استخراج توابع توزیع قطبیده پارتونی در تقریب NLO بااستفاده از تبدیلات لاپلاس

تقوی شهری، فاطمه[۱،۲] ؛آتشبارتهرانی ، شاهین[۱،۳] ؛ میرجلیلی، ابولفضل[۴] ؛ یزدان پناه، محمد مهدی[۵]

[۱] پژوهشکده ذرات و شتابگرها، پژوهشگاه دانشهای بنیادی ، تهران
[۲] گروه فیزیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد
[۳] دانشگاه آزاد اسلامی ، واحد یزد،گروه فیزیک ، یزد ، ایران
[۴] دانشکده فیزیک دانشگاه یزد ، ، یزد
[۵] دانشکده فیزیک ، دانشگاه شهید باهنر کرمان،کرمان

چکیده

*حل تحلیلی معادلات تحولی DGLAP بمنظور دستیابی به توابع توزیع قطبیده پارتونی در تقریب NLO با استفاده از تبدیلات لاپلاس انجام شده است. در این میان نیاز به شکل تبدیل یافته توابع شکافت پارتونی در فضای لاپلاس و در تقریب مربوط می باشد. گسترش محاسبات به مرتبه **NLO نیازمند به استفاده از روابط بازگشتی بر حسب پارامترهای بسط** می باشد. با توجه به دقت مورد نظر، می توان عمل تکرار در محاسبات بازگشتی را در مرتبه خاصی متوقف نمود. با دستیابی به پارتون های قطبیده ، سهم هرکدام از پارتونها درایجاد اسپین پروتون قابل محاسبه است. بدنبال آن محا سبه تابع ساختار قطبیده پروتونی بر حسب توابع قطبیده پارتونی امکان پذیر خواهد بود. نتایج بدست آمده با داده های آزمایشگاهی موجود و همچنین مدل های پدیده شناسی سازگاری خوبی دارد.*

Extracting the polarized parton distribution functions at NLO approximation ,using the laplace transforms

F.Taghavi-Shahri [1,2]; S. Atashbar Tehrani [1,3]; A.Mirjalili [4]; M. M. Yazdanpanah [5]

[1] School of Particles and Accelerators, Institute for Research in Fundamental Sciences (IPM),Tehran,Iran
[2] Department of Physics, Ferdowsi University of Mashhad,, Mashhad, Iran
[3] Department of Physics, Azad University, Yazd Branch, Iran
[4] Physics Department, Yazd University, Yazd, Iran
[5] Faculty of Physics, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman,Iran

Abstract

We analytically solve the DGLAP evolution equations at the NLO approximation, using the Laplace transformation. Then we achieve to the polarized parton densities. For this propose we need to the Laplace transformation of the parton splitting functions at the related approximation. Extending the calculations to the NLO approximation requires the required recurrence relations in terms of the expanding parameters. Up to the desired accuracy, the iteration steps of the recurrence relations can be stopped. By accessing to the polarized parton densities, we can calculate the parton contributions to the nucleon spin. Following that we are able to compute the polarized proton structure functions in terms of the polarized parton densities. The results are in good agreement with the available experimental data and phenomenological models.

PACS No. (۱۳)

مقدمه

شناخت ساختار درونی پروتون، توزیع تکانه و اسپین کوارک های سازنده آن و چگونگی اندرکنش بین این ریزترین ساختار ماده از دیرباز مورد توجه پژوهشگران در ذرات بنیادی بوده است.

آزمایشات پراکندگی ژرف ناکشسان (DIS) نشان داده اند که کوارک ها تنها سهم کوچکی در ساختن اسپین پروتون دارند و امروزه شناخت و محاسبه دیگر مولفه های مهم از جمله اندازه حرکت زاویه ای بین کوارک ها و نیز گلوئون ها و همچنین سهم

گلوئونها درساختن اسپین اهمیت دارد. به موازات آزمایشها گرو های نظری نیز تلاش می کنند تا به حل معادلات تحولی *DGLAP* بپردازند تا با استخراج توابع توزیع پارتونی و محاسبه تبدیل ملین مرتبه اول آنها، سهم هر کدام از این پارتون ها را در اسپین پروتون بیابند. در ادامه کارهای قبلی، در این مقاله تلاش شده تا با استفاده از تبدیلات لاپلاس به حل تحلیلی برای معادلات *DGLAP* در تقریب *NLO* دست بیابیم و توابع توزیع قطبیده پارتونها را محاسبه کنیم.

