرد.

$$[\phi_x]^T[K_x][\phi_x] = \Lambda_x \quad (۱۱)$$

$$([\phi_a]+[\Delta\phi])^T([K_a]+[\Delta K])([\phi_a]+[\Delta\phi]) = \Lambda_x \quad (۱۲)$$

در این رابطه $\Lambda_x = diag(\omega_x^2)_i$ در برگیرنده‌ی فرکانس‌های طبیعی الگوی تجربی سازه می‌باشد. با گسترش رابطه (۱۲) و حذف عبارت‌ها و صفر شدن برخی از آنها رابطه کلی زیر تعریف می‌شود.

$$[\phi_a]^T[\Delta K][\phi_a] = \left(\Lambda_x - \Lambda_a - [\Delta\phi]^T[K_a][\phi_a] - [\phi_a]^T[K_a][\Delta\phi]\right) \quad (۱۳)$$

همچون روش ارائه شده برای تخمین ماتریس جرم، با پیش و پس ضرب $[\phi_a]^T$ و $[\phi_a]$ در رابطه (۱۳) می‌توان ماتریس خطای سختی $[\Delta K]$ را به شکل زیر ارائه کرد.

$$[\Delta K] = [M_a][\phi_a][C_k][\phi_a]^T[M_a] \quad (۱۴)$$

در این رابطه $[C_k]$ ماتریس ضرایب برای تخمین ماتریس خطای سختی می‌باشد. این ماتریس شامل داده‌های مودال از الگوی نظری و تجربی به همراه ماتریس‌های سختی الگوی نظری سازه است.

$$[C_k] = \Lambda_x - \Lambda_a - [\Delta\phi]^T[K_a][\phi_a] - [\phi_a]^T[K_a][\Delta\phi] \quad (۱۵)$$

در نهایت با تعیین ماتریس خطای سختی و داشتن سختی اولیه سازه، می‌توان سختی واقعی سازه را شناسایی کرد.

$$[K_x] = [K_a] + [M_a][\phi_a][C_k][\phi_a]^T[M_a] \quad (۱۶)$$

برای در نظر گرفتن تنها چند مود اولیه سازه، شکل کلی ماتریس داده‌های مودال تغییر نمی‌کند. در این گام همانند روش تخمین ماتریس جرم درایه سطر و ستون مربوط به مودهای اندازه‌گیری نشده برابر صفر قرار گرفته و عملیات ماتریسی به صورت کامل انجام می‌گیرد. در صورتی که تنها مود اول بر سازه حاکم باشد در این صورت ماتریس ضرایب $[C_k]$ به صورت اسکار در خواهد آمد در نتیجه می‌توان ماتریس سختی سازه را تنها با در نظر گرفتن مود و فرکانس اول سازه تخمین زد.

$$c_k = (\omega_x)^2 - (\omega_a)^2 - \{\Delta\phi\}^T_{1\times N}[K_a]_{N\times N}\{\phi_a\}_{N\times 1} - \{\phi_a\}^T_{1\times N}[K_a]_{N\times N}\{\Delta\phi\}_{N\times 1} \quad (۱۷)$$

با تعیین ضریب c_k ماتریس سختی سازه با استفاده از مود اول سازه به صورت زیر بدست خواهد آمد.

$$[K_x] = [K_a] + c_k[M_a] \quad (۱۸)$$

۳. حل مسئله عددی و بررسی آزمایشگاهی

در این گام ابتدا با حل یک مسئله عددی صحت رابطه‌های استخراج شده را اثبات کرده و در نهایت با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی بدست آمده بر روی یک قاب برشی سه طبقه، ماتریس‌های جرم و سختی سازه تخمین زده خواهند شد. همچنین برای ارزیابی پارامترهای دینامیکی تخمین‌زده شده، تفاوت فرکانس‌های طبیعی بین الگوی حاصل از آزمایش و مقادیر بدست آمده از ماتریس‌های جرم و سختی شناسایی شده، مورد مقایسه قرار می‌گیرند.

۳.۱ تخمین ماتریس‌های جرم و سختی در قاب برشی ۴ طبقه به روش عددی

برای ارزیابی صحت رابطه‌ها، یک قاب برشی ۴ طبقه را مورد بررسی قرار می‌دهیم. در ابتدا فرض می‌کنیم ماتریس‌های جرم و سختی واقعی این سازه موجود بوده و فرکانس‌های طبیعی و مودهای بدست آمده از آنها به عنوان داده‌های آزمایشگاهی در نظر گرفته می‌شوند. در این سازه جرم طبقه‌های اول تا سوم برابر ۲۰۰ تن و جرم طبقه بام برابر ۱۵۰ تن فرض می‌گردد. همچنین سختی طبقات به ترتیب از طبقه اول تا چهارم برابر ۳۵، ۳۰، ۲۵ و ۲۰ کیلونیوتن بر متر لحاظ می‌شوند. با حل مسئله مقدار ویژه ماتریس قطری فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای سازه به ترتیب در جداول (۱) و (۲) نشان داده شده‌اند.

