دانشگاه تهران
انجمن مهندسی ساخت و تولید ایران
پردیس دانشکده‌های فنی

دوازدهمین کنفرانس مهندسی ساخت و تولید ایران
۶-۸ دی‌ماه ۱۳۹۰

تحلیل مرزهای مناطق پایه با استفاده از نقاط تکینگی

فتاح حنفی شیخها[۱]، علیرضا اکبرزاده توتونچی[۲]

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، hanafi.fattah@gmail.com
۲- دانشیار، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، ali_akbarzadeh_t@yahoo.com

چکیده

سیستم های کنترلی دقت بسیار زیادی در موقیت دهی ربات ها بدست می دهند. حل سینماتیک مستقیم بخش مهمی در این کنترلر هاست. اگرچه سینماتیک مستقیم ربات های موازی معمولا پیچیده و دارای چند جواب است. هنگامی که کنترل یا شبیه سازی دینامیکی مد نظر باشد فقط یکی از این جواب ها قابل قبول است. اگرچه روش های ریاضی مختلفی برای تعیین جواب های مختلف و انتخاب جواب صحیح وجود دارد ولی باز هم این راه دارای مشکلات زیادی است. در این مقاله نشان داده شده که فضای کاری ربات های موازی، که یک جواب سینماتیک معکوس دارند، می توانند با استفاده از نقاط تکینگی در ناحیه های مخصوصی، که مناطق پایه[۱] نامیده می شوند، دسته بندی شوند. در این مقاله دیدگاه جدیدی برای مناطق یگانه تعریف شده که ایده ربات های موازی non-cuspidal با چندین جواب سینماتیک مستقیم و معکوس را گسترش می دهد. سپس برای ربات های کاملا موازی non-cuspidal یک الگوریتم برای تعیین مناطق یگانه در فضای کاری ربات ارائه شده است. در ادامه این روش، که با استفاده از تئوری مناطق یگانه بدست آمده است، مشخص می کند که کدامیک از جواب های سینماتیک مستقیم مورد قبول است. در انتها روش ارائه در این مقاله بر روی ربات موازی 3-PRR اجرا شده است.

واژه‌های کلیدی: موازی – سینماتیک مستقیم و معکوس – مناطق یگانه – حل های چندگانه

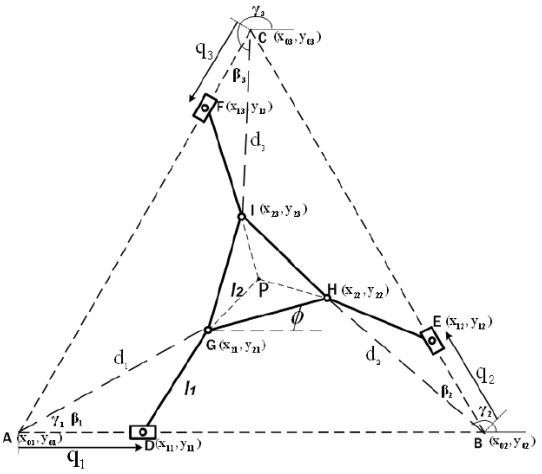
[1] Basic region

۱- مقدمه

با توجه به پیچیدگی هایی که در حل مسئله سینماتیک مستقیم و معکوس ربات های موازی وجود دارد، هر کدام از این مسائل دارای چندین جواب هستند. این تعدد جواب ها کار را بر روی شبیه سازی و کنترل ربات بسیار سخت می کنند. لذا بایستی بتوان جواب صحیح را از بین جواب های مختلف پیدا کرد. در این مقاله با استفاده از تئوری مناطق پایه و نقاط تکینگی می توان جواب صحیح را پیدا کرد.

۲- هندسه ربات 3PRR

در شروع بایستی با هندسه این ربات آشنا شده و متغیر هایی که برای تعریف هندسی این ربات مورد استفاده قرار گرفته را بشناسیم.



