بررسی مدل تابع شکل در بدست آوردن ثابت جفت‌شدگی

صالح مقدم، ریحانه[۱]؛ زمردیان، محمد ابراهیم[۱]

[۱] دانشکده فیزیک دانشگاه فردوسی مشهد، میدان آزادی ، مشهد

چکیده

در این مقاله به محاسبه‌ی ثابت جفت‌شدگی در نواحی اختلالی و غیراختلالی QCD می‌پردازیم. این محاسبات را با استفاده از مدل تابع شکل تا مرتبه‌ی NLO انجام می‌دهیم. برای بررسی این مدل، از نمودارهای متغیر شکل رویداد $< 1-T >, < \rho >, < B_W >$ و $< B_T >$ تا مرتبه‌ی پنجم استفاده می‌کنیم. سپس با برازش این نمودارها و همچنین با استفاده از روابط مدل تابع شکل، مقدار ثابت جفت‌شدگی را بدست می‌آوریم. مقدار ثابت جفت شدگی در ناحیه‌ی اختلالی برابر است با : $\alpha_s(M_{Z^0}) = ۰.۱۲۷۸ \pm ۰.۰۰۲۰$ *. این مقدار با نظریه QCD سازگار است.*

Shape function Model for coupling constant parameters

Saleh Moghaddam, Reihaneh[1]; Zomorrodian, Mohammad Ebrahim[1]

[1] *Department of Physics, Ferdowsi University of Mashhad, 91775-1436, Mashhad, Iran*

Abstract

We study shape function model in e^+e^-scattering within the context of next to leading order (NLO) perturbative QCD prediction. We achieve this model, with using of the event shape variables and analyze them up to the fifth order. By fitting the data with shape function model we find the average coupling constants in perturbative theory: $\alpha_s(M_{Z^0}) = 0.1278 \pm 0.002$. This value is consistent with the QCD theory.

PACS No. 13.66.Bc; 12.38.Bx

مقدمه

در بررسی نابودی الکترون-پوزیترون برای بدست آوردن ثابت جفت‌شدگی روش‌های گوناگونی وجود دارند، که از آن جمله می‌توان به مدل پراکندگی[۱]، مدل تابع شکل[۲] و همچنین به تقریب SDG[۳] اشاره کرد[۱]. در این مقاله مدل تابع شکل [۲] را مورد بررسی قرار می‌دهیم. در مرجع [۱] اشاره شده است که بنا بر مدل *QCD*، نظریه‌ی اختلالی NLO مستقل از متغیرهای شکل رویداد و همچنین مستقل از انرژی مرکز جرم است.

این مدل نسبت به مدل پراکندگی [۱] از عمومیّت بیشتری برخوردار است. هر دو مدل بر پایه‌ی میانگین‌گیری بر روی متغیرهای شکل رویداد بنا شده‌اند. یعنی برای به‌دست آوردن فراوانی متغیرها، حاصل جمع میانگین متغیر شکل رویداد را در دو ناحیه اختلالی و غیراختلالی درنظر می‌گیریم. ابتدا در این مقاله به اختصار متغیرهای شکل رویداد را به تفکیک تعریف می‌کنیم [٤]. این متغیرها، حالت‌های فیزیکی ذرّات تولید شده در نابودی الکترون- پوزیترون را توصیف می‌کنند. از جمله آنها می‌توان تراست، جرم جت سنگین و پهنای جت را نام برد.

---

[۱] Dispersive model

[۲] Shape Function

[۳] single dressed gluon approximation

الف) تراست: محور تراست، محوری در امتداد بیشینه‌ی مؤلفه‌ی طولی اندازه حرکت ذرّات است .متغیر تراست، تعریف می‌شود:

$$T = max\left(\frac{\sum_i|\vec{p_i}.\vec{n}|}{\sum_i|\vec{p_i}|}\right) \quad (۱)$$

برای رویدادهای دو جتی، مقدار این کمیّت به یک نزدیک می‌شود. از طرف دیگر با افزایش تعداد جت‌ها مقدار تراست از یک، فاصله قابل ملاحظه‌ای می‌گیرد به گونه‌ای که مقدار آن به طور میانگین به سمت ۰/۵ میل می‌کند[۳].

