

ISME2014-XXXX

بررسی تاثیر عدد ماخ در مدلسازی تحلیلی جریان دوفازی بخار آب در کانال همگرا - واگرا

رامین مبینی، محمدرضا مه پیکر^۲

^۱ کارشناس ارشد، دانشگاه فردوسی مشهد، Ramin.mobini66@Gmail.com

^۲ استاد گروه مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، Mahpeymr@um.ac.ir

چکیده

در طبقات کم فشار توربین‌های بخار مولد برق، جریان بخار آب در اثر عبور از بین پره‌ها تحت تاثیر پدیده جوانه‌زایی قرار می‌گیرد. از پیامد-های این پدیده افزایش ناگهانی فشار یا اصطلاحاً شوک میعان . انتقال حرارت داخلی بازگشت‌ناپذیر موجب افت بازده توربین می-گردد. از طرف دیگر قطرات آب تشکیل شده با شدت به دیواره پره های روتور برخورد می‌کنند. این مساله آسیب‌های جدی بر جای می-گذارد. در این تحقیق این پدیده پیچیده بصورت یک جریان مافوق صوت غیرتعادلی بخار آب به‌همراه جوانه‌زایی و دوفازی شدت در یک کانال همگرا - واگرای یک بعدی به روش تحلیلی یا روش دقیق مدل‌سازی شده‌است. در این مدل یکی از پارامترهای مهم در حل دستگاه معادلات اصلی دینامیک گاز جریان دوفازی مذکور، مشخص کردن عدد ماخ می‌باشد. مقادیر عدد ماخ بستگی به نحوه محاسبه سرعت صوت در جریان دوفازی دارد. در اکثر مقالات سرعت پخش صوت در فاز بخار بدون تاثیرگذاری فاز مایع محاسبه می‌شود. اما در این تحقیق سرعت پخش صوت با فرض تاثیر گذاری فاز مایع که باعث کاهش پخش صوت در جریان شده محاسبه می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که با کاهش ۵ درصدی سرعت پخش صوت چوابع‌های تئوری بدست آمده به نتایج آزمایشگاهی نزدیک‌تر می‌شوند. به عبارت دیگر جواب‌های مدل توسعه یافته واقعی‌تر می‌گردد.

واژه های کلیدی

جریان دوفازی، بخار مافوق سرد، جوانه زایی، عدد ماخ

مقدمه

یکی از مشکلات عمده تقطیر بخار در طبقات کم‌فشار توربین‌های مولد برق، ایجاد بخار تر می‌باشد. این مساله علاوه بر تلفات عمده ترمودینامیکی و آیرودینامیکی موجب بروز خسارت فیزیکی طبقات نیز می‌گردد. جریان دوفازی در بین پره‌های توربین را می‌توان با یک نازل همگرا - واگرای مافوق صوت مدلسازی نمود. به این ترتیب که بخار خشک مافوق گرم وارد قسمت همگرا می‌شود. در قسمت همگرا شتاب می‌گیرد و در قسمت واگرا مافوق صوت می‌شود. در اثر انبساط در قسمت واگرا خط اشباع را قطع می‌کند. به دلیل سرعت بالا،

جریان فرصت تقطیر پیدا نمی‌کند و بدین ترتیب با نفوذ به ناحیه اشباع بخار فوق سرد^۱ ایجاد می‌گردد. بخار فوق سرد در نقطه ویلسون با جوانه‌زایی همگن، به حالت تعادل بازگشت می‌نماید. در اثر تقطیر مولکول‌های بخار گرمای نهان آزاد می‌شود این حرارت ابتدا به قطره انتقال می‌یابد. و سپس به دلیل اختلاف درجه حرارت قابل ملاحظه بین قطره و بخار ، بلافاصله انتقال حرارت بین قطره و بخار صورت می‌پذیرد. این موضوع سبب افزایش آنتروپی و ایجاد شوک میعان می‌گردد.