جدول ۱. مقادیر واقعی شکل مودهای ارتعاشی قاب برشی ۴ طبقه

$[\phi_x]$	مود اول	مود دوم	مود سوم	مود چهارم
طبقه اول	0.0148	-0.0351	-0.0398	0.0443
طبقه دوم	0.0301	-0.0428	-0.0039	-0.0474
طبقه سوم	0.0435	-0.0034	0.0488	0.0266
طبقه چهارم	0.0514	0.0507	-0.0368	-0.0101

جدول ۲. مقادیر واقعی فرکانس طبیعی قاب برشی ۴ طبقه

$[\omega_x]$	مود اول	مود دوم	مود سوم	مود چهارم
فرکانس طبیعی سازه	4.5201	11.9227	17.6156	22.0327

اطلاعات اولیه سازه به عنوان یکی از بخش‌های رابطه‌سازی را با کمی تفاوت نسبت به داده‌های واقعی تعریف می‌کنیم. چنانچه جرم طبقات اول تا سوم برابر ۱۵۰ تن و طبقه بام برابر ۱۱۲/۵ تن در نظر گرفته شود و سختی طبقات در الگوی نظری نصف داده‌های واقعی فرض شده باشد بدین ترتیب ماتریس قطری فرکانس طبیعی سازه و شکل مودهای ارتعاشی در الگوی نظری محاسبه خواهند شد. با توجه به رابطه‌های (۸) و (۱۶)، ماتریس‌های جرم و سختی، با در نظر گرفتن تمام داده‌های مودال به صورت زیر ارائه می‌شوند.

جدول ۳. ماتریس جرم تخمین زده شده قاب برشی ۴ طبقه (Ton)

$[M_x]$	طبقه اول	طبقه دوم	طبقه سوم	طبقه چهارم
جرم طبقات	190.2523	190.1971	190.3793	142.6146

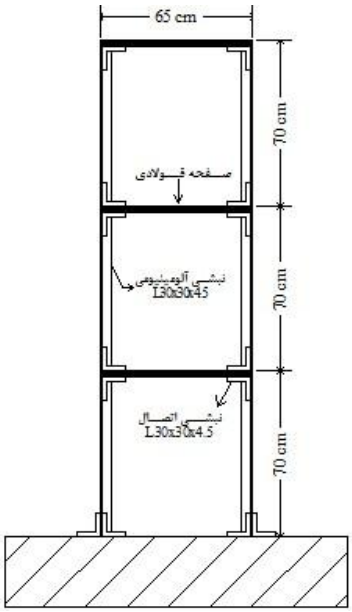
جدول ۴. ماتریس سختی تخمین زده شده قاب برشی ۴ طبقه (KN/m)

$[K_x]$	57.4821	-26.5357	0	0
	-26.5357	48.6417	-22.1274	0
	0	-22.1274	39.8092	-17.6843
	0	0	-17.6843	17.6741

مقدار جرم طبقات بدست آمده را می‌توان به طور تقریبی برابر با جرم طبقات در حالت واقعی در نظر گرفت. در واقع بین جرم بدست آمده از روش‌های محاسباتی و جرم واقعی سازه در حدود ۴/۸۱٪ خطا مشاهده می‌شود که قابل چشم پوشی بوده و می‌توان از صحت ماتریس جرم تخمین زده شده اطمینان حاصل نمود. چنانچه مقادیر سختی بدست آمده از رابطه‌های ارائه شده را با مقادیر واقعی آنها مورد مقایسه داده شود، اختلافی در حدود ۱۱٪ مشاهده می‌شود. در ارزیابی رفتار دینامیکی سازه توسط اختلاف میان فرکانس‌های طبیعی الگوی تجربی و تخمین زده شده، در حدود ۳/۵ ٪ اختلاف بین الگوها وجود دارد که در حقیقت نشان دهنده‌ی درستی رابطه‌های استخراج شده می‌باشد.

۳.۲ تخمین ماتریس‌های جرم و سختی در قاب برشی ۳ طبقه توسط داده‌های آزمایشگاهی مودال

در این بخش به تخمین ماتریس‌های جرم و سختی یک قاب برشی سه طبقه با استفاده از داده‌های مودال بدست آمده از آزمایش تجربی مودال می‌پردازیم. قاب مورد بررسی یک سازه برشی به ارتفاع ۲/۱ متر و به ترتیب دارای طول و عرض برابر ۶۵ سانتی‌متر می‌باشد. ستون‌های این قاب از نبشی‌های مساوی ۳۰ میلی‌متری و ضخامت ۴/۵ میلی‌متر (مقطع ستون L30x30x4.5) ساخته شده‌اند. سقف هر طبقه به صورت یک صفحه فولادی به ضخامت ۴ میلی‌متر و ابعاد ۶۵ در ۶۵ سانتی‌متر توسط پیچ‌هایی به ستون‌ها نبشی شکل متصل شده‌اند. شکل (۱) الگویی از سازه مورد آزمایش می‌باشد.