شکل ۱ - هندسه ربات

با توجه به شکل ۱ می توان معادلات سینماتیک مستقیم ومعکوس ربات را بدست آورد.[4]

۳- سینمایتک

۳-۱- سینماتیک معکوس

در حل سینماتیک معکوس ورودی مسئله مقادیر xp,yp,φp و خروجی مسئله مقادیر q1,q2,q3 می باشند. فرمول های بدست آمده برای این مرحله بدین صورت می باشند:[4]

$$l_1^2 = d_i^2 + q_i^2 - 2 d_i q_i \cos\beta_i$$

$$d_i = \sqrt{(x_{2i} - x_{2i})^2 + (y_{2i} - y_{0i})^2}$$

$$\gamma_i = a\tan 2(y_{2i} - y_{0i}, x_{2i} - x_{0i})$$

$$\beta_i = \gamma_i - 2(i-1)\frac{\pi}{3}$$

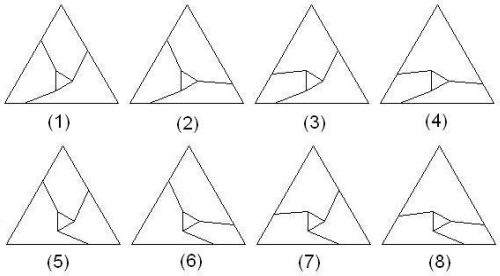
$$m_1 = d_i Cos\,\beta_i$$

$$m_2 = d_i^2 - l_1^2$$

$$q_i^2 - 2m_1 q_i + m_2 = 0$$

$$q_i = m_1 \pm \sqrt{m_1^2 - m_2} \qquad i = 1,2,3$$

از آنجایی که برای هر کدام از مقادیر q دو مقدار بدست می آید پس سینماتیک معکوس این ربات دارای ۸ جواب خواهد بود که در شکل ۲ نمایش داده شده است.



شکل ۲- تمامی ۸ چیدمان ممکن برای جواب سینماتیک معکوس

۳-۲- سینماتیک مستقیم

در سینماتیک مستقیم ورودی مسئله مقادیرq1,q2,q3 و خروجی مسئله مقادیر xp,yp,φp می باشند. با توجه به پیچیدگی که معمولا در مسئله سینماتیک مستقیم ربات های موازی وجود دارد پس از تحلیل های هندسی به معادله ای درجه ۸ از متغیر z میرسیم که با حل آن ۸ مقدار برای z بدست می آید و به ازای هر کدام از z ها دو مقدار برای α2 بدست می آید. در نتیجه سینماتیک مستقیم این ربات دارای ۱۶ جواب است که البته تعدادی از این جواب ها موهومی بوده و بسرعت از لیست جواب های قابل قبول کنار می روند. در ادامه از بین جواب های باقی مانده با استفاده از روش حذفی بزوت سایر جواب های غیرقابل قبول را نیز حذف می کنیم.[4]

۴- فضای کاری ربات

در ادامه برای نقطه نهایی عملگر ربات (نقطه P) محدوده کاری را مشخص می کنیم که این محدوده بایستی بزرگتر از فضای کاری ربات باشد. لذا شرایط زیر برای فضای کاری ربات در نظر گرفته می شود.

$$x = (-1,1)$$
$$y = \left(0, \sin\left(\frac{pi}{3}\right)\right)$$
$$phi = 0$$

با توجه به اینکه این ربات دارای ۳ درجه آزادی است برای درجه آزادی phi مقدار ثابت صفر را در نظر گرفته ایم که برای سایر مقادیر این فرآیند بایستی تکرار شود.[2]