در مدل سازی ریاضی یا حل دقیق این جریان غیر تعادلی دوفازی عدد ماخ یکی از پارامترهای مهم برای جریان محسوب می-شود [۱،۲]. محاسبه عدد ماخ مستلزم داشتن اطلاعات کافی در زمینه سرعت صوت در محیط جریان تک فاز و به ویژه دوفاز است. بطور کلی سرعت صوت در بخار مرطوب در سه دسته تقسیم بندی می‌شود [۳]:

$$(۱) \text{ سرعت صوت تعادلی } a_e^2 .$$

$$(۲) \text{ سرعت صوت تعادلی با تاثیرات گرمایی یخ زده } a_{ef}^3 .$$

$$(۳) \text{ سرعت صوت یخ زده } a_f^4 \text{ (با این مفهوم که فاز مایع}$$

تاثیری در پخش صوت در بخار نداشته باشد).

که در این تقسیم بندی رابطه $a_e < a_{ef} < a_f$ برقرار است.

مطابق بررسی انجام گرفته توسط یانگ و باختر [۴]، سرعتی که جریان دوفازی خفه می‌شود بسته به شرایط می‌تواند بین سرعت تعادلی و سرعت یخ زده تغییر کند. و در مراجع مختلف نشان داده - شده‌است که ایجاد فاز مایع موجب کاسته شدن سرعت صوت می-گردد [۵،۶].

تا کنون تحقیقات بسیاری بر روی جریان دوفازی و اثر پارامترهای گوناگون از قبیل اصطکاک و شرایط سکون ورودی [۷]، نرخ انبساط بخار [۸] و جریان غیر آدیاباتیک [۹] انجام گرفته است. در تمامی این تحلیل‌ها از سرعت صوت یخ زده برای محاسبه عدد ماخ در حل معادلات دینامیک گاز جریان دوفازی استفاده شده است. در این مقاله تاثیرات تغییرات میزان سرعت صوت در ناحیه دوفازی

¹ . Supercooled vapor.

² .Equilibrium speed of sound.

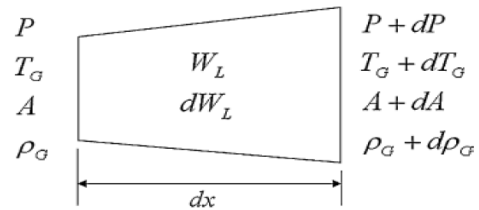
³ .Equilibrium speed of sound with frozen thermal processes.

⁴ .Frozen speed of sound.

بررسی گردیده و نتایج مدل حل دقیق آن با نتایج آزمایشگاهی مقایسه گردیده است.

معادلات اصلی دینامیک گاز جریان دوفازی

جریان چگالشی مورد بررسی بصورت یک جریان بخار پیوسته حاوی قطرات ریز از فاز مایع در نظر گرفته می شود که دوفاز همزمان در تبادل جرم، اندازه حرکت و انرژی هستند. قطرات تولیدی تحت جوانه زایی می توانند در طول کانال رشد کرده و یا در شرایطی بعلت تبخیر کوچکتر شوند. جهت محاسبات مربوط به جوانه زایی و رشد قطرات از یک مختصات لاگرانژی با متغیر مستقل از زمان استفاده شده است. از طرف دیگر دینامیک گاز حاکم بر جریان دوفازی در مختصات اویلری بررسی می گردد. با این کار جنبه های ترمودینامیکی جوانه زایی و رشد قطرات از معادلات اصلی دینامیک گاز جریان منفک می گردد. به عبارت دیگر از مدل لاگرانژین - اویلری استفاده می شود.



شکل ۱: حجم کنترل ریاضی یک بعدی

حال مطابق شکل (۱)، با در نظر گرفتن یک حجم کنترل یک بعدی به طول dx و فرض آدیاباتیک بودن جریان بخار می توان معادلات اویلری حاکم بر جریان بخار یک بعدی را در حالت پایدار به صورت زیر استخراج کرد:

۱- معادله بقای جرم

$$\frac{d\rho_G}{\rho_G} + \frac{dA}{A} + \frac{dU_G}{U_G} + \frac{dM_L}{M - M_L} = 0 \quad (1)$$

۲- معادله اندازه حرکت

$$\frac{dp}{p} + \frac{f \rho_G U_G^2}{2pD_e} dx + \frac{(M - M_L)U_G}{Ap} \frac{dU_G}{U_G} + \frac{M_L U_L}{Ap} \frac{dU_L}{U_L} = 0 \quad (2)$$