شکل ۱. الگوی قاب برشی ۳ طبقه آزمایشگاهی

با تحریک سازه مورد نظر و پردازش سیگنال[۱۲]، داده‌های آزمایشگاهی مودال شامل فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای ارتعاشی به صورت زیر ارائه می‌شوند.

جدول ۵. ماتریس شکل مودهای آزمایشگاهی قاب برشی ۳ طبقه

$[\phi_x]$	مود اول	مود دوم	مود سوم
طبقه اول	0.282	-0.6337	0.5082
طبقه دوم	0.5082	-0.282	-0.6337
طبقه سوم	0.6337	0.5082	0.282

جدول ۶. مقادیر آزمایشگاهی فرکانس طبیعی قاب برشی ۳ طبقه

$[\omega_x]$	مود اول	مود دوم	مود سوم
فرکانس طبیعی سازه	2.6858	7.5254	10.8745

در سقف این قاب برشی از صفحه فولادی استفاده شده است. با توجه به ابعاد موجود این صفحه و جرم مخصوص فولادی می‌توان برای هر طبقه، جرمی در حدود ۱/۳۵۲۳ کیلوگرم در نظر گرفت. همچنین به دلیل استفاده از نبشی‌های اتصال و ایجاد اتصال پیچی جهت متصل کردن ستون به صفحه فولادی، سختی نظری سازه به صورت جدول (۷) نشان داده می‌شود.

جدول ۷. ماتریس سختی نظری قاب برشی ۳ طبقه (N/cm)

$[K_a]$	149.2533	-74.6266	0
	-74.6266	149.2533	-74.6266
	0	-74.6266	74.6266

ماتریس‌های جرم و سختی واقعی سازه را ابتدا برای تمام مودهای سازه و سپس برای تنها مود اول سازه با توجه به رابطه‌های ارائه شده استخراج می‌نماییم. بر اساس داده‌های بدست آمده از الگوهای نظری و تجربی، ماتریس‌های جرم و سختی سازه توسط رابطه‌های (۸) و (۱۶) به صورت زیر تخمین زده می‌شوند.

جدول ۸. جرم واقعی قاب برشی ۳ طبقه با شکل کامل مودهای ارتعاشی (Kg)

$[M_x]$	طبقه اول	طبقه دوم	طبقه سوم
جرم طبقات	1.3525	1.3525	1.3525

جدول ۹. ماتریس سختی واقعی قاب برشی ۳ طبقه با شکل کامل مودهای ارتعاشی (N/cm)

$[K_x]$	98.5222	-49.2579	0
	-49.2579	98.5228	-49.2683
	0	-49.2683	49.2662

برای پی بردن به صحت پارامترهای تخمین‌زده شده، فرکانس‌های طبیعی بین الگوی آزمایشگاهی و الگوی تخمین زده شده را مورد ارزیابی قرار می‌دهیم. جدول (۱۰) بیان کننده فرکانس‌های طبیعی حاصل از ماتریس‌های جرم و سختی تخمین زده شده می‌باشد.

جدول ۱۰. مقادیر فرکانس طبیعی حاصل از پارامترهای تخمین‌زده شده

$[\omega_x]$	مود اول	مود دوم	مود سوم
فرکانس طبیعی سازه	2.6858	7.5258	10.8751

با مقایسه جداول (۶) و (۱۰) مشاهده می‌شود اختلاف بسیار ناچیزی بین فرکانس‌های طبیعی الگوی آزمایشگاهی و الگوی شناسایی شده وجود دارد که بیان‌کننده‌ی همگرایی مطلوب بین این الگوها می‌باشد. در نتیجه ماتریس‌های جرم و سختی استخراج شده توسط رابطه‌های (۸) و (۱۶) به درستی بیان کننده پارامترهای دینامیکی سازه هستند.

در صورت حاکم بودن مود اول سازه، جرم طبقات توسط رابطه (۱۰) برابر با ۱/۳۵۲۵ کیلوگرم محاسبه می‌شود. این مقدار نشان دهنده آن است که ماتریس جرم سازه را علاوه بر داشتن اطلاعات کامل پارامترهای مودال می‌توان با استفاده از تنها مود اول سازه نیز تعیین نمود. در واقع ماتریس جرم استخراج شده توسط رابطه‌های (۸) و (۱۰) مقادیری یکسان را نشان می‌دهند. به عبارت دیگر، در صورت ناکامل بودن داده‌های مودال مشکلی در خصوص تخمین ماتریس جرم وجود نداشته و می‌توان بر اساس مود اول سازه ماتریس جرم سازه را محاسبه کرد. از طرفی دیگر ماتریس سختی سازه در این حالت به دلیل عدم در نظر گرفتن تمام فرکانس‌های سازه و شکل مودهای ارتعاشی با خطا محاسبه شده است در نتیجه برای استخراج ماتریس سختی سازه می‌بایست به طور کلی از چند مود به خصوص اطلاعات کامل مودال بهره برد.