روش کار

روش کار بطور خلاصه از قرار زیر است[1-6]: با دو تغییر متغییر $\nu = Ln\frac{1}{x}$ و $\tau(Q_0{}^2,Q^2) \equiv \frac{1}{4\pi}\int_{Q_0{}^2}^{Q^2}\alpha_s(Q'^2)d\ln Q'^2$ معادلات *DGLAP* را که معادلاتی دیفرانسیل انتگرالی هستند را از فضای (x,Q^2) به فضای (ν,τ) می بریم. پس از دو تبدیل لاپلاس یکی از ν به S و دیگری از τ به U معادلات دیفرانسیل انتگرالی ما به یک سری معادلات جبری بر حسب توابع توزیع اولیه پارتون ها تبدیل می شوند که به روش تکرار قابل حل است. در انتها کافیست از دو تبدیل معکوس لاپلاس برای بازگشت به فضای (x,Q^2) استفاده کنیم. در تقریب *NLO* مولفه های نایکتا و یکتای توزیع پارتون های قطبیده که اطلاعات توزیع کوارک های ظرفیتی و کوارکهای دریا را در خود دارند و نیز تابع توزیع گلوئون های قطبیده با استفاده از معادلات *DGLAP* اینگونه بدست می آیند:

$$\frac{4\pi}{\alpha_s(Q^2)}\frac{\partial}{\partial \ln Q^2}\delta F_{NS}(x,Q^2) = \delta F_{NS}\otimes(\delta P_{qq}^{LO} + \frac{\alpha_s(Q^2)}{4\pi}\delta P_{qq}^{NLO})(x,Q^2) \tag{1}$$

$$\frac{4\pi}{\alpha_s(Q^2)}\frac{\partial}{\partial \ln Q^2}\delta F_S(x,Q^2) = \delta F_S\otimes(\delta P_{qq}^{LO} + \frac{\alpha_s(Q^2)}{4\pi}\delta P_{qq}^{NLO})(x,Q^2) + \delta G\otimes(\delta P_{qg}^{LO} + \frac{\alpha_s(Q^2)}{4\pi}\delta P_{qg}^{NLO})(x,Q^2) \tag{2}$$

$$\frac{4\pi}{\alpha_s(Q^2)}\frac{\partial}{\partial \ln Q^2}\delta G(x,Q^2) = \delta F_S\otimes(\delta P_{gq}^{LO} + \frac{\alpha_s(Q^2)}{4\pi}\delta P_{gq}^{NLO})(x,Q^2) + \delta G\otimes(\delta P_{gg}^{LO} + \frac{\alpha_s(Q^2)}{4\pi}\delta P_{gg}^{NLO})(x,Q^2) \tag{3}$$

حال با تغییر متغیر $\nu = Ln\frac{1}{x}$ و تبدیل لاپلاس روی معادلات فوق، از فضای ν به S می رویم و از این خاصیت تبدیلات لاپلاس استفاده می کنیم که:

$$L[\int_0^{\nu}\delta F\ (w)\delta H(\nu-w)dw;s] = L[\delta F\ (\nu);s]L[\delta H(\nu);s] \tag{4}$$

مولفه نا یکتا (معادله(۱)) در معادلات بالا براحتی تنها با یک تبدیل لاپلاس بدست می آید:

$$\frac{\partial}{\partial\tau}\delta F_{NS}(\nu,\tau) = \int_0^{\nu}\delta F_{NS}(w,\tau)e^{(\nu-w)}(\delta P_{qq}^{LO}(\nu-w) + \frac{\alpha_s(Q^2)}{4\pi}\delta P_{qq}^{NLO}(\nu-w))dw \tag{5}$$

جواب معادله بالا در فضای لاپلاس به صورت زیر است:

$$\delta F_{NS}(s,\tau) = e^{\tau\delta\phi_{NS}(s)}\delta F^0{}_{NS}(s) \tag{6}$$