۳- معادله انرژی

$$\frac{dT_G}{T_G} + \frac{p}{\rho_G c_p T_G} \left(1 - \frac{Y}{X}\right) \frac{dp}{p} + \left(1 - \frac{M_L}{M}\right) \frac{U_G^2}{c_p T_G} \frac{dU_G}{U_G} + \frac{M_L}{M} \frac{U_L^2}{c_p T_G} \frac{dU_L}{U_L} + \frac{d\dot{Q}}{Mc_p T_G} = \frac{L}{c_p T_G} \frac{dM_L}{M} \quad (3)$$

۴- معادله حالت فاز بخار

معادله حالت ویریالی تا ضریب چهارم و کالویج [۱۰]، برای سیال بخار بر حسب چگالی که با برون یابی برای حالت مافوق سرد نیز قابل استفاده است.

$$\frac{P}{\rho_G RT_G} = 1 + B_1 \rho_G + B_2 \rho_G^2 + B_3 \rho_G^3 \quad (4)$$

که با دیفرانسیل گیری از این رابطه نتیجه می شود:

$$\frac{dP}{P} - X \frac{d\rho_G}{\rho_G} - Y \frac{dT_G}{T_G} = 0 \quad (5)$$

X و Y ضرایبی هستند که با توجه به معادله حالت تعریف می شوند. ۵- عدد ماخ

عدد ماخ استفاده شده در جریان دوفازی با فرض تاثیر ناچیز فاز مایع در انتشار صوت در سیال بصورت زیر تعریف می شود:

$$N = M^2 = \left(\frac{U_G}{C}\right)^2 \quad (6)$$

که با دیفرانسیل گیری از معادله فوق نتیجه زیر حاصل می شود:

$$\frac{dN}{N} = 2 \frac{dU_G}{U_G} + \frac{d\rho_G}{\rho_G} - \frac{dP}{P} \quad (7)$$

با ترکیب و مرتب سازی معادلات (۱)، (۲)، (۳)، (۵) و (۷) خواهیم داشت:

$$\frac{dN}{N} = F_1 \left(N, T_G, \rho_G, \frac{dM_L}{M - M_L}, \frac{dM_L}{M} \right)$$

$$\frac{dT_G}{T_G} = F_2 \left(N, T_G, \rho_G, \frac{dM_L}{M - M_L}, \frac{dM_L}{M} \right) \quad (8)$$

$$\frac{d\rho_G}{\rho_G} = F_3 \left(N, T_G, \rho_G, \frac{dM_L}{M - M_L}, \frac{dM_L}{M} \right)$$

با فرض معلوم بودن چهار متغیر مستقل $\frac{dA}{A}, \frac{dM_L}{M}, M_L, f$

سه معادله فوق به روش رانگ کوتای مرتبه ۴ انتگرال گیری می شود. بنابراین حل معادلات فوق بستگی به ارزیابی ترم های رطوبت دارد که این متغیرها را میتوان به کمک حل معادلات جوانه زایی و رشد قطرات در یک دستگاه لاگرانژی استخراج نمود.

نرخ جوانه زایی

تغییر کل در انرژی آزاد گیبس در طی شکل گرفتن یک قطره با شعاع r ، در یک فشار و دمای مشخص از بخار فوق سرد در همان دما و فشار بصورت زیر است:

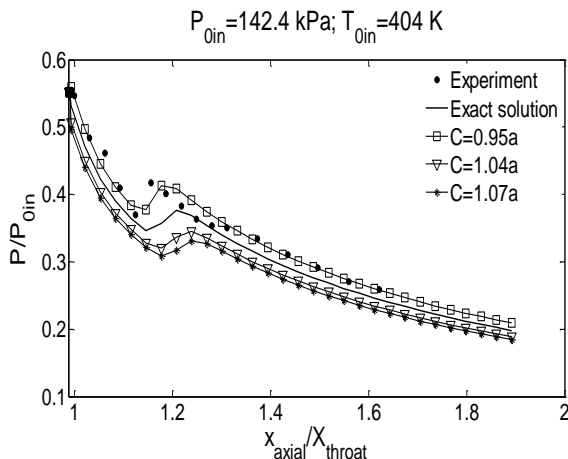
$$\Delta G = -m_r RT_G \ln \left(\frac{P}{P_s(T_G)} \right) + 4\pi r^2 \sigma_r \quad (9)$$