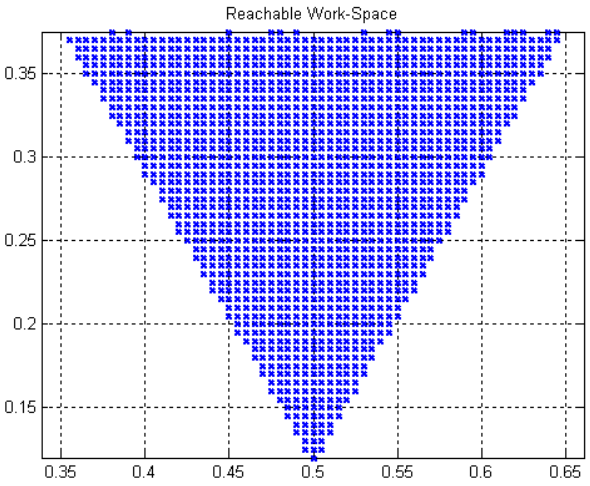
در ادامه فضای کاری که در بالا معرفی شد را با فواصل مشخص و کوچک به صورت نقطه نقطه جداسازی کرده و هر یک از این نقاط را در معادلات سینماتیک معکوس ربات قرار می دهیم. می بینیم که برای هر نقطه، ۸ جواب سینماتیک معکوس داریم. از بین جواب های بدست آمده برای ۳ مفصل فعال، مقادیری که به صورت موهومی یا خارج از

محدوده عملکرد ربات باشند را حذف می کنیم. و اگر برای نقطه ای بیش از یک جواب صحیح باقی ماند، جواب اول را در نظر گرفته و از بقیه جواب ها صرفنظر می کنیم.

شرایط زیر برای مورد قبول واقع شدن مقادیر مفصل های فعال در نظر گرفته شده است:

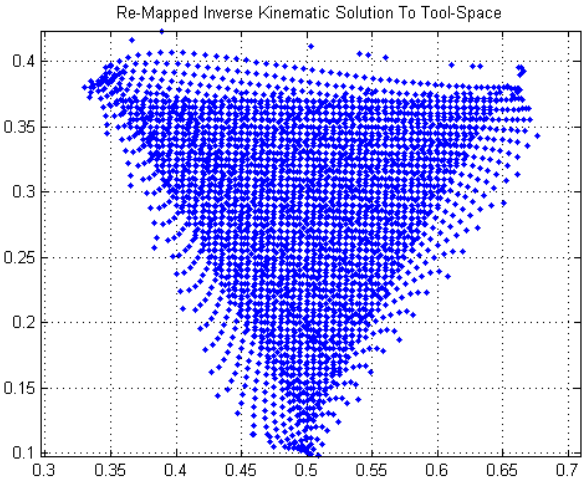
$$Imag(p_i) = 0 \qquad i = 1,2,3$$
$$0 < p_i < 1$$

اگر نقاطی را که دارای جواب قابل قبول در مسئله سینماتیک معکوس هستند را رسم کنیم به شکل ۳ می رسیم.



شکل ۳- نمایش فضای کاری ربات

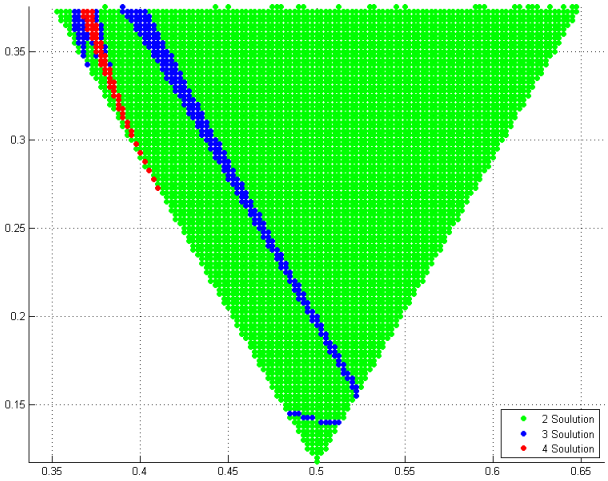
در ادامه هر یک از ورودی های بدست آمده برای مفاصل فعال را دوباره در مسئله سینماتیک مستقیم قرار داده و می بینیم که هر ورودی ۱۶ جواب متفاوت می دهد. در نتیجه مسئله سینماتیک مستقیم این ربات دارای ۱۶ جواب است. البته حداقل ۱۲ جواب از این جواب ها موهومی بوده و مفهوم فیزیکی ندارند لذا از لیست جواب های قابل قبول برای مسئله سینماتیک مستقیم حذف می شوند.