که در رابطه بالا $\delta\phi_{NS}(s) = \delta\phi_{NS}{}^{LO}(s) + \frac{\tau 2}{\tau}\delta\phi_{NS}{}^{NLO}(s)$ است و $\tau 2$ اینگونه تعریف می شود: $\tau 2 = \frac{1}{4\pi}\int_0^{\tau}\alpha_s(\tau')d\tau'$. توابع $\delta\phi_{NS}(s)$ با تبدیل لاپلاس توابع شکافتگی ارتباط دارند. محاسبه این توابع در تقریب NLO صورت گرفته که بخاطر طولانی بودن عبارت های مربوط، از آوردن آنها خود داری شده است.

در این حالت با دانستن توابع توزیع اولیه در فضای s و تنها با استفاده از یک تبدیل معکوس لاپلاس می توان توابع توزیع قطبیده را برای کوارکهای ظرفیتی بدست آورد.

توابع قطبیده بخش یکتا و گلئونی

برای محاسبه مولفه یکتای توابع توزیع قطبیده پارتونی و نیز محاسبه تویع گلوئونهای قطبیده نیاز به استفاده از دو تبدیل لاپلاس لاپلاس یکی از v به S و دیگری از τ به U داریم و در این فضا برای یافتن جوابها نیاز به استفاده از روش تکرار (*iteration*) داریم. محاسبات در تقریب *NLO* نیز بسیار طولانی خواهد بود.

با تعریف $\mathrm{a}(\tau)=\frac{\alpha_s(\tau)}{4\pi}=a_0+a_1e^{-b_1\tau}$ معادلات *DGLAP* در فضای (S,U) اینگونه خواهد بود:

$$U\delta F_S(s,U)-\delta f_S^0(s)=\delta\phi_S^{LO}(s)\delta F_S(s,U)+\delta\phi_S^{NLO}(s)\mathrm{L}[\mathrm{a}(\tau)\delta f_S(s,\tau);U]+\delta\theta_S^{LO}(s)\delta G(s,U)+\delta\theta_S^{NLO}(s)\mathrm{L}[\mathrm{a}(\tau)\delta g(s,\tau);U]$$
(۷)

$$U\delta G(s,U)-\delta g^0(s)=\delta\phi_g^{LO}(s)\delta G(s,U)+\delta\phi_g^{NLO}(s)\mathrm{L}[\mathrm{a}(\tau)\delta g(s,\tau);U]+\delta\theta_g^{LO}(s)\delta F(s,U)+\delta\theta_g^{NLO}(s)\mathrm{L}[\mathrm{a}(\tau)\delta f(s,\tau);U]$$
(۸)

با استفاده از دو رابطه زیر برای محاسبه تبدیلات لاپلاس استفاده شده در روابط (۷) و(۸) ،این دو معادله ساده تر خواهند شد بطوریکه:

$$\mathrm{L}[\mathrm{a}(\tau)\delta f\ (s,\tau);U]=\sum_{j=0}^{1}a_j\delta f\ (s,U+b_j)$$
$$\mathrm{L}[\mathrm{a}(\tau)\delta g(s,\tau);U]=\sum_{j=0}^{1}a_j\delta g(s,U+b_j);b_0=0$$
(۹)

در نهایت دو معادله زیر را برای معادلات *DGLAP* در تقریب *NLO* و در فضای s و U داریم:

$$(U-\delta\phi_S)\delta F_S(s,U)-\delta\theta_S(s)\delta G(s,U)=\delta f_S^0(s)+a_1(\delta\phi_S^{NLO}(s)\delta f\ (s,U+b_1)+\delta\theta_S^{NLO}(s)\delta g(s,U+b_1))$$
(10)

$$\delta\theta_g(s)\delta F(s,U)+(U-\delta\phi_g(s))\delta G(s,U)=\delta g^0(s)+a_1(\delta\phi_g^{NLO}(s)\delta f\ (s,U+b_1)+\delta\theta_g^{NLO}(s)\delta g(s,U+b_1))$$
(11)