ب) جرم جت سنگین: اگر با استفاده از صفحه‌ای عمود بر محور تراست، هر رویداد را به دو نیمکره تقسیم کنیم، سپس با استفاده از چار تکانه، جرم ناوردای ذرّات در هر نیمکره را بدست می‌آوریم. بدین ترتیب، جرم نیمکره سنگین‌تر تقسیم بر مجذور انرژی مرکز جرم، مقدار بهنجارشده‌ی جرم جت سنگین را به دست می‌دهد.

$$M_H^2 = \max(M_1^2, M_2^2), \quad \rho = {M_H^2}/{E_{cm}^2} \quad (۲)$$

ج) پهنای جت: در تعریف دو متغیر دیگر شکل رویداد، یعنی پهن شدگی کل (B_T) و پهن شدگی بیشینه (B_W)، پارامتر B_k را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$B_k = \left(\frac{\sum_{i\in H_k}|\vec{p_i}\times\vec{n_T}|}{2\sum_i|\vec{p_i}|}\right) \quad (۳)$$

بدین ترتیب:

$$B_T = B_1 + B_2 \quad (٤)$$

$$B_W = max(B_1, B_2) \quad (٥)$$

اکنون برای انجام برازش برروی داده‌ها(AMY و Monte Carlo)، توصیفی از مدل تابع شکل را ارائه می‌دهیم.

مدل تابع شکل

توزیع دیفرانسیلی فراوانی این مدل که شامل بیشینه نیز می‌باشد، عبارتست از:

$${1}/{\sigma}\,{d\sigma}/{dy} = \int_0^{Q_y} d\varepsilon\ f_y(\varepsilon)\frac{d\sigma_{NLO}}{dy}(y-\varepsilon/Q) \quad (٦)$$

در این معادله $f_y(\varepsilon)$ یک تابع غیراختلالی است و به پارامتر ε بستگی دارد. این تابع به صورت $f\ (\varepsilon_L, \varepsilon_R)$ بیان می‌شود و مقدار آن به تعداد ذرّات در هر یک از دو نیمکره رویداد نیز وابسته است.

مقدار میانگین متغیرهای شکل رویداد را در ناحیه‌ی اختلالی به صورت :

$$< y >_{PT} = \int dy\, y\, \frac{d\sigma_{PT}}{dy} \quad (۷)$$

تعریف می‌کنیم، و برای ناحیه‌ی غیراختلالی نیز تصحیحات توانی را در مقیاس λ_p (P مرتبه تصحیح است) در نظر می‌گیریم. در این صورت برای میانگین متغیر شکل رویداد خواهیم داشت:

$$\langle y\rangle = \frac{1}{\sigma_{tot}}\int y\frac{dy}{d\sigma}d\sigma =< y >_{PT} + {\lambda_p}/{Q^P} \quad (۸)$$

در این معادله:

$$< y >_{PT} = \bar{A}\left(\frac{\alpha_s(\mu)}{2\pi}\right) + \left(\bar{B} + \bar{A}\beta_0\log\left(\frac{\mu^2}{{E_{cm}}^2}\right)\right)\left(\frac{\alpha_s(\mu)}{2\pi}\right)^2 \quad (۹)$$

$$\bar{A} = A, \qquad \bar{B} = B - \left(\frac{3}{2}\right)C_F\,A \quad (۱۰)$$

$$\beta_0 = (33-2N)/12\pi, \quad Q/2 \le \mu \le 2Q \quad (۱۱)$$

$$C_A = 3\,, \quad C_F = {(N^2-1)}/{2N} = {4}/{3} \quad (۱۲)$$

با اعمال تصحیحات توانی و با استفاده از بسط جملات غیراختلالی می‌توان جملات متوالی بعدی را به دست آورد[۲]:

$$\langle y^n\rangle = \int_0^\infty d\varepsilon\, y^n\, f(y;\mu), \quad (۱۳)$$

$$< y >= \lambda_1\,, \ < y >^2 - \langle y^2\rangle = \lambda_2\ , \ \ldots \quad (۱٤)$$

اوّلین مؤلفه‌ی غیراختلالی عبارتست از :

$$\lambda_1 = \int d\varepsilon_R \int d\varepsilon_L(\varepsilon_R+\varepsilon_L)\, f\,(\varepsilon_L,\varepsilon_R) \equiv < \varepsilon_R+\varepsilon_L > \quad (۱٥)$$

و دومین مؤلفه‌ی آن برابر است با:

$$\lambda_2 =< (\varepsilon_R+\varepsilon_L)^2 > \quad (۱٦)$$

بدین ترتیب برای مرتبه‌ی اوّل و دوم متغیر تراست خواهیم داشت:

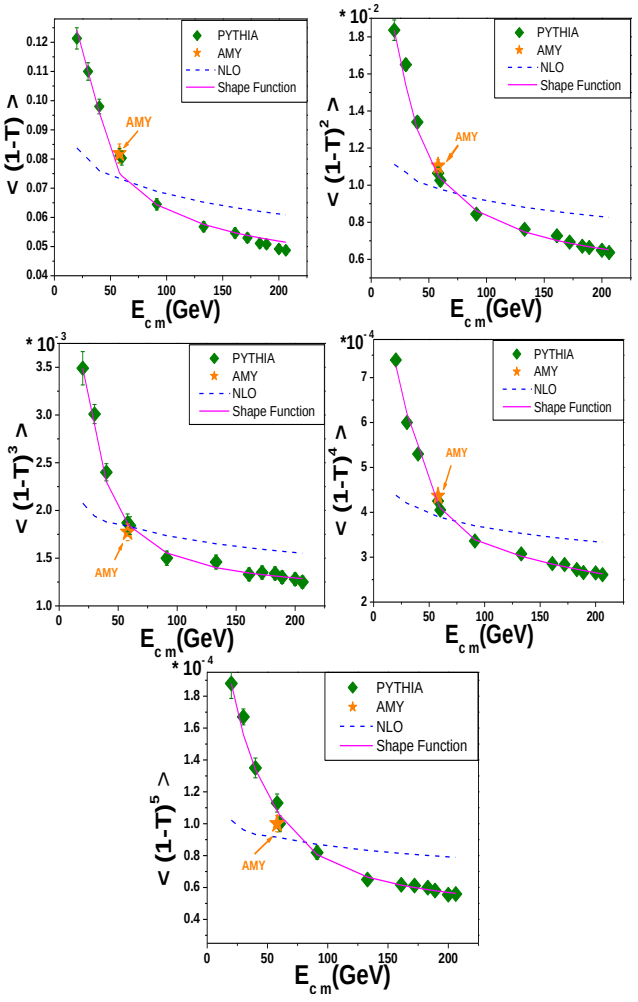
$$\langle(1-T)^1\rangle =< (1-T)^1 >_{PT} + {\lambda_1}/{Q} \quad ۱۷)$$

$$\langle(1-T)^2\rangle =< (1-T)^2 >_{PT} + 2\frac{\lambda_1}{Q} < (1-T)^1 >_{PT} + {\lambda_2}/{Q^2} \quad (۱۸)$$

با روشی مشابه می‌توان به بسط بقیّه‌ی متغیرهای شکل رویداد نیز دست یافت. سپس با برازش این مدل بر روی داده‌ها، مقدار پارامتر جفت‌شدگی اختلالی $\alpha_s(M_{Z^0})$ و پارامتر غیراختلالی λ_1 را بدست می‌آوریم.

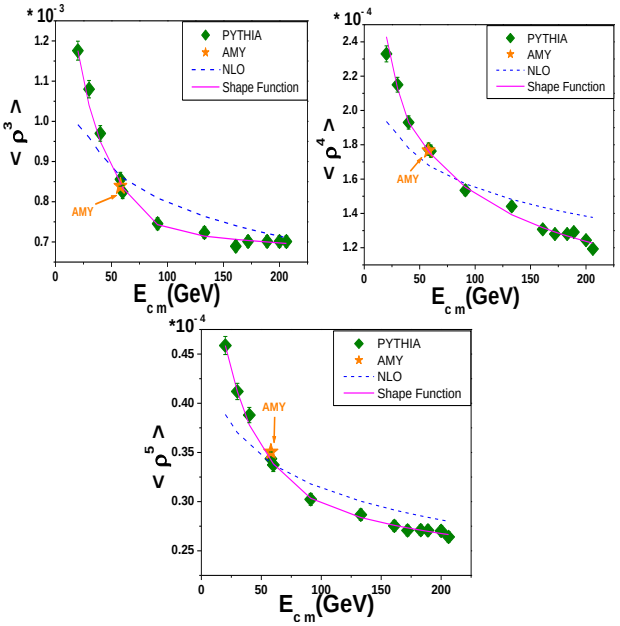
نتایج فیزیکی

برای بدست آوردن مقدار ثابت جفت‌شدگی اختلالی $\alpha_s(M_{Z^0})$ و پارامترهای غیراختلالی، ابتدا نمودارهای مربوط به متغیرهای شکل رویداد را تا تصحیحات توانی مرتبه‌ی پنجم رسم می‌کنیم. شکل ۱ نمودار $\langle 1-T \rangle$ را نشان می‌دهد. همانگونه که از تمامی نمودارها پیداست با افزایش انرژی، مقدار این کمیّت کاهش می‌یابد. هرگاه این توزیع‌ها را با مدل تابع شکل (خطوط تیره پر رنگ) برازش دهیم، مشاهده می‌کنیم که مدل تابع شکل، نسبت به مدل NLO هماهنگی بیشتری را با داده‌ها از خود نشان می‌دهد. این بدان دلیل است که بر خلاف مدل NLO، مدل تابع شکل، تصحیحات توانی را نیز شامل می‌شود.