با مشتق گیری از عبارت بالا نسبت به r می توان r^* را پیدا کرد:

$$r^* = \frac{2\sigma_r}{\rho_L RT_G \left(\frac{P}{P_s(T_G)} \right)} \quad (10)$$

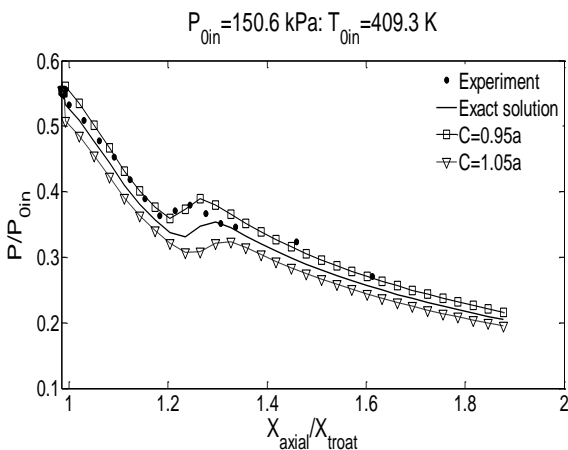
قطراتی که شعاع آنها از r^* باشد، با توجه به نرخ تغییرات انرژی آزاد گیبس که دارای ماکزیمم می باشد با از دست دادن مولکول ها، تمایل درونی به تبخیر دارند تا انرژی گیبس کاهش پیدا کند و اگر شعاع بزرگتر از r^* باشد، قطره رشد خواهد کرد تا از این طریق موجبات کاهش انرژی گیبس فراهم شود.

قسمت واگرای نازل باعث نزدیک تر شدن نتایج به نتایج آزمایشگاهی گردید.

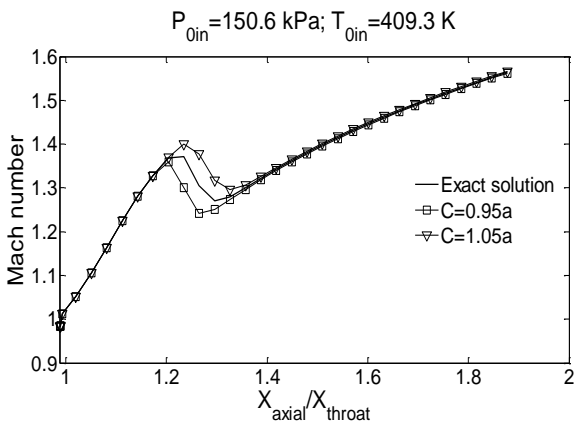


شکل ۲: نمودار تغییرات نسبت فشار در قسمت واگرای نازل A به ازای تغییرات سرعت صوت

شکل (۳) نسبت فشار را به ازای تغییرات سرعت صوت برای نازل B نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که نتایج با کاسته شدن پخش سرعت صوت بسیار نزدیک به نتایج آزمایشگاهی می‌باشد.



شکل ۳: نمودار تغییرات نسبت فشار در قسمت واگرای نازل B به ازای تغییرات سرعت صوت



شکل ۴: نمودار تغییرات عدد ماخ در قسمت واگرای نازل B به ازای تغییرات سرعت صوت

نرخ جوانه‌زایی کلاسیک اصلاح شده [۱۱]، که نشان دهنده نرخ تولید جوانه‌ها در واحد زمان و جرم می‌باشد استفاده شده است:

$$J_{classic} = q_c \frac{\rho_G^2}{\rho_L} \sqrt{\left(\frac{2\sigma r_c}{\pi m^3}\right)} \exp\left[-\frac{\Delta G^*}{KT_G}\right] \quad (11)$$

معادله رشد قطرات مایع در بخار فوق اشباع

قطراتی که شعاع آنها از شعاع بحرانی بیشتر باشد شروع به رشد می‌کنند. برای مشخص کردن نوع رژیم جریان دوفازی در نواحی مختلف نازل از پارامتر بی بعد به نام عدد ندسن استفاده می‌شود^۵. عدد ندسن بصورت نسبت پویش آزاد مولکولی بخار \bar{L} ، به قطر قطره تعریف می‌شود که با توجه به نظریه سینیتیک گازها می‌توان نوشت:

$$kn = \frac{1.88\mu_G}{2r\rho_G\sqrt{RT_G}} \quad (12)$$

بر اساس مقدار عدد نادسن و تقسیم بندی رژیم‌های جریان معادله مربوط به رشد قطره بصورت زیر خواهد بود:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{k_n}{k_n + 0.0375q_c S_c} \frac{q_c}{\rho_L} \left(\frac{R}{2\pi}\right)^{0.5} \left[\rho_G\sqrt{T_G} - \rho_s(T_L, r)\sqrt{T_L}\right] \quad (13)$$