از معادلات (10) و (11) می توان با استفاده از روش تکرار برای $\delta F_S(s,U)$ و $\delta G(s,U)$پاسخی یافت. در روابط بالا $\delta\varphi_g^{NLO}$ و $\delta\theta_g^{NLO}$ معرف شکل تبدیل یافته توابع شکافت بخش گلئونی و یکتا در فضای لاپلاس می باشد. باید متذکر شد استفاده از روش تکرار به معنای حل غیر تحلیلی نیست بلکه خود یک روش برای دست یابی به جواب های نهایی می باشد که دارای پایداری لازم نسبت به عمل تکرار هستند.

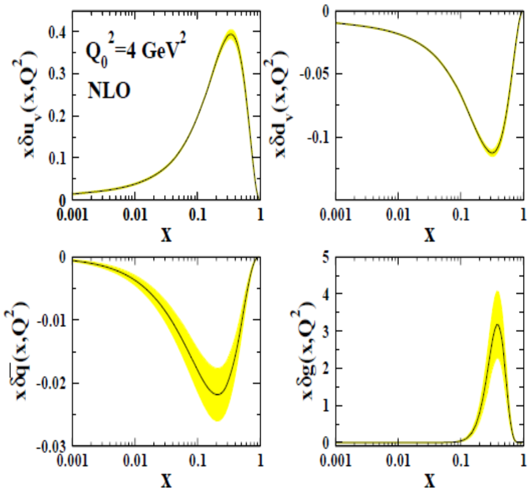
توابع توزیع اولیه

برای یافتن توابع توزیع پارتونی در یک مقیاس اولیه($\delta f_S^0(s)$ و $\delta g^0(s)$) از برارزش تابع ساختار پروتون بدست آمده از حل تحلیلی با داده های تجربی استفاده شده است. توابع توزیع قطبیده در مقیاس اولیه و در فضای s اینگونه پارامتریزه شده اند و ثابت های مورد نیاز از برازش کلی تابع ساختار پروتون که بر حسب توابع توزیع نوشته شده است با داده های تجربی موجود برای این تابع ساختار بدست آمده است:

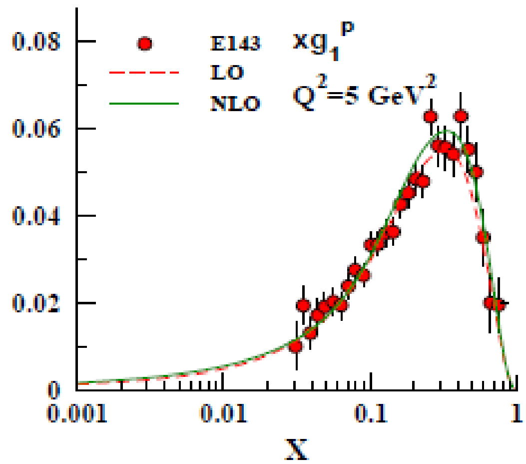
$$\delta q(s,Q_0^2)=\int_0^\infty e^{-sv}\delta q(x=e^{-v},Q_0^2)dv=$$
$$N_q\eta_q(1+c_q\frac{s+a_q}{s+a_q+b_q+1})B(s+a_q,b_q+1)$$

که در رابطه بالا $q=\{u_v,d_v,\bar{q},g\}$ وB تابع بتای اویلر می باشد.

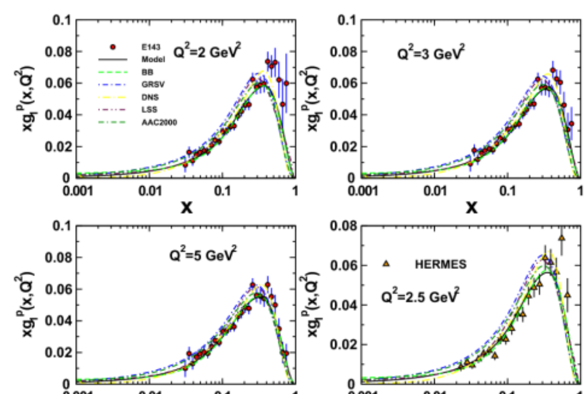
در شکل ۱ نتایج توابع توزیع قطبیده برای کوارک های ظرفیتی، دریا و نیز گلوئون ها در تقریب *NLO* آورده شده است. در شکل ۲ نیز تابع ساختار قطبیده پروتون بدست آمده از حل تحلیلی و مقایسه آن با داده های تجربی آورده شده است. در شکل ۳ مقایسه این تابع با مدل های پدیده شناسی تیز انجام شده است.