شکل ۴ – نمایش جواب های سینماتیک مستقیم

همانطور که در شکل ۴ می بینید تعدادی نقاط وجود دارند که در شکل ۳ وجود ندارند. لذا این مساله نشان می دهد که ورودی هایی برای مفصل های فعال وجود دارد که دارای بیش از یک جواب سینماتیک مستقیم قابل قبول هستند. همین مساله باعث ایجاد مشکل در شبیه سازی و کنترل ربات می شود.

در شکل ۵ فضای کاری ربات را بر اساس تعداد جواب های قابل قبول از مسئله سینماتیک معکوس نمایش می دهیم.



شکل ۵ – نمایش تعداد جواب های قابل قبول از مسئله سینماتیک مستقیم برای هر نقطه از فضای کاری ربات

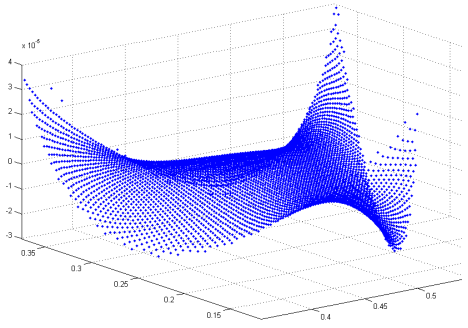
همانطور که در شکل ۵ می بینید در فضای کاری ربات نقاطی وجود دارند که بین ۲ تا ۴ جواب قابل قبول برای مسئله سینماتیک مستقیم آنها وجود دارد.

۴- نقاط تکینگی

در مباحث رباتیک سه نوع تکینگی وجود دارد که در ادامه به بررسی هر سه نوع تکینگی برای این ربات می پردازیم.

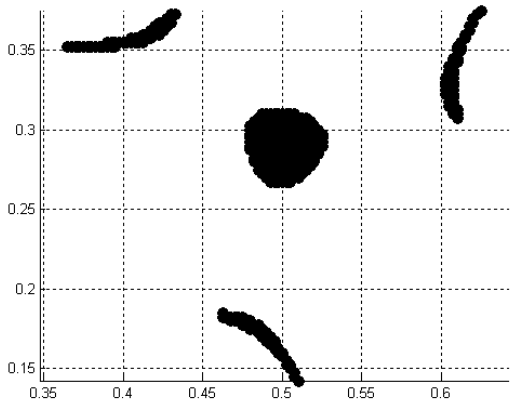
۴-۱- تکینگی نوع اول

این نوع از تکینگی هنگامی رخ می دهد که دترمینان ماتریس J ربات صفر شود. در شکل ۶ مقدار دترمینان ماتریس J را برای هر یک از نقاط فضای کاری ربات رسم شده است.



شکل ۶ – نمایش مقادیر دترمینان ماتریس J

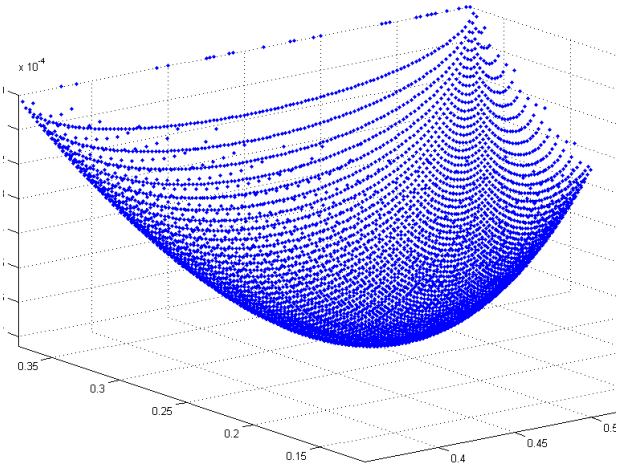
در شکل ۷ نقاطی را که دترمینان ماتریس J برابر صفر می شود نشان داده شده است. همانطور که از شکل مشخص است این نوع تکینگی تقریبا در وسط وگوشه های فضای کاری ربات رخ می دهد.