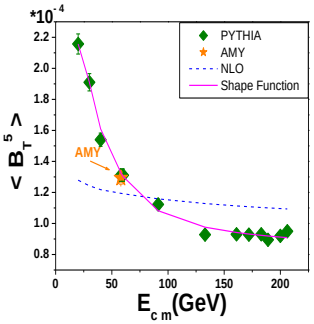
شکل ۱ : نمودارهای توزیع محور تراست تا مرتبه‌ی پنجم بر حسب انرژی

هرگاه نمودارهای مشابهی را برای متغیر شکل رویداد $\langle \rho^n \rangle$ رسم کنیم(شکل ۲)، بار دیگر مشاهده می‌کنیم که با افزایش مرتبه‌ی تصحیحات توانی، سازگاری بین داده‌ها و مدل‌ها، خصوصا با مدل تابع شکل، بیشتر می‌شود.

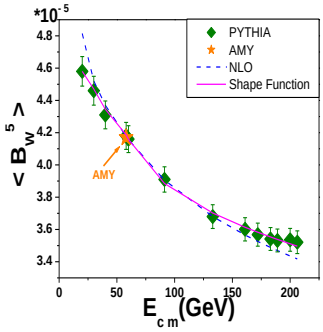


شکل ۲ : نمودارهای توزیع جرم جت سنگین بهنجارشده بر حسب انرژی

همین نتیجه برای دو متغیر دیگر شکل رویداد، یعنی B_T و B_W نیز برقرار است (شکل‌های۳ و ٤).



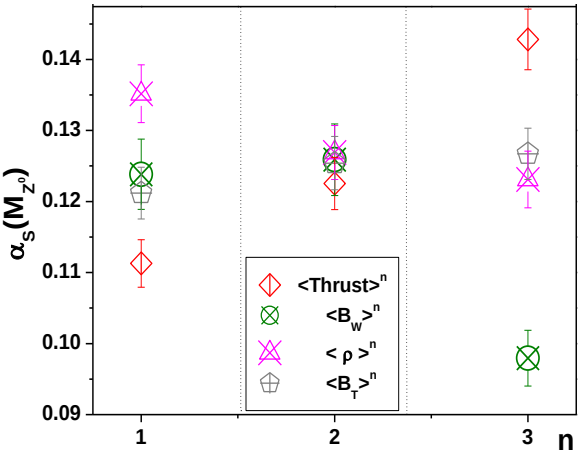
شکل ۳ : نمودار مرتبه پنجم توزیع پهنای جت کل بر حسب انرژی مرکز جرم



شکل ٤ : نمودار مرتبه پنجم توزیع پهنای جت بیشینه بر حسب انرژی مرکز جرم

اکنون با استفاده از نمودارهای فوق و فرمول‌های مربوطه، به محاسبه ثابت پیوندی در ناحیه اختلالی می‌پردازیم.

در شکل ۵ ثابت‌پیوندی برحسب مرتبه‌تصحیحات توانی آمده است.



شکل ۵ : ثابت جفت‌شدگی بر حسب مرتبه‌های تصحیحات توانی.

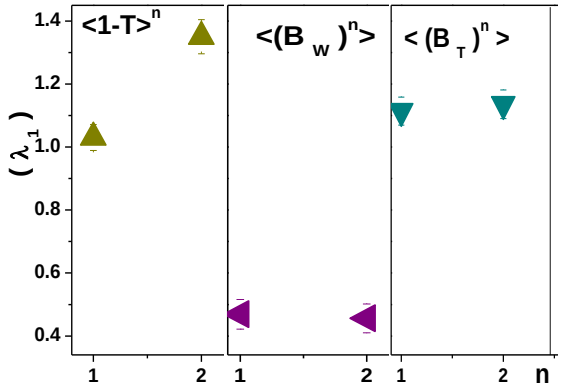
جدول۱ مقادیر میانگین‌گیری شده تمام مرتبه‌ها را نشان می‌دهد.