۴. نتیجه‌گیری

هدف از انجام این پژوهش شناسایی و تخمین پارامترهای دینامیکی سازه شامل ماتریس جرم و سختی سازه بوده است. برای این منظور از روش بروز رسانی الگوی سازه و مفهوم بهینه‌سازی تابع هدف بر اساس اختلاف ماتریس‌های جرم وسختی و بهره بردن از داده‌های آزمایشگاهی مودال، استفاده شده است. داشتن اطلاعات اولیه الگوی نظری شامل ماتریس‌های جرم و سختی به همراه فرکانس‌های طبیعی و مودهای ارتعاشی از بخش‌های اصلی رابطه‌سازی جهت تخمین پارامتر می‌باشند. داده‌های مودال آزمایشگاهی توسط آزمایش چکش ضربه‌ای بر روی قاب برشی ۳ طبقه بدست آمده‌اند. برای تخمین ماتریس‌های جرم و سختی ابتدا با حل مسئله عددی درستی رابطه‌سازی‌ها تایید شده و سپس از رابطه‌های موجود برای تخمین پارامترهای دینامیکی قاب برشی ۳ طبقه استفاده شده است. حل مسئله عددی به صورت فرضی بر روی یک قاب برشی ۴ طبقه انجام گرفت و نتایج حاصل از آن نشان داد که میان مقادیر استخراج شده و مقادیر واقعی اختلاف کمی وجود دارد. بعد از تعیین صحت رابطه‌های استخراج شده، ماتریس‌های جرم و سختی قاب برشی ۳ طبقه در دو حالت استفاده از اطلاعات کامل مودال و بهره بردن از تنها مود اول سازه، مورد محاسبه قرار گرفت. نتایج بدست آمده نشان دهنده اختلاف ناچیز بین فرکانس‌های طبیعی به عنوان ملاک بررسی رفتار دینامیکی سازه بوده است. ماتریس جرم در دو حالت دارای مقادیری یکسان بوده است در نتیجه می‌توان جرم سازه را تنها با استفاده از مود اول و رابطه بیان شده استخراج نمود. با تعیین ماتریس سختی سازه نیز در حالت استفاده از تمام مودهای ارتعاشی و رسیدن به فرکانس‌های طبیعی سازه شاهد آن بودیم که اختلاف بسیار ناچیزی در فرکانس‌های طبیعی به وجود آمده است. در نتیجه پارامترهای فیزیکی-دینامیکی به درستی تخمین زده شده‌اند.

مراجع

1. Imergun, Visser, *A review of model updating techniques.* Shock Vib Dig, 1991. **23**: p. 9-20.
2. Mottershead, Friswell, *Model Updating in structural dynamics: A survey.* Journal of sound and Vibration, 1993. **167**: p. 347-357.
3. Friswell, Mottershead, *Finite element model updating in structural dynamics*. 1995, Boston: Kluwer Academic Publishers.
4. Baruch, M., *Optimization procedure to correct stiffness and flexibility matrices using vibration tests.* AIAA Journal, 1978. **16**: p. 1208-10.
5. Berman, A., *Mass matrix correction using an incomplete set of measured modes.* AIAA Journal, 1979. **17**: p. 1147-8.
6. Berman, Nagy EJ., *Improvement of a large analytical model using test data.* AIAA Journal, 1983. **21**: p. 1168-73.
7. Kabe, A., *Stiffness adjustment using mode data.* AIAA Journal, 1985. **23**: p. 1431-6.
8. Caesar, Peter, *Direct update of dynamic mathematical models from modal test data.* AIAA Journal, 1987. **25**: p. 1494-9.
9. Guo, Hemingway, *An orthogonality sensitivity method for analytical dynamicmodel correction usingmodal test data.* Journal of Sound and Vibration, 1995. **187**: p. 771-80.
10. Yang, Chen, *A new direct method for updating structural models based on measured modal data.* Engineering Strucutres, 2009. **31**: p. 32-42.
11. Ewins, D.J., *Modal Testing: Theory and Practice and Application*. 2000: John Wiley & Sons, Inc. 562.
12. Avitabile, P., *Structural Dynamic Test and Experimental Modal Analysis_Tutorial Notes.* Modal Analysis and Control Laboratory, University of Massachusetts, Lowell, 2004.