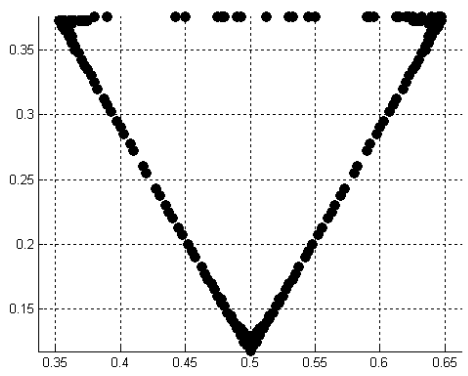
شکل ۷ – تکینگی نوع اول

۴-۲- تکینگی نوع دوم

این نوع تکینگی هنگامی رخ می دهد که دترمینان ماتریس K برابر صفر شود. برای این ربات، تکینگی نوع دوم در خارج از فضای کاری ربات بوجود می آید.



شکل ۸ – نمایش مقادیر دترمینان ماتریس K



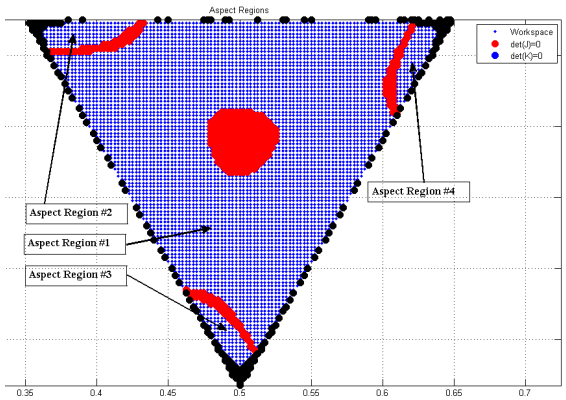
شکل ۹ – تکینگی نوع دوم

۴-۳- تکینگی نوع سوم

تکینگی نوع سوم حاصل از وقوع همزمان تکینگی نوع اول ودوم است. که با توجه به تکینگی نوع دوم که در خارج از فضای کاری ربات رخ می دهد لذا تکینگی نوع سوم نیز در خارج از فضای کاری ربات خواهد بود. در نتیجه مشکلی برای ربات ایجاد نخواهد کرد.

۵- مناطق aspect[1]

اگر نواحی تکینگی را بر روی فضای کاری ربات رسم کنیم. فضای کاری ربات را به نواحی مختلفی تقسیم خواهد کرد که مناطق aspect نام دارند.



شکل ۱۰- مناطق aspect

به اشتباه تصور می شود که ربات تنها در حالتی می تواند چیدمان[2] خود را عوض نماید که از نقاط تکینگی عبور کند. یا به عبارت دیگر از یک منطقه aspect به منطقه aspect دیگری برود. این تصور اشتباهی است زیرا مشخص شده که ربات می تواند بدون عبور از مرز های تکینگی و با حرکت داخل یک منطقه aspect، چیدمان خود را عوض نماید. برای بررسی این مورد باید مبحثی به نام مناطق پایه را مورد بررسی قرار دهیم.

۶- مناطق پایه

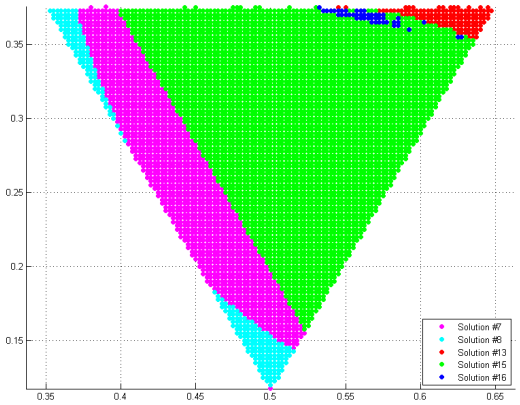
در تئوری مناطق پایه بررسی می کنیم که چه هنگام ربات شاخه جواب های خود در سینماتیک مستقیم را عوض می نماید. این تئوری برای ربات های با یک جواب سینماتیک معکوس موجود است لذا در ربات 3-PRR که دارای هشت جواب سینماتیک معکوس است فقط یکی از این جواب ها را در نظر گرفته و از بقیه صرف نظر می نماییم.[3][1]