معادله زیر نیز برای محاسبه دمای قطره T_L ، استفاده شده است. این دو معادله بصورت همزمان حل می‌شوند

$$T_L = T_S(P) - \left[T_S(P) - T_G\right] \frac{r^*}{r} \quad (14)$$

نتایج

پس از حل معادلات در مدل تحلیلی توسعه یافته، نتایج برای دو نازل همگرا-واگرا با هندسه‌های مختلف و فشارها و دمای متفاوت قرار و نتایج به صوت زیر ارایه می‌گردد.

همانگونه که قبلاً توضیح داده شده است، سرعت پخش صوت در این تحقیق با فرض تاثیرگذاری فاز مایع در پخش آن محاسبه شده است. لذا میزان سرعت پخش صوت ناشی از وجود فاز مایع باعث کاهش ۵ درصدی نسبت به سرعت پخش صوت یخ زده ($C = 0.95a_f$) شده است. لازم به ذکر است که جهت بررسی حساسیت معادلات اصلی دینامیک گاز جریان به عدد ماخ، از سرعت پخش صوت بیشتر از سرعت پخش صوت یخ زده (یا فاز بخار تک فاز) که البته غیر واقعی است نیز استفاده شده است. تاکید می‌گردد که در جریان دوفازی فاز مایع باعث کاهش سرعت پخش صوت در جریان اصلی بخار می‌گردد و فقط بخاطر بررسی حساسیت ماخ در مدل سازی تحلیلی، سرعت پخش صوت بیشتر از سرعت پخش صوت یخ زده (که غیر واقعی می‌باشد) استفاده می‌گردیده است. در شکل (۲) نمودار تغییرات نسبت فشار برای نازل A را در قسمت واگرای نازل نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که کاهش سرعت صوت در

⁵ Knudsen Number.

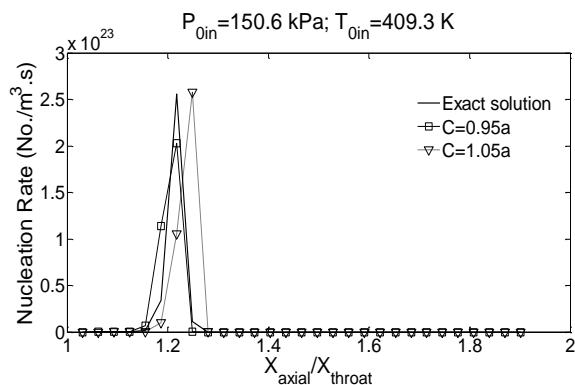
فهرست علائم

A	مساحت، m^2
a	سرعت پخش صوت یخ زده، m/s
C	سرعت پخش صوت دوفازی، m/s
cp	گرمای مخصوص در فشار ثابت K-kJ/kg
D	قطر نازل m
K	ثابت بولتزمن، J/K
L	گرمای نهان، kJ/kg
M	دبی جرمی، kg/s
Ma	عدد ماخ
P	فشار، kPa
R	ثابت جهانی گازها
T	دما، K
U	سرعت سیال، m/s
q_c	ضریب تقطیر
علائم یونانی	
ρ	چگالی، kg/m^3
σ	کشش سطحی، N/m
زیر نویس	
G	فاز بخار
L	فاز مایع
بالا نویس	
*	شرایط بحرانی