شکل ۱: توابع توزیع قطبیده پارتونی بدست آمده از حل تحلیلی در تقریب NLO



شکل ۲: مقایسه تابع ساختار بدست آمده از حل تحلیلی با داده های تجربی [7] برای پروتون در تقریب NLO.



شکل ۳: مقایسه تابع ساختار بدست آمده برای پروتون از حل تحلیلی با داده های تجربی [7] و مد ل های پدیده شناسی[8-13] .

در انتها پس از محاسبه توابع توزیع قطبیده پارتونی قادریم تا سهم هر کدام از پارتونها را در اسپین پروتون بیابیم. برای مثال در $Q^2 = 4GeV^2$ داریم :

$$\Delta u_v(Q^2 = 4GeV^2) = \int_0^1 \delta u_v(x,Q^2)dx = 0.928$$

$$\Delta d_v(Q^2 = 4GeV^2) = \int_0^1 \delta d_v(x,Q^2)dx = -0.342$$

$$\Delta \bar{q}(Q^2 = 4GeV^2) = \int_0^1 \delta d_v(x,Q^2)dx = -0.0661$$

$$\Delta g(Q^2 = 4GeV^2) = \int_0^1 \delta d_v(x,Q^2)dx = 3.393$$

این نتایج تطابق خوبی با نتایج بدست آمده توسط دیگر گروههای تئوری و آزمایشگاهی دارد[8-13].

نتیجه گیری

در این مقاله برای اولین بار یک حل تحلیلی برای استخراج توابع توزیع قطبیده پارتونی با استفاده از معادلات *DGLAP* و بکار بردن تبدیلات لاپلاس در تقریب *NLO* ارائه گردیده است. نتایج برای توابع توزیع قطبیده پارتونی و نیز توابع ساختار قطبیده توافق بسیار خوبی با داده های تجربی و نیز مدلهای پدیده شناسی موجود دارد.

مرجع‌ها

[۱] M. M. Block, L. Durand, P. Ha, and D.W. McKay, *Eur.Phys. J. C* **69**, 425 (2010).
[۲] M. M. Block, L. Durand, P. Ha, and D.W. McKay, *Phys.Rev. D* **84**, 094010 (2011).
[3] M. M. Block, L. Durand, P. Ha, and D.W. McKay, *Phys.Rev. D* **83**, v0cv054009 (2011).
[4] M. M. Block, *Eur. Phys. J. C* **65**, 1 (2010).
[5] M. M. Block, *Eur. Phys. J. C* **68**, 683 (2010).
[٦] F. Taghavi-Shahri, A. Mirjalili and M. M. Yazdanpanah, *Eur. Phys. J. C* **71**, 1590 (2011).
[7] K. Abe et al. [E143 collaboration], *Phys. Rev. D* **58** (1998) 112003 [arXiv:hep-ph/9802357].
[۸] Y. Goto et al. [Asymmetry Analysis Collaboration], Phys. Rev. D **62**, 034017 (2000) [hep-ph/0001046].
[۹] M. Gluck, E. Reya, M. Stratmann and W. Vogelsang, Phys. Rev. D **63**, 094005 (2001) .
[۱۰] M. Gluck, E. Reya, M. Stratmann and W. Vogelsang, Phys. Rev. D **63**, 094005 (2001) .
[۱۱] E. Leader, A. V. Sidorov and D. B. Stamenov, Phys. Rev. *D* ***75****, 074027 (2007).*
[۱۲] D. de Florian, G. A. Navarro and R. Sassot, Phys. Rev. D ***71****, 094018 (2005).*
[13] A. Airapetian et al. [HERMES Collaboration], Phys. Rev. D 75, 012007 (2007).