با نمایش فضای کاری ربات و مشخص کردن شماره جواب

[1] Aspect Regions

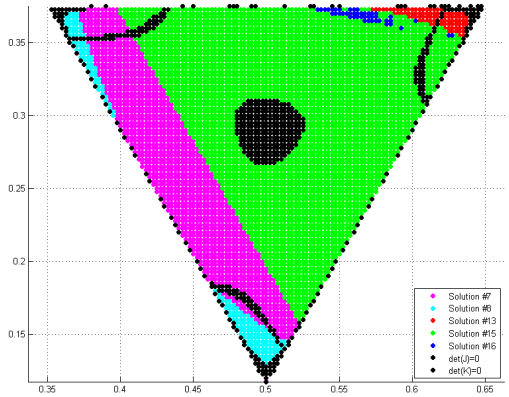
[2] Assembly Mode

سینماتیک مستقیم می توان مناطق پایه را برای ربات رسم کرد.



شکل ۱۱ – مناطق پایه

اگر بر روی شکل ۱۱ مناطق تکینگی را نیز رسم کنیم به شکل ۱۲ خواهیم رسید.



شکل ۱۲ – مناطق پایه و مرزهای تکینگی

همانطور که مشاهده می شود ودر ابتدا نیز گفته شد ربات می تواند چیدمان خود را بدون گذر از مرز های تکینگی تغییر دهد.

۷- نتیجه گیری

همانطور که گفته شد هر ربات موازی دارای چندین جواب سینماتیک معکوس و مستقیم است که این تعدد جواب ها باعث ایجاد مشکلاتی در زمینه شبیه سازی و کنترل ربات می شود. لذا می بایست جواب صحیح را از بین جواب های موجود مشخص کرد. باور بر این بوده است که ربات تنها در حالتی می تواند شاخه جواب سینماتیک مستقیم خود را عوض کند که از مرز های مناطق تکینگی عبور کند. در حالیکه در این مقاله نشان داده شد که ربات حتی بدون عبور از مناطق تکینگی می تواند شاخه جواب خود را عوض کند. لذا به بررسی مفهوم مناطق پایه پرداختیم که با توجه به تئوری مناطق پایه می توان گفت که مناق پایه مناطقی هستند که ربات درون آنها از یک نوع چیدمان استفاده می کند. لذا فقط هنگامی چیدمان ربات عوض می شود که از مناطق پایه عبور کند. لذا برای تعیین جواب صحیح سینماتیک مستقیم ربات می توان با توجه به محاسباتی که از قبل برای مناطق پایه ربات صورت گرفته، تشخیص داد که در حال حاظر ربات در کدام یک از مناطق پایه خود است وجواب صحیح سینماتیک مستقیم را از روی چیدمان آن منطقه پایه بدست آورد.

مراجع

[1] Kaveh Kamali , Alireza Akbarzadeh, “A Novel Method for Direct Kinematics Solution of Fully Parallel Manipulators Using Basic Regions Theory”, *Proc. IMechE Vol. 225 Part I: J. Systems and Control Engineering*

[2] Kaveh Kamali , Alireza Akbarzadeh, “Applications of Workspace Categorization for Parallel Manipulators In Identification of Desired Direct Kinematic Solution”, *ISME* 2009

[3] Wenger P., Chabalat D., “Uniqueness Domains in the Workspace of Parallel Manipulators”, *Nantes (France)*, Syroco’ 97 1-6

[4] حمیدرضا کردجزی، "دینامیک مستقیم و معکوس ربات موازی صفحه ای 3-PRR با استفاده از روش NOC"، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه فردوسی مشهد، ۱۳۸۸