مراجع

- [1] Moore, M. J., & Sieverding, C. H. (1976). *Two-phase steam flow in turbines and separators: theory, instrumentation, engineering*.
- [2] Deich, M. E., & Filippov, G. A. (1970). *The Gas Dynamics of Two-Phase Media*(No. Ftd-ht-23-188-69). Foreign technology div wright-pattersonafb Ohio.
- [3] Petr, V. (2004). Wave propagation in wet steam. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 218(8), 871-882.
- [4] Bakhtar, F., & Young, J. B. (1978). A study of choking conditions in the flow of wet steam. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 192(1), 237-242.
- [5] Nichita, D. V., Khalid, P., & Broseta, D. (2010). Calculation of isentropic compressibility and sound velocity in two-phase fluids. *Fluid Phase Equilibria*, 291(1), 95-102.
- [6] Petr, V. (1973, April). Variation of sound velocity in wet steam. In *Wet Steam 4, Conf., University of Warwick* (pp. 17-20).
- [7] Mahpeykar, M. R., & Teymourash, A. R. (2004). The effects of friction factor and inlet stagnation conditions on the self condensation of steam in a supersonic nozzle. *Scientia Iranica*, 11.

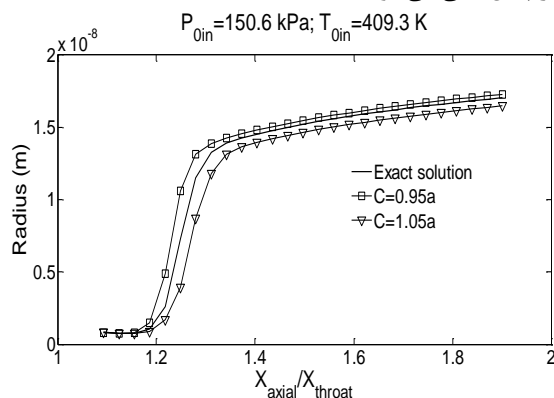
تغییرات سرعت صوت تأثیری بر عدد ماخ جریان در بیرون از ناحیه جوانه زایی نثائیر کمی داشته اما به واسطه تغییراتی که مطابق شکل (۵) در نرخ جوانه زایی ایجاد می کند عدد ماخ را نیز در این ناحیه (منطقه شوک میعان) مطابق شکل (۶) تحت تأثیر جدی قرار می دهد.



شکل ۵: نمودار تغییرات نرخ جوانه زایی در قسمت واگرای نازل B به ازای تغییرات سرعت صوت

همانطور که در شکل (۵) مشاهده می شود، کاهش سرعت صوت دوفازی نسبت به سرعت صوت یخ زده، باعث کاهش نرخ جوانه زایی شده و در ناحیه جوانه زایی مطابق شکل (۴) عدد ماخ را کاهش می دهد.

شکل (۶) نمودار میانگین شعاع قطرات را در طول قسمت واگرای نازل به ازای تغییرات عدد ماخ نشان می دهد. با کاهش سرعت صوت یا واقعی شده سرعت صوت، شعاع قطرات به علت جلو افتادن جوانه زایی بزرگتر پیش بینی می شود.



شکل ۶: نمودار تغییرات شعاع میانگین قطرات در طول قسمت واگرای نازل B به ازای تغییرات سرعت صوت

نتیجه گیری و جمع بندی

بعلت دوفازی شده جریان بخار آب در قسمت واگرای کانال مافوق صوت، محاسبه دقیق سرعت پخش صوت از اهمیت ویژه ای در مدل سازی تحلیلی یا دقیق این جریان نسبتاً پیچیده دارد. به همین دلیل محاسبه سرعت واقعی پخش صوت که کمتر از سرعت پخش صوت یخ زده یا تک فاز می باشد نتایج مطلوب تری را در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی یدست می آید.

- [10] Bakhtar, F., & Piran, M. (1979). Thermodynamic properties of supercooled steam. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 1(2), 53-62
- [11] Bakhtar, F., Young, J. B., White, A. J., & Simpson, D. A. (2005). Classical nucleation theory and its application to condensing steam flow calculations. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 219(12), 1315-1333
- [8] Teymourash, A. R., Esfahani, J. A., & Shaegh, S. M. (2009). The effects of rate of expansion and injection of water droplets on the entropy generation of nucleating steam flow in a Laval nozzle. *Heat and mass transfer*, 45(9), 1185-1198.
- [9] Mahpeykar, M. R., Teymourash, A. R., & Rad, E. A. (2013). Theoretical investigation of effects of local cooling of a nozzle divergent section for controlling condensation shock in a supersonic two-phase flow of steam. *Meccanica*, 1-13.