جدول۱ : میانگین ثابت پیوندی برای چهار متغیر شکل رویداد

متغیر شکل رویداد	$\alpha_s(M_{Z^0})$
1-T	۰.۱۱۱۲ ± ۰.۰۰۳
B_W	۰.۱۲۳۸ ± ۰.۰۰۲۲
ρ	۰.۱۳۵۲ ± ۰.۰۰۲۱
B_T	۰.۱٤۱۲ ± ۰.۰۰۰۸۲

مشاهده می‌شود که ثابت پیوندی در ناحیه‌ی اختلالی از مرتبه‌ی ۰/۱ است که با مقادیر به‌دست آمده در مدل QCD مطابقت دارد.

اکنون به محاسبه پارامتر مورد نظر در ناحیه غیراختلالی می‌پردازیم. برای این منظور از بخش غیراختلالی مدل شکل تابع استفاده کرده، با نمودارهای بالا برازش می‌دهیم. شکل٦ مقادیر λ_1 را برحسب مرتبه‌ی تصحیحات توانی در این ناحیه نشان می‌دهد.



شکل٦ : پارامتر غیراختلالی λ_1 بر حسب مرتبه‌های تصحیحات توانی

در جدول۲ نیز مقادیر میانگین‌گیری شده بر روی مرتبه‌های توانی آمده است.

جدول۲ : میانگین پارامتر λ_1 برای چهار متغیر شکل رویداد

متغیرها	$\lambda_1(GeV)$
$(1-T)^1$	۱.۰۳۰٤ ± ۰.۰۹۲
(ρ)	۰.۷۱۰۵٤ ± ۰.۲٦۵
(B_W)	۰.٤٦۹۱ ± ۰.۱٦٦
$(B_T)^1$	۱.۱۱٤ ± ۰.۰۳۷

هرگاه بر روی تمامی متغیرها میانگین‌گیری را انجام دهیم، مقادیری که به دست می‌آیند عبارتند از:

$$\alpha_s(M_{Z^0}) = ۰.۱۲۷۸ \pm ۰.۰۰۲۰$$
$$\lambda_1(GeV) = ۰.۸۶۰۶۱ \pm ۰.۰۴۳۱$$

و مقادیری که از مدل QCD [۱] به دست آمده‌اند، عبارتند از:

$$\alpha_s(M_{Z^0}) = ۰.۱۲۴۸۵ \pm ۰.۰۰۲۳, \lambda_1 = ۰.۷۴ \pm ۰.۰۴ GeV$$

مشاهده می‌کنیم که نتایج به دست آمده با یکدیگر سازگارند.

نتیجه گیری

در این مقاله مدل تابع شکل را برای نابودی الکترون-پوزیترون مورد بررسی قرار می‌دهیم. در این بررسی‌ها از داده‌های مونت کارلو در انرژی‌های مختلف و همچنین از داده‌های واقعی AMY استفاده شده است. برای این منظور متغیرهای شکل رویداد $(1-T, \rho, B_W$ و $B_T)$ را به کار می‌بریم. با برازش این نمودارها در ناحیه اختلالی ثابت پیوندی به‌دست می‌آید. همچنین بابرازش روی نمودارها در ناحیه غیراختلالی پارامتر λ_1 محاسبه می‌شود. مقادیر میانگین‌گیری شده از تمامی متغیرها نتایج زیر را به دست می‌دهد:

$$\alpha_s(M_{Z^0}) = ۰.۱۲۷۸ \pm ۰.۰۰۲۰$$
$$\lambda_1(GeV) = ۰.۸۶۰۶۱ \pm ۰.۰۴۳۱$$

که این نتایج با مقادیر حاصل از نظریه QCD سازگار است.

مرجع‌ها

[۱] C. Pahl, S. Bethke, O. Biebel, S. Kluth, J. Schieck, *Eur. Phys. J.C* **64**: 533-547 (2009), *Arxiv: hep-ex/0904 0786* (2009)
[۲] G. P. Korchemsky, arxiv:hep-ph/9806537v1T, (1998)
[۳] R. saleh Moghaddam and M. E. Zomorrodian, *Indian journal of physics*. **87**, 7 687-690 (2013)
[۴] P. A. Movilla Fernandez, O. Biebel, S. Bethke, S. Kluth, *arXiv: hep-ex/9708034 v2*, (1997).